Normalização da equação de estado de eixos girantes dq do filtro e a carga

A seguir, a equação de estado (A.30) será normalizada. O problema será abordado em forma vetorial devido ao fato do sistema ser multivariável.

Em geral, pode dizer-se que, sendo o vetor de estado dado por,

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{A.82}$$

define-se o vetor de estado “normalizado” dividindo-se cada variável de estado pelo respectivo “valor base”, ou seja:

$$\mathbf{x_n} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{X_{base}} & \frac{x_2}{X_{base}} & \frac{x_3}{X_{base}} & \cdots & \frac{x_n}{X_{base}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{A.83}$$

Onde X_{base} é um valor relacionado a grandezas conhecidas. Se for corrente $X_{base} = I_{base}$ e caso for tensão, $X_{base} = V_{base}$.

Mediante a definição de vetor de estado normalizado, é possível achar uma transformação linear que represente a normalização apresentada por (A.83). A transformação é dada por uma matriz aqui definida como “$\mathbf{T_n}$”. O vetor de estado normalizado $\mathbf{x_n}$ fica definido da seguinte forma:

$$\mathbf{x_n} = \mathbf{T_n} . \mathbf{x}, \tag{A.84}$$

onde $\mathbf{T_n}$, é dada por (A.85):

$$
\mathbf{T_n} = \begin{bmatrix} \frac{1}{X_{base}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{base}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_{base}} & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_{base}} \end{bmatrix}. \tag{A.85}
$$

De forma análoga a o que foi realizado para as variáveis de estado, pode-se normalizar o vetor da ação de controle "**u**" e o vetor de distúrbios "**w**", ou seja:

$$
\mathbf{u_n} = \frac{\mathbf{u}}{X_{base}} \qquad \mathbf{w_n} = \frac{\mathbf{w}}{X_{base}}. \tag{A.86}
$$

Aplicando-se os conceitos, vistos acima, normalizaremos a equação de estados para uma planta definida por:

$$
\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\,\mathbf{u}(t) + \mathbf{F}\,\mathbf{w}(t). \tag{A.87}
$$

A equação de estado normalizada fica da seguinte forma:

$$
\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{n}(t) = \mathbf{T_n}\,\dot{\mathbf{x}}(t), \tag{A.88}
$$

então,

$$
\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{n}(t) = \mathbf{T_n}\,\mathbf{A}\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{T_n}\,\mathbf{B}\,\mathbf{u}(t) + \mathbf{T_n}\,\mathbf{F}\,\mathbf{w}(t). \tag{A.89}
$$

Sendo: $\mathbf{x}(t) = \mathbf{T_n}^{-1}\,\mathbf{x_n}(t)$, $\mathbf{u}(t) = X_{base}\,\mathbf{u_n}(t)$ e $\mathbf{w}(t) = X_{base}\,\mathbf{w_n}(t)$, tem-se:

$$
\dot{\mathbf{x}}_\mathbf{n}(t) = \mathbf{T_n}\,\mathbf{A}\,\mathbf{T_n}^{-1}\,\mathbf{x_n}(t) + \mathbf{T_n}\,\mathbf{B}\,X_{base}\,\mathbf{u_n}(t) + \mathbf{T_n}\,\mathbf{F}\,X_{base}\,\mathbf{w_n}(t). \tag{A.90}
$$

Obtém-se, dessa forma, as matrizes normalizadas da planta, definidas a seguir:

$$
\mathbf{A_n} = \mathbf{T_n}\,\mathbf{A}\,\mathbf{T_n}^{-1} \qquad \mathbf{B_n} = \mathbf{T_n}\,\mathbf{B}\,X_{base} \qquad \mathbf{F_n} = \mathbf{T_n}\,\mathbf{F}\,X_{base}. \tag{A.91}
$$

Obtém-se, finalmente, a equação de estados normalizada, reescrevendo-se (A.90):

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{n}}(t)=\mathbf{A}_{\mathbf{n}}\,\mathbf{x}_{\mathbf{n}}(t)+\mathbf{B}_{\mathbf{n}}\,\mathbf{u}_{\mathbf{n}}(t)+\mathbf{F}_{\mathbf{n}}\,\mathbf{w}_{\mathbf{n}}(t)\ . \qquad \text{(A.92)}$$

Aplicando-se os conceitos acima para a planta definida pelo filtro mais a carga representada por fontes de corrente, obtém-se as seguintes matrizes normalizadas:

A matriz de transformação linear é dada por,

$$\mathbf{T}_{\mathbf{n}}=\begin{bmatrix} \frac{1}{I_{base}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{base}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{base}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{V_{base}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{V_{base}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{V_{base}} \end{bmatrix}, \qquad \text{(A.93)}$$

portanto a matriz $\mathbf{A}_{\mathbf{n}}$ fica,

$$\mathbf{A}_{\mathbf{n}}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{2V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & -\frac{2V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & -\frac{2V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ \frac{I_{base}}{V_{base}\,C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{base}}{V_{base}\,C} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{I_{base}}{V_{base}\,C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \text{(A.94)}$$

e as matrizes $\mathbf{B}_{\mathbf{n}}$ e $\mathbf{F}_{\mathbf{n}}$, ficam da seguinte forma:

.

$$\mathbf{B_n} = \begin{bmatrix} \frac{2V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ -\frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & \frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ -\frac{V_{base}}{3L_o I_{base}} & -\frac{2V_{base}}{3L_o I_{base}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F_n} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{I_{base}}{V_{base}\,C} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{I_{base}}{V_{base}\,C} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{I_{base}}{V_{base}\,C} \end{bmatrix}. \qquad \text{(A.95)}$$

A seguir, o modelo normalizado será transformado em coordenadas *dq*. Transformando-se (A.92) para o sistema de coordenadas αβ e o sistema resultante para eixos síncronos *dq*, obtém-se as seguintes matrizes normalizadas da equação de estado:

$$\mathbf{A_{dqn}} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & \frac{I_{base}}{V_{base}C} & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & \frac{I_{base}}{V_{base}C} \\ -\frac{V_{base}}{I_{base}L_o} & 0 & 0 & \omega \\ 0 & -\frac{V_{base}}{I_{base}L_o} & -\omega & 0 \end{bmatrix}, \qquad \text{(A.96)}$$

$$\mathbf{B_{dqn}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{V_{base}}{I_{base}L_o} & 0 \\ 0 & \frac{V_{base}}{I_{base}L_o} \end{bmatrix} \quad \mathbf{F_{dqn}} = \begin{bmatrix} -\frac{I_{base}}{V_{base}C} & 0 \\ 0 & -\frac{I_{base}}{V_{base}C} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad \text{(A.97)}$$

De uma forma compacta a equação (A.80), normalizada, pode ser escrita da seguinte forma: $\dot{\mathbf{x}}_{\mathbf{dqn}}(t) = \mathbf{A_{dqn}}\mathbf{x_{dqn}}(t) + \mathbf{B_{dqn}}\mathbf{u_{dqn}}(t) + \mathbf{F_{dqn}}\mathbf{w_{dqn}}(t)$.