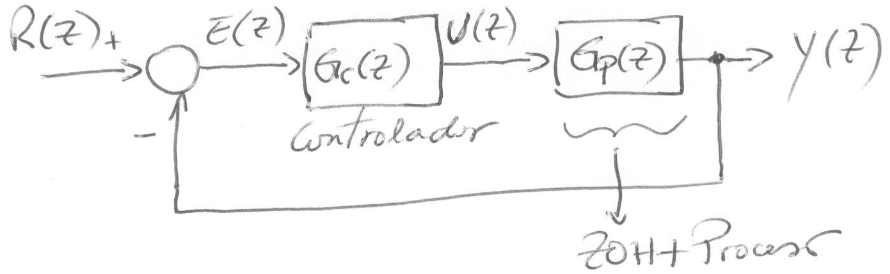
Digital controllers

Sistema muestreado



La función de transferencia de lazo cerrado del sist. de control está dada por:

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{G_c(z)\;G_p(z)}{1 + G_c(z)\,G_p(z)} \qquad (1)$$

Supongamos ahora q' deseamos q' esta F.T.L.C sea igual a una $T(z)$:

$$T(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} \qquad (2)$$

entonces, la F.T del controlador estará dada por:

$$G_c(z)\,G_p(z) = T(z)\left[1 + G_c(z)\,G_p(z)\right]$$
$$= T(z) + T(z)\,G_c(z)\,G_p(z)$$

$$G_c(z)\,G_p(z) - T(z)\,G_c(z)\,G_p(z) = T(z)$$

$$\left[1 - T(z)\right]\left[G_c(z)\,G_p(z)\right] = T(z)$$

$$\Rightarrow \quad G_c(z) = \frac{T(z)}{1 - T(z)} \times \frac{1}{G_p(z)} \qquad (3)$$

debe ser conocido

$G_c(z)$ debe ser propio o est. propio

Una de las restricciones q' afectan a (2)
$G_c(z)$ es la realizabilidad, o sea, q' el orden del numerador no exceda el orden del denom.

Controlador Deadbeat

El controlador deadbeat es aquel q' permite que la salida del sistema siga a la entrada en escalón (sin presentar sobrepaso) pero retrasada en 1 o más períodos de muestreo, según sea el orden de la planta.

O sea, la salida debe ser igual a la entrada en c/instante de muestreo, luego de la aplicación de una entrada en escalón unitario.

P' q' esto sea posible, la función de transferencia de lazo cerrado debe ser:

$$T(z) = z^{-K} \quad \text{donde } K \geq 1 \qquad (4)$$

de (3), la F.T. del controlador está dada por:

$$\boxed{G_c(z) = \frac{1}{G_p(z)}\left(\frac{z^{-K}}{1-z^{-K}}\right)} \qquad (5)$$

Ejemplo: $G_p(s) = \dfrac{e^{-2s}}{1+10s}$

Asúmase $T = 1 seg$.

$$G_{pd}(z) = Z\left[\frac{1-e^{-sT}}{s} G_p(s)\right] = (1-z^{-1})\, Z\left[\frac{e^{-2s}}{s(1+10.s)}\right] \quad (3)$$

ó

$$G_{pd}(z) = (1-z^{-1})\, z^{-2}\, Z\left[\frac{1}{s(1+10.s)}\right]$$

$$= (1-z^{-1})\, z^{-2}\, Z\left[\frac{1/10}{s(s+1/10)}\right]$$

por tablas de transformada Z se obtiene

$$G_{pd}(z) = (1-z^{-1})\, z^{-2}\, \frac{z(1-e^{-0,1})}{(z-1)(z-e^{-0,1})}$$

$$= z^{-3}\, \frac{(1-e^{-0,1})}{1-e^{-0,1}.z^{-1}}$$

$$\boxed{G_{pd}(z) = \frac{0{,}095\, z^{-3}}{1-0{,}904\, z^{-1}}}$$

de la (5) se obtiene:

$$G_c(z) = \frac{1-0{,}904\, z^{-1}}{0{,}095\, z^{-3}} \times \frac{z^{-k}}{1-z^{-k}}$$

p/ la realizabilidad de este controlador, $k \geq 3$

Con $k=3$ se tiene:

$$G_c(z) = \frac{1-0{,}904\, z^{-1}}{0{,}095 . z^{-3}} \times \frac{z^{-3}}{1-z^{-3}}$$

$$G_c(z) = \frac{z^3 - 0{,}904\, z^2}{0{,}095(z^3-1)}$$

$$G_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{z^3 - 0{,}904\,z^2}{0{,}095\,z^3 - 0{,}095}$$

$$0{,}095\,z^3 U(z) - 0{,}095\,U(z) = z^3 E(z) - 0{,}904 \cdot z^2 E(z)$$

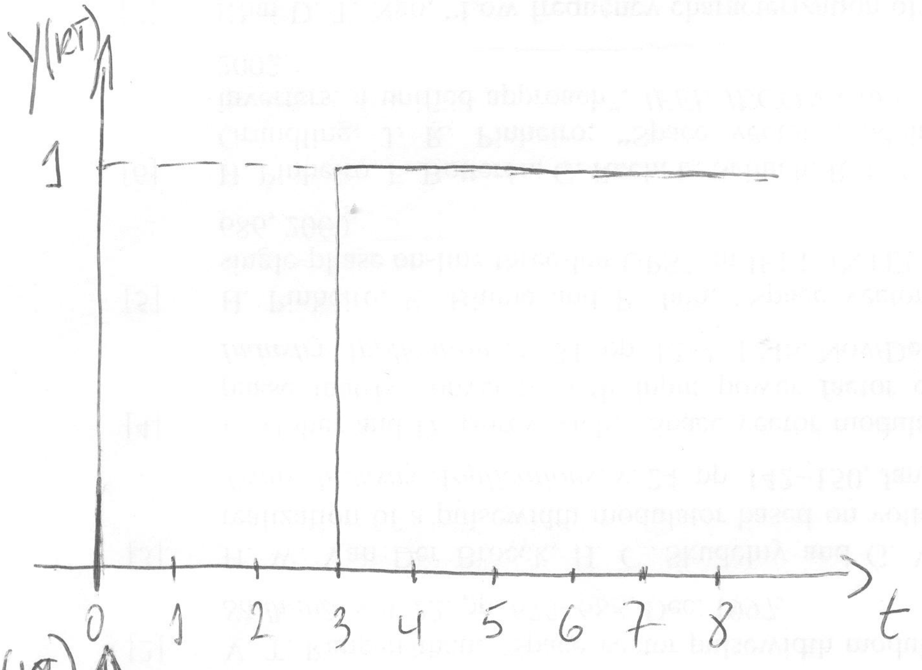
$$0{,}095\,u(k+3) - 0{,}095\,u(k) = e(k+3) - 0{,}904\,e(k+2)$$

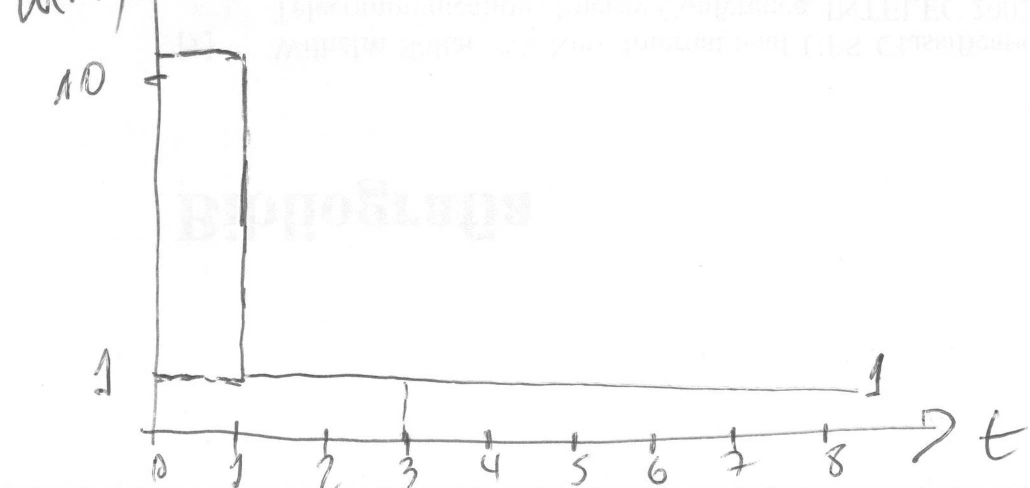
$$0{,}095\,u(k) - 0{,}095\,u(k-3) = e(k) - 0{,}904\,e(k-1)$$

$$u(k) = u(k-3) + 10{,}52\,e(k) - 9{,}51\,\underbrace{e(k-1)}_{1}$$

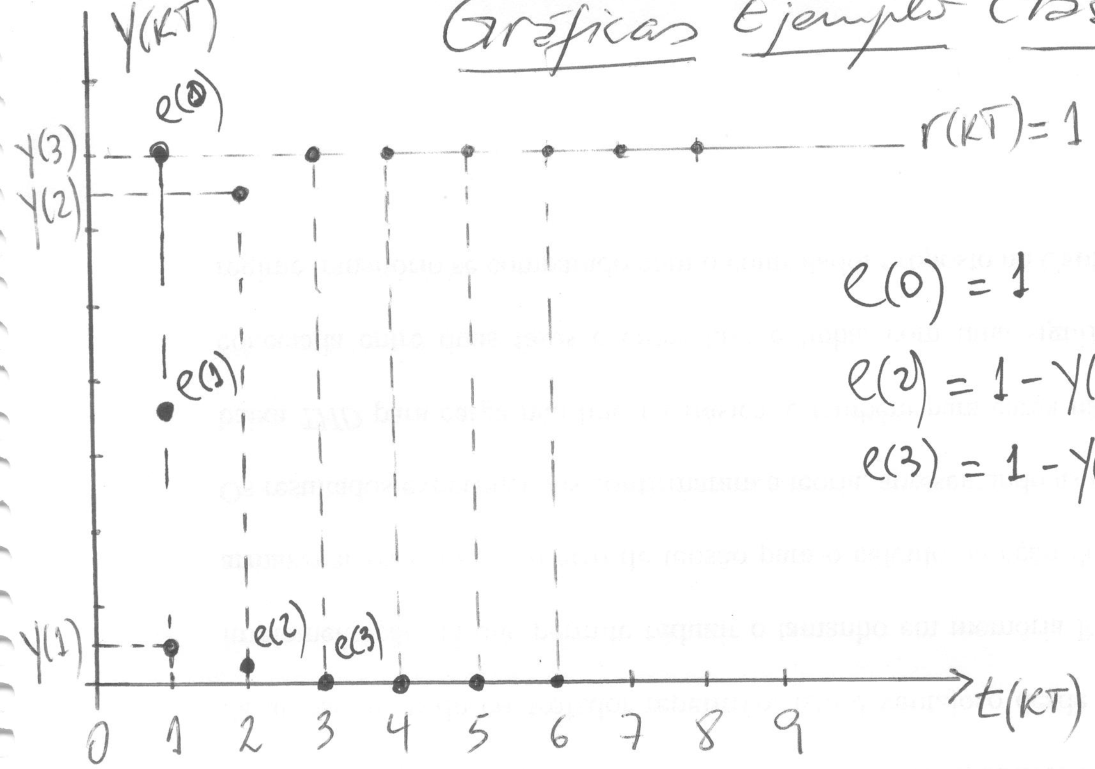
$$u(0) = 10{,}52$$

$$u(1) = 10{,}52 - 9{,}51 = 1{,}01$$





Gráficas Ejemplo Clase Teórica



$e(0) = 1 \quad e(1) = 1 - Y(1) = 0,596$

$e(2) = 1 - Y(2) = 0,04$

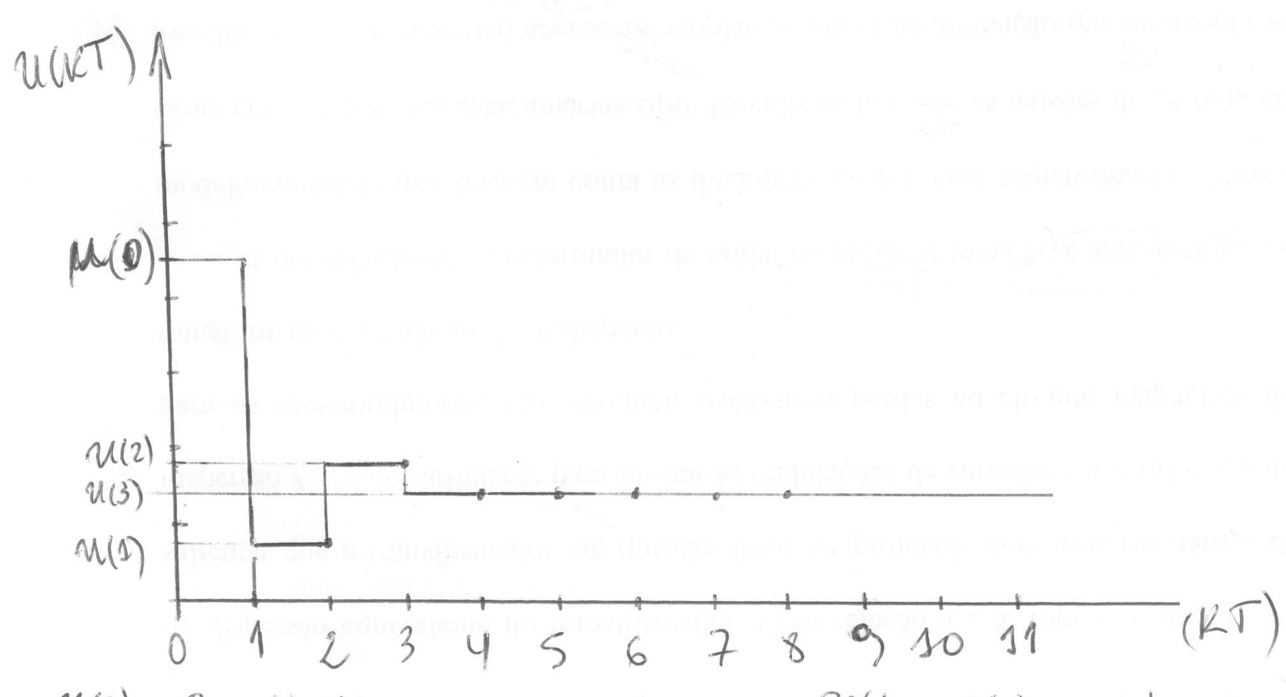
$e(3) = 1 - Y(3) = 0$

$$Y(z) = T(z)\,R(z) = (0,404\,z^{-1} + 0,556\,z^{-2} + 0,04\,z^{-3})\,\frac{z}{z-1}$$

$Y(0) = 0 \; ; \; Y(1) = 0,404$

$Y(2) = 0,556 + Y(1) = 0,96$

$Y(3) = Y(2) + 0,04 = 1$



$u(0) = q_0 = 4,44 \; ; \; u(1) = u(0) + q_1 = 0,804 \; ; \; u(2) = u(1) + q_2 = 1,546$

$u(3) = u(2) + q_3 = 1,502$