Universidad Nacional de Misiones	MECÁNICA APLICADA Trabajo Practico N°: 5 Tema: Álgebra tensorial	Facultad de Ingeniería Obera
Alumno/a:	Fecha inicio: 25/09/2026 Fecha entrega: 09/10/2026	Rev.:

Ejercicio 1. Dados los vectores: $\bar{A} = [1; 2; 4]$; $\bar{B} = [2; 1; 5]$; $\bar{M} = [-1; 3; 4]$, expresados en la base *X-Y-Z*, y siendo la base *X'-Y'-Z'* obtenida mediante la matriz de rotación $[R]$;

$$[R] = \begin{bmatrix} 1/3 & -2/3 & -2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 2/3 \\ -2/3 & -2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

realizar las siguientes operaciones:

a) Obtener el tensor de segundo orden: $\mathbf{T}=\bar{A}\otimes\bar{B}$ y aplicar dicho tensor al vector $\bar{M}$.

b) Expresar $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{M}$ en la base X'-Y'-Z'. Construir $\mathbf{T}'=\bar{A}'\otimes\bar{B}'$ y aplicar $\mathbf{T}'$ a $\bar{M}'$.

c) Comparar los resultados obtenidos en a) y b) y verificar que representan el mismo vector físico expresado en bases diferentes.

d) Calcular tr[T]; det[T]; tr[T'] y det[T']. Comparar los resultados.

Ejercicio 2. Dado el tensor [T] con sus componentes en el sistema referencial (*X-Y-Z*). Se pide:

$$[T] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Determinar su representación en el sistema (*X'-Y'-Z'*), tal que: *X'*= –*Y*; *Y'*=*X*; *Z'*=*Z*.

b) descomponer al tensor [T] en una suma de tensores, uno simétrico y otro anti-simétrico.

Ejercicio 3. Dado el tensor de segundo orden, cuyas componentes están expresadas en la base *X-Y-Z*. Se considera una nueva base *X'-Y'-Z'*, obtenida mediante una rotación de θ=45° alrededor del eje *Z*.

a) Determinar la matriz de cambio de base [R].

b) Hallar las componentes del tensor en la nueva base [T]'.

c) Calcular tr[T] y det[T].

d) Calcular tr[T] y det[T]' y verificar que ambas cantidades permanecen invariantes frente al cambio de base.

$$[T]_{XYZ} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 4. Dado el tensor de segundo orden: [M] cuyas componentes en la base *X-Y-Z* son:

$$[M] = \begin{bmatrix} 13 & 4 & 6 \\ 4 & 9 & 2 \\ 6 & 2 & 14 \end{bmatrix}$$

a) Indicar cuáles de los siguientes vectores, son vectores propios de [M]: $\bar{v}_1$=[1,-2,-2]; $\bar{v}_2$= [1,2,-2]; $\bar{v}_3$ = [-4,-2,-4]; $\bar{v}_4$= [3,7,5]; $\bar{v}_5$ =[-8,8,4]; $\bar{v}_6$=[2,-1,3]; $\bar{v}_7$ = [-1,-2,2].

b) Determinar el autovalor λ asociado a cada autovector identificado.

Ejercicio 5. Dado el tensor de segundo orden [T] cuyas componentes están en la base *X-Y-Z*; se pide:

a) Plantear la ecuación característica y determinar los autovalores del tensor.

b) Determinar los autovectores correspondientes a cada autovalor.

c) Normalizar los autovectores obtenidos e identificar las direcciones propias del tensor.

d) Armar la matriz de cambio de base [R] y verificar que el tensor en la nueva base queda diagonal.

$$[T]_{XYZ} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

e) Dado un vector $\bar{a} = [2; 1; 3]$, expresarlo en la nueva base *X'-Y'-Z'* y aplicar el tensor [T]' para obtener el vector transformado $\bar{b}'$.

f) Verificar que la traza y el determinante permanecen invariantes en ambos tensores.

Ejercicio 6. En un punto de un sólido sometido a cargas, el estado de pequeñas deformaciones, expresado en la base X–Y– Z, está dado por: $[\varepsilon]_{XYZ}$. Se pide:

$$[\varepsilon]_{XYZ} = 10^{-3}\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

a) Identificar las deformaciones normales y las componentes de deformación por corte.

b) Determinar las deformaciones angulares: $\gamma_{xy};\ \gamma_{xz};\ \gamma_{yz}$. Recordando que: $\gamma_{pq} = 2\varepsilon_{pq}$.

c) Explicar qué indica físicamente el signo de las componentes normales: $\varepsilon_{xx};\ \varepsilon_{yy};\ \varepsilon_{zz}$.

d) Determinar los autovalores y autovectores del tensor.

e) Interpretar los autovectores como direcciones principales de deformación y los autovalores como las deformaciones principales.