Técnica para mejorar el desempeño de controladores discretizados

El diseño e implementación de un controlador digital mediante la aproximación o discretización de un controlador analógico o en tiempo continuo sigue siendo una técnica ampliamente utilizada en diversas aplicaciones.

El problema se basa, en que, dado un proceso $G_p(s)$ un sensor con función de transferencia $H(s)$ y un controlador supuestamente bien diseñado $G_c(s)$, se debe encontrar un controlador digital $D(z)$, el cual produce un comportamiento del sistema en lazo cerrado, similar al sistema analógico, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia.

Esto se expresa en las figuras 1(a) y (b).

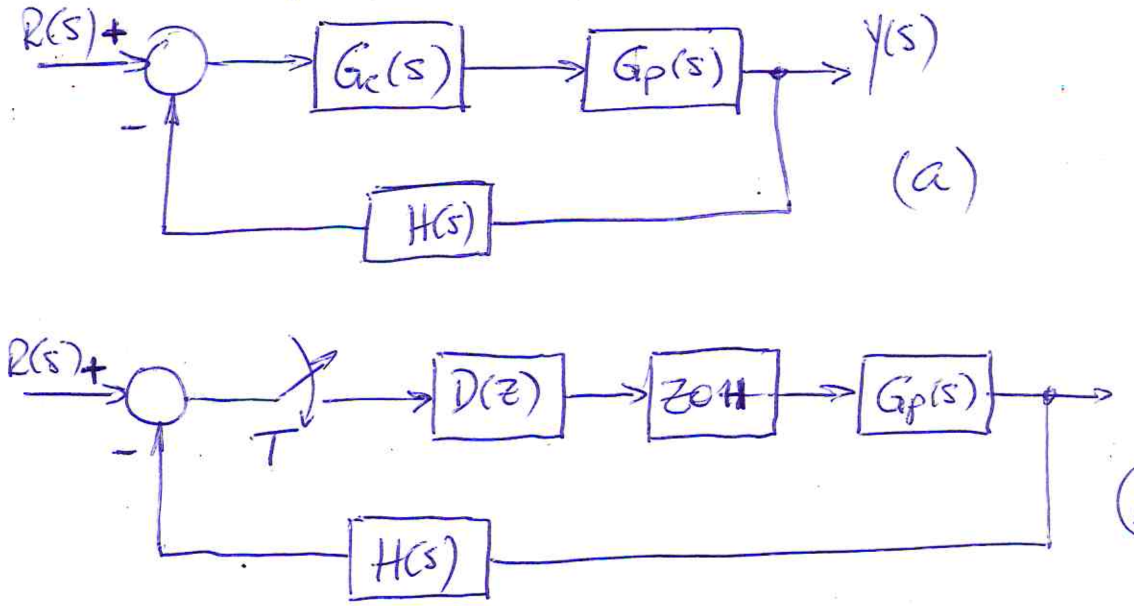

Figura 1

El inconveniente que surge, es q' a frecuencias (2)
de muestreo relativamente bajas, un controlador
discretizado sin la compensación del ZOH, puede
llevar a degradar el desempeño del sistema en
lazo cerrado y en ciertos casos, puede causar inesta-
bilidad. Por lo tanto, en un diseño apropiado, debería
tenerse en cuenta el efecto del ZOH.

El método propuesto

La mayoría de los procedimientos de diseño de
controladores, permiten el diseño directo del
controlador en tiempo discreto. Sin embargo, existe
razones p' diseñar primero un controlador de tiempo
continuo, q' se convierte posteriormente en uno de
tiempo discreto.

El diseño directo de los controladores de tiempo
discreto, requiere una predeterminación del tiempo
de muestreo con el fin de modelar la planta, el ruido
las perturbaciones del proceso, etc. El límite
superior de este tiempo de muestreo solo puede ser
obtenido después de considerar el ancho de banda
de lazo cerrado, y dependiendo de las especificaciones
este solo estará disponible después del diseño del
controlador.

Debido a q' este dilema, obvio por cierto, no se
produce en el diseño de un controlador de tiempo
continuo, puede ser razonable diseñar primero

un controlador de tiempo continuo, q'en un segundo paso se aproxima por uno de tiempo discreto.
Una segunda razón para realizar primero un diseño de tiempo continuo, es que la visión física del sistema de control se preserva mejor, [2].—

En base a lo mencionado, se justifica la utilización del método q'aquí se presenta, simple y práctico de aplicar, para compensar el efecto del retenedor de orden cero, ZOH.

El método se basa en el agregado de un par polo-cero en el plano-Z, a la función de transferencia discreta del controlador previamente obtenido, mediante algún método de discretización apropiado.—
Este polo y cero adicional, compensa parcialmente los efectos producidos* por el ZOH en las respuestas en frecuencia, de ganancia y de fase en las bajas y medias frecuencias. (*aportados)

Como ya se observó en clases anteriores, el efecto o las contribuciones de la función de transferencia de la planta, Gp(s) y del ZOH a la función de transf. exacta de tiempo discreto, no son separables.
Sin embargo, hablando en términos generales independientemente del efecto de Gp(s), la presencia del ZOH causa un atraso de ≈ medio periodo de muestreo (T/2), como se analizó en

clases anteriores. Esto se visualiza en la figura 2.

Figura 2. Señal reconstruida usando un ZOH y su aproximación suavizada.

La presente técnica, se basa en introducir la compensación polo-cero dada por la siguiente función de transferencia:

$$C(z) = \frac{2.z}{z+1} \qquad (1)$$

Como se observa, la (1) presenta un cero al origen y un polo en $z=-1$; o sea en $\omega_s/2$.— Esta compensación cancela exactamente la respuesta de fase del ZOH obtenida del $(1-e^{-sT})/s$.

Es importante notar, q' esta cancelación, excepto por el factor de escala de $1/T$, es la inversa de la transformación de Tustin de laaproximación de Padé de 1º orden del ZOH.

Como ya se vió anteriormente, la aproximación de 1er orden del ZOH está dada por:

$$\frac{1-e^{-sT}}{s} \approx \frac{T}{1+\frac{sT}{2}} \qquad (2)$$

Utilizando la aproximación de Tustin en la (2) se tiene:

$$\left.\frac{T}{1+\frac{sT}{2}}\right|_{s=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}} = \frac{T}{2} \times \frac{z+1}{z} \qquad (3)$$

Como ya se mencionó, podrían utilizarse aproxim. de Padé de mayor orden, pero estos se corresponderán o resultarán compensadores digitales más complicados. Entonces, la aproximación de 1er orden junto con la transformación bilineal o de Tustin, compensa exactamente el atraso de fase del ZOH.

Hay q' agregar q' el método no garantiza un sistema de lazo cerrado estable, dado q' el mismo es independiente del método de discretización y de la tasa de muestreo.

Para un sistema de lazo cerrado en tiempo continuo estable, una condición necesaria para q' el método propuesto sea utilizado, es q' el polinomio característico del sistema discretizado posea todas las raíces dentro del círculo unitario.

O sea,

$$1+\left(\frac{2z}{z+1}\right)D'(z)\left(1-z^{-1}\right)\mathcal{Z}\left[\frac{G_p(s)}{s}\right]=0 \quad (4)$$

donde: $D'(z)$ es la versión discretizada de $G_c(s)$.

En los casos donde la compensación propuesta causa inestabilidad, debe considerarse una compensación modificada, como sigue:

$$C'(z)=\frac{2(z-\varepsilon)}{z+1-2\varepsilon} \quad (5)$$

donde, ε es una constante pequeña positiva.

Es importante notar, q' ésta compensación modificada preserva la ganancia de continua del controlador.

La configuración polo-cero de esta modificación resulta como se muestra en la figura 3:

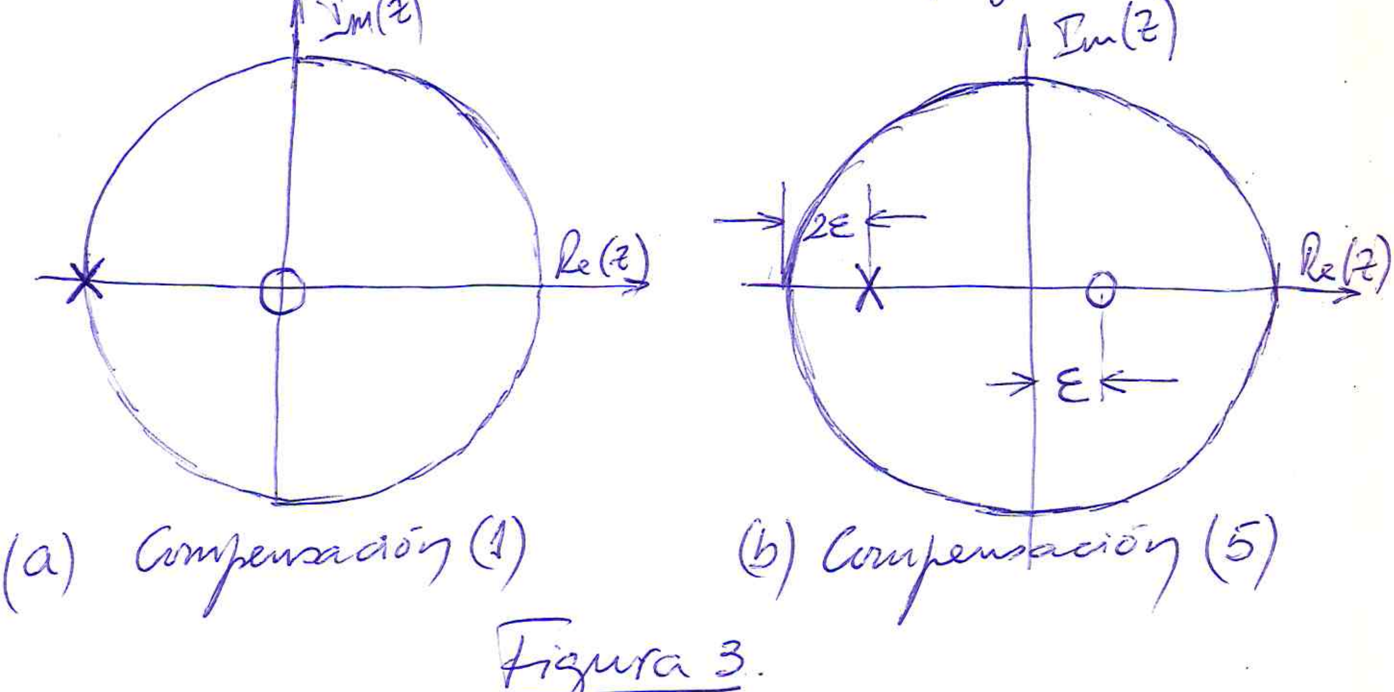

Figura 3.

Sumario del procedimiento de proyecto

1. Seleccionar una transformación o aproximación del plano S a Z y el periodo T de discretización del controlador $G_c(S)$ para obtener $D'(z)$.

2. Multiplicar el resultado del paso 1 por la compensación (1) y obtener
$$D(z) = C(z) D'(z).$$

2a. Igualar la ganancia DC de lazo abierto del sistema de control digital con el del sistema analógico.

3. Verificar la estabilidad de lazo cerrado en el dominio Z utilizando la (4). Si es estable, verifique el desempeño del sistema de lazo cerrado de acuerdo a las especificaciones de diseño

4. Si en el paso (3) el sistema de lazo cerrado resulta inestable, entonces:
   4.a. Intente utilizar la compensación (5) con un pequeño valor $\varepsilon > 0$. ε debe ser lo más pequeño posible á fin de garantizar un buen desempeño en altas frecuencias.
   4.b. Iguale la ganancia DC de ambos sistemas discreto y continuo.
   4.c. Verifique nuevamente la estabilidad, y si el sistema discreto es estable, verifique el desempeño de lazo cerrado.

5. Si el sistema de lazo cerrado en el paso 4.c es aún inestable, utilice otros métodos.

8