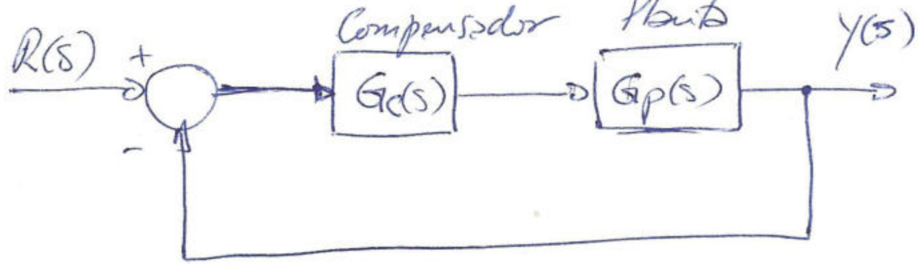
Diseño de Compensadores utilizando el L.R

* Repaso de diseño en el dominio continuo.

Ejemplo 1.



donde: $G(s) = \dfrac{1080}{s(s+6)(s+18)}$

$$G_c(s) = K_d(s+a) \rightarrow PD$$

$$K_d = K.T_d \qquad a = 1/T_d$$

Se imponen las sig. especificaciones de desempeño:

$$t_s = 1 \text{ seg.} \qquad M_p = 10\%$$

P/ cumplir estas especificaciones, los polos domin. del sistema en L.C deben estar en:

$$t_s = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow \sigma = 4$$

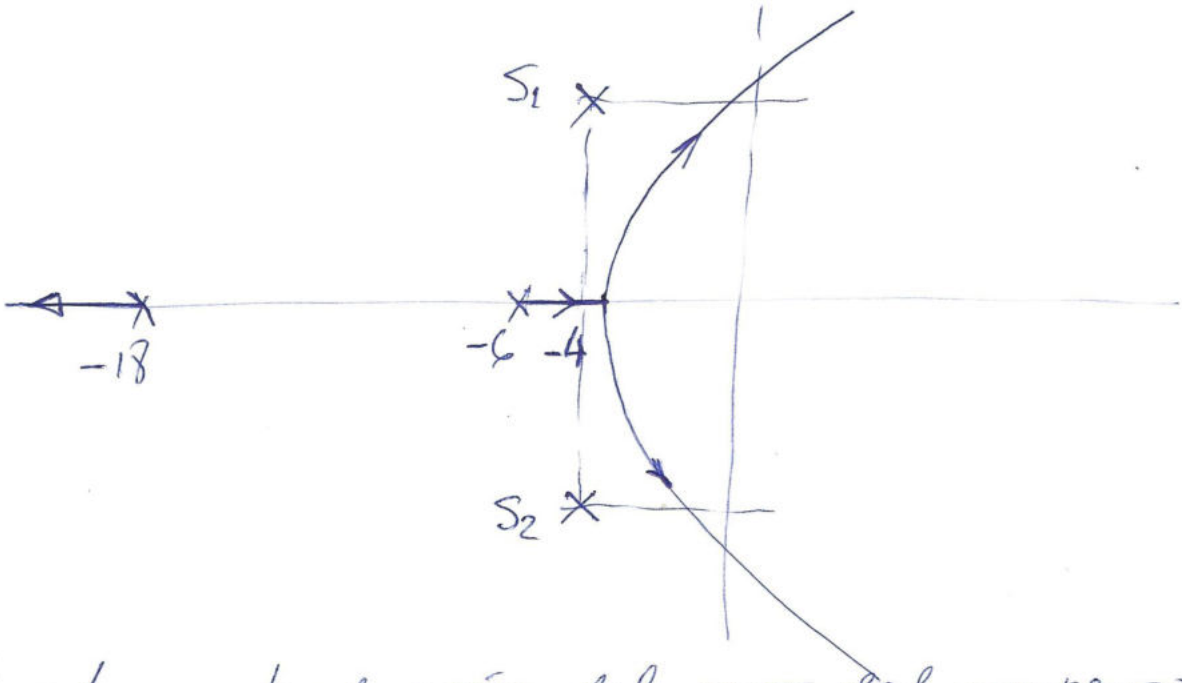
$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d} \Rightarrow \omega_d = \frac{-\pi\sigma}{\ln M_p} = 5{,}458$$

Polos dominantes en L.C

$$\boxed{s_{1,2} = -4 \pm j5{,}458}$$

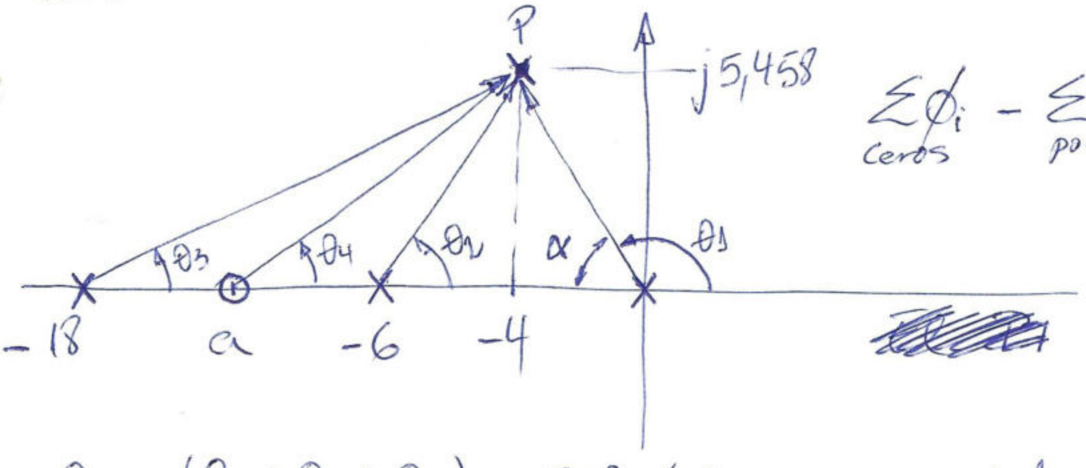
Gm = 16,2dB
Pm = inf

Si trazamos el L.R p/ el sistema en L.C



→ La introducción del cero del compensador PD permite q' atraiga las ramas del L.R hacia los polos dominantes.

* P' q' estos polos ∈ al L.R debemos imponer la condición de ángulo y así obtener la posición del cero "a" del PD:



$$\sum_{\text{ceros}} \phi_i - \sum_{\text{polos}} \phi_i = \pm 180^\circ$$

$$\theta_4 - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = 180^\circ \text{ (fase en adelanto (+))}$$

$$\theta_1 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - tg^{-1}\frac{5{,}458}{4}$$

$$tg^{-1}\frac{5{,}458}{(a-4)} - 180^\circ + tg^{-1}\frac{5{,}458}{4} - tg^{-1}\frac{5{,}458}{6-4} - tg^{-1}\frac{5{,}458}{18-4} = 180^\circ$$

$$tg^{-1}\frac{5,458}{a-4} - 180° + 53,76° - 69,87° - 21,29° = 180°$$

$$tg^{-1}\frac{5,458}{a-4} = 180° + 217,4° = 397,4°$$

$$\frac{5,458}{a-4} = tg(397,4°) = 0,7645$$

$$5,458 = (a-4)\times 0,7645 = a\times 0,7645 \cancel{-} 3,058$$

$$\Rightarrow a = \frac{5,458 + 3,058}{0,7645}$$

$$\boxed{a = 11,14}$$

* A seguir debemos calcular la ganancia en los polos dominantes y así obtener Kd:

Aplicando la condición de módulo tenemos,

$$\left.\frac{|s+a|\,1080}{|s|\,|s+6|\,|s+18|}\right|_{s_{1,2}} = \left|\frac{1}{Kd}\right| = \frac{1}{Kd}$$

$s = -4 + j5,458$

$$\Rightarrow \frac{Kd \cdot 1080 \times \sqrt{(11,14-4)^2 + 5,458^2}}{\sqrt{4^2+5,458^2}\times\sqrt{(6-4)^2+5,458^2}\times\sqrt{(18-4)^2+5,458^2}} = 1$$

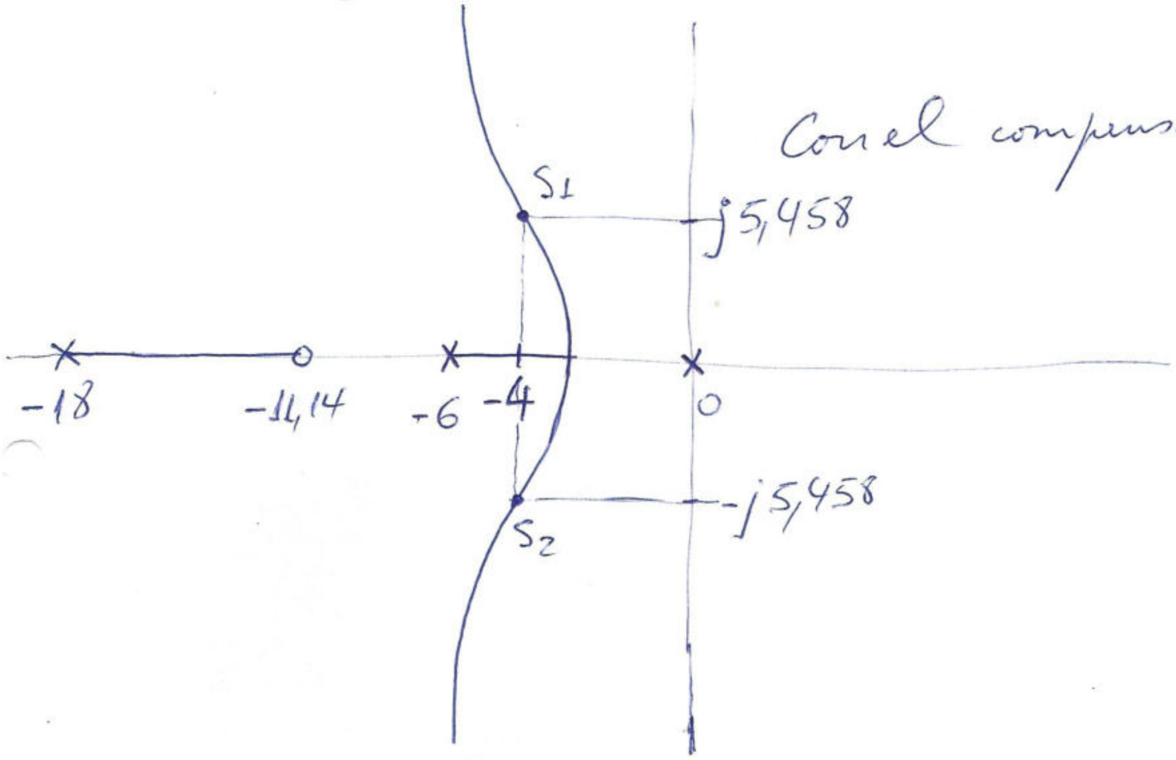
$$\frac{Kd \times 8,987 \times 1080}{6,766 \times 5,812 \times 15,026} = 1$$

$$Kd \times 16,426 = 1 \Rightarrow \boxed{Kd = 0,0608}$$

La F.T del compensador PD resulta:

$$G_c(s) = 0{,}0608\,(s + 11{,}14)$$

→ Si trazamos el L.R este resulta:



→ Si queremos implementarlo en un µP discretizamos nuestra $G_c(s)$ utilizando alguna técnica ya vista, eligiendo un T de muestreo adecuado.

Acerca de la selección del periodo de muestreo:

→ P/ sistemas oscilatorios, es natural normalizar el T respecto al periodo de oscilación.

→ P/ sistemas no oscilatorios (como en el ejemplo anterior), el tiempo de subida t_r sería un factor de normalización natural.

$\frac{T}{t_{95}}$ 7,0,2

definimos: $\boxed{N_r = \frac{t_r}{T}}$ Nº de muestras por tiempo de subida

Por ejemplo, en un sistema de 1º orden t_r = ctte. de tiempo del sistema, por tanto es razonable elegir N_r entre 4 y 10.

Por ejemplo si $t_r = 0,5$ y $N_r = 10$

$\Rightarrow$ $\underline{T = 0,05 \text{ seg.}}$

si $N_r = 4$ $\Rightarrow$ $\underline{T = 0,125 \text{ seg.}}$

P/ sistemas de 2º orden con $\xi = 0,7$ se toma como intervalos de valores adecuados

$$\omega T = 0,1 - 0,6$$

donde ω es la frecuencia natural deseada de lazo cerrado

<u>Estructuras</u> <u>cero-polo</u> y <u>polo-cero</u>

$$G_c(s) = K \frac{s+\omega_c}{s+\omega_p}$$

Problema en el dominio del tiempo:
Estos compensadores introducen 2 singularidades 1 cero y un polo y además debe calcularse la constante K.

Bajo determinadas aproximaciones y dentro de una determinada región del plano s

el diseño en el dominio del tiempo (6)
verifica las especificaciones deseadas.
Siendo s_i un punto de dicha región, deben cumplirse las condiciones de ángulo y módulo p' s_i sea un polo de L.C del sistema:

Siendo: (Conexión serie)

$$G_{la}(S) = G_c(S) \cdot G_p(S)$$

$$\angle G_p(s_i) + \angle G_c(s_i) = \pm 180°$$

$$\Rightarrow \angle G_p(s_i) + \arctg \frac{\omega_d}{\omega_c - \sigma} - \arctg \frac{\omega_d}{\omega_p - \sigma} = \pm 180°$$

$$|G_p(s_i)| * K * |G_c(s_i)| = 1$$

$$\Rightarrow |G_p(s_i)| \cdot K \cdot \frac{\sqrt{(\omega_c - \sigma)^2 + \omega_d^2}}{\sqrt{(\omega_p - \sigma)^2 + \omega_d^2}} = 1$$

con $s_i = -\sigma \pm j\omega_d$

→ A estas 2 ecuaciones se le agrega la condición del error estacionario (de posición o de velocidad) lo q' forma un conjunto de 3 ecuaciones con 3 incógnitas, las q' pueden solucionarse por métodos numéricos.

→ Luego deben verificarse las aproximaciones realizadas. A veces el proyecto debe realizarse en 2 ó 3 etapas, por tanto es más útil y sencillo proyectar estas estructuras en el dominio frecuencial.

Así mismo, puede a veces elegirse el cero o el polo (dependiendo la configuración) teniendo en cuenta de no efectuar una cancelación de polo o cero con la planta q' cumpla una función específica.

---

* Las técnicas de proyecto en el dominio de tiempo discreto son idénticas a las efectuadas en el dominio continuo.
y las reglas del trazado del L.R en el dominio discreto son las mismas q' las del Plano "S".

Proyecto de controladores PI y PD.

Acción Derivativa : Diferencia entre 2 muestras

$$G_d(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = K_d\frac{(1-z^{-1})}{T} = \frac{K_d}{T}\,\frac{z-1}{z}$$

Acción Integral : Integración trapezoidal.

$$G(z) = K_i\,\frac{T}{2}\,\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} = K_i\,\frac{T}{2}\,\frac{z+1}{z-1}$$

Control PI discreto

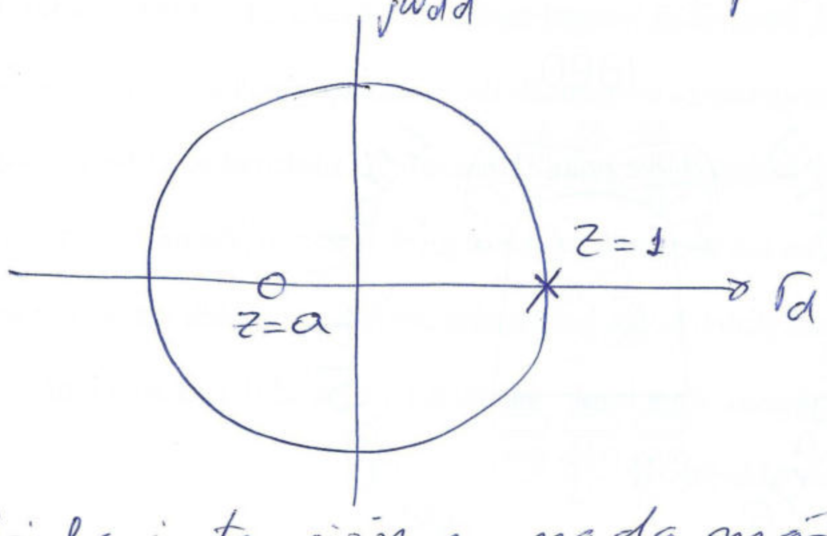
$$G_{PI}(z) = K_p + K_i \frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}$$

podemos reescribir:

$$G_{PI}(z) = \left(K_p + K_i \frac{T}{2}\right) \frac{z+a}{z-1}$$

donde $|a| = \dfrac{K_i T - 2K_p}{K_i T + 2K_p}$

Este controlador introduce un polo en $z=1$ eliminando el error al escalón en estado estac. y un cero sobre el eje real del plano z q' dependerá de la relación entre K_p y K_i



→ Si la intención es nada más de mejorar error en regimen permanente, se puede cancelar uno de los polos de la planta con el cero ($z=a$) introducido por el PI.

Control PD discreto

$$G_{PD}(z) = K_p + \frac{K_d}{T}\,\frac{z-1}{z} = \frac{K_pT+K_d}{T} \times \frac{z-a}{z}$$

$$a = \frac{K_d}{K_pT+K_d}$$

El PD introduce un polo en $z=0$ y un cero sobre el eje real del Plano z ~~xx~~ dado por a y q' depende de la relación entre Kd y Kp y T

Diseño:

→ Cancelación polo-cero, cancelando un polo de la planta q' presente una respuesta lenta del sistema con el cero introducido por el PD. (ó rta. oscilatoria)

→ Especificación temporal, considerando q' la zona útil p/ ubicar el cero está entre $z=0$ y $z=1$

Control PID discreto.

$$G_{PID}(z) = K_p + K_i \frac{T}{2} \frac{z+1}{z-1} + \frac{K_d}{T} \frac{z-1}{z}$$

$$G_{PID}(z) = \frac{K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d}{2T} \times \frac{z^2 + a.z + b}{z.(z-1)}$$

donde:
$$\begin{cases} a = \dfrac{K_i T^2 - 4K_d - 2K_p T}{K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d} \\ b = \dfrac{2K_d}{K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d} \end{cases}$$

El PID discreto tiene: 1 polo $z = 1$
1 polo $z = 0$

1 par de ceros p' situar en el plano z según las especificaciones

* Como tiene $\boxed{\text{1 cero (+)}}$ q' el PI discreto esto da un grado de libertad adicional en el diseño.

Ejemplo.

Sea $G_p = \dfrac{10}{(s+1)(s+2)}$ $\quad T = 0,1$ seg

$$G_{pd} = \frac{0,04528\,(z+0,9048)}{(z-0,9094)(z-0,8146)}$$

El sistema "no tiene polo" en $z=1$ portanto tendrá error en régimen permanente.

→ Nos interesa solo eliminar error estacionario de posición.

Usamos un PI. El cero del PI puede usarse p/ cancelar un polo de la planta.

Criterio: El polo a cancelar debe ser el q/ se encuentra mas próximo a $z=1$ p/ de esta forma aumentar el margen de estabilidad del sistema.

Por tanto: el cero del PI es dado por

$$\frac{K_i T - 2K_p}{K_i T + 2K_p} = -0,9094$$

obtenemos $\dfrac{K_p}{K_i} = 1,054 \; (1,054)$

eligiendo $K_p = 1 \Rightarrow K_i = \dfrac{1}{1,054} = 0,949$

De esta forma: $G_{PI}(z)=\left(K_p+K_i\frac{T}{2}\right)\cdot\frac{z+a}{z-1}$ (12)

$$G_{PI}(z)=1{,}047\times\frac{(z-0{,}9048)}{z-1}$$

y la F.T. LA:

$$G_{la}(z)=G_{PI}\times G_{pd}=\frac{1{,}047\times0{,}04528(z+0{,}9048)}{(z-1)(z-0{,}8146)}$$

$$\boxed{G_{la}(z)=\frac{0{,}047\,(z+0{,}9048)}{(z-1)(z-0{,}8146)}}$$

Si obtenemos los polos de lazo cerrado estos se encuentran:

$$z_{1,2}=0{,}8844\pm j\,0{,}2778$$

El sistema resulta estable

y el error estacionario al escalón es nulo

Queremos ahora aplicar un PID discreto a esta planta donde el coeficiente de velocidad sea

$K_v=5$

$$K_v=\lim_{z\to1}\frac{z-1}{T}\cdot G_{la}(z)=\lim_{z\to1}\frac{z-1}{T}\times G_{PID}\times G_{pd}$$

$$G_{la}=\left(K_p+\frac{K_iT}{2}\times\frac{z+1}{z-1}+\frac{K_d}{T}\times\frac{z-1}{z}\right)G_p$$

$$\frac{z-1}{T}\times G_{la}=\left[\frac{(z-1)}{T}\times K_p+\frac{K_i\cancel{T}}{2}\times\frac{(z+1)}{\cancel{(z-1)}}\times\frac{\cancel{(z-1)}}{\cancel{T}}+\frac{K_d}{T}\times\frac{(z-1)}{z}\times\frac{(z-1)}{T}\right]\times G_p$$

$$= \frac{(z-1)}{T} K_p + \frac{K_i}{2} \times (z+1) + \frac{K_d}{T^2 z}(z-1)^2 \times \frac{0{,}045 \times (z+0{,}9048)}{(z-0{,}9094)(z-0{,}8146)}$$

$$K_v = \lim_{z \to 1} K_i \times \frac{0{,}045 \times 1{,}9048}{0{,}0906 \times 0{,}1854} = 5{,}134 . K_i$$

$$K_v = 5{,}134 \times K_i = 5$$

$$\Rightarrow \boxed{K_i = \frac{5}{5{,}134} = 0{,}974}$$

del Método de cancelación de polo-cero se pueden obtener K_p y K_d:

$$z^2 + a.z + b = (z-0{,}9094)(z-0{,}8146)$$

$$= z^2 - 1{,}724 z + 0{,}7408$$

igualando coeficientes:

$$a = -1{,}724 = \frac{K_i T^2 - 4K_d - 2K_p T}{K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d}$$

$$b = 0{,}7408 = \frac{2K_d}{K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d}$$

Solucionando el sistema de ecuaciones se obtienen K_d y K_p.

$$K_p = 1{,}454 \quad K_d = 0{,}43$$

$$G_{PID}(z) = 5{,}798 \times \frac{z^2 - 1{,}724 . z + 0{,}7408}{z . (z-1)}$$

Control con PD discreto

Sea $G_p = \frac{K}{(s+1)(s+2)}$ $T = 0{,}1$ seg

Diseñar el sist. en L.C tal que se cumplan las sig. especificaciones:

$$M_p = 16{,}3\%$$
$$t_s = 2 \text{ seg}$$

P/ cumplir las especificaciones debe diseñarse un PD cuya FoT está dada por:

$$G_c(z) = \frac{z-a}{z}$$

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = 2 \Rightarrow \sigma = 2$$

$$M_p = e^{-\sigma\pi/\omega_d} \Rightarrow \omega_d = 3{,}4641$$

$$s_{1,2} = -\sigma \pm j\omega_d = -2 \pm j\,3{,}4641$$

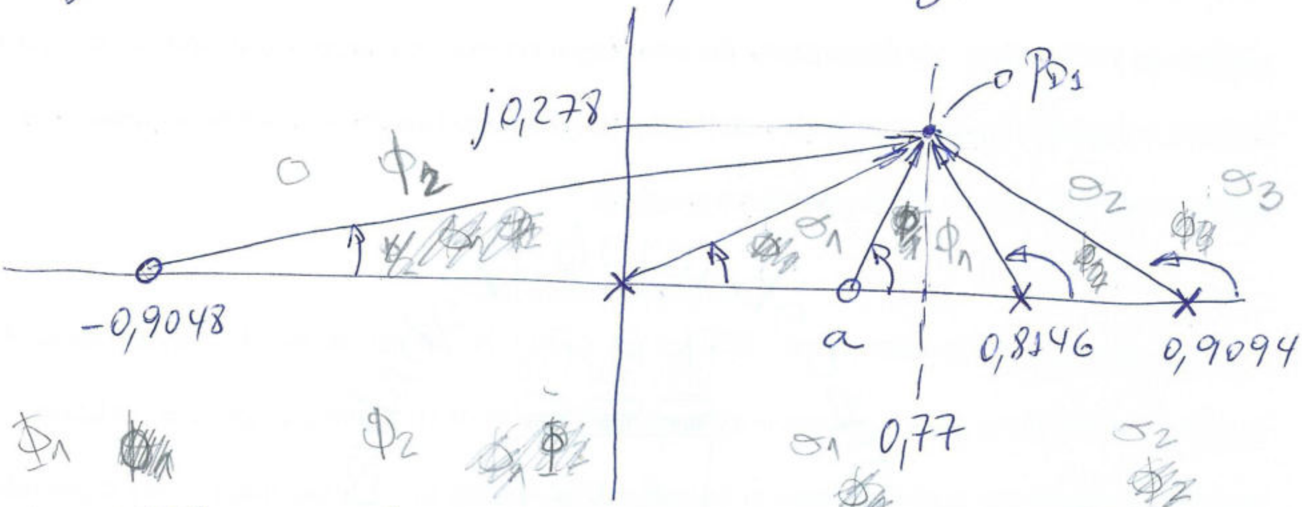
siendo $T = 0{,}1$ seg.

$$p_{D_{1,2}} = e^{sT} = e^{-\sigma T} \cdot e^{\mp j\omega_d \cdot T} = 0{,}77 \pm j\,0{,}278$$

$$G_{pd}(z) = \frac{0{,}004528\,(z+0{,}9048) \cdot K}{(z-0{,}9094)(z-0{,}8146)}$$

$$G_{la}(z) = \frac{K \times 0{,}004528 \times (z-a)\,(z+0{,}9048)}{z \times (z-0{,}9094) \times (z-0{,}8146)}$$

P' q' las raíces deseadas ∈ al L.R debe cumplirse la condición de ángulo



$$\operatorname{arctg}\frac{0,278}{0,77-a} + tg^{-1}\frac{0,278}{0,9048+0,77} - tg^{-1}\frac{0,278}{0,77} - 180° + tg^{-1}\frac{0,278}{0,814-0,77} -$$

$$-180° + tg^{-1}\frac{0,278}{0,9094-0,77} = 180°$$

$$tg^{-1}\frac{0,278}{0,77-a} + 9,4252 - 19,8516° - 180° + 81,0062° - 180° +$$

$$+ 63,369° = 180°$$

$$tg^{-1}\frac{0,278}{0,77-a} - 226,0512 = 180°$$

$$\Rightarrow \frac{0,278}{0,77-a} = tg(406,0512) = 1,0374$$

$$0,278 = 0,7988 - 1,0374 . a$$

$$\Rightarrow a = \frac{0,7988 - 0,278}{1,0374}$$

$$\boxed{a = 0,5}$$

Aplicando la condición de módulo se obtiene el valor de K: $z_1 = 0{,}77 + j0{,}278$

$$\frac{K \times 0{,}00452 \times \sqrt{(0{,}77-0{,}5)^2+0{,}278^2} \times \sqrt{(0{,}77+0{,}9048)^2+0{,}278^2}}{\sqrt{0{,}77^2+0{,}278^2} \times \sqrt{(0{,}8146-0{,}77)^2+0{,}278^2} \times \sqrt{(0{,}9094-0{,}77)^2+0{,}278^2}} = 1$$

$$K \times \frac{0{,}03}{0{,}0717} = 1 \Rightarrow K \times 0{,}0415 = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 24{,}1043}$$

N.º de muestras por ciclo podemos calcularlo aproximadamente como:

$$\frac{\omega_s}{\omega_d} = \frac{2\pi/T}{\omega_d} = 18{,}138 \text{ muestras}$$

$$\omega_d = 3{,}4641 = 2 \cdot \pi \cdot f_d \Rightarrow f_d = 0{,}5513$$

$$T_d = \frac{1}{f_d} = 1{,}8138 \text{ seg.}$$

También, siendo ω_n de los polos C.C deseados $\cancel{\omega_n = 0{,}8187}$ $\boxed{\omega_n = 4}$

$$\cancel{\omega_s = 0{,}1\,\omega_n = 0{,}08 = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\cancel{\Rightarrow T =}$$

$$\cancel{\omega_s = 0{,}1 \times \omega_n = 0{,}4 = \frac{2\pi}{T}}$$

$$\boxed{\omega_n T = 0{,}1 \Rightarrow T = 0{,}02 \text{ seg}}$$

Sea $G_{pd} = \frac{0,864}{z^2(z-0,135)}$

$$G_p = \frac{1-e^{-Ts}}{s} \times \frac{e^{-2Ts}}{s+1}$$

$$1-e^{-Ts} = 1-z^{-1} \qquad e^{-2Ts} = z^{-2}$$

(17)

Se desea diseñar un PI tal q' los polos tengan un $\xi = 0,5$ y el Nº de muestras x ciclo de oscilación sea 10, o sea:

$$\frac{\omega_d}{\omega_s} = 0,1 \qquad \frac{T_d}{T} = 10$$

Siendo $z = e^{Ts} = e^{T(-\xi\omega_n \pm j\omega_d)}$

y $\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}}$ $\qquad T = \frac{2\pi}{\omega_s}$

$$\boxed{z = e^{-\frac{2\pi}{\omega_s}\xi\frac{\omega_d}{\sqrt{1-\xi^2}} \pm j\frac{2\pi}{\omega_s}\omega_d}} \rightarrow \text{raíces deseadas}$$

$$G_c(z) = K_p + K_i\frac{1}{1-z^{-1}} = (K_p+K_i) \times \frac{z - \frac{K_p}{K_p+K_i}}{z-1}$$

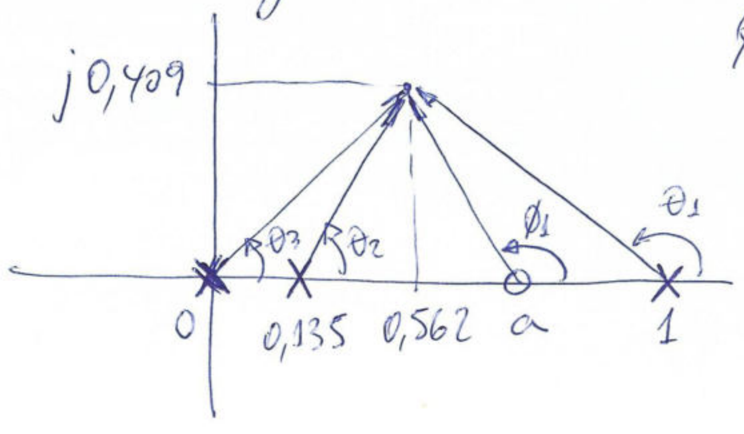
$$K = K_p + K_i \qquad a = \frac{K_p}{K_p+K_i}$$

De las especificaciones tengo que:

$$z_{1,2} = 0,562 \pm j\,0,409$$

1) Aplico la condición de ángulo p' q' $z_{1,2} \in$ al L.R y ubicar el cero del PI:

$$\phi_1 - \theta_1 - \theta_2 - 2\theta_3 = -180°$$



$$180° - tg^{-1}\frac{0,409}{a-0,562} = \phi_1$$

$$\theta_1 = 180° - tg^{-1}\frac{0,409}{1-0,562} \qquad \theta_2 = tg^{-1}\frac{0,409}{0,562-0,135} = tg^{-1}\frac{0,409}{0,427}$$

$$\theta_3 = tg^{-1}\frac{0,409}{0,562} = \boxed{36°} \qquad \boxed{\theta_2 = 43,76°}$$

$$\theta_1 = \boxed{136,96°}$$

$$\phi_1 - 136,96° - 43,76° - 2 \times 36° = -180$$

$$\phi_1 - 252,72° = -180°$$

$$\phi_1 = -180 + 252,72°$$

$$\phi_1 = 72,72°$$

$$\Rightarrow \quad 180 - tg^{-1}\frac{0,409}{a-0,562} = 72,72°$$

$$\frac{0,409}{a-0,562} = tg(180 - 72,72) = tg(107,28) = -3,21$$

$$0,409 = -3,21 . a + 1,8 \Rightarrow a = \frac{0,409-1,8}{-3,21}$$

$$\boxed{a = 0,433}$$

2) de la condición obtengo la ganancia K p/ las raíces deseadas:

$$\frac{K . |z-a| \times 0,864}{|z|^2 \times |z-1| \times |z-0,135|} = 1$$

$$\frac{K \times 0,864 \times \sqrt{(0,562-0,433)^2 + 0,409^2}}{(0,562^2+0,409^2) \times \sqrt{(0,562-1)^2+0,409^2} \times \sqrt{(0,562-0,135)^2+0,409^2}} = 1$$

$$K \times \frac{\cancel{0{,}353}^{\,0{,}37}}{0{,}17} = 1 \Rightarrow \boxed{K = \cancel{0{,}48}^{\,0{,}46}}$$

$$K_p + K_i = \cancel{0{,}48}^{\,0{,}46} \qquad \frac{K_p}{K_p + K_i} = 0{,}433$$

$$K_p = 0{,}48 - K_i$$

$$\frac{0{,}48 - K_i}{0{,}48 - \cancel{K_i} + \cancel{K_i}} = 0{,}433 \Rightarrow K_i = -0{,}433 \times 0{,}48 + 0{,}48$$

$$\boxed{K_i = 0{,}272}$$

$$K_p = 0{,}48 - 0{,}272$$

$$\boxed{K_p = 0{,}208}$$

Sea el siguiente sistema:

$$G_p = \frac{36}{s\cdot(s+3{,}6)} \qquad G_c(z) = K\,\frac{z-a}{z-b}$$

Especificaciones: $M_p = 10\%$ $t_s = 0{,}8$ seg
$e_{ssp} = 0$

Obtener el periodo de muestreo p/ tener 20 muestras por ciclo:

$$\frac{T_d}{T} = 20 = \frac{2\pi/\omega_d}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi/\omega_d}{20}$$

$$t_s = \frac{4}{\sigma} = 0{,}8 \Rightarrow \sigma = \frac{4}{0{,}8} = 5$$

$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d} \Rightarrow \omega_d = \frac{-\pi\sigma}{\ln(0{,}1)} = 6{,}83$$

$$s_{1,2} = -5 \pm j6{,}83$$

$$Z_{1,2} = e^{sT} = e^{T(-5 \pm j6,83)}$$ (20)

$$T = \frac{2\pi/\omega d}{20} = 0,046 \text{ seg} \sim 50 \text{ mseg.}$$

$$\boxed{Z_{1,2} = 0,734 \pm j0,26}$$

→ Diseño del compensador (en adelanto). Este puede hacerse por cancelación cero-polo.

La F.T. de la planta discreta resulta

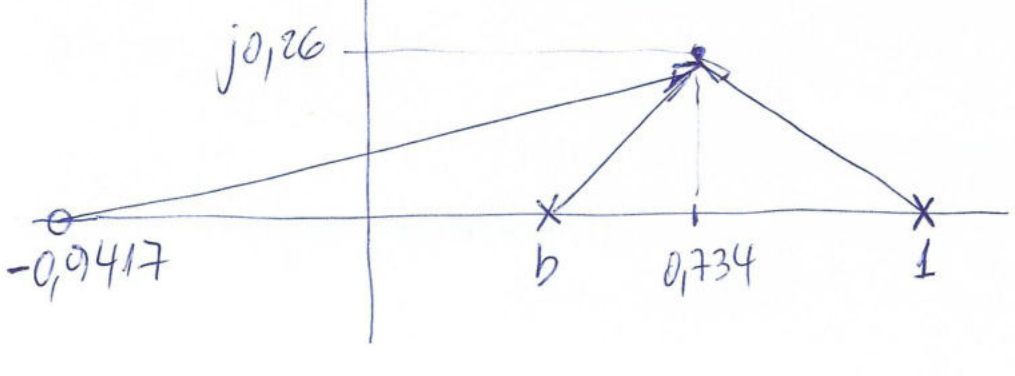
$$G_{pd}(z) = \frac{0,0424 \times (z + 0,9417)}{(z-1)(z-0,8352)}$$

Dado q' no se puede eliminar el polo en $z=1$ el cual permite q' el sistema tenga error nulo de régimen permanente, entonces se compensa el polo en 0,8352.

$$\boxed{a = 0,8352}$$

Resta hallar b y K.

Aplicando la condición de ~~módulo~~ ángulo y de módulo.



T.P. N° 2

1

Problema 1

$$G_p(s) = \frac{1080}{s(s+6)(s+18)}$$

$M_p = 25\%$ $t_s = 1{,}8$ seg $K_v = 20$ seg^{-1}

Proyectar un PD discreto

$\frac{T_d}{T} = 20$ $T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = 1{,}256$ seg

$\hookrightarrow T = \frac{T_d}{20} = 0{,}06$ seg.

de $t_s = \frac{4}{\sigma} = 1{,}8 \Rightarrow \boxed{\sigma = 2{,}22}$

de $M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d} = 0{,}25 \Rightarrow \boxed{\omega_d = \frac{-\pi\sigma}{\ln(0{,}25)} = 5{,}036}$

$\Rightarrow$ polos dominantes plano s

$$\boxed{s_{1,2} = -2{,}22 \pm j5}$$

$$z_{1,2} = e^{sT} = e^{T(-2{,}22 \pm j5)}$$

$$z_{1,2} = 0{,}8355 \pm j0{,}2604$$

$$G_{pd} = \frac{0{,}02764 \cdot z^2 + 0{,}07865 \cdot z + 0{,}01347}{z^3 - 2{,}037 \cdot z^2 + 1{,}274 \cdot z - 0{,}2369}$$

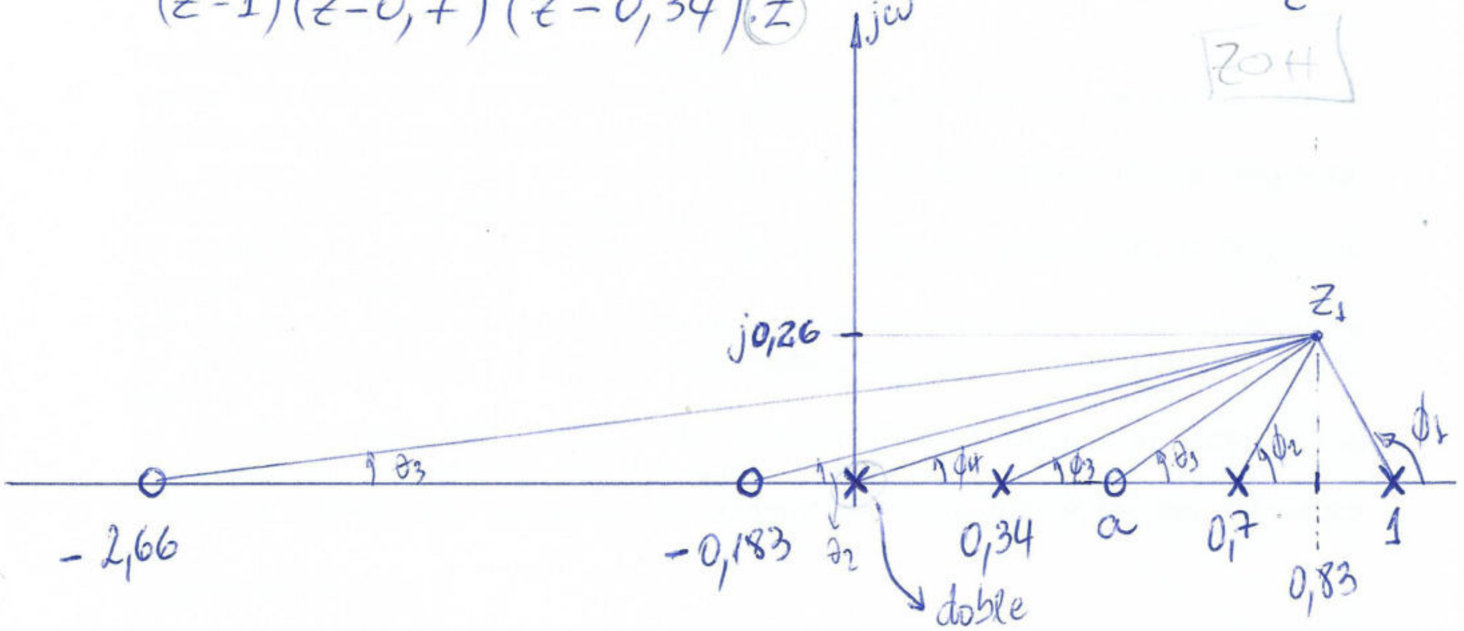
~~ceros~~ ceros: [-2,6636 -0,1830]

polos: [1 0,6979 0,3396]

Condición de angulo : $\underline{\underline{Z_1 = 0,83 + j\,0,26}}$ ②

$$G_{pd} = \frac{(Z+2,6636)(Z+0,183)}{(Z-1)(Z-0,7)(Z-0,34)\,Z} \qquad G_{cd} = K \times \frac{Z-a}{Z}$$

$\boxed{ZOH}$



$$\phi_1 = 180° - tg^{-1}\frac{0,26}{1-0,83} = 123°$$

$$\phi_2 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83-0,7} = 63,4° \qquad \phi_4 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83} = 17,39° \times 2$$

$$\phi_3 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83-0,34} = 27,95°$$

$$\theta_1 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83-a} \qquad \theta_2 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83+0,183} = 14,39°$$

$$\theta_3 = tg^{-1}\frac{0,26}{0,83+2,66} = 4,26°$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \overset{\times 2}{\phi_4}) = 180°$$

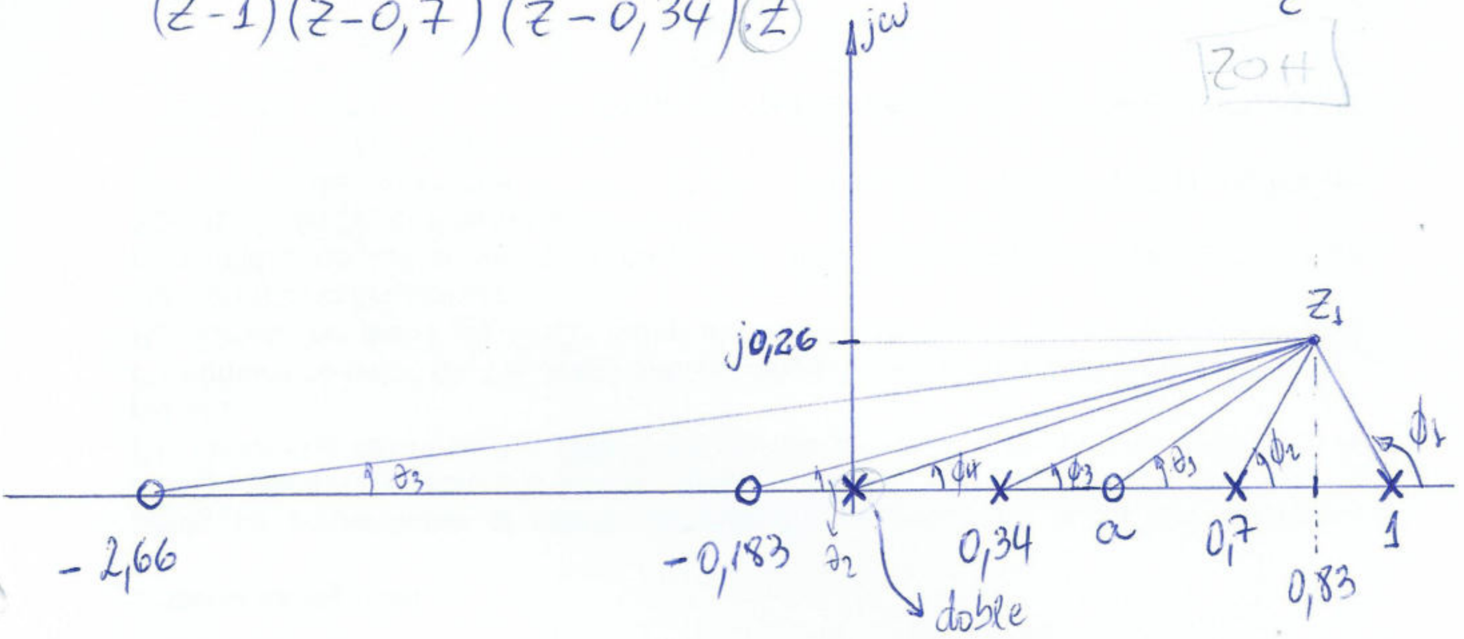
$$\theta_1 + 18,65° - 231,74° = 180° \Rightarrow \theta_1 = 180° + \overset{249,13}{\cancel{231,74}}° - 18,65°$$

$$\theta_1 = \cancel{393,09°}\ 410,48°$$

$$tg^{-1}\frac{0,26}{\quad} = \cancel{393,09°} = 410,48°$$

$$G_{pd} = \frac{(z+2{,}6636)(z+0{,}183)}{(z-1)(z-0{,}7)(z-0{,}34)\cdot z} \qquad G_{cd} = K \times \frac{z-a}{z}$$

ZOH



$$\phi_1 = 180° - tg^{-1}\frac{0{,}26}{1-0{,}83} = 123°$$

$$\phi_2 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83-0{,}7} = 63{,}4° \qquad \phi_4 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83} = 17{,}39° \times 2$$

$$\phi_3 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83-0{,}34} = 27{,}95°$$

$$\theta_1 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83-a} \qquad \theta_2 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83+0{,}183} = 14{,}39°$$

$$\theta_3 = tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83+2{,}66} = 4{,}26°$$

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \overset{\times 2}{\phi_4}) = 180°$$

$$\theta_1 + 18{,}65° - 231{,}74° = 180° \Rightarrow \theta_1 = 180° + \overset{249{,}13}{\cancel{231{,}74}}° - 18{,}65°$$

$$\theta_1 = \cancel{393{,}09°}\ 410{,}48°$$

π — 180, ϕ — $\frac{x \times 180}{\pi}$

$$tg^{-1}\frac{0{,}26}{0{,}83-a} = \cancel{393{,}09°} = 410{,}48°$$

$$\frac{0{,}26}{0{,}83-a} = tg(\cancel{393{,}09°}\ 410{,}48°) = \cancel{0{,}6516}\ 1{,}2122$$

$$\Rightarrow 0{,}6516(0{,}83-a) = 0{,}26$$

$$0{,}54 - 0{,}6516 \cdot a = 0{,}26$$

$$1{,}0061 - 1{,}2122 \cdot a = 0{,}26$$

$$-a = \frac{0{,}26 - 1{,}0061}{1{,}2122}$$

$$\boxed{a = 0{,}6155}$$

$$-0{,}54 + 0{,}6516 \cdot a = -0{,}26$$

$$\Rightarrow a = \frac{-0{,}26 + 0{,}54}{0{,}6516}$$

$$\boxed{a = \frac{0{,}28}{0{,}6516} = 0{,}4297}$$

$$a \simeq 0{,}43$$

Condición de Magnitud

$$G_{la} = \left| \frac{K \times (z+2{,}6636) \cdot (z+0{,}183) \times (z-a)}{z^2 \cdot (z-1) \cdot (z-0{,}7) \cdot (z-0{,}34)} \right|_{z_1} = 1$$

0,6155

$$\frac{K \times \sqrt{(0{,}83+2{,}6636)^2+0{,}26^2} \times \sqrt{(0{,}83+0{,}183)^2+0{,}26^2} \times \sqrt{(0{,}83-0{,}43)^2+0{,}26^2}}{\sqrt{0{,}83^2+0{,}26^2} \times \sqrt{(0{,}83-1)^2+0{,}26^2} \times \sqrt{(0{,}83-0{,}7)^2+0{,}26^2} \times \sqrt{(0{,}83-0{,}34)^2+0{,}26^2}} = 1$$

$$\frac{K \times 3{,}5 \times 1{,}045 \times \cancel{0{,}477}\ 0{,}3371 \times 0{,}02764}{0{,}87 \times 0{,}31 \times 0{,}29 \times 0{,}554} = 1 \Rightarrow K \times \frac{1{,}744}{0{,}0433} = 1$$

0,8676
0,7565

$$K \times 0{,}9065 = 1$$

$$\cancel{\Rightarrow K = 1{,}2715}$$

$$K = 1{,}106$$

$$\Rightarrow K = \frac{1 \times 0{,}0433}{1{,}744}$$

$$\boxed{K = 0{,}0248}$$

$$K = \frac{Kp \cdot T + Kd}{T} \quad (1) \qquad a = \frac{Kd}{KpT + Kd} \quad (2)$$

de (1): $Kp = \dfrac{K \cdot T - Kd}{T}$ (3) ó de (2): $Kd = a(KpT + Kd)$

$$Kd = \frac{a Kp \cdot T}{1-a} \quad (4)$$

sustituyendo (4) en (1)

$$\Rightarrow K = \frac{Kp \cdot T + \dfrac{a(KpT)}{1-a}}{T}$$

$$ó \; K \cdot T = Kp \cdot T + \frac{a Kp \cdot T}{(1-a)} = \frac{(1-a) Kp \cdot T + a Kp \cdot T}{(1-a)}$$

$$\Rightarrow K \cdot T(1-a) = Kp\left[(1-a)T + a \cdot T\right]$$

$$= Kp\left[T - \cancel{aT} + \cancel{aT}\right] = Kp \cdot T$$

$$\Rightarrow Kp = \frac{K \cdot T \cdot (1-a)}{T} = K(1-a)$$

$$\boxed{Kp = 0{,}014}$$

$$de (4) \Rightarrow Kd = \frac{a \cdot Kp \cdot T}{(1-a)} = \frac{0{,}0003612}{0{,}57}$$

$$\boxed{Kd = 0{,}00063}$$

Con la ec. 2

elijo: $K_p = 0{,}5 \Rightarrow a = \dfrac{K_d}{K_p T + K_d} \Rightarrow K_d = aTK_p + aK_d$

Esta es la que vale

$\Rightarrow K_d(1-a) = a.T.K_p$

$\Rightarrow K_d = \dfrac{a.T.K_p}{(1-a)}$

$\Rightarrow K_d = \dfrac{0{,}43 \times 0{,}06}{1-0{,}43}$

$\boxed{K_d = 0{,}0452}$

Con la ec. 1

elijo $K_p = 1 \Rightarrow K.T = T + K_d$

$\Rightarrow K_d = K.T - T$

$K_d = 0{,}0248 \times 0{,}06 - 0{,}06$

$\boxed{K_d = -0{,}0585}$

$\dfrac{z-1}{T} \times \dfrac{(z+c_1)(z+c_2) \times K_{dc}}{z.\cancel{(z-1)}(z-p_1)(z-p_2)} \times \left[K_p + K_d \times \dfrac{z-1}{T.z}\right]$

$\cancel{\dfrac{z-1}{T}}\ \dfrac{(z+c_1)(z+c_2) \times K_{dc}}{z.(z-p_1).(z-p_2).T} \times K_p + \underbrace{\dfrac{(z+c_1)(z+c_2)K_{dc}}{z(z-p_1)(z-p_2).T} \times \dfrac{K_d}{T} \times \dfrac{(z-1)}{z}}_{0}$

p/ $z = 1$

$\Rightarrow K_v = \dfrac{K_p \times (1+c_1)(1+c_2) \times K_{dc}}{1(1-p_1)(1-p_2).T} =$

$K_v = K_p \dfrac{-1{,}6641 \times 0{,}8170 \times 0{,}02764}{0{,}3023 \times 0{,}6604 \times 0{,}06} = -3{,}1372.K_p = 20$

T.P. N°2

Problema 3 : $G_p(s) = \frac{10}{s+10}$ $T = 0,01$ seg.

Proyectar un PI discreto

Especificaciones:

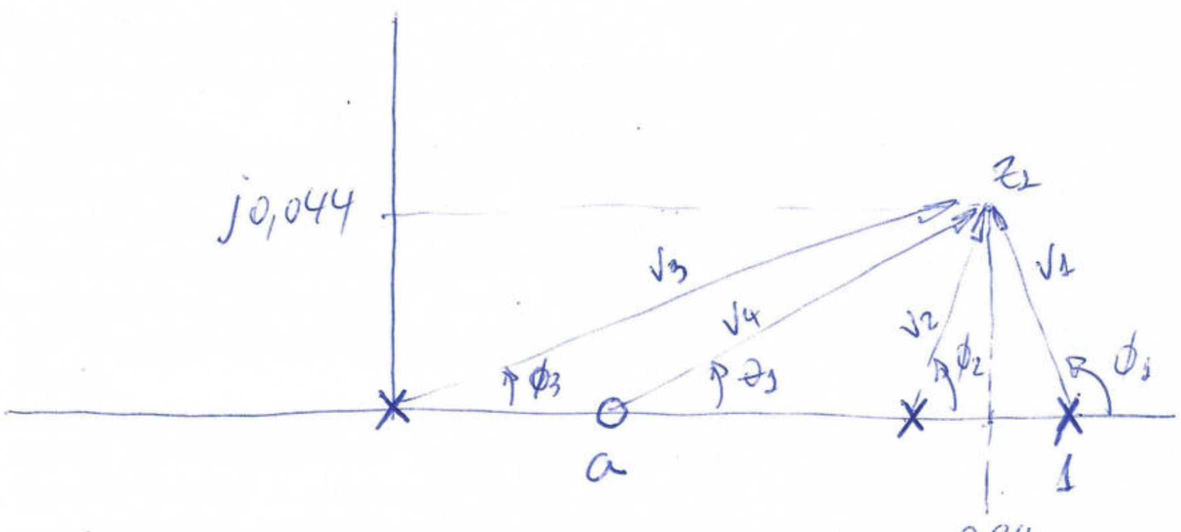
$M_p = 2\%$ $t_s = 0,7$ seg

$G_{PI}(z) = K \times \frac{z+a}{z-1}$

obtener "a" por la condición de ~~...~~ angulo y K por la condición de modulo.

$$G_{pd} = \frac{0,09516}{z(z-0,9048)}$$

$$G_{la}(z) = \frac{K \times (z+a) \times 0,09516}{z \cdot (z-1)\,(z-0,9048)}$$



$$tg^{-1}\frac{0,044}{0,94+a} = -180 + (\phi_1+\phi_2+\phi_3) = 11,7919°$$

$$\frac{0,044}{0,94+a} = tg(11,7919) = 0,2088$$

(xx)

$0{,}2088\,(0{,}94+a) = 0{,}044$

②

$+\,0{,}2088.a + 0{,}1962 = 0{,}044$

$\Rightarrow +a = \dfrac{0{,}044 - 0{,}1962}{0{,}2088}$

$\boxed{a = -0{,}7289} \rightarrow p'Mp = 2{,}5\%\ \ t_s = 0{,}7$

$\boxed{a = -0{,}7622} \rightarrow p'Mp = 2\%\ \ t_s = 0{,}7$

$\boxed{K = 0{,}2202}$