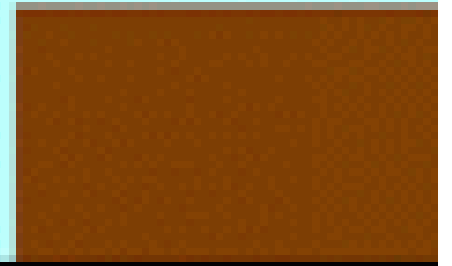
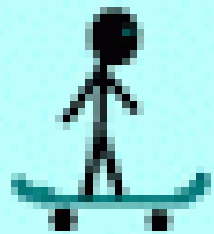


5.- Dinámica de la partícula



Dinámica. Definición

Hasta aquí analizamos algunos tipos de movimiento sin tener en cuenta sus causas.

Estudiaremos ahora las causas que provocan el tipo de movimiento.

Es intuitivo y lógico suponer que para poner en movimiento un objeto (o para detenerlo si se mueve), hace falta ejercer una fuerza, lo que lleva a pensar que los cambios del estado de movimiento se deben a fuerzas que actúan sobre el móvil.

Como todo objeto se puede analizar como un conjunto de puntos materiales (en número suficiente) consideraremos por ahora objetos puntuales; oportunamente veremos como se generalizan los conceptos que introduciremos a casos más complicados.

El objetivo de la dinámica, es *explicar y cuantificar cuáles son los factores que pueden generar un cambio en un sistema físico*.

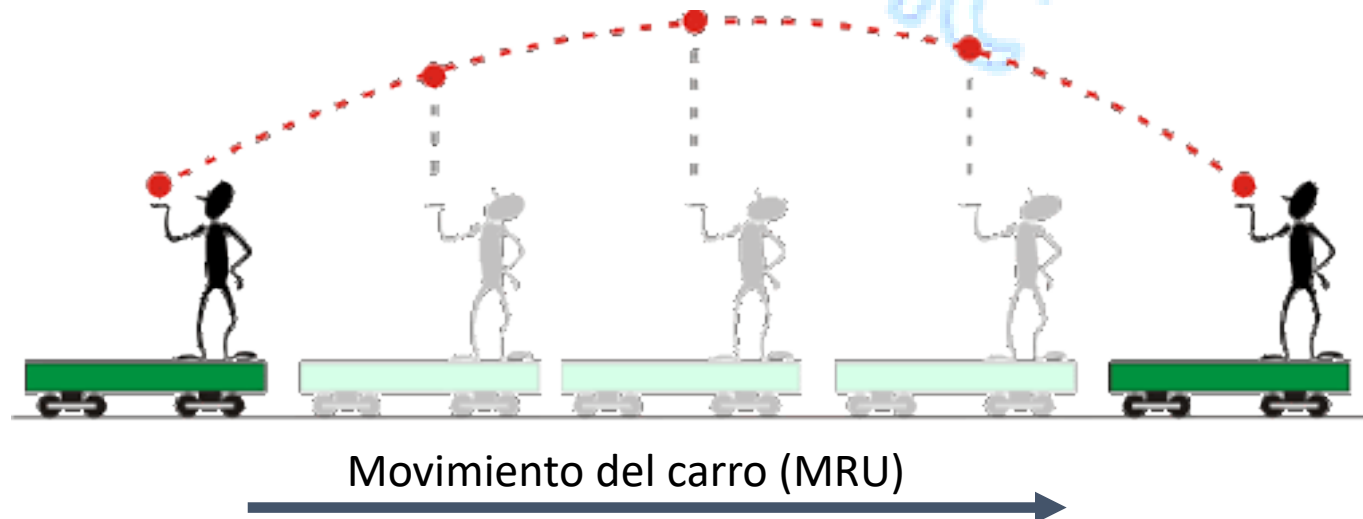
Para ello se plantean ecuaciones basadas en las leyes de Newton, con las que se puede estimar cómo evolucionará dicho sistema.

Sistema de referencia inercial

El movimiento aparece en forma diferente a distintos observadores; por lo tanto al estudiar la Dinámica de una partícula, debemos elegir un sistema de referencia adecuado.

Ahora bien, hay una clase de sistema de referencia llamado inercial el cual está libre de fuerzas y queda en reposo o se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme.

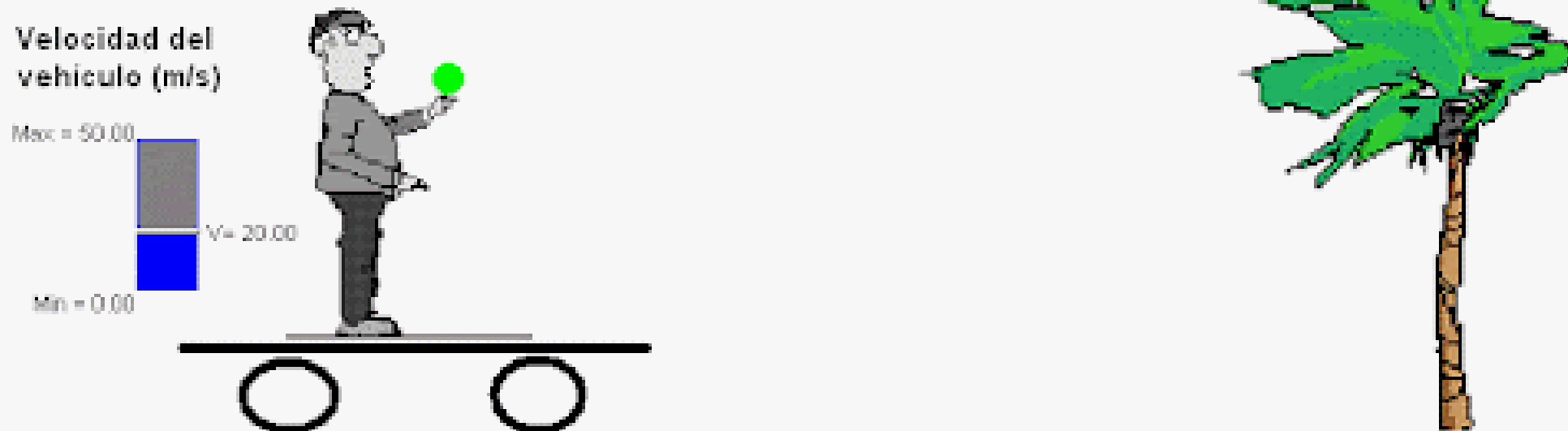
No todo sistema de referencia es inercial; por ejemplo: un referencial acelerado no lo es, pues de ésta forma, actuarían fuerzas sobre el sistema que le proporcionarían dicha aceleración.



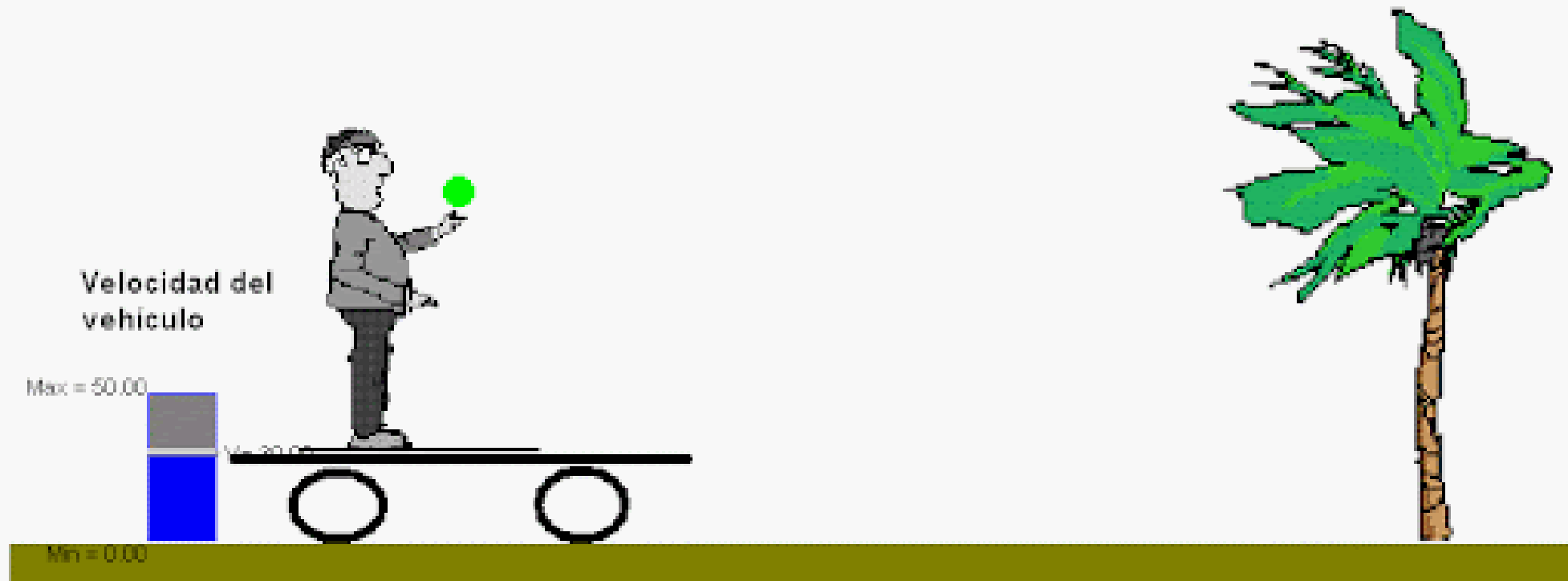
Sistema de referencia inercial

MOVIMIENTO DE UNA PELOTA LANZADA EN UN VEHÍCULO INERCIAL

(Punto de vista del SRI ligado al vehículo)



MOVIMIENTO DE LA PELOTA SEGÚN EL PUNTO DE VISTA DEL SRI EXTERIOR LIGADO AL SUELO



Sistema de referencia inercial

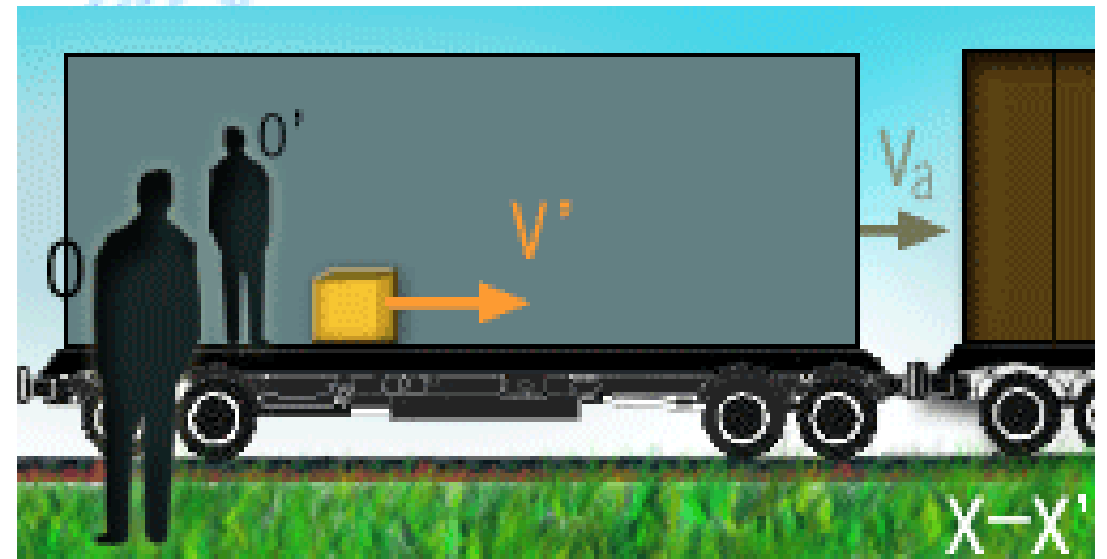
En general, la aceleración de un cuerpo depende de un sistema de referencia en relación al cual se mide.

Sin embargo, las leyes de la mecánica clásica son válidas solamente en una cierta serie de sistemas de referencia, es decir, de aquellos para los cuales todos los observadores medirán la misma aceleración en un cuerpo en movimiento.

La tendencia de un cuerpo a permanecer en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme se llama inercia y los sistemas de referencia a los cuales se aplican las leyes de Newton se llaman sistemas inerciales.

Nos referimos a sistemas inerciales cuando un observador (en diferentes sistemas de referencia inercial) mide en todos el mismo valor de la aceleración.

Cuando un sistema de referencia está inmóvil o se mueve a velocidad constante en relación con otro, encontramos un sistema de referencia inercial.



Primera ley de Newton o Ley de Inercia

Un cuerpo en reposo permanecerá en reposo y uno en movimiento continuará en movimiento con velocidad constante, a menos que actúe una fuerza neta sobre el cuerpo que altere su estado de reposo o de movimiento.

En otros términos se enuncia de la siguiente forma: si la suma de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es cero, su aceleración es cero. Esto significa que la partícula se encuentra en equilibrio de traslación, y se cumple la condición:

$$\sum F_i = 0 \rightarrow a = 0$$

La primera Ley de Newton se conoce también como Ley de Inercia, porque define un sistema de referencia inercial en el cual, si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, este se encuentra en reposo o se mueve con velocidad constante. En este sistema de referencia se cumple la primera Ley de Newton.

La Tierra no sería un sistema de referencia inercial porque tiene una aceleración de $0,0059 \text{ m/s}^2$ por su traslación alrededor del Sol.

Como estos son valores pequeños comparados con “ g ”, se puede suponer que la tierra es un sistema de referencia inercial.

Concepto de Masa

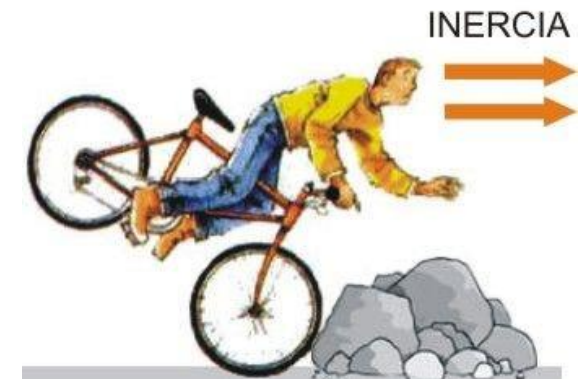
¿Qué efecto tendrá una misma fuerza sobre cuerpos diferentes? No es lo mismo golpear con el pie una pelota que una piedra.

Cuando se quiere cambiar el estado de movimiento de un cuerpo, éste se resiste al cambio.

La **inercia** es la propiedad de la materia que hace que se resista a cualquier cambio de su movimiento, ya sea en su dirección o rapidez. Por ejemplo, los pasajeros de un automóvil que acelera sienten contra la espalda la fuerza del asiento, que vence su inercia y aumenta su velocidad.

Cuando éste frena, los pasajeros tienden a seguir moviéndose y se mueven hacia delante, por lo que deben apoyarse en el asiento delantero para no salir del suyo. Si se realiza un giro, un paquete situado sobre el asiento se desplazará lateralmente, porque la inercia del paquete hace que tienda a seguir moviéndose en línea recta.

La masa es el término que se usa para cuantificar la inercia, y nos indica la resistencia de un cuerpo a cambiar su estado de movimiento o de reposo; también se le llama **masa inercial**.

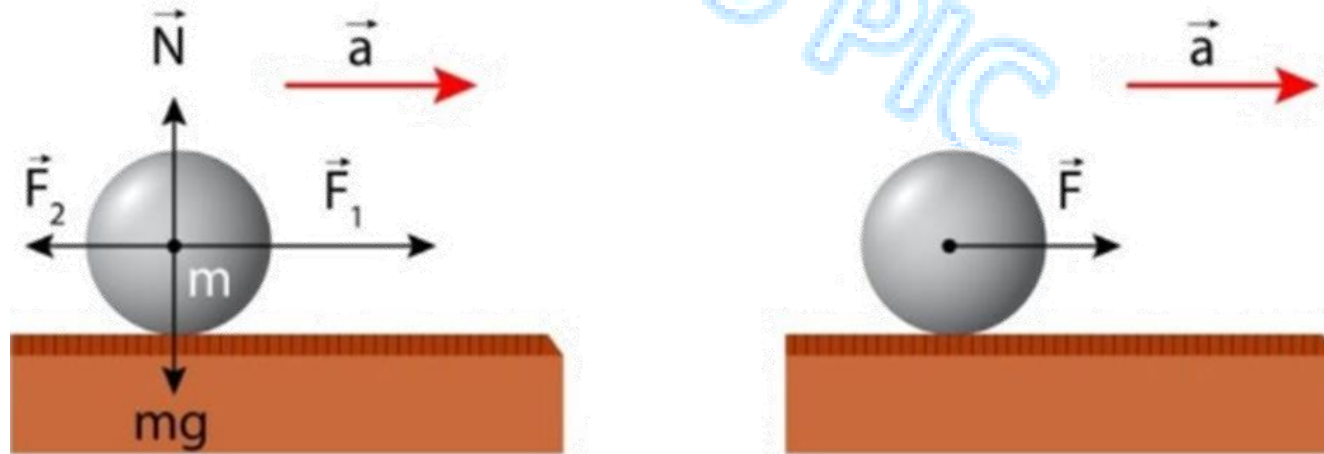


Segunda ley de Newton

Cuando la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme no es cero, el cuerpo cambiará su estado de movimiento debido a dicha fuerza neta.

$$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_{neta}$$

$$\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = \vec{F}_{neta}$$



Esta fuerza neta provocará una aceleración a en el cuerpo de masa m .

Segunda ley de Newton

La Segunda Ley de Newton dice: ***“La aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo e inversamente proporcional a su masa.”***

$$\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$



Concepto de Peso

Cuando un cuerpo que es dejado en libertad en las cercanías de la superficie terrestre, cae con la aceleración de gravedad, es la fuerza peso ***P*** la que le imprime al cuerpo una aceleración ***g***, entonces de la Segunda Ley de Newton, el peso es:

$$\sum \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

Si se quiere evitar que un cuerpo caiga, se debe ejercer una fuerza igual y contraria al peso, para que la fuerza neta sea cero. De aquí se obtiene que la magnitud de la fuerza peso es $P = mg$.

El peso depende de ***g***, varía con la ubicación geográfica y disminuye con la altura, por lo tanto no es una propiedad del cuerpo y no se debe confundir con la masa.

Tercera ley de Newton

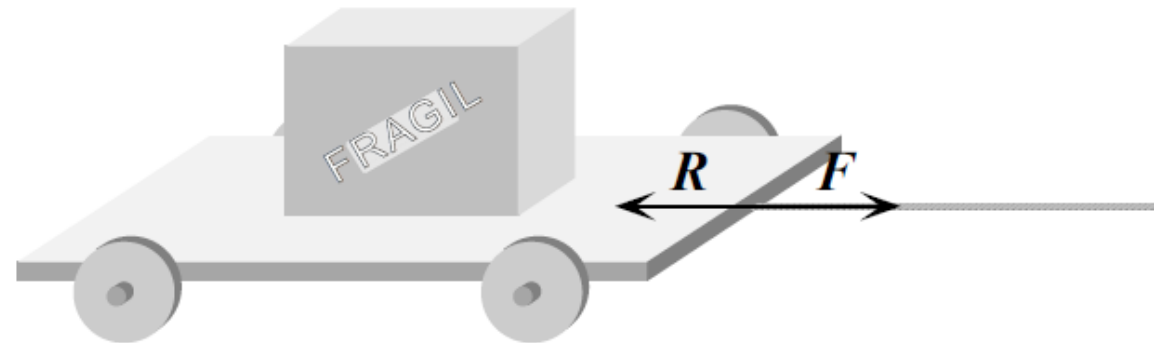
Las fuerzas que se ejercen sobre un cuerpo se deben a la acción de otros cuerpos. Estas acciones mutuas de los cuerpos se denominan *interacciones*.

En ausencia de interacciones, no actúan fuerzas sobre el cuerpo, entonces este cumplirá las condiciones de la Primera Ley.

La observación muestra que si aplicamos una fuerza a un cuerpo, soportamos una *reacción*, es decir una fuerza que el cuerpo ejerce sobre nosotros.

Esta reacción es tanto mayor cuanto mayor es la fuerza aplicada. Todos sentimos sobre nuestra mano la reacción de la mesa si descargamos un puñetazo sobre la misma: no hay que dar un golpe demasiado fuerte, no sea cosa que la reacción nos lastime.

Si tiramos de un carro con una cuerda ejerciendo una fuerza sobre el carro, la cuerda soporta una reacción que la pone tensa.



Tercera ley de Newton

Cada vez que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo, este reacciona ejerciendo una fuerza sobre el primero. Las fuerzas en cada cuerpo son de igual magnitud, y actúan en la misma línea de acción, pero son de sentido contrario.

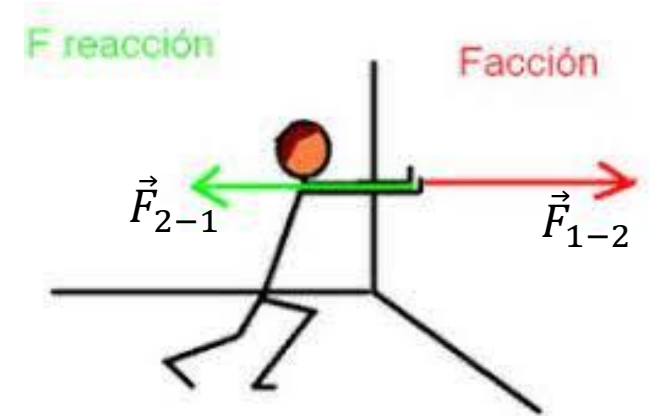
Esto significa que no es posible que exista una fuerza aislada, es decir, no existe un cuerpo aislado en la naturaleza, cualquier fuerza individual es un aspecto de una interacción mutua entre dos cuerpos, que puede ser por contacto directo o por acción a distancia.

Esta propiedad de las fuerzas fue demostrada experimentalmente y expresada por Newton en su *Tercera Ley* o *Ley de acción y reacción*, que se enuncia como sigue: **“Si dos cuerpos interactúan, la fuerza que el cuerpo 1 ejerce sobre el cuerpo 2 es igual y opuesta a la fuerza que el cuerpo 2 ejerce sobre el cuerpo 1”.**

$$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$$

Donde: $\vec{F}_{1-2}$ ($-\vec{F}_{2-1}$) es la fuerza que ejerce el cuerpo de masa m_1 (m_2) sobre el cuerpo de masa m_2 (m_1).

La igualdad anterior no es una ecuación de movimiento como la segunda ley (para un solo cuerpo), sino una ecuación de interacción (entre dos cuerpos).



Tercera ley de Newton

Las fuerzas de acción y reacción actúan siempre en pareja y sobre cuerpos diferentes. Si actuaran sobre el mismo cuerpo no existiría el movimiento acelerado, porque la resultante siempre sería cero.

Cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro cuerpo y uno de ellos se mueve, no es que se deje de cumplir ésta tercera ley, sino que se cumple igualmente como cuando los objetos están en equilibrio.

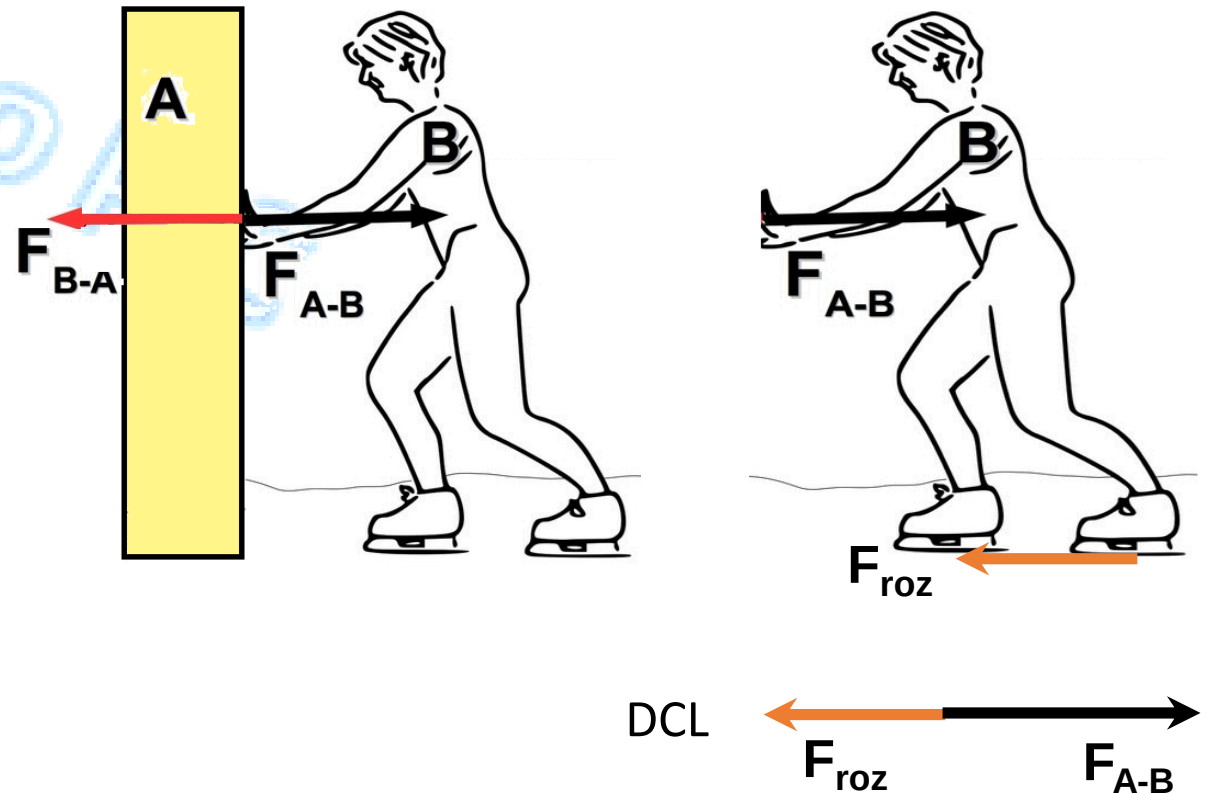
Para analizar lo que ocurre con las fuerzas, debe estudiarse cada cuerpo por separado.

En el siguiente ejemplo de la figura izquierda, se cumple la tercera ley de Newton, es decir:

$$\vec{F}_{A-B} = -\vec{F}_{B-A}$$

Si analizamos el DCL de la persona (B) en la figura derecha, su aceleración dependerá de la fricción de sus patines contra el suelo y la fuerza de reacción que el bloque le devuelve en las manos ($\vec{F}_{A-B}$).

$$\vec{F}_{neta} = \vec{F}_{A-B} - \vec{F}_{roz} = m_B \cdot \vec{a}$$

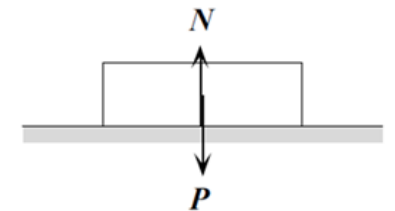
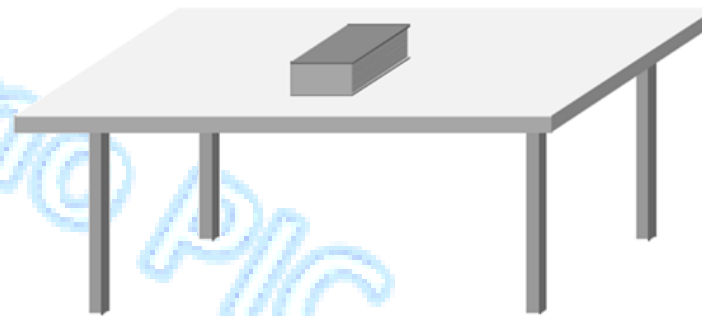


Fuerzas de contacto entre cuerpos sólidos

Fuerza Normal (N):

Estas fuerzas son muy importantes en nuestra vida cotidiana y se deben a la presencia de cuerpos que actúan como vínculos. En la siguiente figura se muestra un libro que descansa sobre una mesa.

Debido a la presencia de la mesa el libro no cae al suelo. Lo que ocurre es que sobre la parte inferior del libro que está en contacto con la superficie de la mesa, está actuando una fuerza, que indicaremos con N y que equilibra el peso del libro de modo que la fuerza resultante es nula: $-P + N = 0$.



La fuerza normal es una fuerza recibida por el libro y es una reacción de la mesa evitando que el libro se caiga; por lo que la Normal reacciona contra el Peso, no contra la fuerza de atracción gravitatoria.

Por eso, lo que se grafica en el diagrama de cuerpo libre son las fuerzas que actúan sobre el cuerpo (libro), es decir, la fuerza normal como reacción de la mesa al peso y la fuerza de atracción gravitatoria por parte de la tierra; la cual coincide numéricamente con el valor del peso.

Fuerzas de contacto entre cuerpos sólidos

Cuando un cuerpo está en contacto con otro hay, además de N , una fuerza de contacto tangencial F_r que se llama fuerza de rozamiento y se opone a que el cuerpo deslice sobre el otro.

Su comportamiento es diferente al de N . Para discutir el rozamiento hay que distinguir si los cuerpos que están en contacto tienen o no movimiento relativo. En el primer caso se habla de rozamiento dinámico, en el segundo de rozamiento estático.

Rozamiento estático:

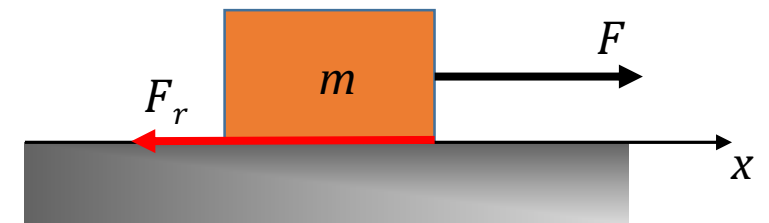
Si no hay movimiento relativo el rozamiento tiende a mantener los cuerpos en ese estado.

Sea un libro apoyado sobre una mesa. Si lo empujamos para ponerlo en movimiento veremos que hace falta una fuerza apreciable para lograr nuestro objetivo. Se puede determinar que la fuerza F necesaria para poner en movimiento al móvil debe superar una cantidad dada por F_{re} (fuerza de rozamiento estático), de modo que:

$$F \geq F_{re}$$

El número μ_e se denomina coeficiente de rozamiento estático.

Dicha fuerza de rozamiento tiene un valor máximo dado por: $F_{re_{m\acute{a}x}} = \mu_e \cdot N$



Fuerzas de contacto entre cuerpos sólidos

Rozamiento dinámico:

Cuando un cuerpo desliza sobre un plano inclinado, se observa (si no se toman recaudos para evitar el rozamiento, como usar un colchón de aire) que $a \neq g \cdot \sin \alpha$. Esto se debe a la fuerza de rozamiento.

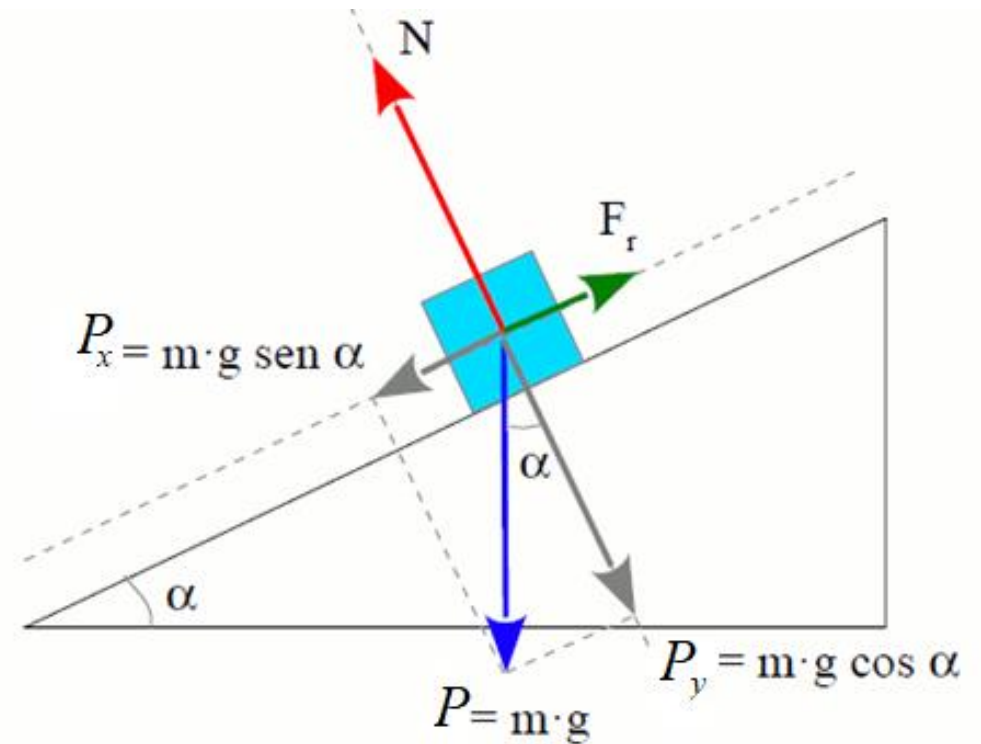
Si se hacen mediciones cuidadosas se encuentra que F_r tiene las siguientes propiedades:

- tiene igual dirección y sentido opuesto que la velocidad v del móvil.
- su magnitud es proporcional al modulo de la fuerza de contacto normal.

Podemos decir que la fuerza de rozamiento dinámica es:

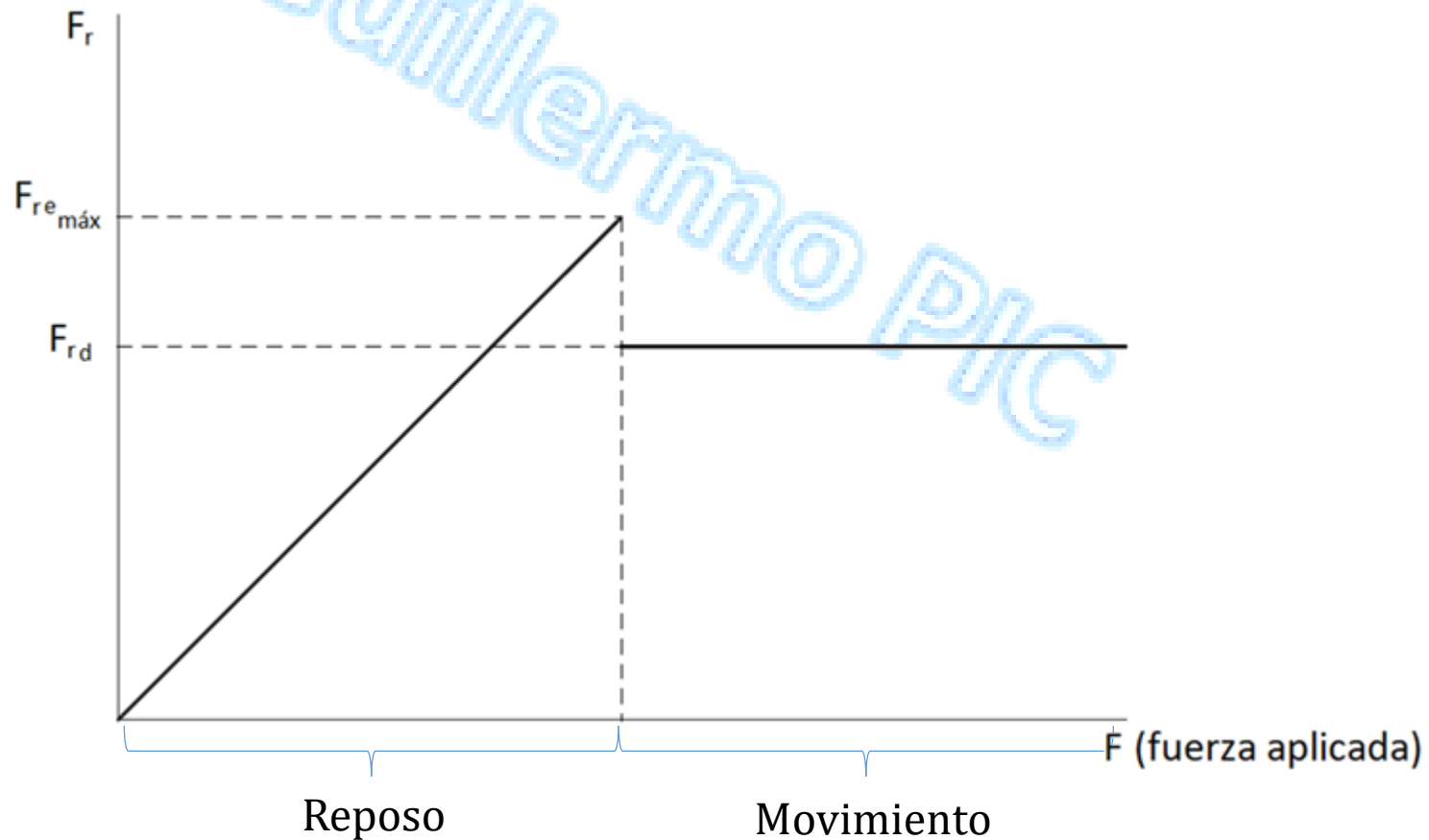
$$F_{rd} = \mu_d \cdot N$$

Donde μ_d es una constante adimensional que se denomina coeficiente de rozamiento dinámico.



Fuerzas de contacto entre cuerpos sólidos

La fuerza aplicada será máxima cuando: $F_{re_{m\acute{a}x}} = \mu_e \cdot N$; y en estas condiciones el cuerpo estará en reposo aún.



Fuerzas de contacto entre cuerpos sólidos

En la siguiente tabla se detallan distintos coeficientes de rozamiento para diferentes materiales.

El valor de μ_d depende de los materiales de los cuerpos (también llamado coeficiente cinético μ_c) y de las características de las superficies en contacto (su rugosidad o grado de pulimento, la presencia o no de sustancias como grasas o aceites lubricantes sobre las mismas, etc.).

Materiales en contacto	μ_e	μ_d
Articulaciones humanas	0,22	0,003
Hielo // Hielo	0,1	0,03
Vidrio // Vidrio	0,9	0,4
Vidrio // Cuero	0,3	0,25
Vidrio // Madera	0,53	0,4
Madera // Cuero	0,5	0,4
Madera // Piedra	0,7	0,3
Madera // Madera	0,7	0,4
Acero // Madera	0,6	0,3
Acero // Acero	0,15	0,1
Acero // Vidrio	0,15	0,2
Acero // Hielo	0,03	0,02
Acero // Latón	0,5	0,4
Acero // Teflón	0,04	0,04
Teflón // Teflón	0,04	0,04
Caucho // Cemento (seco)	1,0	0,8
Caucho // Cemento (húmedo)	0,3	0,25
Cobre // Hierro (fundido)	1,1	0,3
Esquí (encerado) // Nieve (0°C)	0,1	0,05

El marco de referencia absoluto vs. relativo

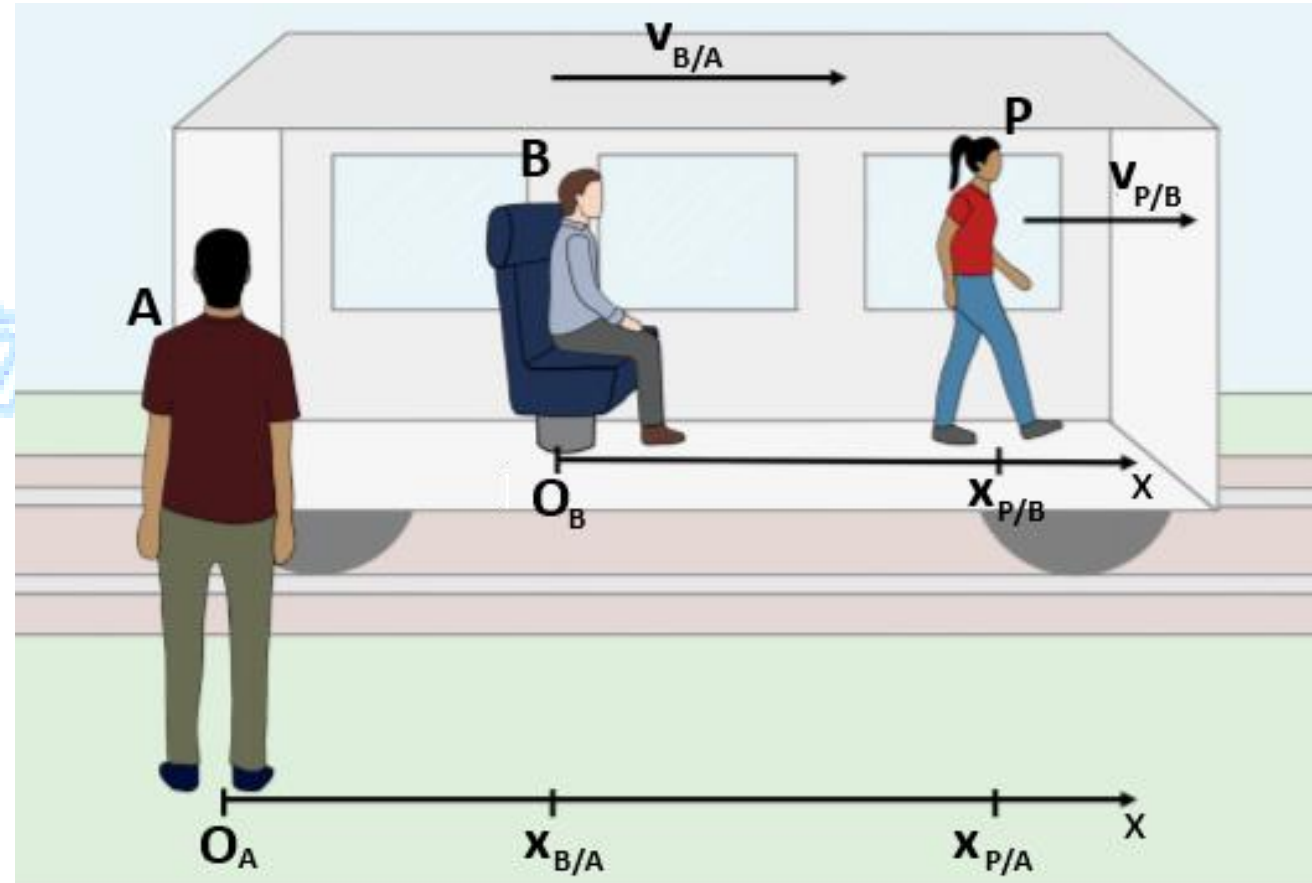
El sistema de Referencia Absoluto (Fijo a Tierra) está representado por el observador A (parado en la vía).

Su origen de coordenadas es O_A y lo llamamos "absoluto" de forma convencional, asumiendo que la Tierra está quieta.

El sistema de Referencia Relativo (En Movimiento) está representado por el pasajero B (sentado en el tren).

Su origen de coordenadas es O_B y se mueve solidario al vagón.

El objeto de estudio es la pasajera P, que camina por el pasillo del tren.



El marco de referencia absoluto vs. relativo

Mirando los vectores y las posiciones del gráfico, se deducen tres velocidades:

A. Velocidad Relativa ($v_{P/B}$)

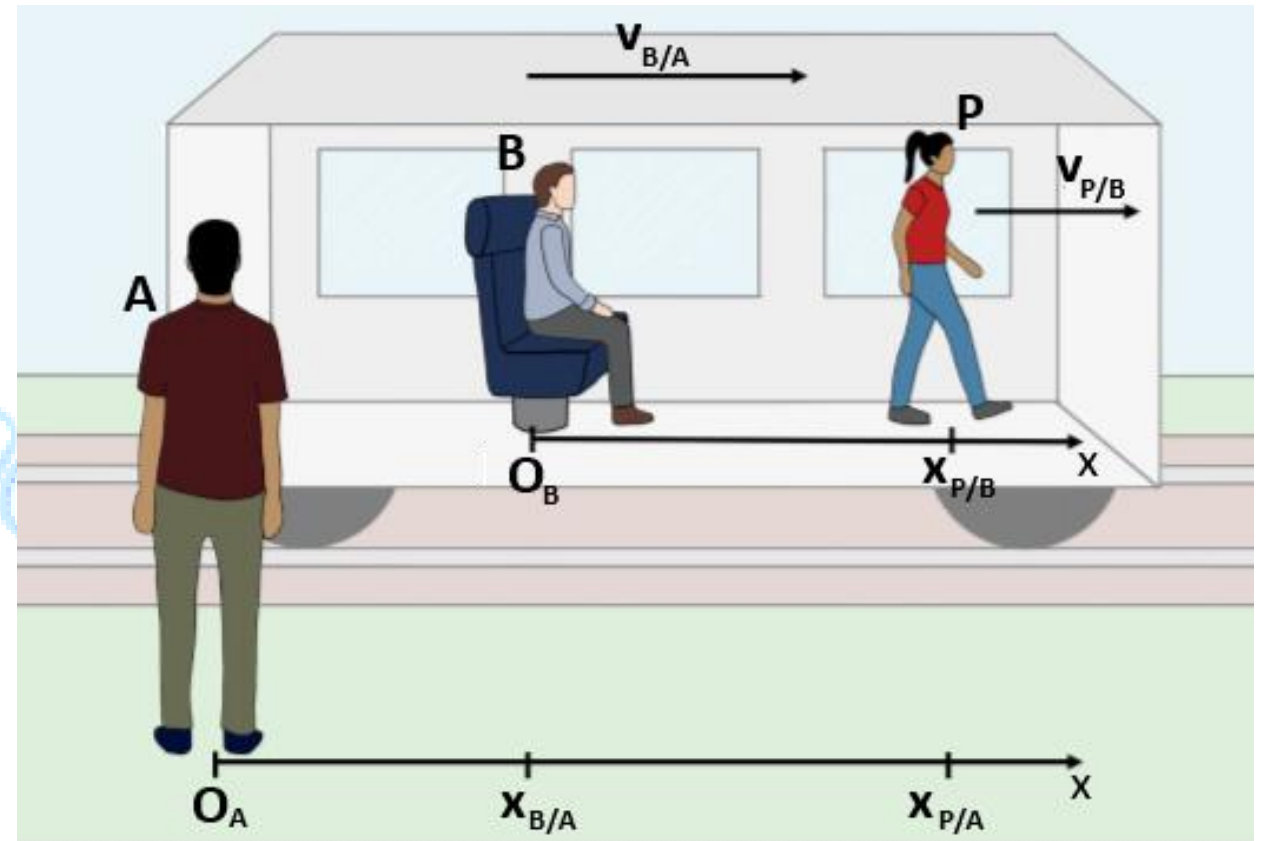
Es la velocidad del objeto medida por el observador que está en movimiento.

En la imagen es la velocidad de la pasajera P respecto al pasajero B ($v_{P/B}$). Si B mide con un velocímetro desde su asiento, solo mide qué tan rápido se desplaza ella a lo largo del pasillo.

B. Velocidad del Sistema o de Arrastre ($v_{B/A}$)

Es la velocidad con la que se mueve el sistema de referencia móvil respecto al fijo.

En la imagen es la velocidad del tren (u observador B) respecto a la tierra (A), etiquetada como $v_{B/A}$.



El marco de referencia absoluto vs. relativo

C. Velocidad Absoluta ($v_{P/A}$)

Es la velocidad del objeto medida por el observador que está fijo a tierra.

En la imagen es la velocidad de la pasajera P respecto a la tierra (A), etiquetada abajo como $v_{P/A}$.

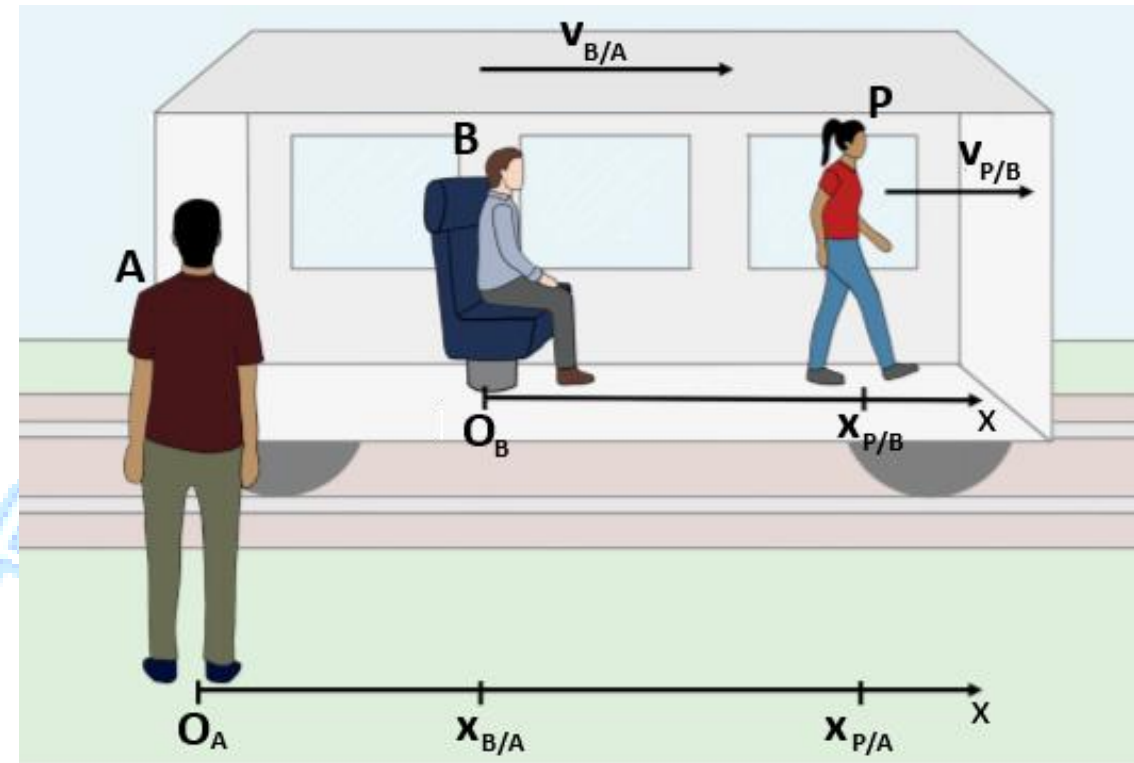
Para el observador en la vía, el movimiento de la chica está "afectado" por el movimiento del tren.

La posición total de la chica respecto a tierra ($x_{P/A}$) es la suma geométrica de la posición del tren ($x_{B/A}$) más lo que ella caminó adentro ($x_{P/B}$):

$$x_{P/A} = x_{B/A} + x_{P/B}$$

Las velocidades serán:

$$v_{absoluta} = v_{arrastre} + v_{relativa} \quad \text{ó} \quad v_{P/A} = v_{B/A} + v_{P/B}$$



El marco de referencia absoluto vs. relativo

Imaginemos ahora que el tren no se mueve a velocidad constante, sino que el maquinista decide pisar el acelerador, y que la pasajera P también empieza a apurar el paso dentro del vagón.

Las velocidades aumentarán y obtendremos las siguientes aceleraciones:

Aceleración relativa ($a_{P/B}$): es la aceleración de la pasajera P medida únicamente desde el interior del tren por el observador B (que está sentado).

Aceleración de arrastre ($a_{B/A}$): es la aceleración que tiene el marco de referencia móvil (el tren) respecto a la tierra firme (observador A).

Aceleración absoluta ($a_{P/A}$): es la aceleración total y real de la pasajera P medida por el observador A, que está parado quieto en la vía.

Las aceleraciones serán:

$$a_{absoluta} = a_{arrastre} + a_{relativa} \quad \text{ó} \quad a_{P/A} = a_{B/A} + a_{P/B}$$

Sistema de referencia No inercial

En un sistema de referencia no inercial ocurre un fenómeno fundamental: las Leyes de Newton (especialmente la primera y la segunda) no se cumplen tal como las conocemos, a menos que introduzcamos una fuerza "ficticia" o correctora.

Un sistema es no inercial cuando está acelerado respecto a un sistema de referencia inercial (uno que está en reposo o se mueve a velocidad constante).

Si estás dentro de un sistema acelerado, verás que los objetos cambian su estado de movimiento sin que exista ninguna fuerza real (por contacto o a distancia) actuando sobre ellos.

Para poder aplicar la segunda ley de Newton ($F=m.a$) dentro de este sistema, la física introduce las fuerzas inerciales, de inercia o "fuerzas ficticias". Se llaman ficticias porque:

- No surgen de la interacción entre dos cuerpos (no hay par acción-reacción).
- Son el resultado neto de la inercia de la masa, que se resiste a cambiar su estado de movimiento mientras el sistema de referencia sí lo hace.

Sistema de referencia No inercial

La ecuación de movimiento en el sistema no inercial se corrige de la siguiente manera:

$$\sum F_{reales} + F_{inercia} = m \cdot a_{relativa}$$

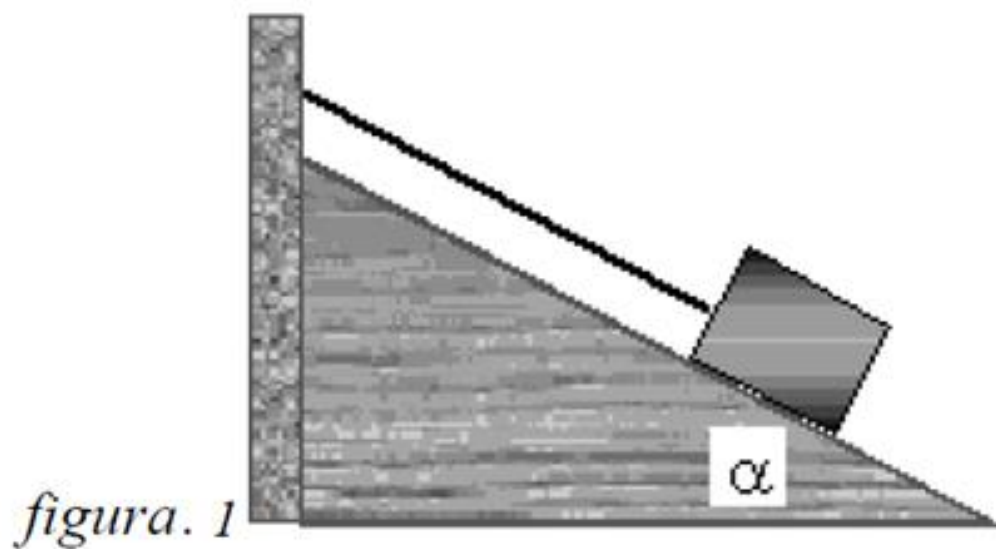
Donde la fuerza de inercia tiene sentido opuesto a la aceleración del sistema:

$$F_{inercia} = -m \cdot a_{sistema}$$

Vamos a plantear un ejemplo clásico: una persona parada dentro de un colectivo que arranca hacia adelante con una aceleración constante.

Se definen tres aceleraciones que entran en juego aquí

Ejemplo 1. Un bloque de 50N de peso se ubica sobre un plano inclinado en un ángulo α de 30° con la horizontal. El bloque se sujeta con una cuerda ideal que se encuentra fija en la parte superior del plano inclinado, como se muestra en la figura 1. Calcular la tensión de la cuerda y la fuerza normal.



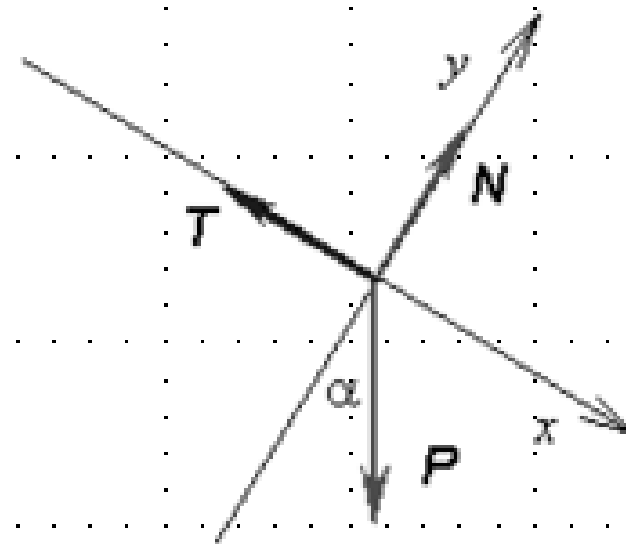
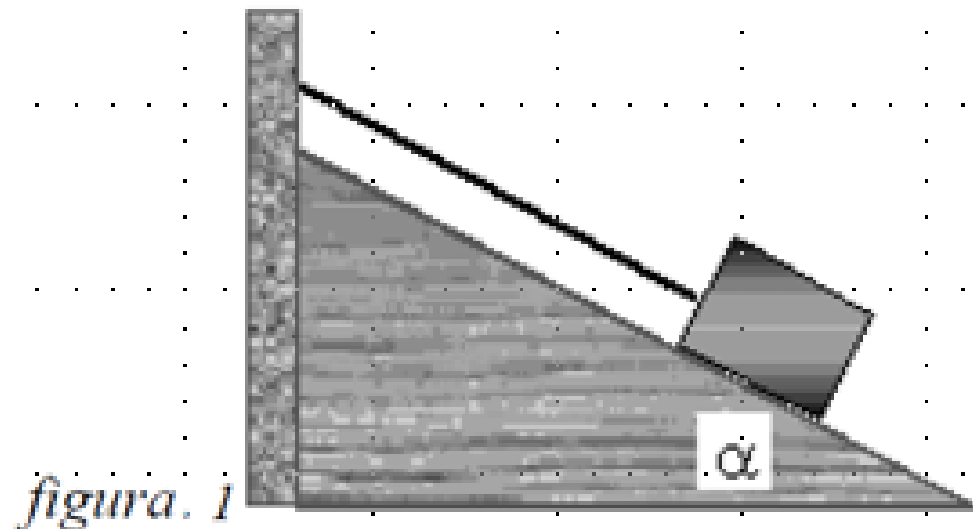
Solución: Se identifican las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, estas son:

Fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso P

Fuerza de la cuerda que lo sostiene, que es la tensión T

Fuerza que el plano ejerce sobre el cuerpo, que es la normal N

El diagrama de cuerpo libre (DCL) del bloque se muestra en la figura de la derecha.



Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton en cada dirección x e y :

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del diagrama de cuerpo libre se obtiene:

$$\text{eje } x: -T + P \operatorname{sen} \alpha = 0$$

$$\text{eje } y: N - P \cos \alpha = 0$$

Despejando T y N , y reemplazando los valores numéricos, se obtiene:

$$T = P \operatorname{sen} \alpha = 50 \operatorname{sen} 30 = 25 \text{ N}$$

$$N = P \cos \alpha = 50 \cos 30 = 43.2 \text{ N}$$

Ejemplo 2. El sistema de la figura 2 se encuentra en equilibrio. Los cables forman ángulos de 30° y 60° con la horizontal y el bloque pesa 100 N . Calcular la tensión en los cables.

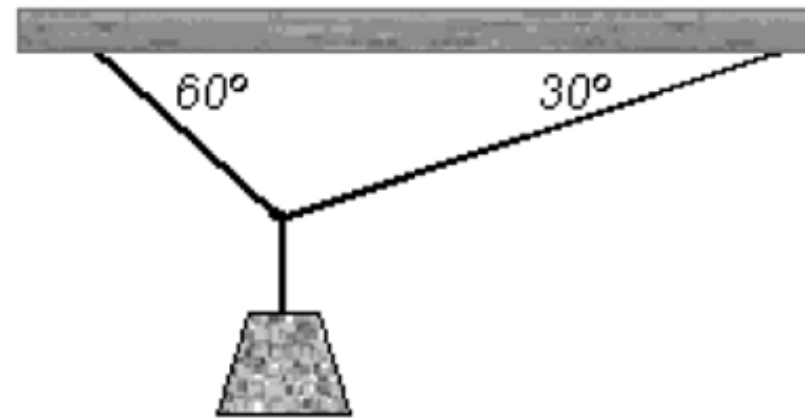


Figura 2

Ejemplo 2. El sistema de la figura 2 se encuentra en equilibrio. Los cables forman ángulos de 30° y 60° con la horizontal y el bloque pesa 100 N . Calcular la tensión en los cables.

Solución: Se hace un diagrama de cuerpo libre para el bloque y en el nudo de unión de las cuerdas

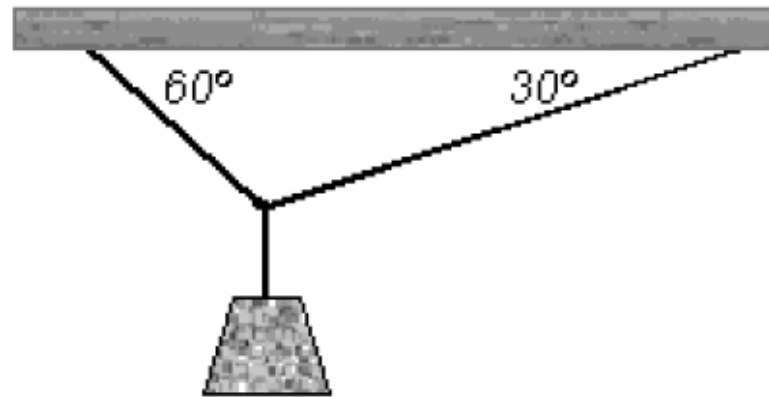
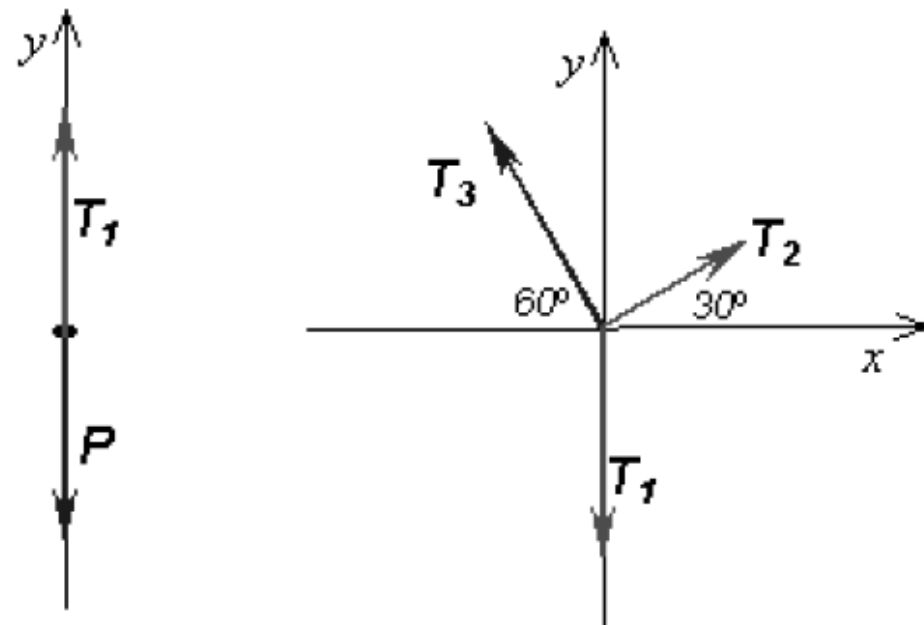


Figura 2



Como el sistema está en equilibrio, se aplica la primera Ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

Del DCL del bloque y en el nudo se obtienen las ecuaciones:

bloque: $\text{eje } y: T_1 - P = 0$ (1)

nudo: $\text{eje } x: -T_3 \cos 60 + T_2 \cos 30 = 0$ (2)

$\text{eje } y: T_3 \sin 60 + T_2 \sin 30 - T_1 = 0$ (3)

De la ecuación (1) se obtiene: $T_1 = P \Rightarrow T_1 = 100 \text{ N}$

De la ecuación (2):

$$T_3 \cos 60 = T_2 \cos 30 \quad \Rightarrow \quad T_3 = T_2 \frac{\cos 30}{\cos 60}$$

Reemplazando en la ecuación (3):

$$T_2 \frac{\cos 30}{\cos 60} \sin 60 + T_2 \sin 30 = 100$$

$$T_2 (\cos 30 \tan 60 + \sin 30) = 100 \Rightarrow 2T_2 = 100 \Rightarrow T_2 = 50 \text{ N}$$

Finalmente:

$$T_3 = 50 \frac{\cos 30}{\cos 60} \Rightarrow T_3 = 86.6 \text{ N}$$

Ejemplo 3. Si un bloque de masa m se ubica sobre un plano sin roce, inclinado un ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura 3 partiendo del reposo, resbalará una distancia D a lo largo del plano. Describir su movimiento.

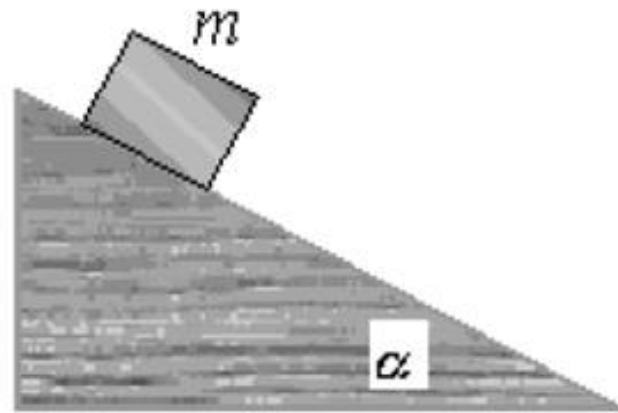


Figura 3.

Ejemplo 3. Si un bloque de masa m se ubica sobre un plano sin roce, inclinado un ángulo α con la horizontal, como se muestra en la figura 3 partiendo del reposo, resbalará una distancia D a lo largo del plano. Describir su movimiento.

Solución: como el sistema está en movimiento, se aplica la segunda Ley de Newton, en componentes:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

Las fuerzas aplicadas sobre el cuerpo de masa m son la fuerza de atracción de la Tierra, que es su peso P y la fuerza normal N del plano sobre el cuerpo.

Del diagrama de cuerpo libre , considerando que el bloque resbala en dirección del plano, o sea en dirección x , tiene sólo a_x y no a_y , se obtiene:

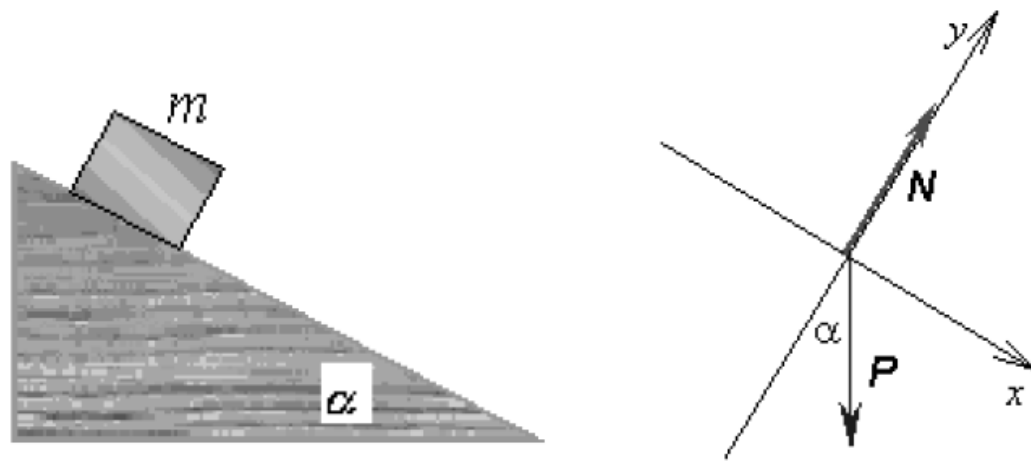


Figura 3:

$$\text{eje } x: P \operatorname{sen} \alpha = m a_x \quad (1)$$

$$\text{eje } y: N - P \cos \alpha = m a_y = 0 \quad (2)$$

Despejando a_x de (1) y N de (2), considerando que $P = mg$, se obtiene:

$$a_x = g \operatorname{sen} \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

Se concluye que la aceleración del bloque en dirección del plano inclinado es la componente de g en esa dirección. Estudiando ahora el movimiento del bloque, considerando que parte del reposo y se desliza una distancia D , se puede calcular la rapidez con que llega a la base del plano. Si se considera que el movimiento del bloque comienza desde el reposo, se puede usar:

$$v^2 = v_o^2 + 2a_x \Delta x$$

$$v^2 = 0 + 2 (g \operatorname{sen} \alpha) D \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2gD \operatorname{sen} \alpha}$$

ecuación válida solo para este caso particular. Esto completa la descripción del movimiento del bloque sobre el plano inclinado.

Ejemplo 4. En el sistema mecánico de la figura 4, el bloque de masa M se ubica sobre el plano liso inclinado en un ángulo α . La polea por donde cuelga otro bloque de masa m conectado a M es ideal y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración de las masas M y m y la tensión de la cuerda.

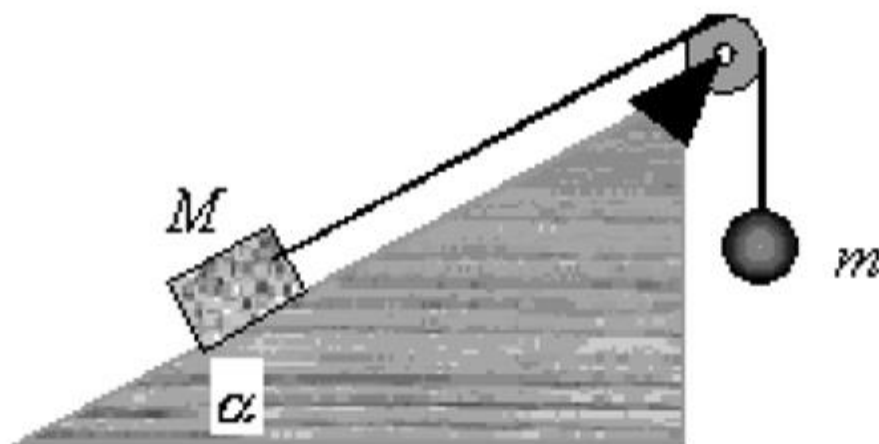


Figura 4.

Ejemplo 4. En el sistema mecánico de la figura 4, el bloque de masa M se ubica sobre el plano liso inclinado en un ángulo α . La polea por donde cuelga otro bloque de masa m conectado a M es ideal y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración de las masas M y m y la tensión de la cuerda.

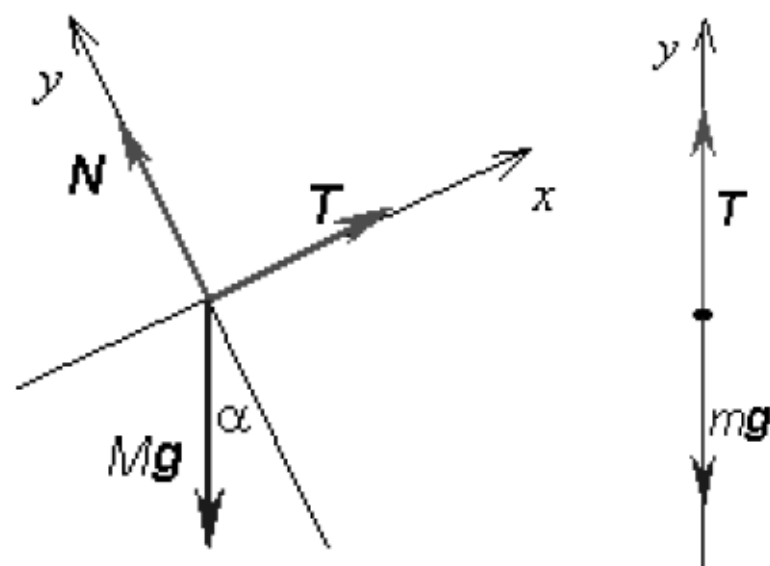
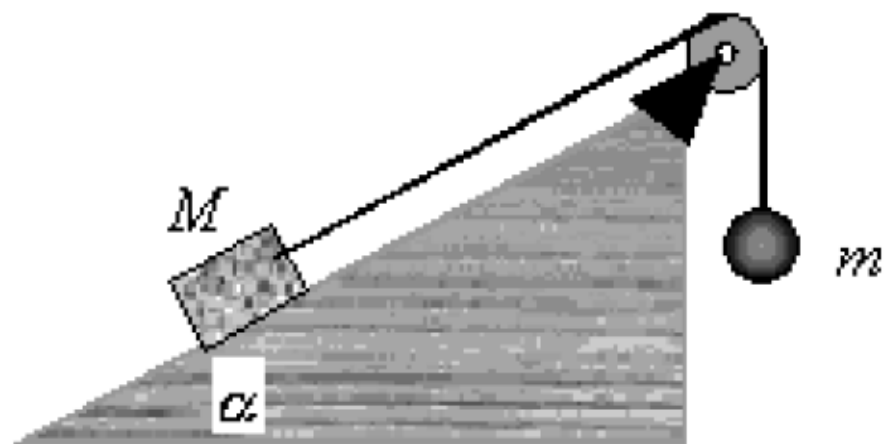


Figura 4.

Solución: El sistema está en movimiento, por lo que se aplica la segunda Ley de Newton a cada masa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

Como no se conoce la dirección del movimiento, podemos suponer que el cuerpo de masa M sube por el plano inclinado, lo que determina el sentido de la aceleración del sistema, entonces del DCL para M y para m se obtiene:

Para M

$$\text{eje } x: T - Mg \operatorname{sen} \alpha = Ma \quad (1)$$

$$\text{eje } y: N - Mg \cos \alpha = 0 \quad (2)$$

Para m

$$\text{eje } y: T - mg = -ma \quad (3)$$

De (3) se despeja T y se reemplaza en (1):

$$T = mg - ma \quad \Rightarrow \quad mg - ma - Mg \operatorname{sen} \alpha = Ma$$

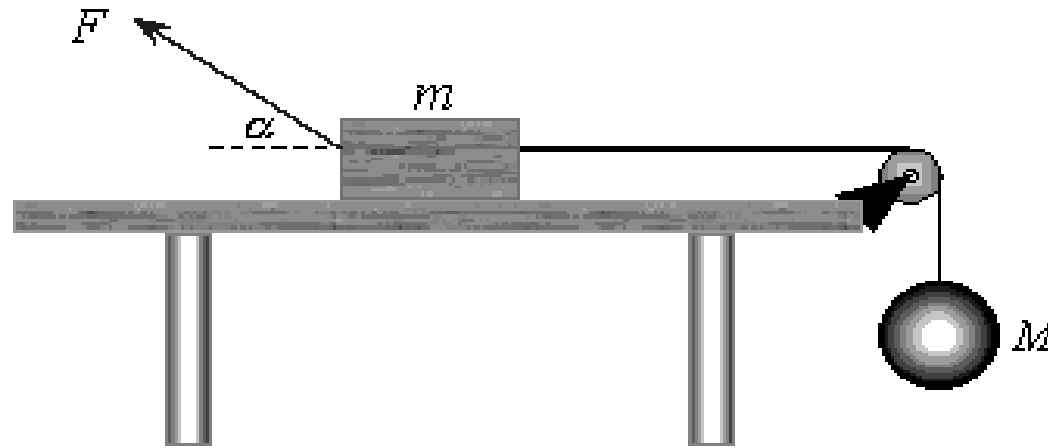
$$Ma + ma = g(m - M \operatorname{sen} \alpha) \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m - M \operatorname{sen} \alpha}{m + M} g$$

Se observa que el signo de a depende del término $m - M \operatorname{sen} \alpha$. Ahora se calcula el valor de la tensión reemplazando el valor de a en T :

$$T = mg - m \left(\frac{m - M \operatorname{sen} \alpha}{m + M} g \right)$$

$$T = \frac{mM}{m + M} g (1 + \operatorname{sen} \alpha)$$

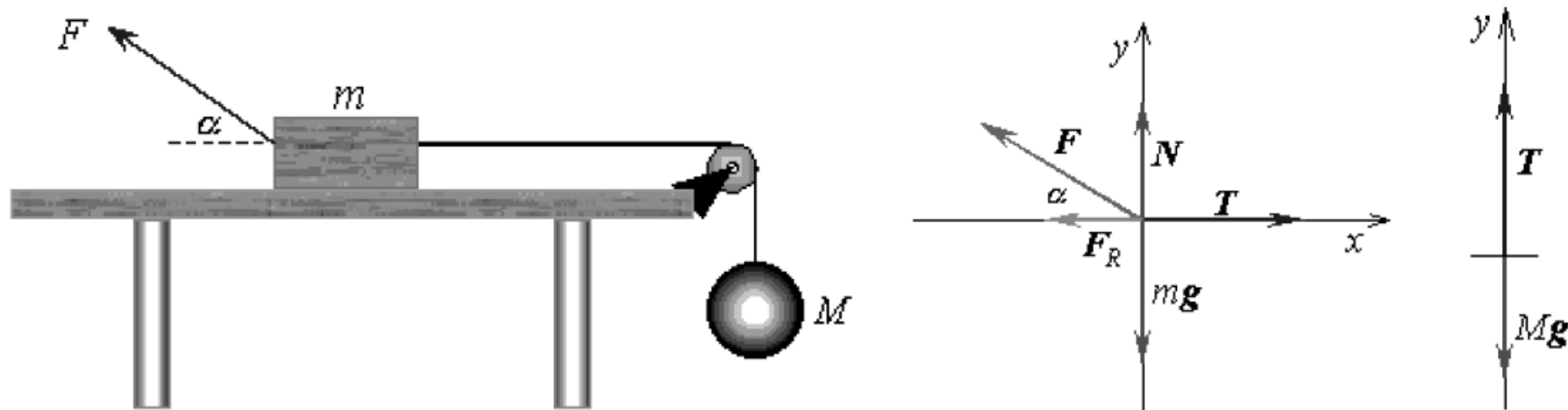
Ejemplo 5. En el sistema mecánico de la figura, se aplica una fuerza F inclinada un ángulo α sobre el cuerpo de masa m , ubicado sobre la mesa horizontal con coeficiente de roce μ . La polea por donde cuelga otro bloque de masa M no tiene roce y la cuerda se considera inextensible y de masa despreciable. Calcular la aceleración de las masas y la tensión de la cuerda.



Solución: El sistema está en movimiento, por lo que se aplica la segunda Ley de Newton a cada masa:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \sum F_x = ma_x, \quad \sum F_y = ma_y$$

Como no se conoce la dirección del movimiento, podemos suponer que el cuerpo de masa M desciende y tira a m hacia la derecha, lo que determina el sentido de la aceleración del sistema, entonces del DCL para m y para M , en cada dirección x e y , se obtiene:



Para m

$$\text{eje } x: T - F \cos \alpha - F_R = ma \quad (1)$$

$$\text{eje } y: N + F \sin \alpha - mg = 0 \quad (2)$$

Para M

$$\text{eje } y: T - Mg = -Ma \quad (3)$$

Además se sabe que por definición, la fuerza de roce es: $F_R = \mu N$.

De (2) se despeja N y se reemplaza en F_R :

$$N = mg - F \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad F_R = \mu(mg - F \sin \alpha) \quad (4)$$

$$\text{De (3) se despeja } T: \quad T = Mg - Ma \quad (5)$$

Ahora (4) y (5) se reemplazan en (1), lo que permite despejar la aceleración

$$Mg - Ma - F\cos\alpha - \mu(mg - F\sin\alpha) = ma \Rightarrow$$

$$a = \frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{M + m}$$

y la tensión T

$$T = Mg - M \frac{(M - \mu m)g - F(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}{M + m}$$