

Diseño de un controlador PD utilizando las propiedades del Lugar de las Raíces. (1)

La F.T en el dominio de Laplace de un filtro pasa bajos LC está dada por:

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{1}{RC} \cdot s + 1/LC} \quad (1)$$

Seleccionando una frecuencia de muestreo de $f_m = 5 \text{ kHz}$, el periodo de muestreo resulta igual a $T = 200 \mu\text{seg}$.

La F.T muestreada de la planta resulta:

$$G_{pd}(z) = \frac{0,58268 \times (z + 0,9763)}{(0,39 + j0,88)(0,39 - j0,88)}$$

La función de transferencia muestreada del compensador PD predictivo está dada por:

$$G_c(z) = \frac{K_1 \times (z + K_2/K_1)}{z^2}$$

denominamos $Z_{PD} = \frac{K_2}{K_1}$

$$G_c(z) = \frac{K_1 \times (z + Z_{PD})}{z^2}$$

En esta expresión, debe obtenerse la ubicación de Z_{PD} por la condición de fase y la ganancia K_1 por la condición de magnitud.

Constelación
polos y ceros
F.T. L.A

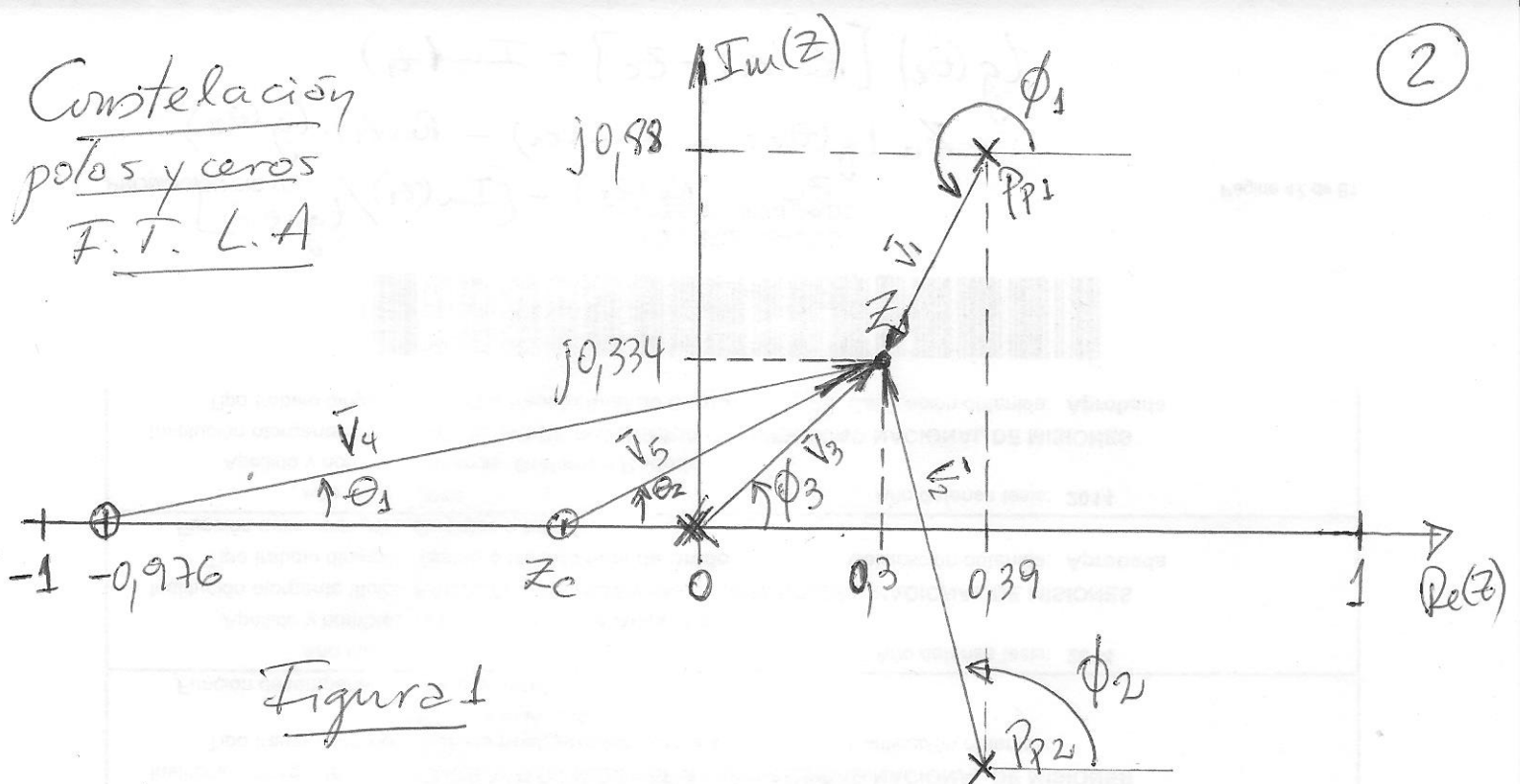


Figura 1

Las especificaciones de desempeño del sistema comp. son: $M_p \leq 5\%$ y tiempo de asentamiento de la rta. al escalón de $t_s = 1 \text{ ms}$.

Los polos deseados en el plano-s resultan:

$$S_{1,2} = -4000 \pm j 4.194,75$$

y los polos deseados en el plano z, p' el periodo T seleccionado, son:

$$Z_{1,2} = e^{sT} = 0,3 \pm j0,334$$

Para la condición de fase se plantea:

$$\theta_1 + \theta_2 - \phi_1 - \phi_2 - 2 \cdot \phi_3 = \begin{cases} 0^\circ \\ 180^\circ \end{cases}$$

$$\phi_1 = \angle(\bar{z}_1 - \bar{p}_{p1}) + 360^\circ = 260,62^\circ$$

$$\phi_2 = \angle(\bar{z}_1 - \bar{p}_{p2}) = 94,26^\circ$$

$$\phi_3 = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\text{Im}(z_1)}{\text{Re}(z_1)} \right] = 48,06^\circ \Rightarrow 2 \times \phi_3 = 96,13^\circ$$

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\text{Im}(z_1)}{[\text{Re}(z_1) + 0,976]} \right] = 14,67^\circ$$

De la condición de fase, la deficiencia de 3
ángulo es:

$$\text{def} = \theta_1 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 - \phi_4 \quad \phi_3 = \phi_4 = 48,068^\circ$$

$$\text{def} = 14,67^\circ - 260,62^\circ - 94,26^\circ - 96,13^\circ$$

$$\text{def} = -436,34^\circ$$

El ángulo complementario sería

$$\text{def-c} = -436,34^\circ + 360^\circ = -76,34^\circ$$

Esto implica q' el ángulo (+) q' debe aportar el compensador es mayor a 180° por lo q' la ganancia del camino directo debe ser (-) y la condición de ángulo debe igualarse a 0° o 360° .

El ángulo del vector q' forma el cero del comp. Z_c con el eje real es

$$\theta_2 = 76,34^\circ$$

y el vector \bar{V}_5 entre Z_c y Z_1 tendrá una composición dada por:

$$\text{si } Z_c \text{ es } (-) \quad \bar{V}_5 = [\text{Re}(Z_1) + |Z_c|] + j \text{Im}(Z_1) \quad (A)$$

$$\text{o} \quad \bar{V}_5 = [\text{Re}(Z_1) - Z_c] + j \text{Im}(Z_1) \quad (B)$$

si Z_c es (+)

Calculamos con el módulo de $|Z_c|$ (A):

$$\theta_2 = \text{tg}^{-1} \left[\frac{\text{Im}(Z_1)}{\text{Re}(Z_1) + |Z_c|} \right] \Rightarrow \text{tg}(\theta_2) = \frac{\text{Im}(Z_1)}{\text{Re}(Z_1) + |Z_c|}$$

$$\text{Re}(Z_1) \times \text{tg}(\theta_2) + Z_c \times \text{tg}(\theta_2) = \text{Im}(Z_1)$$

$$\Rightarrow Z_c = \left[\frac{\text{Im}(z_1)}{\text{tg}(\theta_2)} \right] - \text{Re}(z_1)$$

Si $\left[\frac{\text{Im}(z_1)}{\text{tg}(\theta_2)} \right] < \text{Re}(z_1) \Rightarrow Z_c$ es (-)

Reemplazando valores, se tiene γ' :

$$Z_c = -0,219 \text{ rad/s}$$

Si $\theta_2 > \angle z_1 \Rightarrow Z_c$ se encuentra en el lado derecho del plano Z , o sea Z_c es (+).

Si $\theta_2 < \angle z_1 \Rightarrow Z_c$ se encuentra en el lado izquierdo del plano Z , o sea Z_c es (-).

Esta comparación puede hacerse p' calcular el módulo del vector $\sqrt{5}$

Como, en este caso $\theta_2 > \angle z_1 (48,07^\circ)$

entonces uso la relación (B) por γ' Z_c es (+) y se obtiene en 0 y 1.

A continuación se plantea la condición de módulos p' calcular K_1 :

$$-K_1 \times 0,58268 = \frac{\sqrt{v_1} \times \sqrt{v_2} \times \sqrt{v_3} \times \sqrt{v_4}}{\sqrt{v_5} \times \sqrt{v_6}}$$

$$+K_1 = \frac{0,556 \times 1,22 \times 0,449 \times 0,449}{0,58268 \times 1,319 \times 0,617} = -0,289$$

Finalmente, el compensador PD predictivo (5)
resulta:

$$G_{cd}(z) = \frac{-0,28903 \times (z - 0,2191)}{z^2}$$

El sobrepaso de la rta. al escalón resulta en
 $\approx 60\%$ y el tiempo de asentamiento de
 $\approx 3,5$ ms.

Con este frec. de muestreo de 5KHz no es
suficiente p' conseguir tales especificaciones
indicadas al inicio.

Se puede realizar un reajuste con SISSTOOL
o aumentar la frec. de muestreo al doble.