

3.- Movimiento en una dimensión



Cinemática

Definición

El nombre cinemática deriva de la palabra griega “*kinetos*” cuyo significado es mover o desplazar.

La Cinemática es la parte de la física que se ocupa del estudio del movimiento de los objetos a través del espacio y el tiempo, sin tener en cuenta las causas que lo producen.

Generalmente la cinemática comprende cuatro tipos movimientos principales:

- Movimiento en una dimensión.
- Movimiento en dos dimensiones.
- Movimiento Circular.
- Movimiento armónico.

Por ahora nos detendremos en el primero, el cual abarca al: movimiento rectilíneo uniforme (MRU), movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), tiro vertical y caída libre.

Cinemática

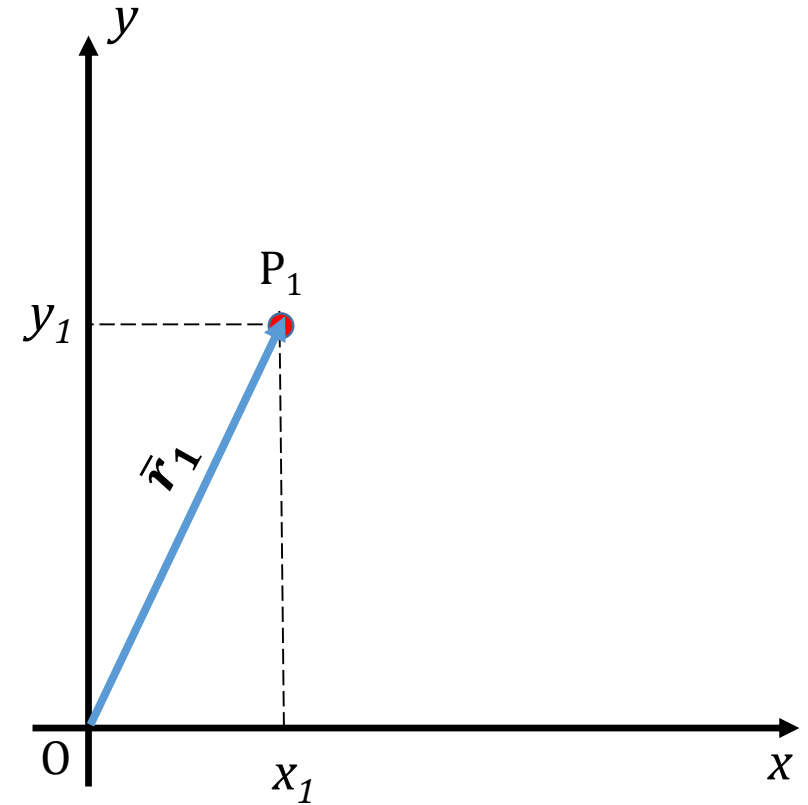
Posición

Consideramos una partícula "P" a cuya ubicación le damos el subíndice 1 respecto a un sistema de coordenadas o sistema de referencia.

Las componentes de dicha ubicación serán $(x_1; y_1)$ escritas en forma de par ordenado.

También podremos representar la posición de P_1 con un vector posición: $\vec{r}_1$, donde $(x_1; y_1)$ serán las componentes del vector a partir del centro de coordenadas "O".

Lo conveniente de usar vectores es tener en cuenta los elementos de dicha magnitud, como ser el punto de aplicación desde donde se tiene referencia de la ubicación de dicho punto.



Cinemática

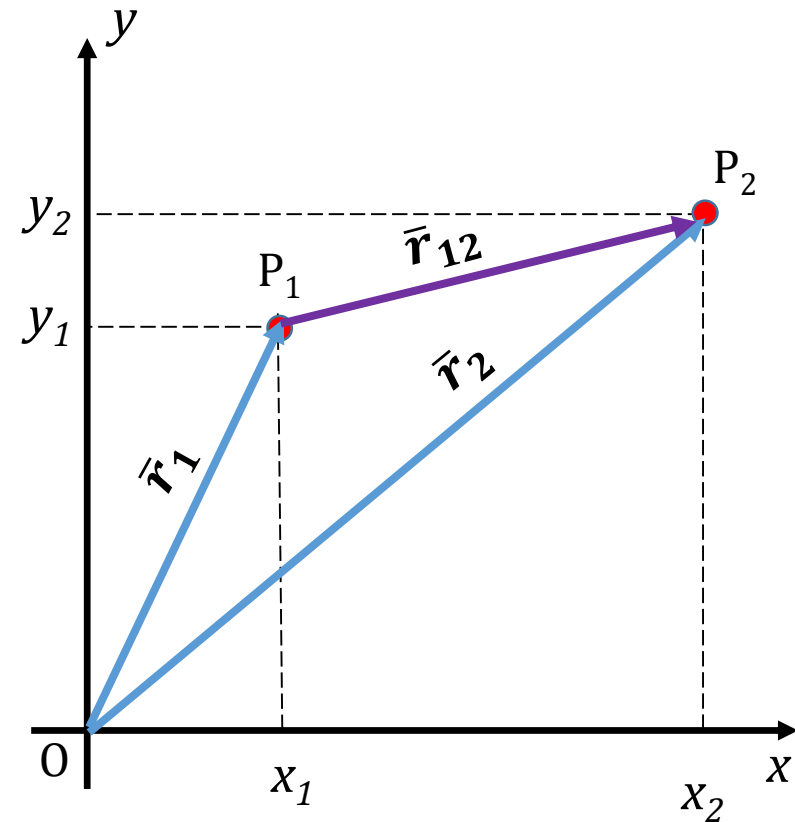
Posición

Si luego de transcurrido cierto tiempo, la partícula cambia de ubicación, adquiere una nueva posición que denominamos con el subíndice 2 ($\vec{r}_2$), y su representación será:

Además, el par ordenado que representa las coordenadas del vector que indica la nueva posición, es: $(x_2; y_2)$.

Para indicar que la partícula se ha desplazado desde la posición 1 hasta la posición 2, lo haremos con un vector llamado vector desplazamiento ($\vec{r}_{12}$).

Dicho vector nos indica que la partícula se ha desplazado de 1 hacia 2, tomando como referencia el punto 1.



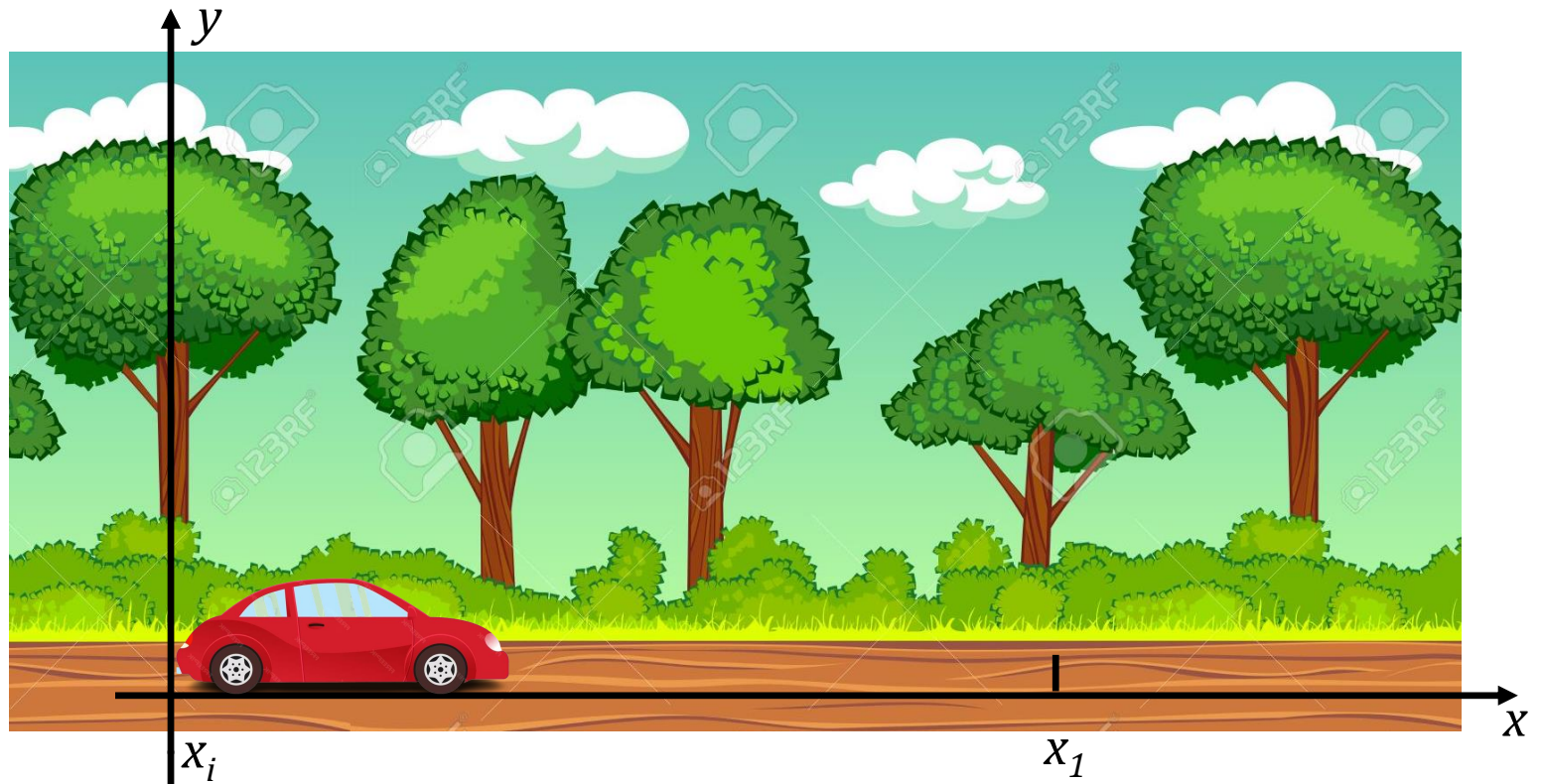
Cinemática

Posición

Ahora, supondremos que el móvil de la figura se representa con una partícula, la cual sólo se puede desplazar en dirección sobre una línea recta (x).

En cinemática se asume que los móviles (el auto de la figura) no tienen volumen, no ocupan espacio, es decir, son un punto, de allí que se los llama “puntuales”.

La magnitud x es escalar que tiene un subíndice (por ejemplo, “ x_1 ”) se está haciendo referencia a un lugar en particular y representa la longitud que existe entre dicho punto (x_1) y otro considerado como referencia (x_i).



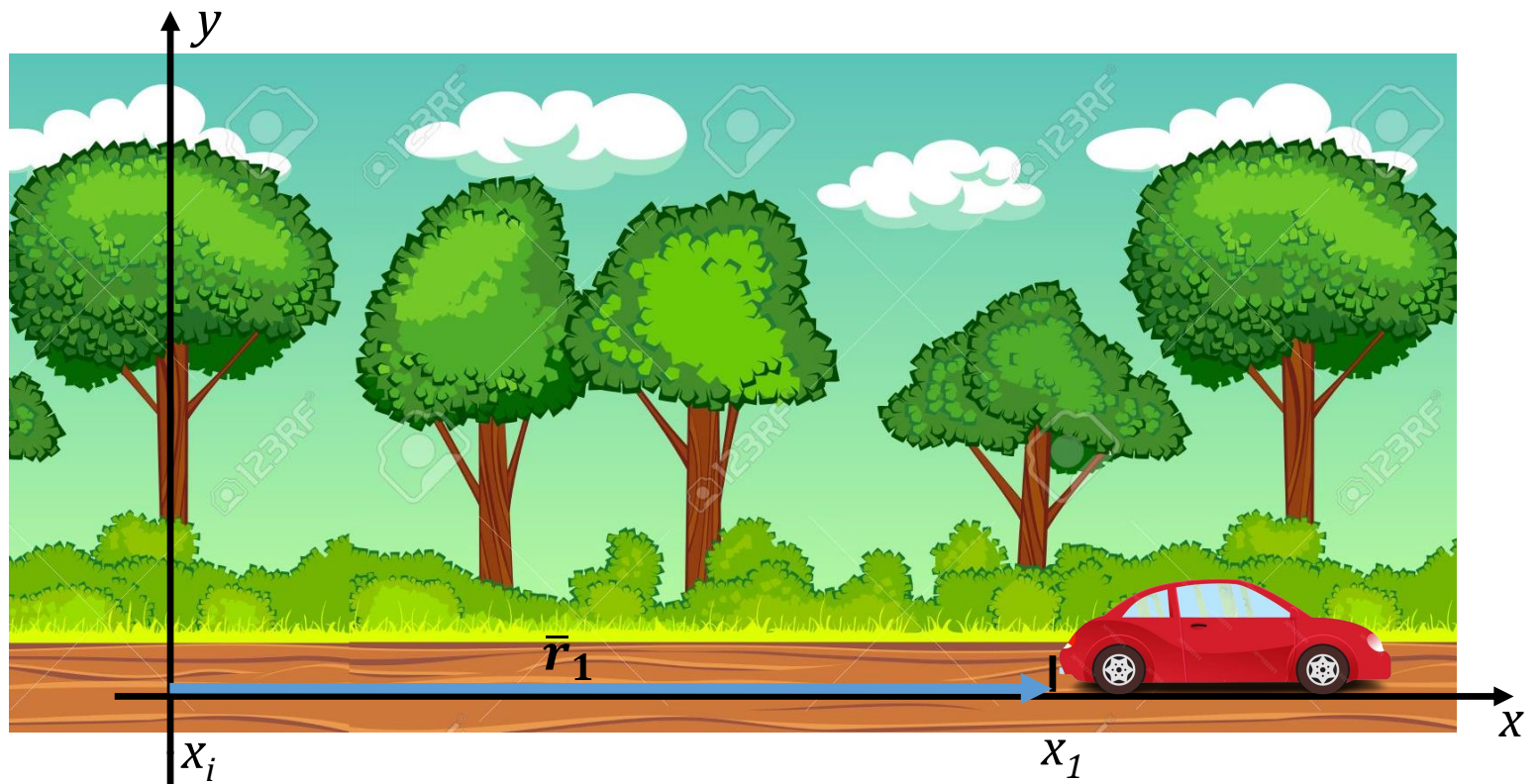
Cinemática

Posición

Una vez que la partícula (auto) se desplazó, la posición se representará con el vector ($\vec{r}_1$), el cual tiene unidad de longitud (por ejemplo, cm, m, km).

Dicha magnitud vectorial tendrá dirección, sentido, punto de aplicación y el valor de la longitud con su correspondiente unidad.

No debemos confundir posición con distancia recorrida, pues la posición es el vector que nos indica donde se encuentra el móvil en un instante determinado desde la posición inicial o referencia; mientras que distancia recorrida es un valor escalar que resulta de sumar la longitud total recorrida por el móvil.



Cinemática

Posición

x_i : Coordenada de referencia.

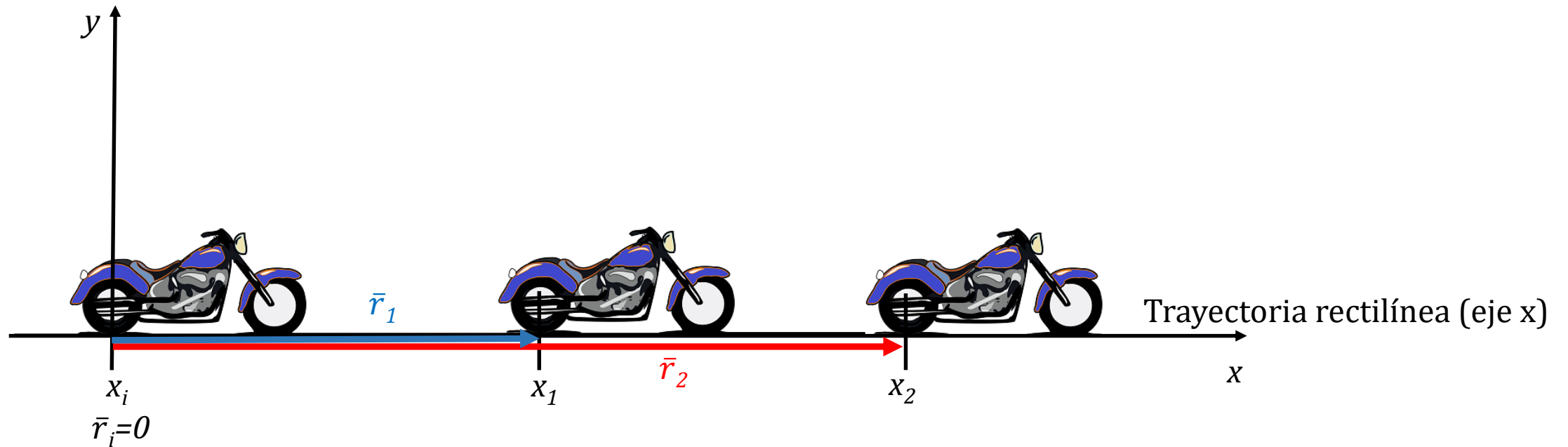
x_1 : Coordenada 1 respecto a la referencia x_i .

x_2 : Coordenada 2 respecto a la referencia x_i .

$\bar{r}_i$: Posición inicial que coincide con la coordenada de referencia.

$\bar{r}_1$: Posición de la moto en la coordenada x_1 , transcurrido un tiempo t_1 .

$\bar{r}_2$: Posición de la moto en la coordenada x_2 , transcurrido un tiempo t_2 .



Cinemática

Movimiento y Trayectoria

Movimiento

Cuando la partícula o grupo de partículas (cuerpo rígido) cambia de posición, debe realizar lo que llamamos *movimiento*.

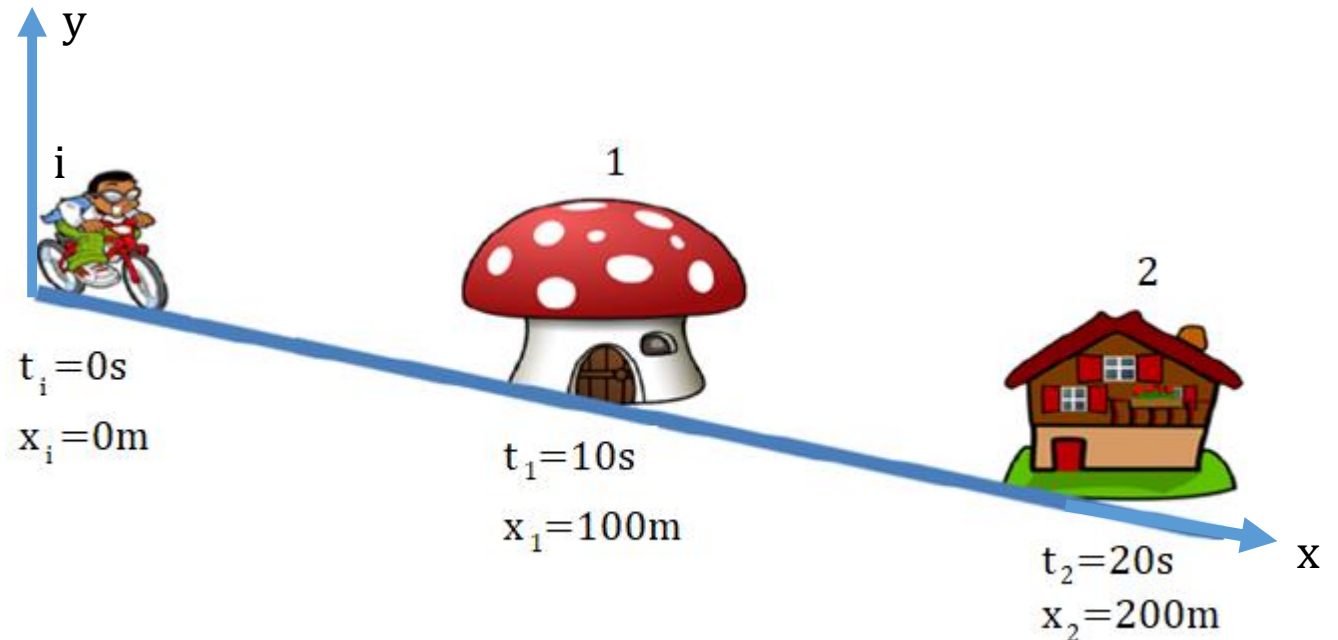
Trayectoria

Sucesión de posiciones por las que va pasando un móvil. Es la línea que dibujaría el objeto en su movimiento.

Esquema

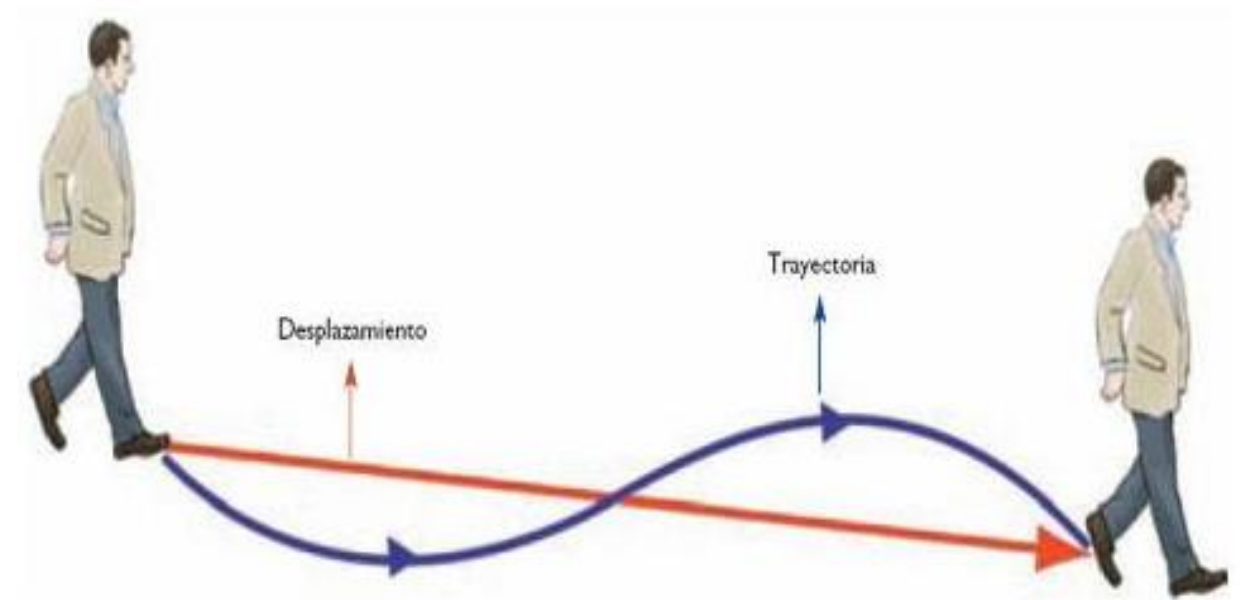
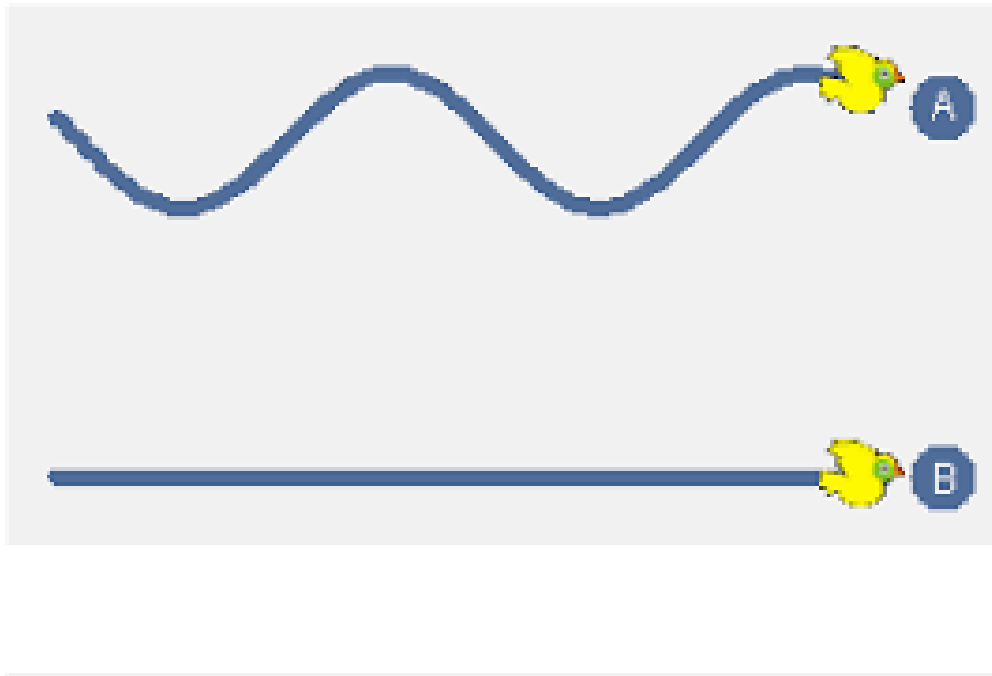
Consiste en dibujar la trayectoria y consignar sobre ella la información cinemática de la que se disponga, en la proximidad (lo más junto posible) de la posición correspondiente.

Un esquema bien hecho y completo es garantía casi absoluta de que el ejercicio estará bien resuelto.



Cinemática

La distancia (s) es la longitud medida sobre la trayectoria (escalar), mientras que el desplazamiento ($\vec{r}$) es el vector que une los puntos inicial y final.



En una trayectoria rectilínea, tanto la distancia recorrida como el desplazamiento, se medirán sobre la misma dirección.

Cinemática

Desplazamiento y tiempo transcurrido

Desplazamiento es la diferencia entre dos posiciones (la posición posterior menos la posición anterior).

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_{final} - \vec{r}_{inicial}$$

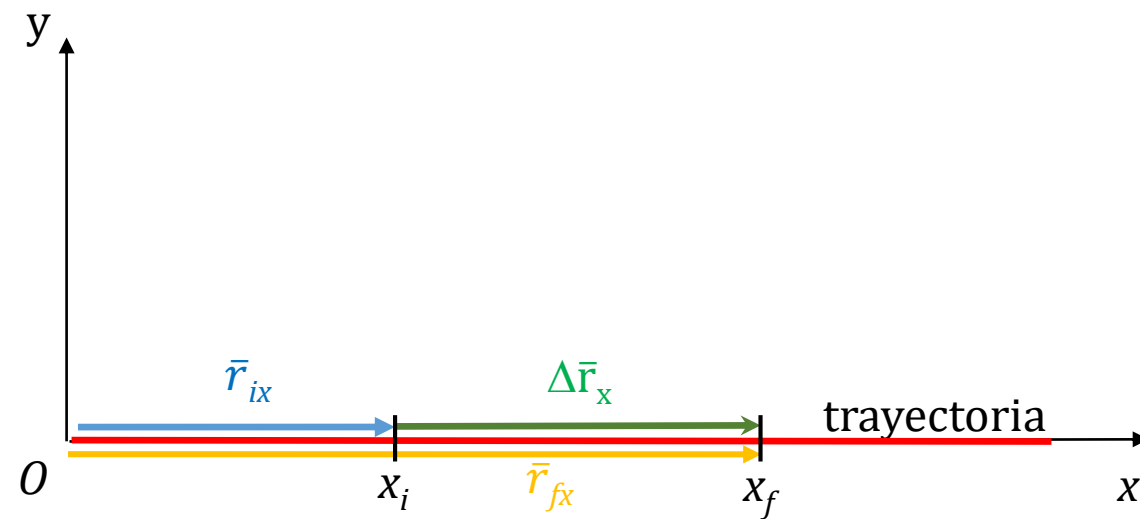
El módulo del vector desplazamiento ($\Delta \vec{r}_x$) en la dirección “x” nos dará la longitud medida entre dichos puntos.

$$|\Delta \vec{r}_x| = \Delta x = (x_f - x_i)$$

El instante de tiempo (t) es un momento único e irrepetible en el transcurso del tiempo.

Se indica con cualquier unidad de tiempo (por ejemplo: el segundo [s], en referencia a una escala arbitraria).

Al igual que lo dijimos con “ x_1 ”, cuando veamos “ t ” con un subíndice (por ejemplo, “ t_1 ”) estamos haciendo referencia a un instante de tiempo en particular.



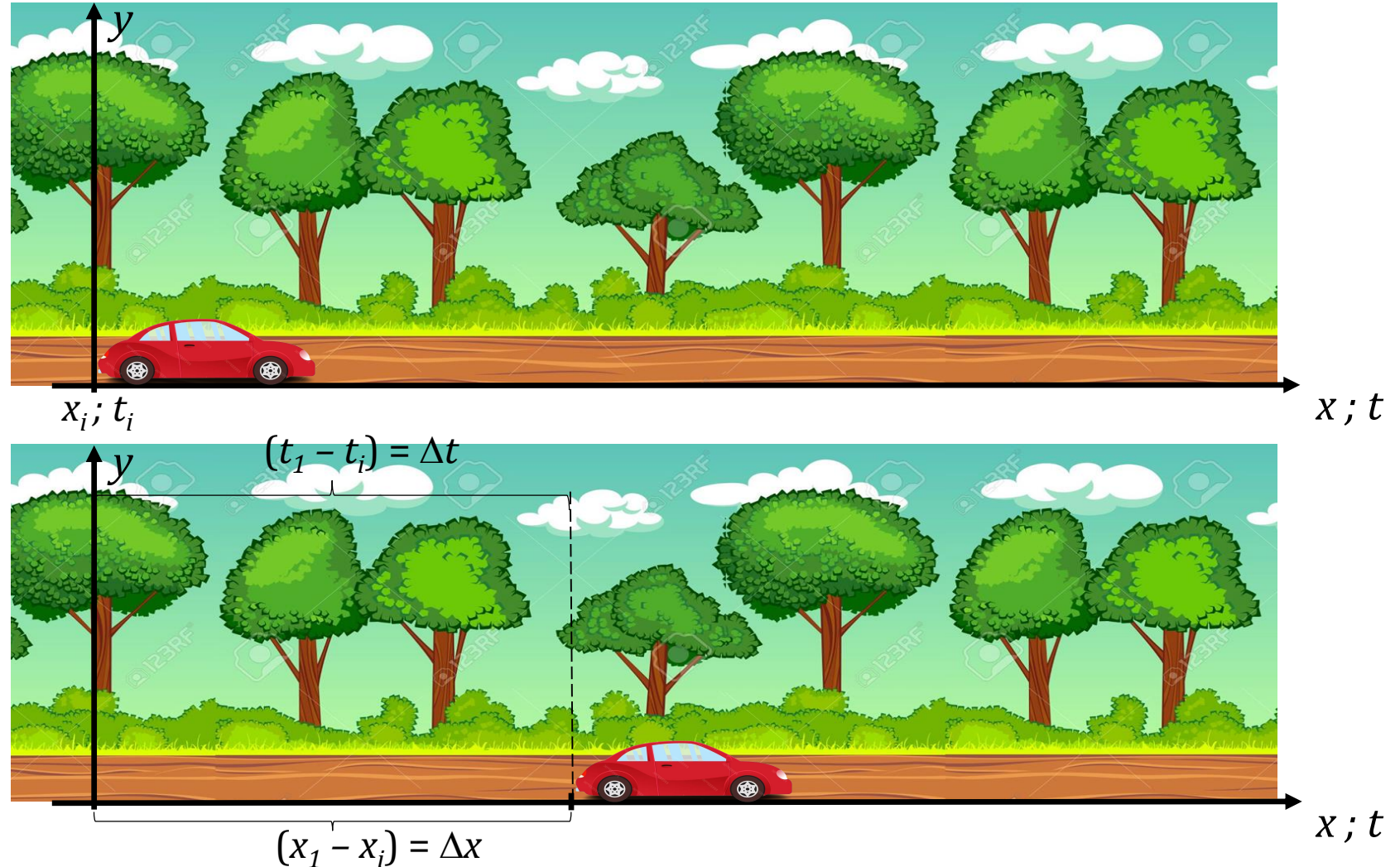
Para un movimiento en una dirección

Cinemática

Definición de velocidad

Definimos velocidad de una partícula (objeto) como el cambio de posición que ocurre durante un intervalo de tiempo transcurrido.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_1 - x_i)}{(t_1 - t_i)}$$



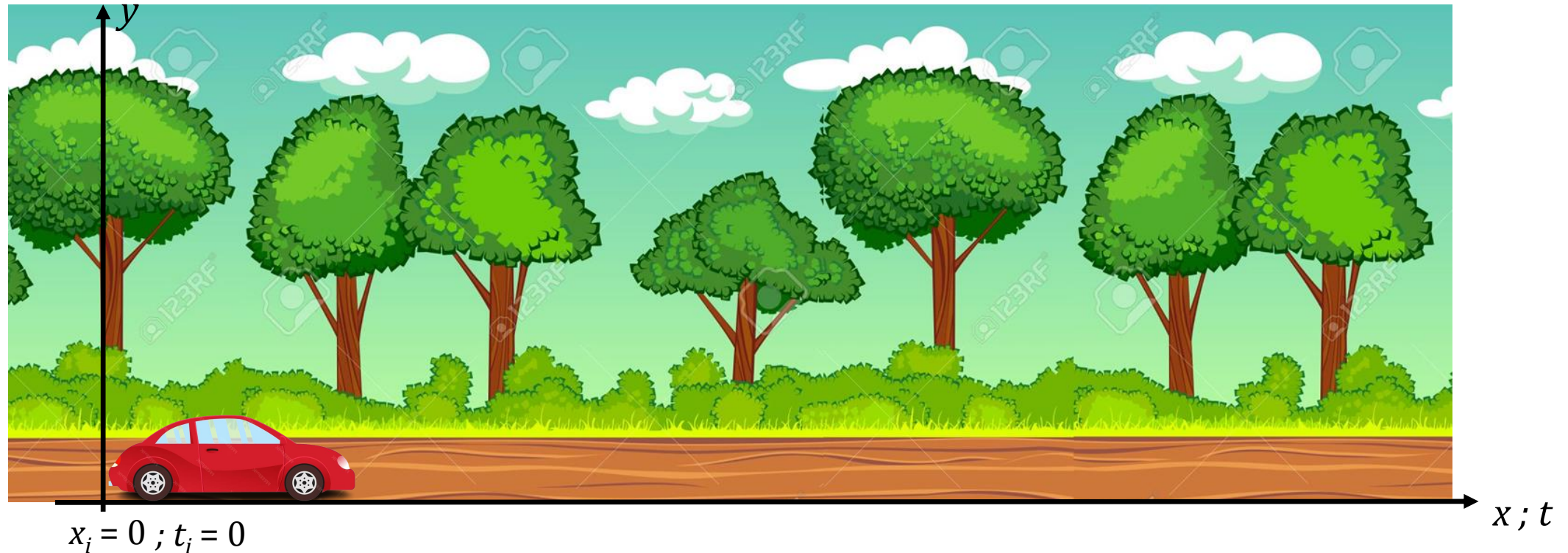
Cinemática

Movimiento rectilíneo uniforme, MRU

El MRU es el movimiento más simple. La trayectoria, como lo indica su nombre, se realiza sobre una dirección rectilínea y la velocidad es constante.

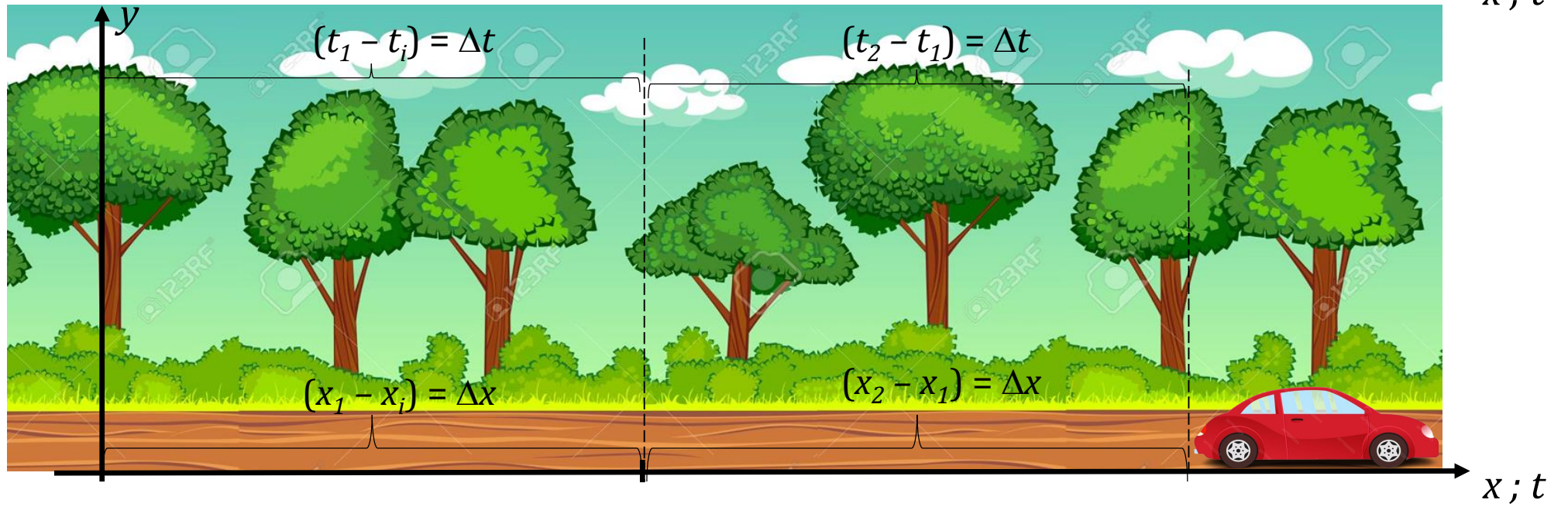
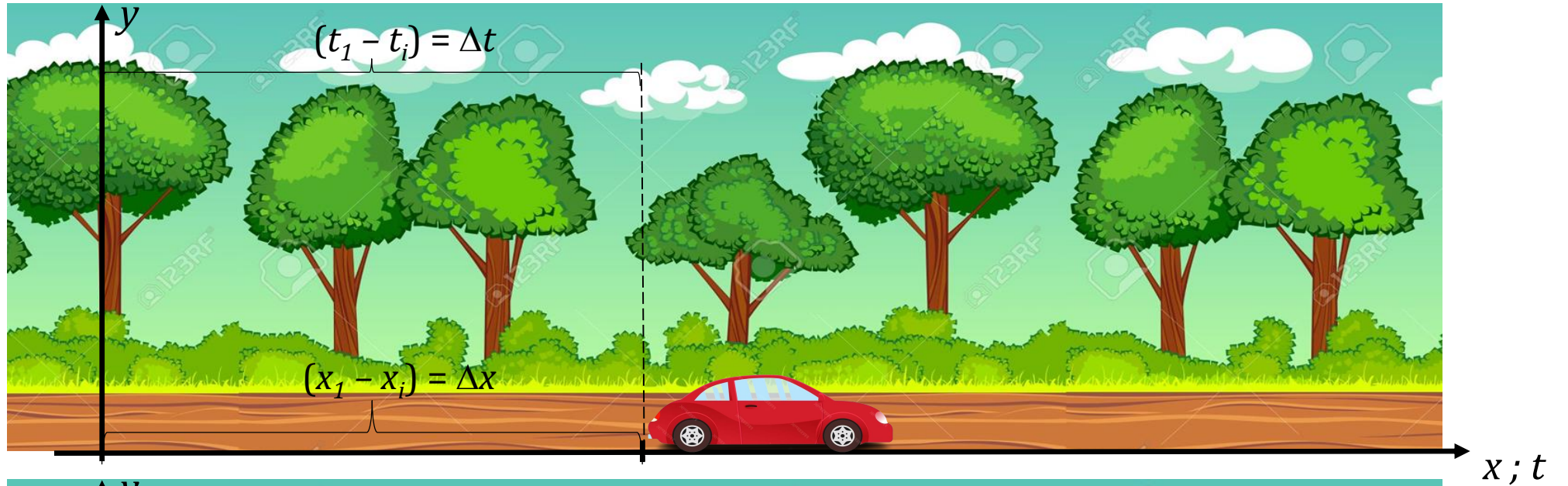
Un sistema móvil que se mueve en MRU, avanza desplazamientos idénticos en iguales intervalos de tiempo, dado que la velocidad es constante.

Esto quiere decir cada cierto intervalo de tiempo fijo, siempre estará avanzando la misma distancia.



Cinemática

Movimiento rectilíneo uniforme, MRU



Cinemática

Relación lineal entre variables

Sean los puntos P_1 , P_2 y P_3 los cuales forman un conjunto particular donde los mismos están relacionados de cierta manera particular, como ser mediante una operación matemática.

A tal relación la llamaremos *función* y se puede generalizar con *variables*. Esto es, escribiremos la función que relaciona una variable llamada independiente a la cual podemos asignarle cualquier valor con otra variable dependiente, la que dependerá de dicha relación.

Si se grafica esta relación, la misma puede representarse utilizando un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales donde las proyecciones de cada punto cumplen tal proporción:

$$y_1 \sim x_1$$

$$y_2 \sim x_2$$

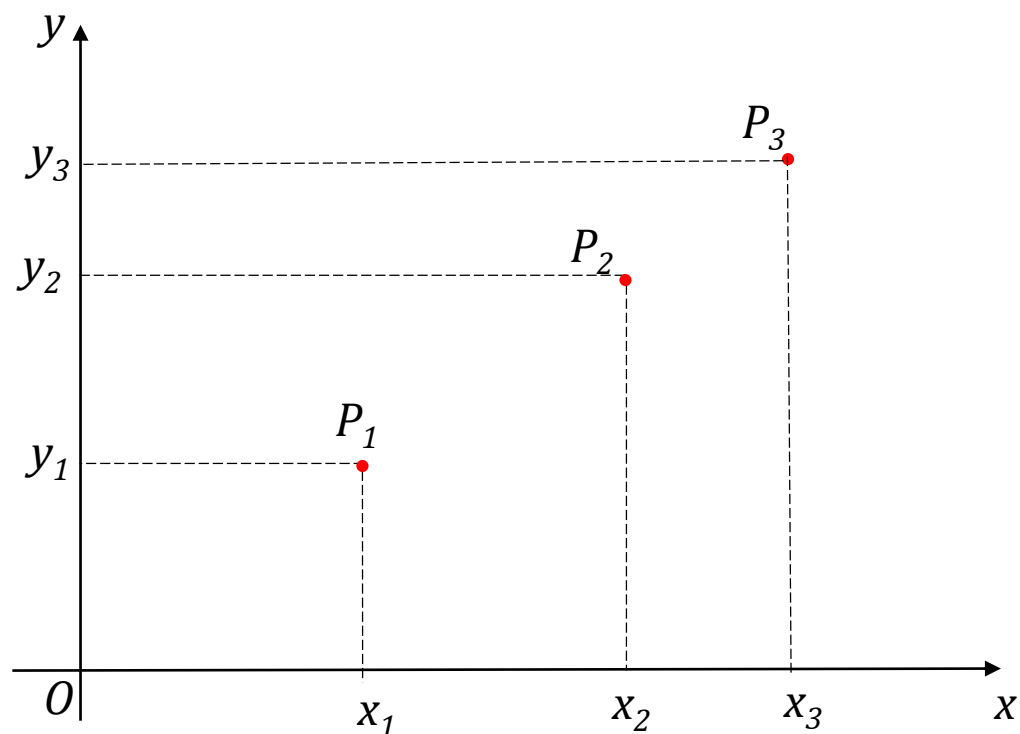
$$y_3 \sim x_3$$

Donde:

x : variable independiente.

y : variable dependiente.

$\sim$: símbolo que representa proporción.



Cinemática

Relación lineal entre variables

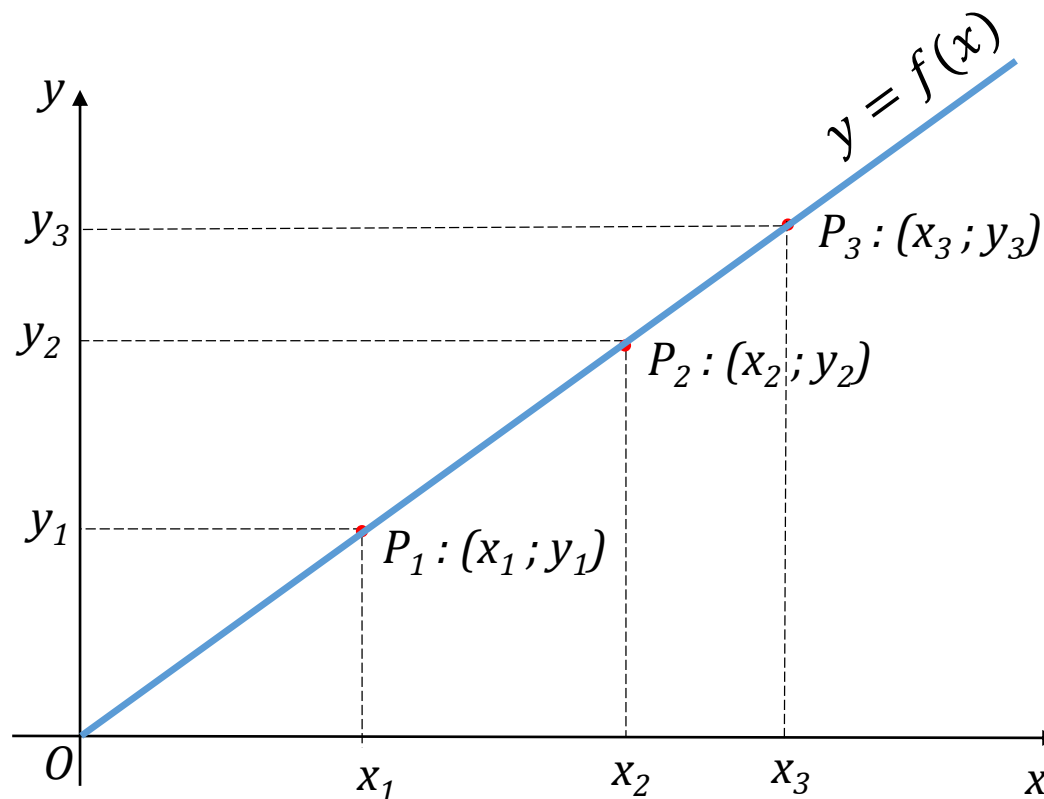
Al sustituir el símbolo de proporción por un símbolo de igualdad, debemos agregar una constante llamada *constante de proporcionalidad* o *pendiente* y su correspondiente operación, por ejemplo, el producto:

$$y = f(x) = b \cdot x$$

Y decimos que y es función lineal de x , donde b es la pendiente.

Si representamos gráficamente ésta relación sustituyendo valores en la variable independiente, obtendremos sus correspondientes valores de variable dependiente, formando así pares de puntos.

Luego, una línea recta será el lugar geométrico de todos los pares de puntos que cumplen con la función (relación) dada.



Cinemática

Ecuación cartesiana de la recta

En resumen, la función lineal o proporcional entre una variable y otra, se grafica en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales con una línea recta.

Dicha recta expresa la relación entre una variable independiente y su correspondiente variable dependiente, donde la constante de proporcionalidad representa su pendiente. Entonces llamamos ecuación cartesiana de la recta a la siguiente ecuación:

$$y = f(x) = c + b \cdot x$$

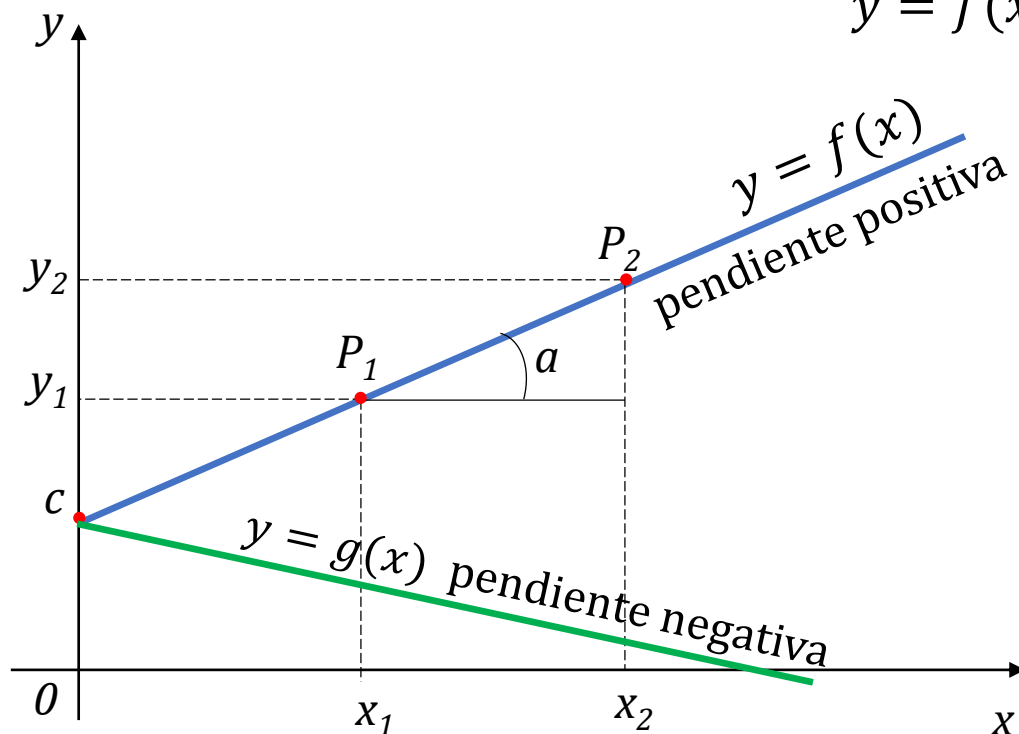
$$b = \operatorname{tg} \alpha = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$

b : pendiente de la recta, la cual puede ser positiva o negativa.

c : ordenada al origen, nos indica el desplazamiento vertical de la recta.

x : variable independiente.

y : variable dependiente.



Cinemática

Ecuación paramétrica de la recta

Si analizamos al movimiento rectilíneo en coordenadas cartesianas con las variables independiente y dependiente x ; y , nos encontramos con limitaciones. Si bien sabemos que la partícula se moverá sobre la dirección “ x ”, no hay cambios en la posición según la dirección “ y ”.

Por lo que el gráfico de posición será, como vimos, una recta sobre el eje “ x ”, el cual no nos dice mucho sobre el movimiento.

Para definir con mayor claridad el movimiento, es decir, la posición que va adquiriendo la partícula a medida que transcurre el tiempo, a éste último lo introducimos como nueva variable también llamada “parámetro”.

Éste parámetro “ t ”, nos permite conocer la posición de la partícula en cada instante de tiempo, por lo que a la ecuación que relaciona la posición con el parámetro “ t ”, la llamamos “ecuación paramétrica”; y la escribimos:

$$x = f(t) = a + b \cdot t$$

Donde: a es la posición inicial (x_0) y b es la velocidad o pendiente de la recta.

Cinemática

Ecuación paramétrica de la recta

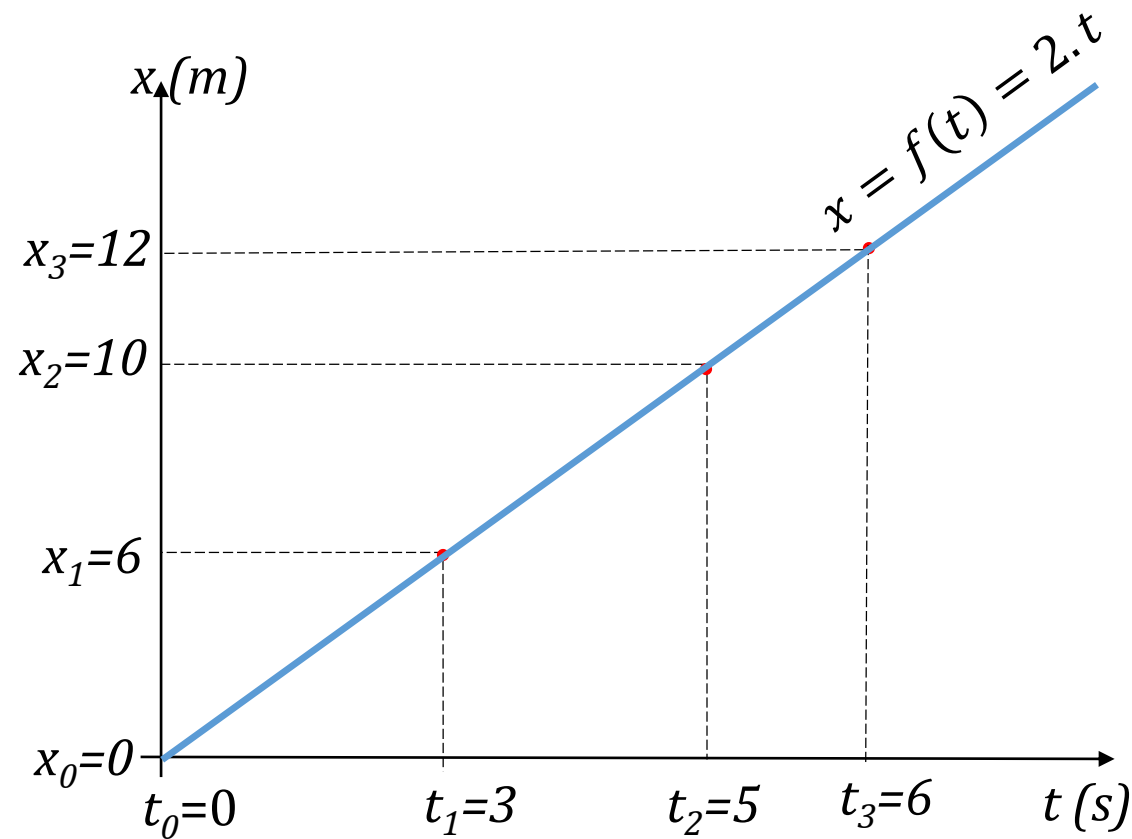
En el caso de MRU, la posición que va adquiriendo la partícula es proporcional al tiempo transcurrido, por lo que tendremos un gráfico como se indica en la siguiente figura.

Esto significa que los desplazamientos realizados por la partícula en movimiento, son iguales por cada intervalo de tiempo.

Por ejemplo: una partícula en movimiento que se encuentra en la posición $x_0=0$ cuando se inicia el registro del tiempo $t_0=0$. La misma se mueve sobre una dirección rectilínea. En la posición $x_1=6$ metros, transcurrieron $t_1=3$ segundos. A los $t_2=5$ segundos, se encuentra en la posición $x_2=10$ metros y a los $t_3=6$ segundos, está en $x_3=12$ metros.

$$x = a + b \cdot t = 0 + 2 \cdot t$$

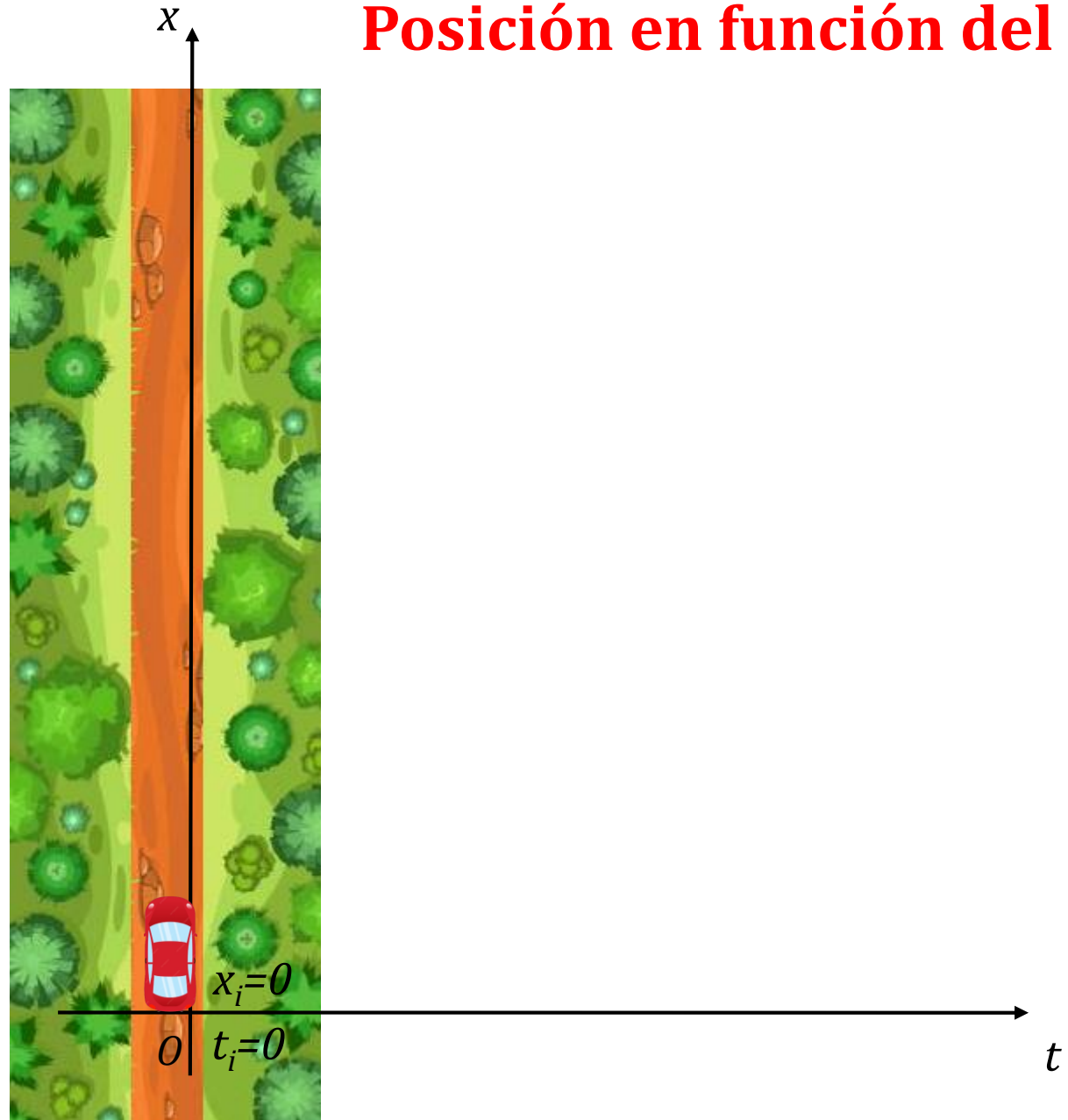
Donde “2” es la pendiente de la recta, o bien, la relación de proporción entre la posición y el tiempo.



Cinemática

De ahora en adelante, para facilitar la comprensión, representaremos en un sistema de coordenadas la posición del objeto o partícula en función de tiempo.

Posición en función del tiempo

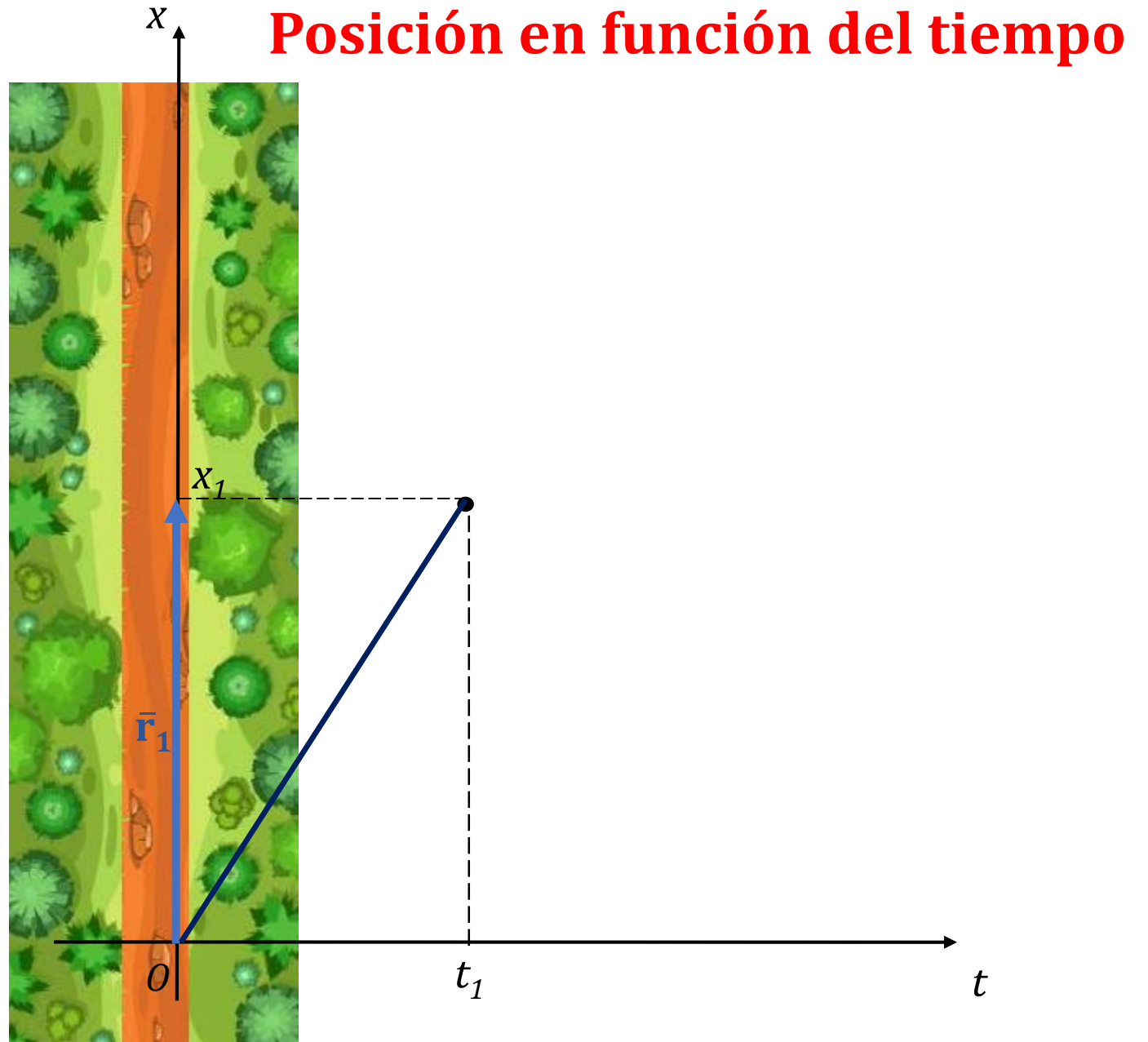


Cinemática

Si la posición se define con un vector “ $\vec{r}$ ”, entonces la función posición respecto del tiempo es:

$$\vec{r} = f(t)$$

Como en éste tipo de movimiento, la partícula se desplaza sobre una dirección rectilínea, la relación entre posición y tiempo se grafica como en la siguiente figura.



Cinemática

El módulo del vector desplazamiento ($\Delta\vec{r}_x$) en la dirección “x” nos dará la longitud medida entre dichos puntos. Por ejemplo:

$$|\Delta\vec{r}_{1-2}| = \Delta x_{1-2} = x_2 - x_1$$

Luego, el intervalo de tiempo será el tiempo transcurrido entre dos instantes y se obtiene restando el instante posterior menos el instante anterior.

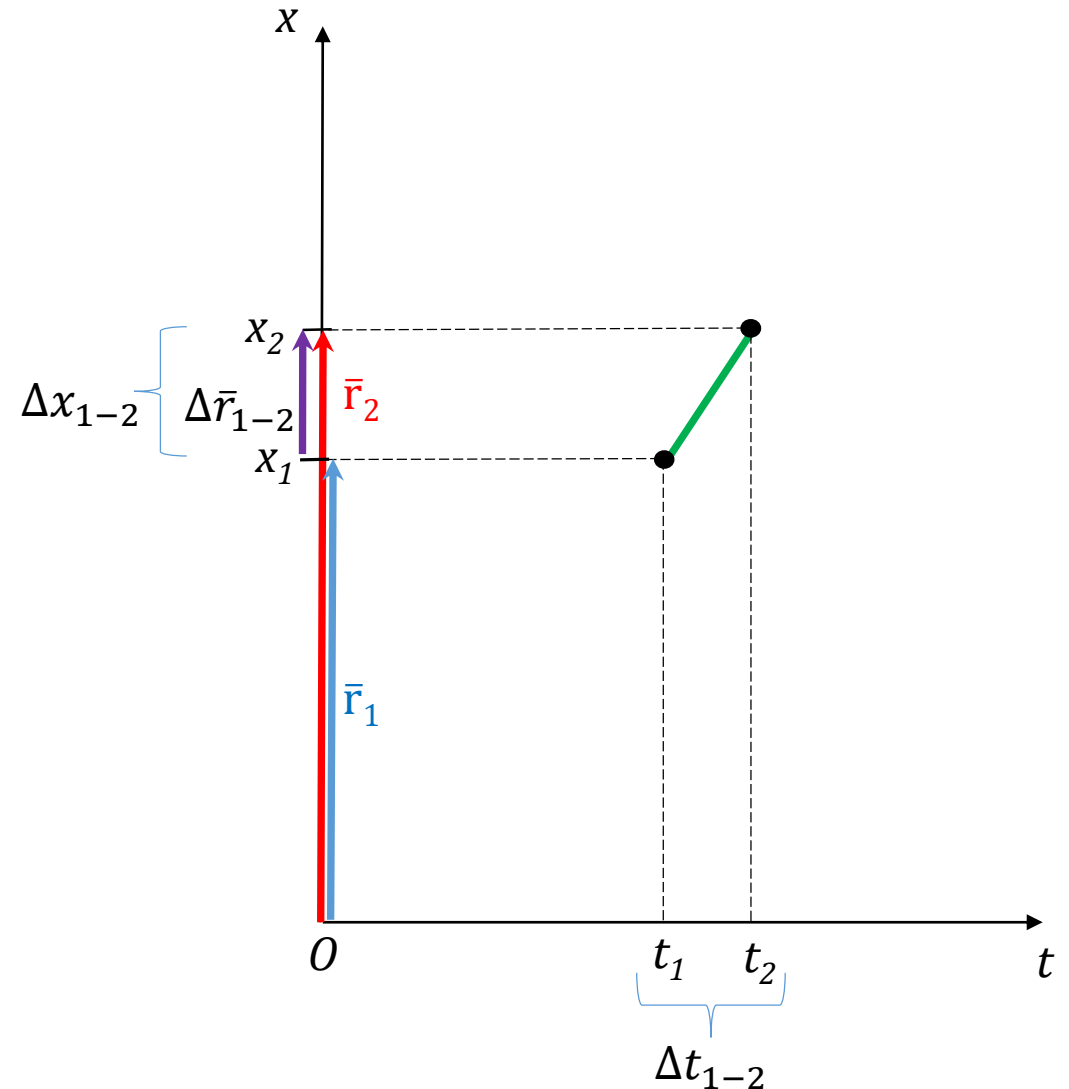
$$\Delta t = (t_f - t_i)$$

Por ejemplo:

$$\Delta t_{1-2} = t_2 - t_1$$

Y el segmento verde representa la relación de proporción entre x y t.

Posición en función del tiempo



Cinemática

Luego, si relacionamos la posición de un objeto respecto al tiempo transcurrido, nos referiremos a una función lineal entre el *parámetro tiempo* respecto a la *variable posición*.

Cuando un móvil se desplaza en MRU, la relación entre ambas variables se mantiene constante y el gráfico de la posición que tiene el móvil en función del tiempo es una línea recta cuya pendiente es la velocidad. De forma vectorial es:

$$\vec{r} = f(t) = \vec{x}_i + \vec{v} \cdot t \quad \text{ó} \quad \vec{r} = (x_1 + v \cdot t)\vec{i}$$

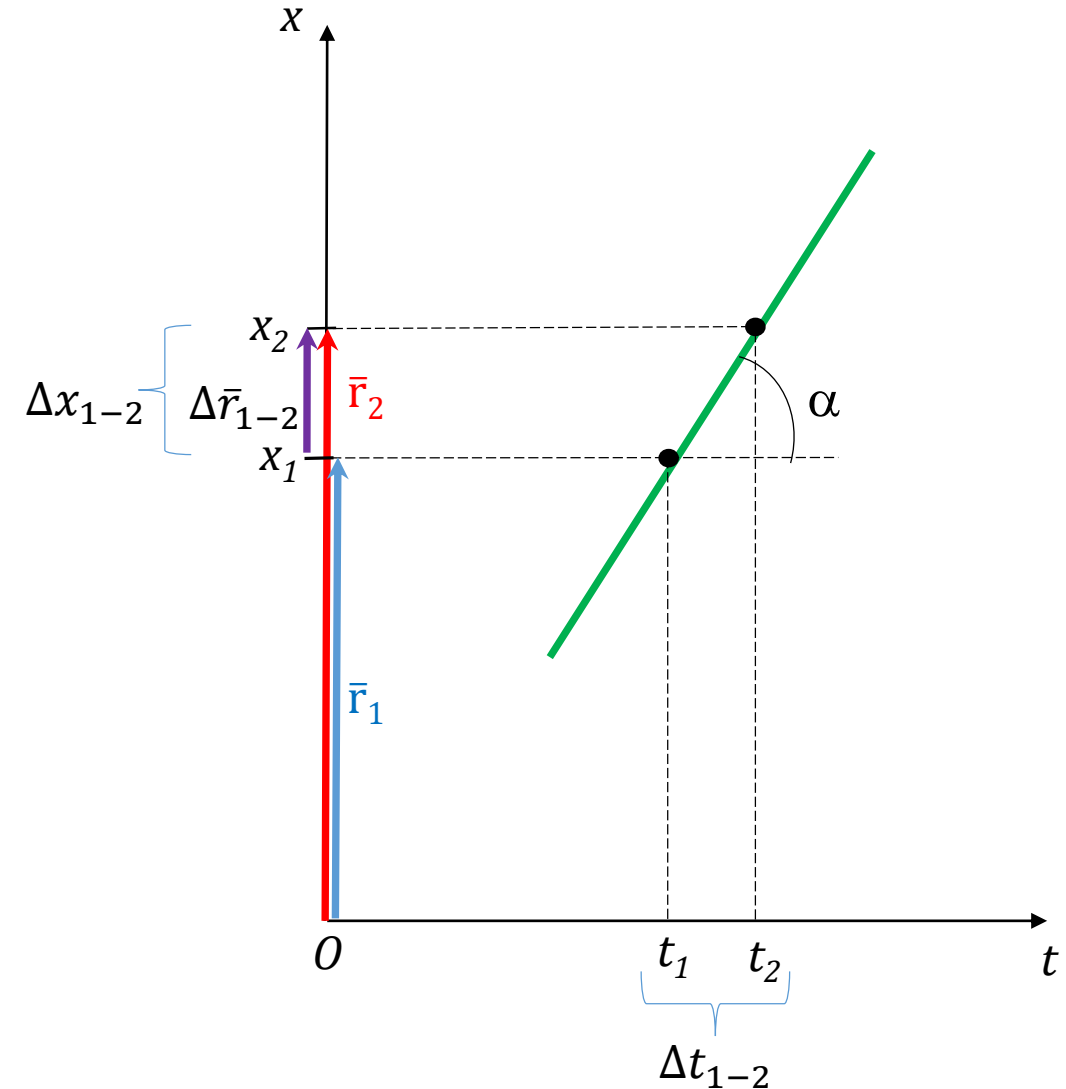
De forma escalar es:

$$x = x_i + v \cdot t$$

Donde:

$$v = \operatorname{tg} \alpha = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)} \quad ; \quad (\text{pendiente de la recta})$$

Ecuación horaria



Cinemática

La relación existente entre la posición y el tiempo se define como ecuación horaria.

Luego, definimos al cociente entre un desplazamiento cualquiera y el intervalo de tiempo correspondiente, como *velocidad media*.

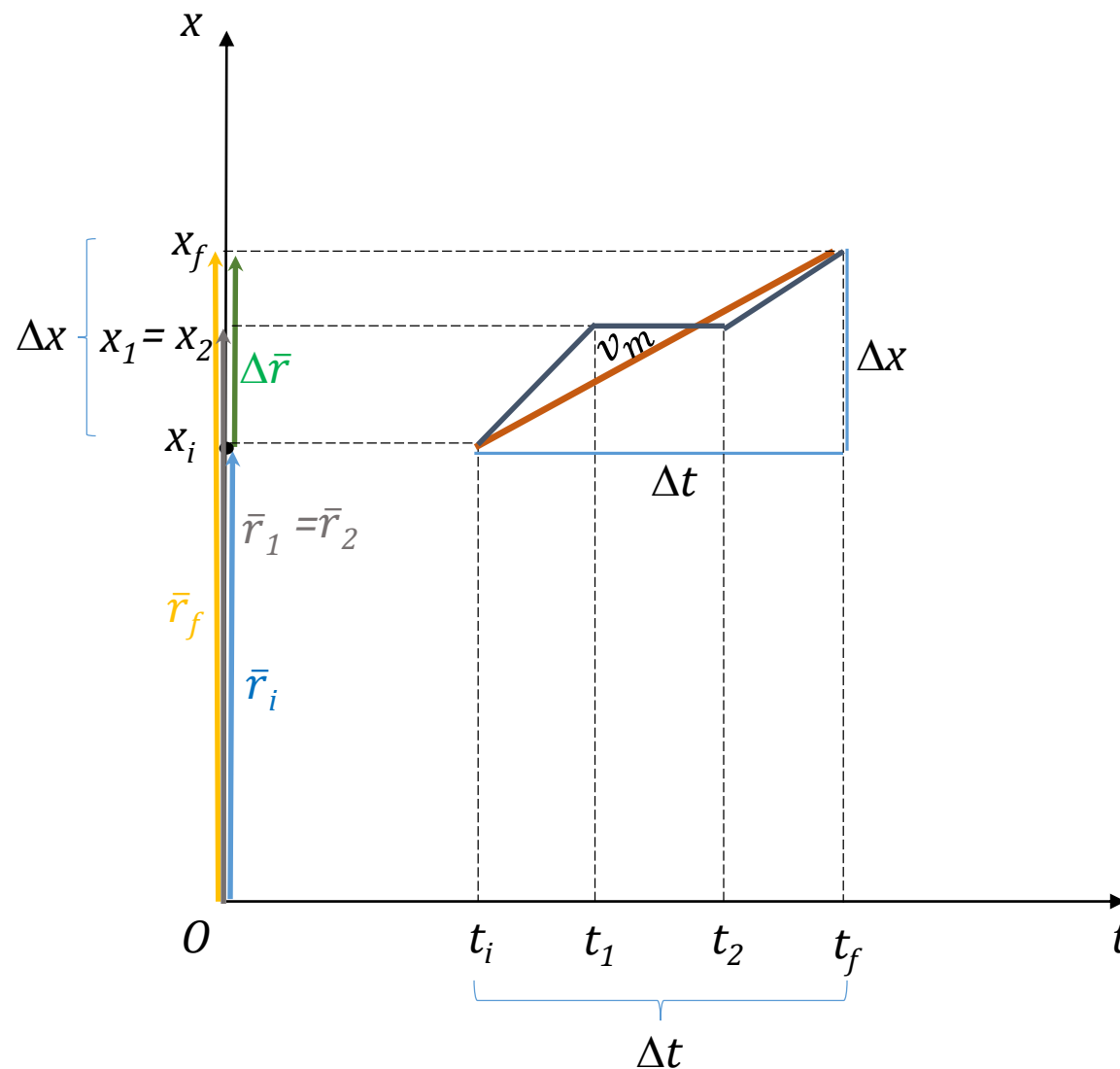
$$\bar{v}_m = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$$

Entonces, en valores absolutos, la rapidez media es:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Dicha relación corresponde a la pendiente de la función lineal (recta).

Velocidad media



Cinemática

Velocidad y rapidez

Debido a que estamos analizando Movimiento Rectilíneo Uniforme, solamente nos desplazamos en una sola dirección y podremos realizar los cálculos con los módulos del desplazamiento teniendo en cuenta el sentido del movimiento.

Entonces, podremos analizar la ecuación horaria como sigue:

$$x = f(t)$$

En el movimiento en una sola dirección, el módulo del desplazamiento es:

$$\frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_f - x_i)}{(t_f - t_i)} = \text{cte.} = \text{velocidad} = v$$

Donde:

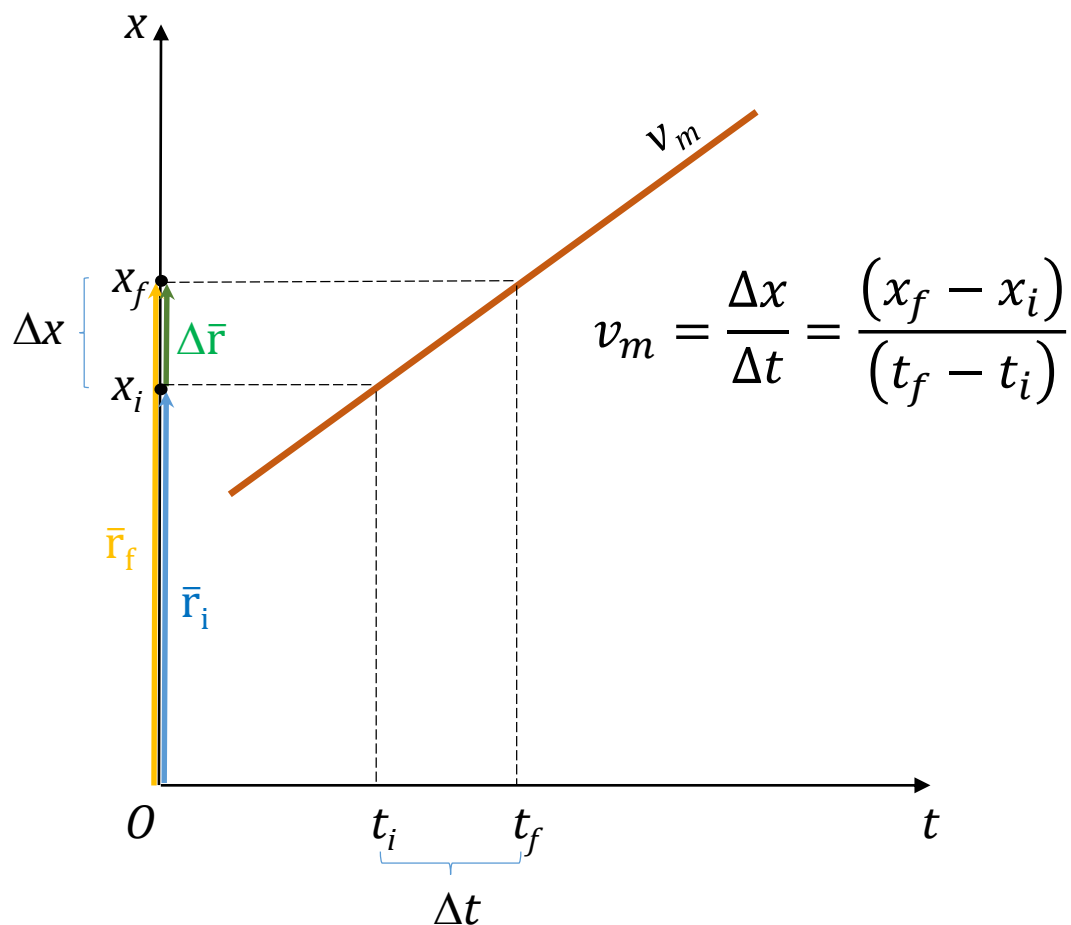
$$v = v_m$$

La magnitud de la velocidad (v) se denomina rapidez, y puede medirse en unidades como kilómetros por hora, metros por segundo, etc. (Km/h; m/s, etc.).

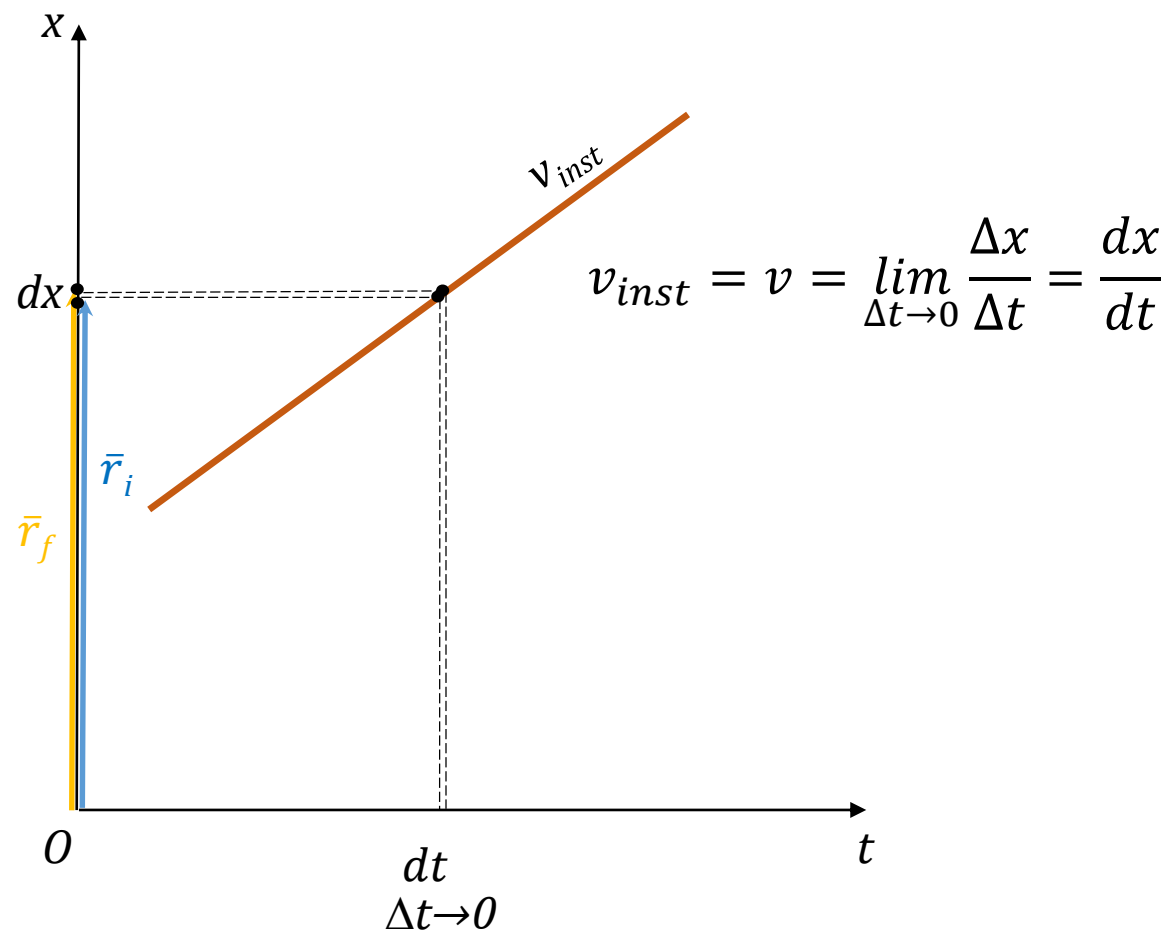
Cinemática

A partir del concepto de velocidad media.

Si el intervalo de tiempo es muy pero muy pequeño se reduce a un “instante”, y el desplazamiento también se reduce a un punto. Así tendremos que la velocidad se denominará “velocidad instantánea”.



Velocidad media e instantánea



Cinemática

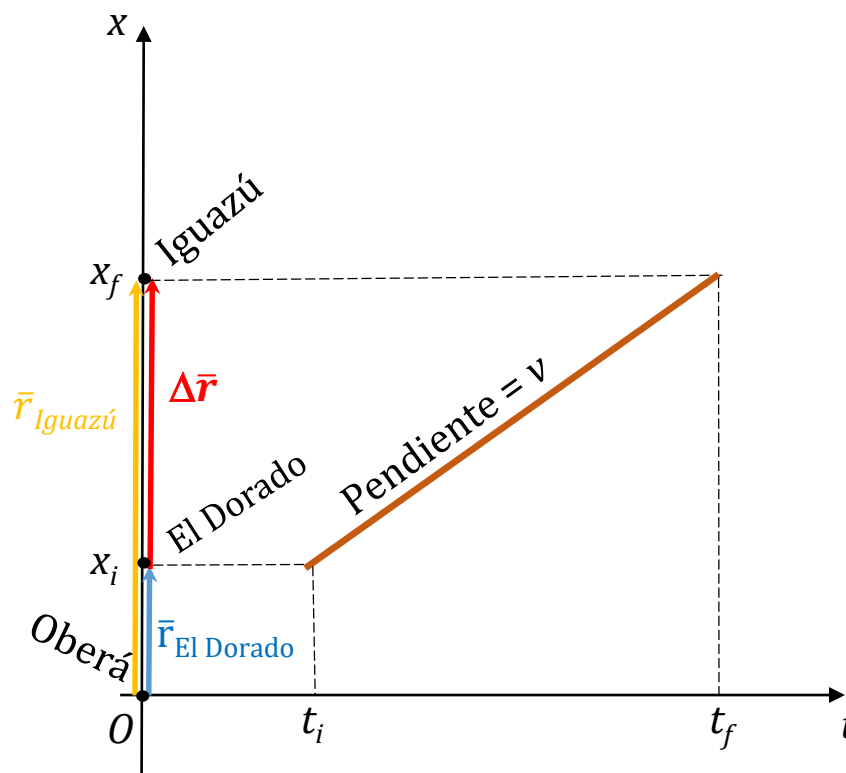
Ejemplo 1

Un vehículo que se desplaza con MRU desde El Dorado a Iguazú y el punto de referencia es Oberá. El desplazamiento ($\Delta\vec{r}$) será un vector tal que sumado al vector posición inicial ($\vec{r}_{El\ Dorado}$), nos da como resultado el vector posición final ($\vec{r}_{Iguazú}$).

La distancia recorrida será la longitud recorrida en una trayectoria determinada.

En el estudio que hacemos de Movimiento Rectilíneo Uniforme, la trayectoria es una línea RECTA, por lo tanto en *éste caso*, la distancia del recorrido coincidirá con el vector desplazamiento.

$$|\Delta\vec{r}| = |\vec{r}_{Iguazú}| - |\vec{r}_{El\ Dorado}| = x_f - x_i = v \cdot (t_f - t_i)$$



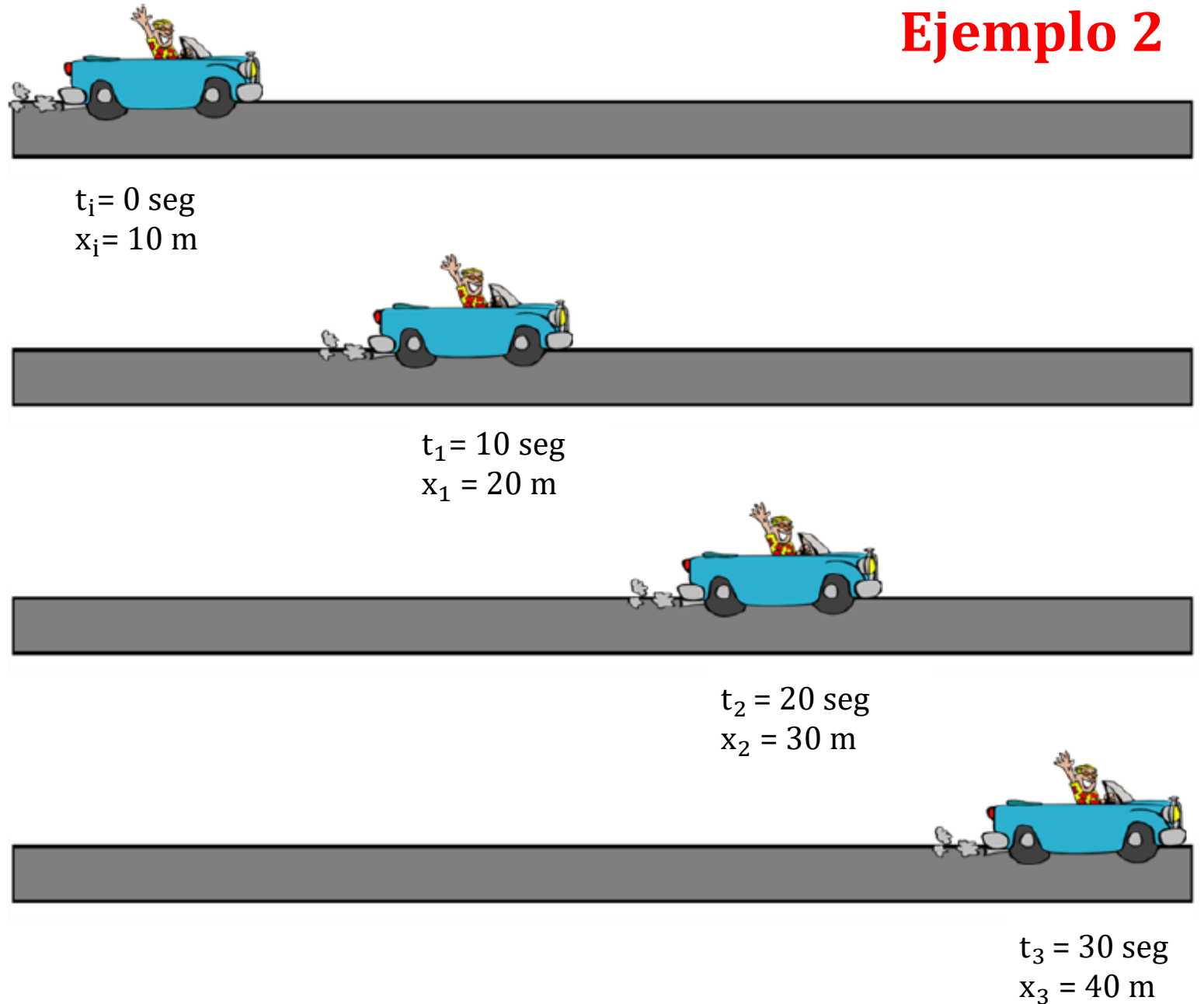
Cinemática

Ejemplo 2

Ejemplo:

Un pasajero viaja en un auto con MRU, como se muestra en el esquema.

Graficar la posición en función del tiempo, y calcular la velocidad media a la que se desplaza.



Cinemática

Ejemplo 2

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

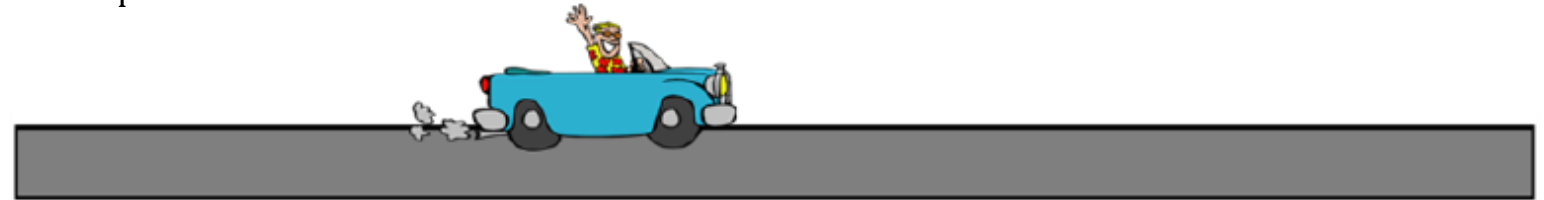
$$V_m = \frac{(x_1 - x_i)}{(t_1 - t_i)} = \frac{(20\text{m} - 10\text{m})}{(10\text{s} - 0\text{s})} = 1\text{m/s}$$

$$V_m = \frac{(x_3 - x_1)}{(t_3 - t_1)} = \frac{(40\text{m} - 20\text{m})}{(30\text{s} - 10\text{s})} = 1\text{m/s}$$

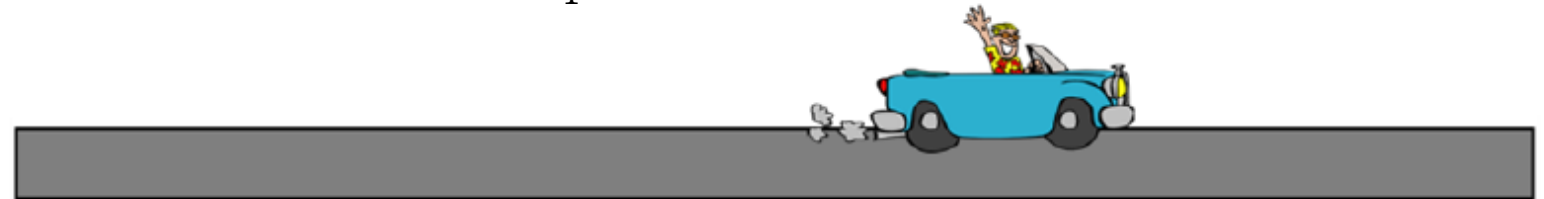
$$V_m = 1 \text{ m/s}$$



$t_i = 0 \text{ seg}$
 $x_i = 10 \text{ m}$



$t_1 = 10 \text{ seg}$
 $x_1 = 20 \text{ m}$



$t_2 = 20 \text{ seg}$
 $x_2 = 30 \text{ m}$



$t_3 = 30 \text{ seg}$
 $x_3 = 40 \text{ m}$

Cinemática

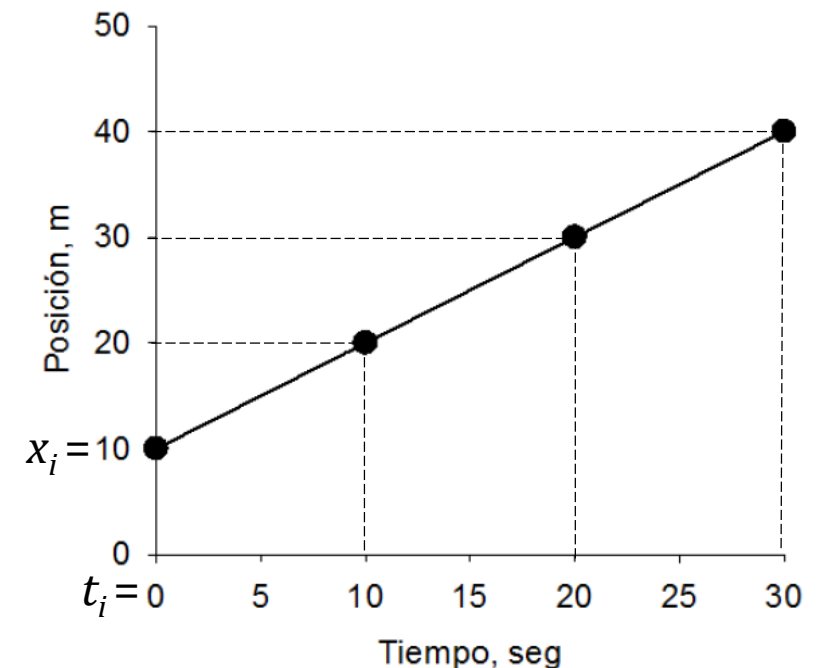
Ejemplo 2

Debe notarse que a tiempo $t_i = 0\text{s}$ (cuando comenzamos a medir cómo se mueve este automóvil), la posición inicial es $x_i = 10\text{ m}$.

En este caso, se considera que la trayectoria que vemos comienza a 10 m de la posición inicial. Es decir que nuestro sistema está referido a una posición inicial a 10 m del centro de coordenadas.

Construyamos la tabla para realizar el gráfico que nos piden:

Tiempo (seg)	Posición (m)
0	10
10	20
20	30
30	40

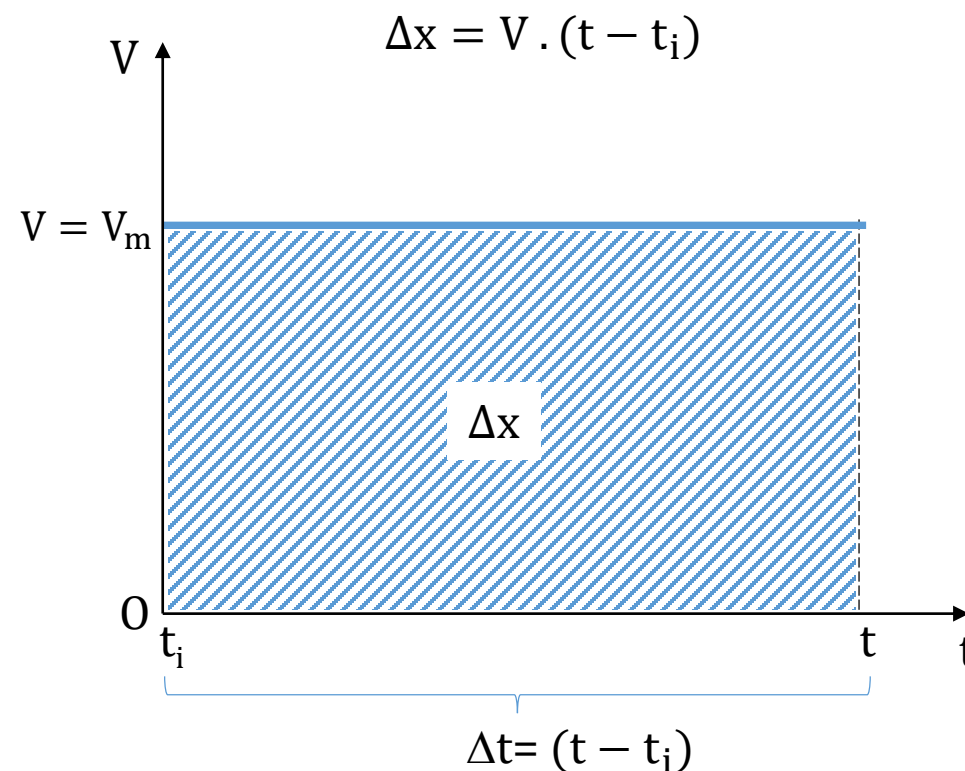
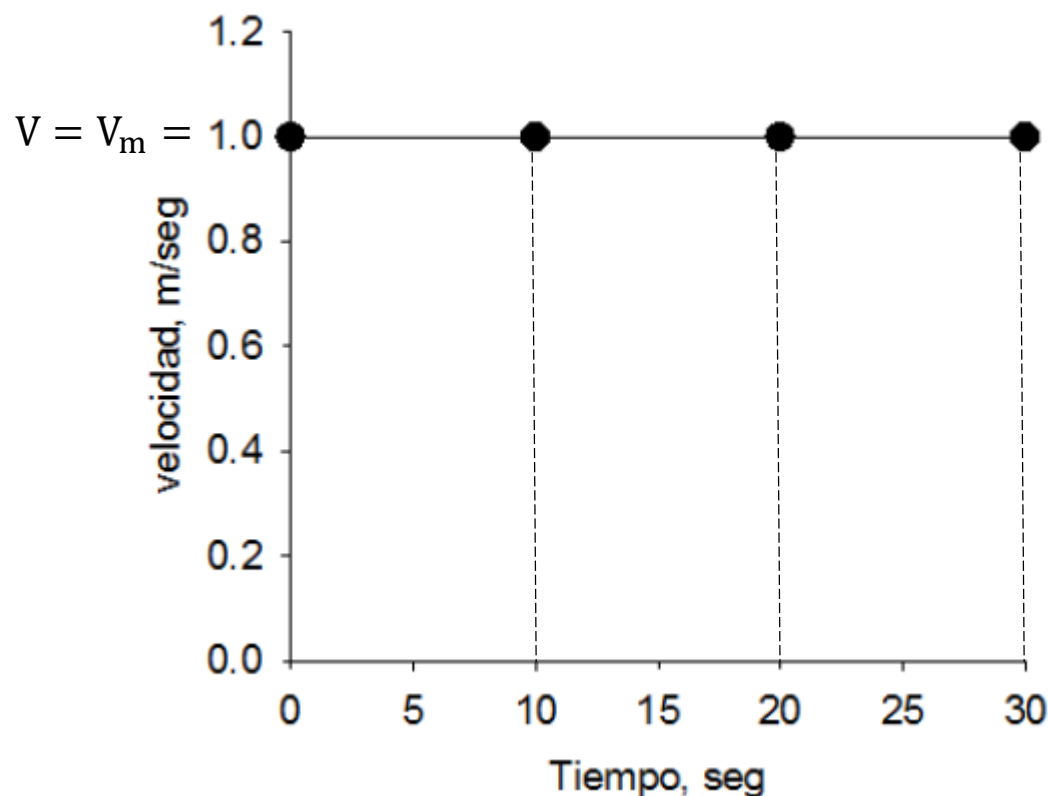


Cinemática

Ejemplo 2

Dado que la velocidad es constante (en el ejemplo 1 m/s), si quisiéramos graficarla, para todo intervalo de tiempo tendríamos el mismo valor, es decir sería una constante.

Además, del gráfico observado a la derecha, se deduce que el área debajo de la línea constante de velocidad, nos representa el desplazamiento alcanzado por el móvil.



Cinemática

Movimiento rectilíneo uniformemente variado

Supondremos que un móvil que está detenido y arranca. Cada vez se mueve más rápido. En los primeros 10 segundos alcanza una rapidez de 5 km/h, en los próximos 10 segundos logra una rapidez de 10 km/h, en los siguientes 10 segundos alcanza 15 Km/h y así continúa.



$t_i = 0 \text{ seg}$
 $V_i = 0 \text{ km/h}$



$t_1 = 10 \text{ seg}$
 $V_1 = 5 \text{ km/h}$



$t_2 = 20 \text{ seg}$
 $V_2 = 10 \text{ km/h}$



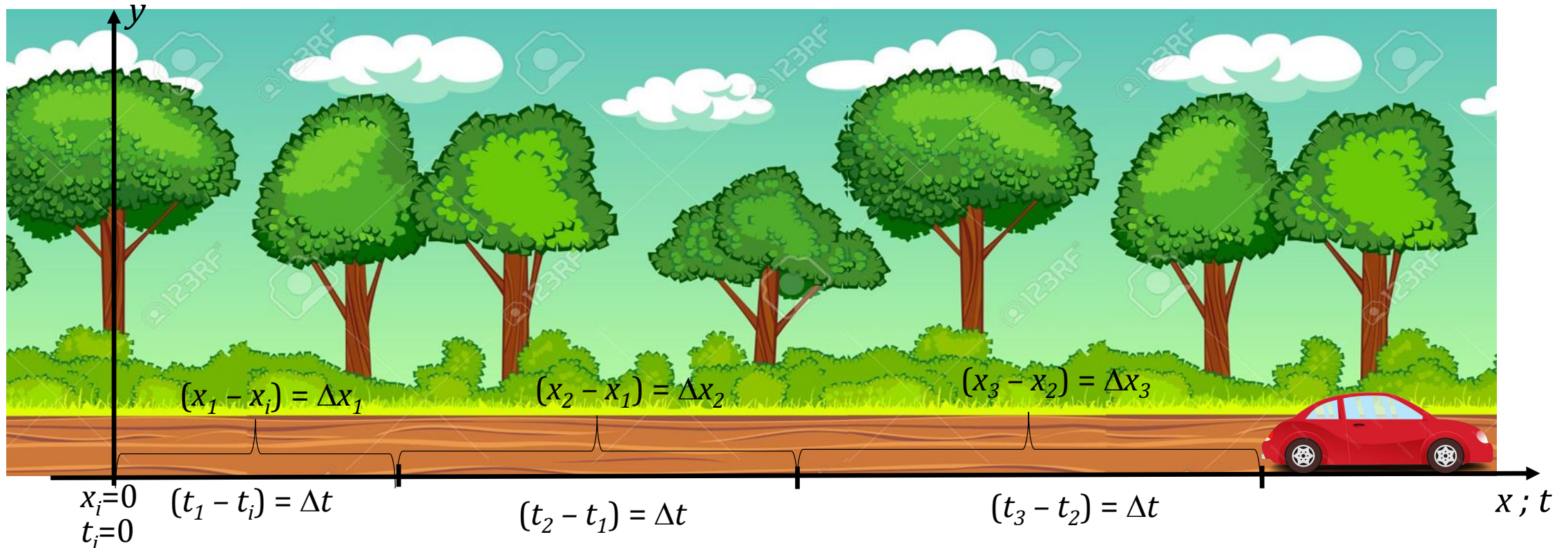
$t_3 = 30 \text{ seg}$
 $V_3 = 15 \text{ km/h}$

Cinemática

Movimiento rectilíneo uniformemente variado

Su rapidez va cambiando (varía), por lo tanto lo llamaremos movimiento variado.

Entonces, se dice que un movimiento es UNIFORMEMENTE variado si la velocidad cambia la misma cantidad en cada unidad de tiempo que transcurre.



Cinemática

Aceleración

El concepto de aceleración es muy importante. Es la base para poder entender bien MRUV y también otros tipos de movimiento, como caída libre y tiro vertical.

Entender qué es la aceleración no es difícil. La palabra aceleración también se usa en la vida diaria.

Para entenderla debemos tener en cuenta que representa un cambio, o sea una variación de la velocidad respecto al tiempo transcurrido.

Luego, la cantidad en que varía la velocidad de acuerdo a cada unidad de tiempo transcurrida, se conoce como aceleración (a).

También es una magnitud vectorial y su expresión es:

$$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t} = \text{cte.}$$

De igual modo podemos usar su módulo para nuestros cálculos:

$$a = \frac{|\Delta \bar{V}|}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Cinemática

Ecuación de velocidad en función del tiempo

La ley de variación de la velocidad en función del tiempo es lineal, o sea que la velocidad variará proporcionalmente respecto al tiempo transcurrido.

Entonces, se plantea dicha función lineal con la siguiente ecuación de una recta:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V = a \cdot \Delta t \Rightarrow V - V_i = a \cdot (t - t_i)$$

De ésta manera, la ecuación usada en el MRUV para determinar la velocidad, es:

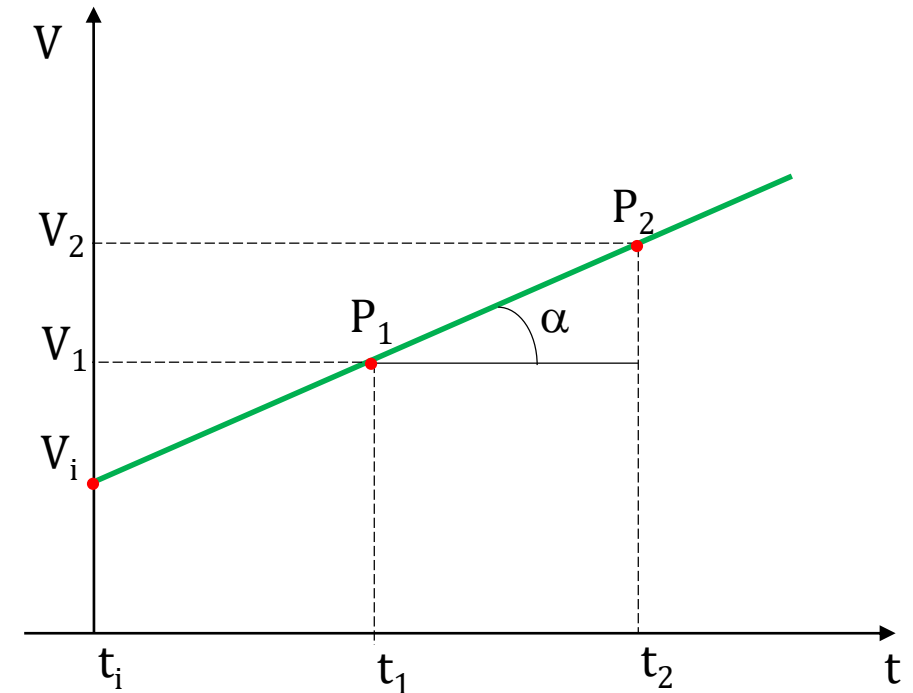
$$V = V_i + a \cdot (t - t_i)$$

a : aceleración.

V : velocidad final.

V_i : velocidad inicial.

Δt : intervalo de tiempo transcurrido.



Cinemática

Este movimiento se diferencia del MRU, pues en éste caso el móvil varía su velocidad de acuerdo al tiempo transcurrido.

Por ejemplo: un tractor arranca de reposo y varía su velocidad como indica el esquema. Se debe hallar su aceleración.

Solución:

Si el tractor arranca de reposo : $V_i=0$.

De la ecuación: $V = V_i + a \cdot \Delta t$

Despejamos la aceleración "a":

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Ejemplo de MRUV



$t_i = 0 \text{ seg}$
 $V_i = 0 \text{ m/s}$



$t_1 = 10 \text{ seg}$
 $V_1 = 1 \text{ m/s}$



$t_2 = 20 \text{ seg}$
 $V_2 = 2 \text{ m/s}$



$t_3 = 30 \text{ seg}$
 $V_3 = 3 \text{ m/s}$

Cinemática

Ejemplo. Gráfico de velocidad en función del tiempo

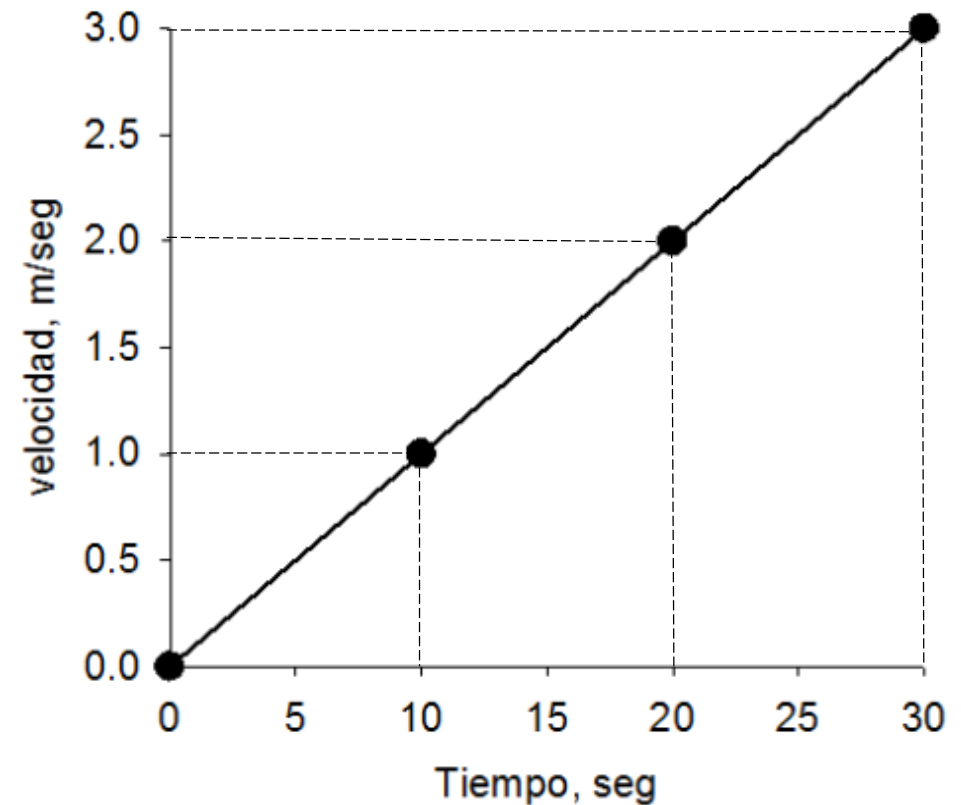
Entonces y recordando que la aceleración es constante, tendremos:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{1 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{10 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{2 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}}{20 \text{ s} - 10 \text{ s}} = 0,1 \text{ m/s}^2$$

$$a = 0,1 \text{ m/s}^2$$

El gráfico de la velocidad en función del tiempo en un MRUV es una función lineal:

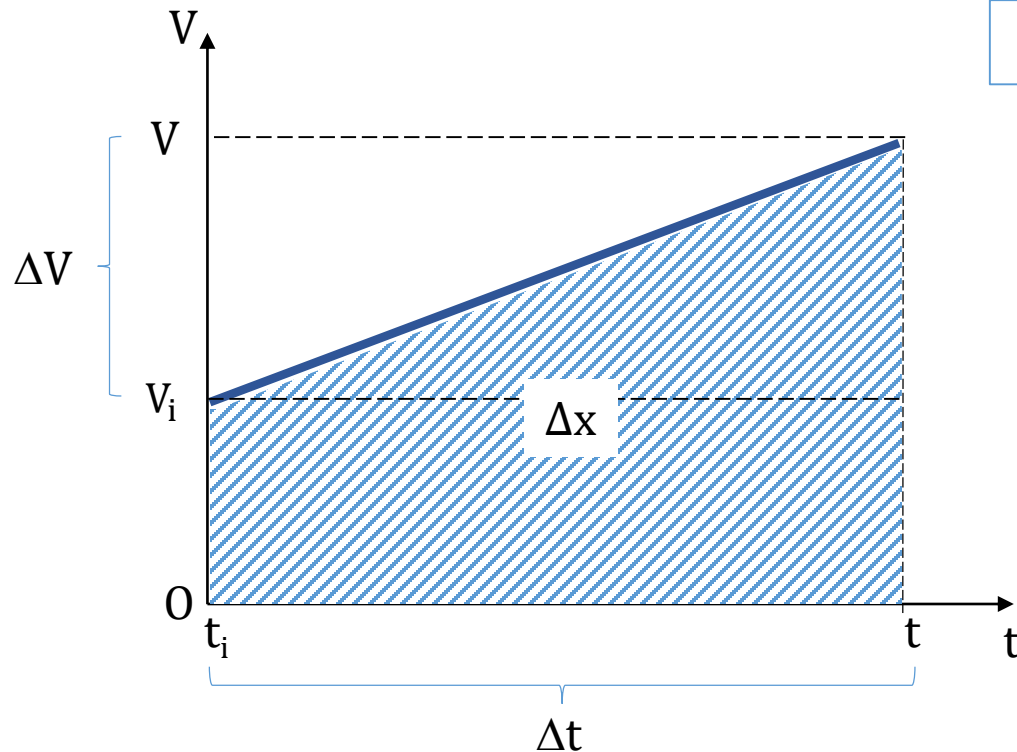
Tiempo (seg)	velocidad (m/seg)
0	0
10	1
20	2
30	3



Cinemática

Ecuación horaria

De igual modo que en MRU, para determinar la ecuación horaria hallamos el área debajo de la recta que representa la velocidad en función del tiempo:



V: velocidad en un punto de la trayectoria.

a: aceleración del móvil.

x_i : posición inicial.

x : posición final.

$$\Delta x = \text{Área total de } V=f(t) = \text{área rectángulo} + \text{área triángulo}$$

$$\Delta x = (t - t_i) \cdot V_i + \frac{1}{2} \cdot (t - t_i) \cdot (V - V_i)$$

Ó:

$$\Delta x = \Delta t \cdot V_i + \frac{1}{2} \cdot \Delta t \cdot \Delta V$$

Por definición de aceleración es:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta V = a \cdot \Delta t$$

Reemplazando, finalmente nos queda:

$$\Delta x = V_i \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

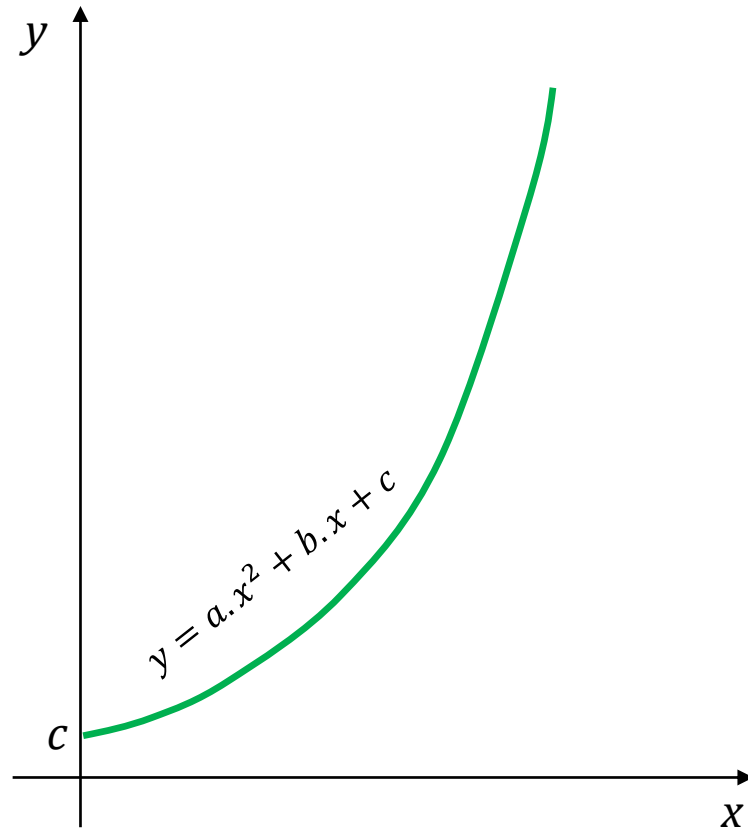
$$x = x_i + V_i \cdot (t - t_i) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_i)^2$$

Cinemática

Gráfico de posición en función del tiempo

Cuando la relación entre las variables independiente y dependiente es cuadrática, corresponde a una función polinómica de grado 2, la cual escribimos y graficamos a continuación:

$$y = \pm a \cdot x^2 \pm b \cdot x \pm c$$



a : término cuadrático, apertura y orientación.

b : término lineal, desplazamiento horizontal

c : término independiente, ordenada al origen.

x : Variable independiente.

y : Variable dependiente.

Cinemática

Ejemplo. Gráfico de posición en función del tiempo

Para éste caso, también confeccionamos la tabla:

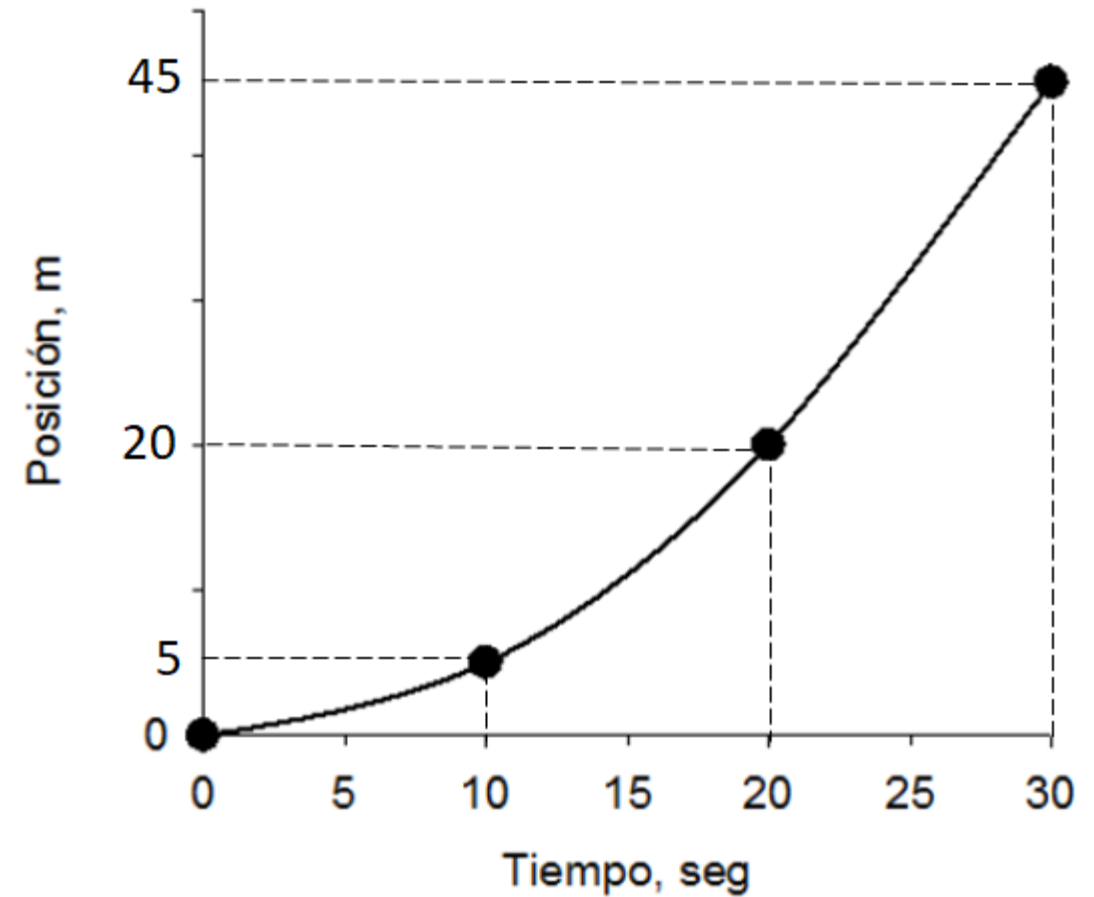
Tiempo (seg)	Posición (m)
0	0
10	5
20	20
30	45

$$x = V_i \cdot \Delta t + x_i + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

$$x = x_i + V_i \cdot (t - t_i) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_i)^2$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (10s - 0s)^2 + 0 \cdot (10s - 0s) + 0m$$

$$x_1 = 5 \text{ m}$$

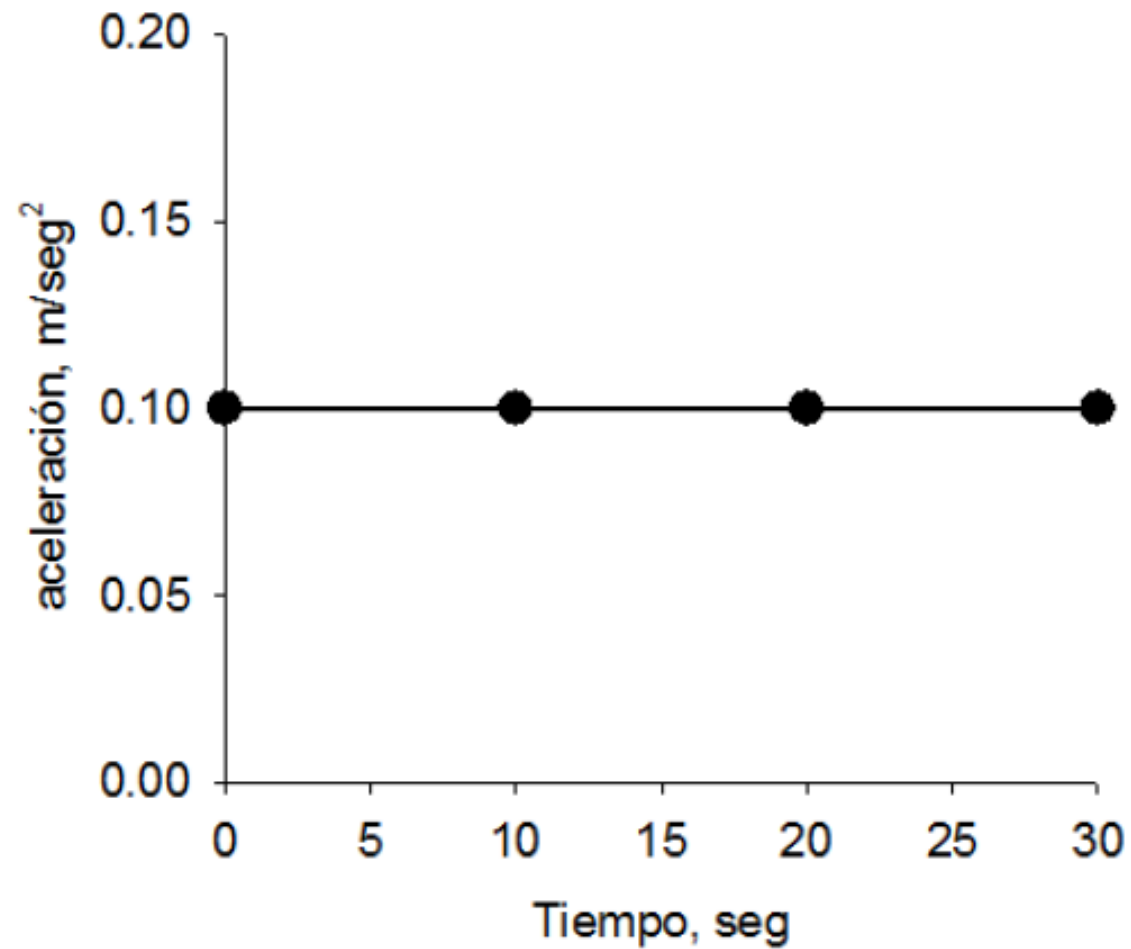


Del mismo modo se procede para determinar las demás posiciones: $x_2, x_3, \dots$

Cinemática

Gráfico de aceleración

El gráfico de la aceleración en función del tiempo en un MRUV será:



Cinemática

Otro ejemplo de MRUV

Una moto que se encuentra detenida inicia una persecución en el momento que es pasado por un auto que se mueve con velocidad constante de 60 km/h. La moto se mueve con una aceleración constante de $2,5 \text{ m/s}^2$ hasta interceptar al auto. Determinar:

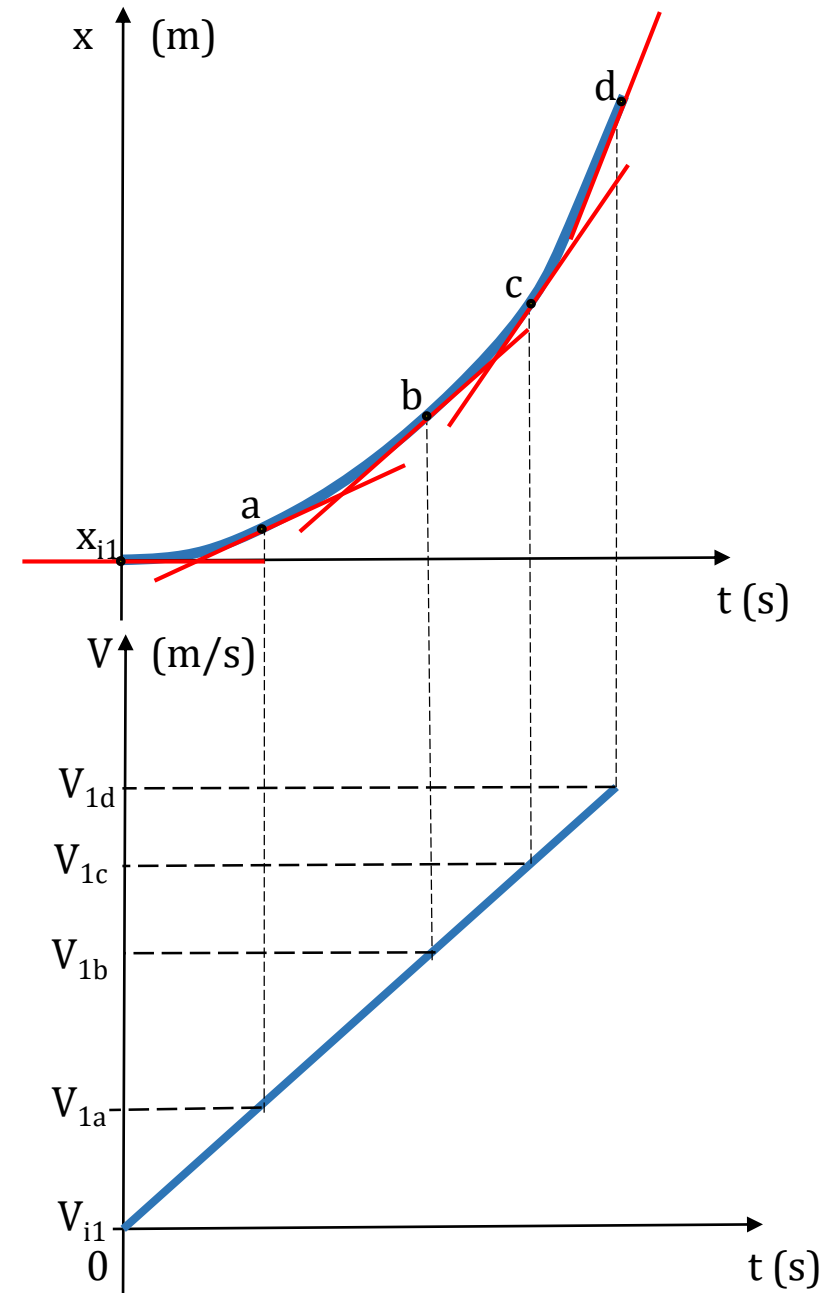
- Las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo de ambos móviles.
- Cuanto tiempo transcurre hasta que la moto intercepta al auto.
- La distancia recorrida por la moto hasta alcanzar el auto.



Cinemática

a) Las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo de ambos móviles.

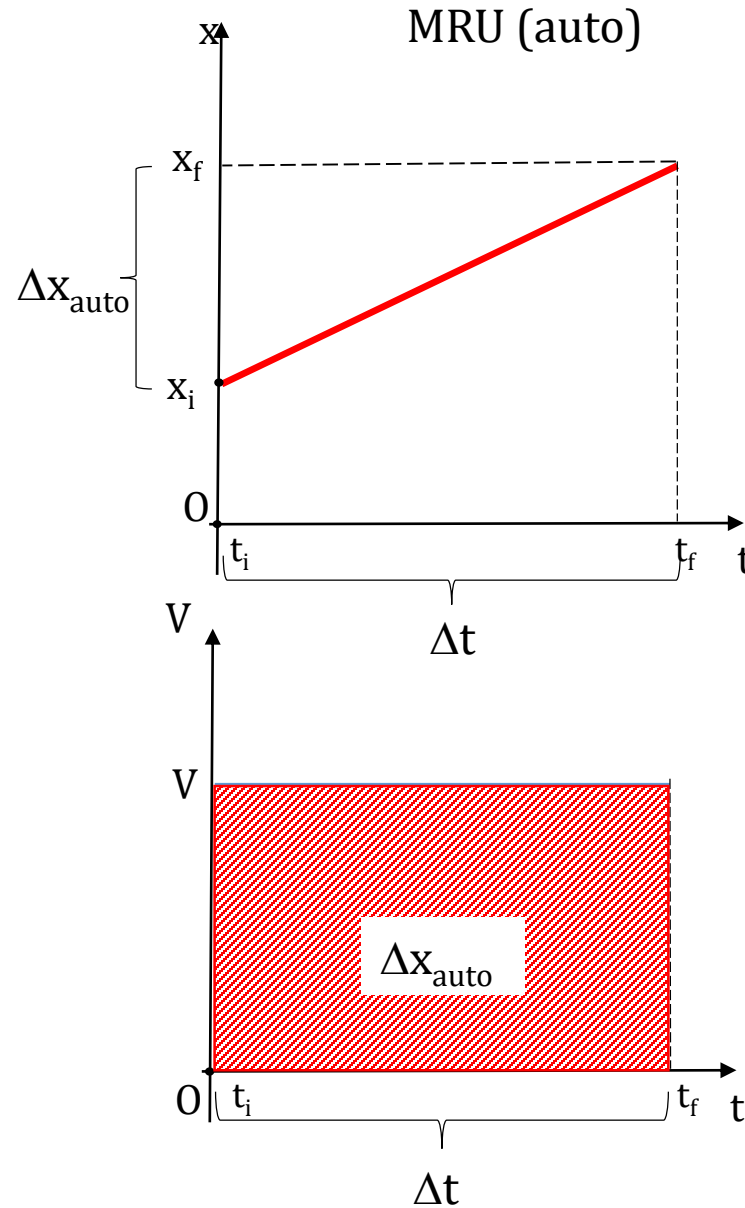
Otro ejemplo de MRUV



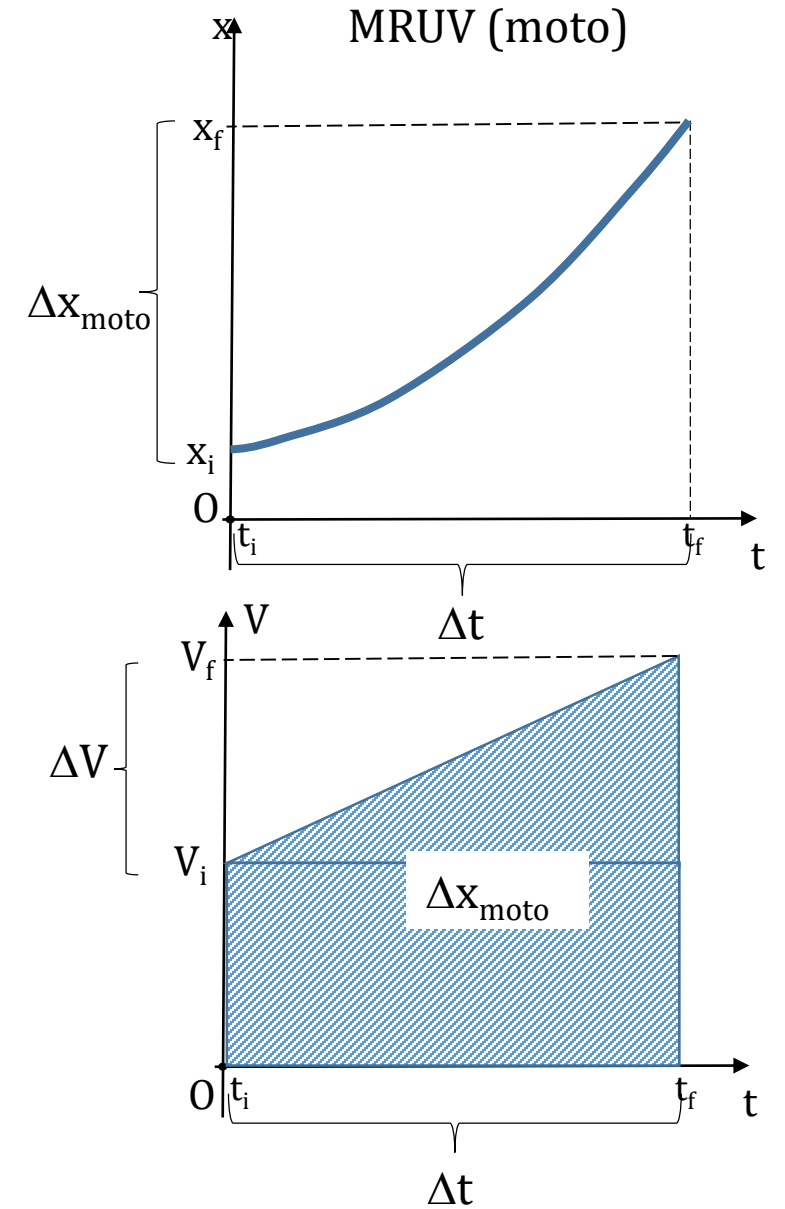
Cinemática

$$V_2 = \frac{60 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}$$

$$V_2 = 16,67 \text{ m/s}$$



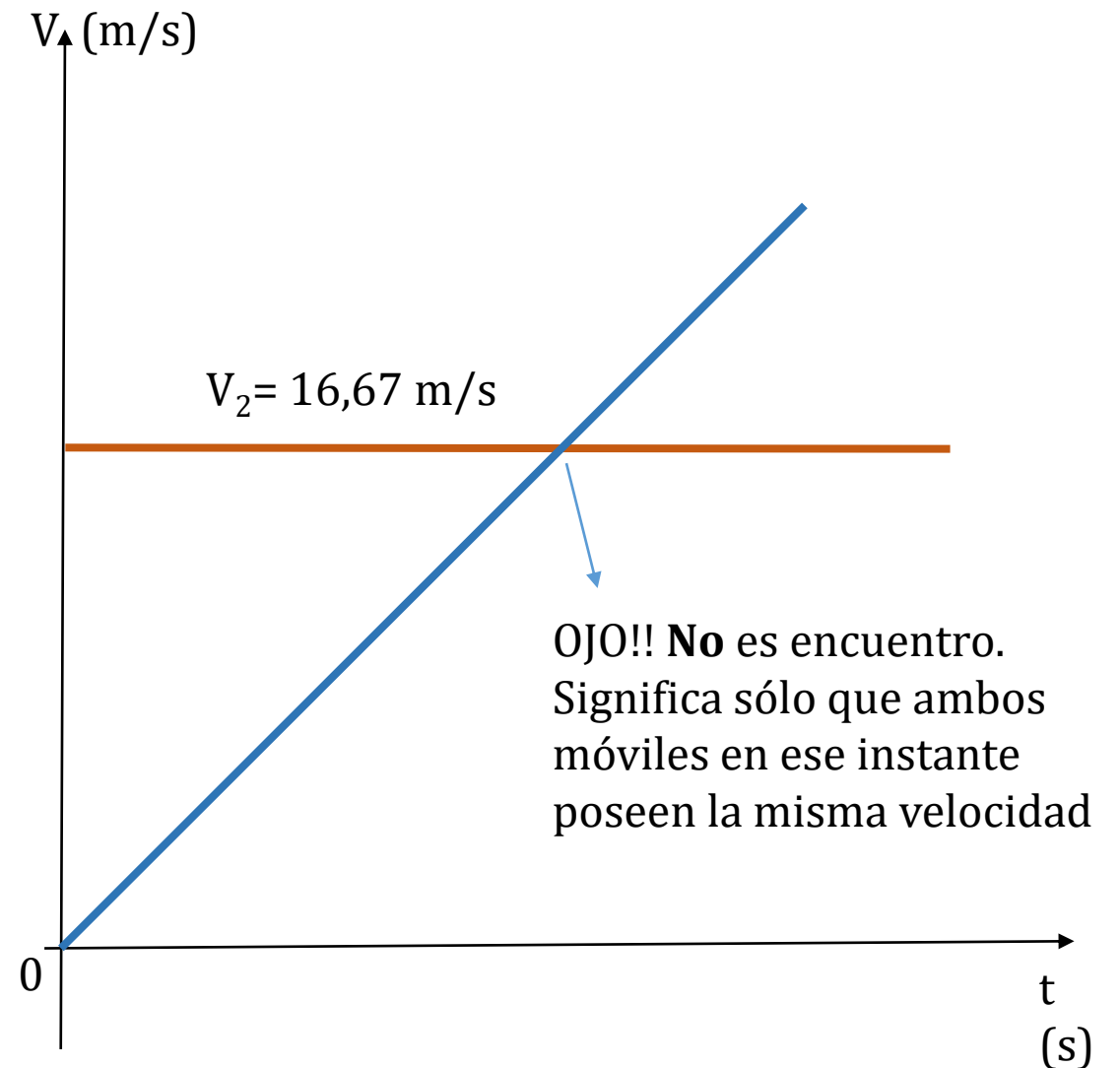
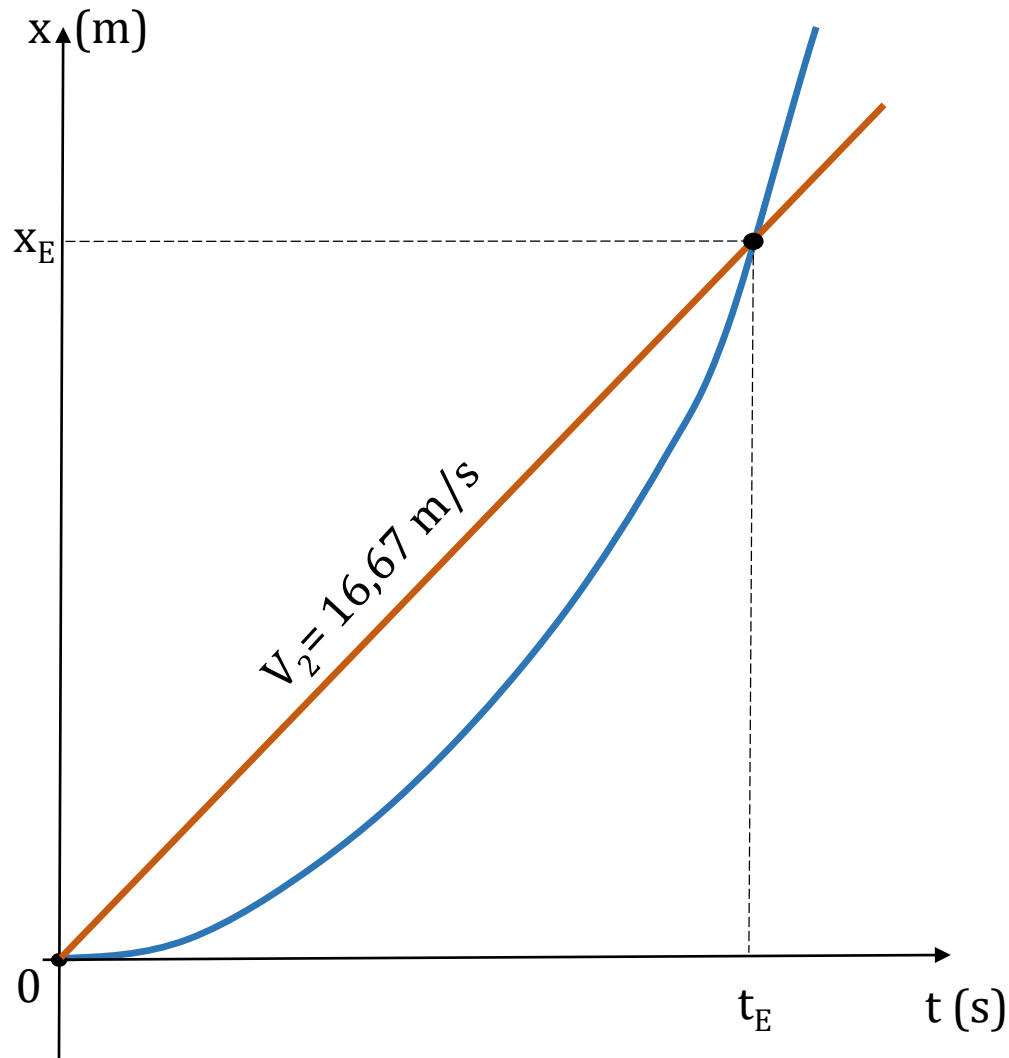
Otro ejemplo de MRUV



Cinemática

Otro ejemplo de MRUV

a) Las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo de ambos móviles.

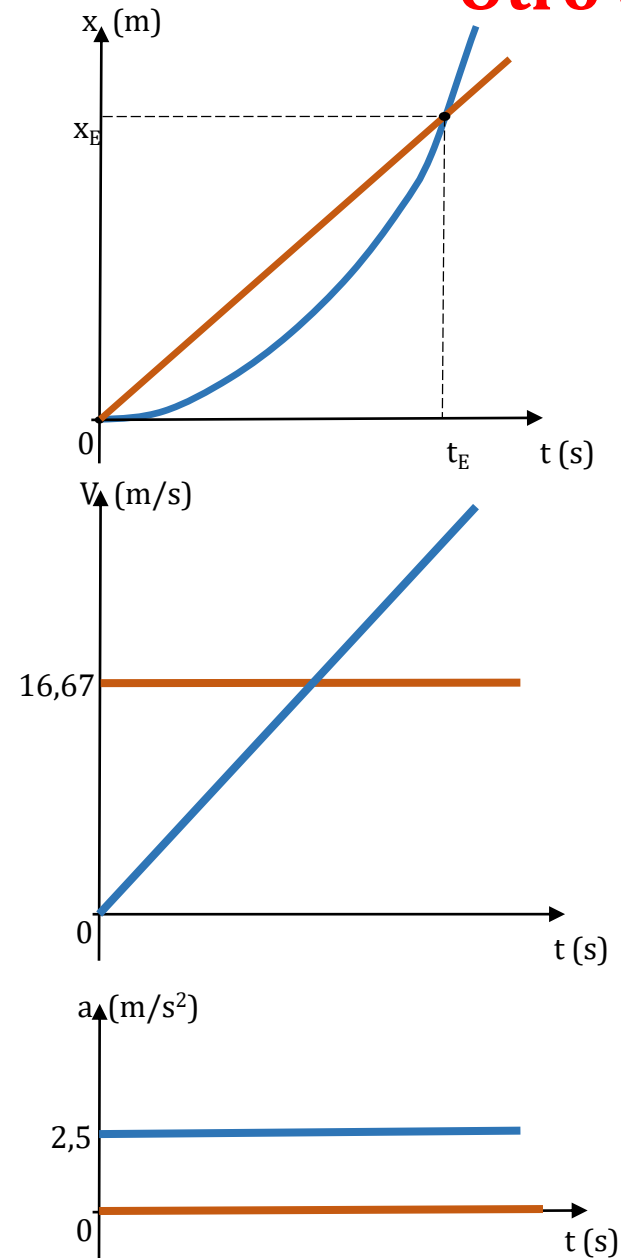


Cinemática

a) Las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo de ambos móviles.

Las siguientes gráficas indican la posición, la velocidad y la aceleración de cada móvil respecto al tiempo.

Otro ejemplo de MRUV



Cinemática

b) ¿Cuanto tiempo transcurre hasta que la moto intercepta al auto?

Para determinar el tiempo de encuentro, planteamos las ecuaciones horarias del movimiento de cada móvil:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{f1} - x_{i1} = V_{i1} \cdot (t_{f1} - t_{i1}) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_{f1} - t_{i1})^2 \quad ; \quad \text{para la moto} \\ x_{f2} - x_{i2} = V_2 \cdot (t_{f2} - t_{i2}) \quad ; \quad \text{para el auto} \end{array} \right.$$

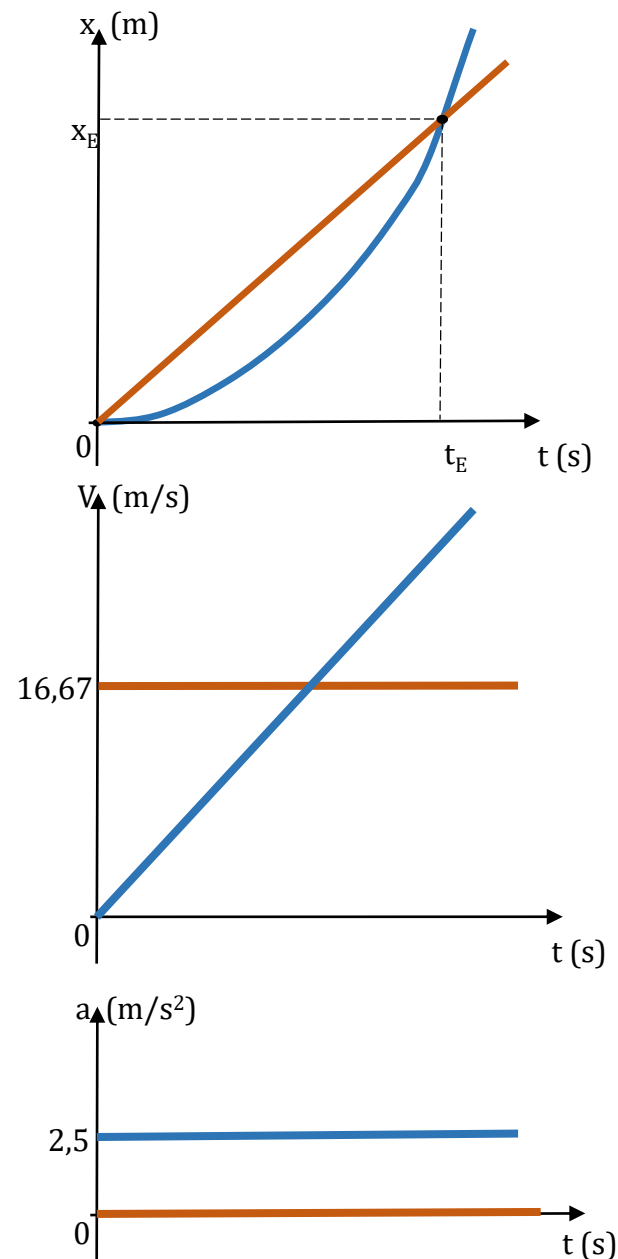
$$x_{i1} = 0 ; \quad t_{i1} = t_{i2} = t_i = 0 \quad \text{y} \quad x_{i2} = 0$$

Para el encuentro: $t_{f1} = t_{f2} = t_E$ y $x_{f1} = x_{f2} = x_E$

$$x_E = V_{i1} \cdot t_E + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_E^2$$

$$x_E = V_2 \cdot t_E$$

Otro ejemplo de MRUV



Cinemática

b) ¿Cuanto tiempo transcurre hasta que la moto intercepta al auto?

Como la moto parte de reposo: $V_{i1} = 0$

$$x_E = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_E^2$$

$$x_E = V_2 \cdot t_E$$

Igualando y simplificando:

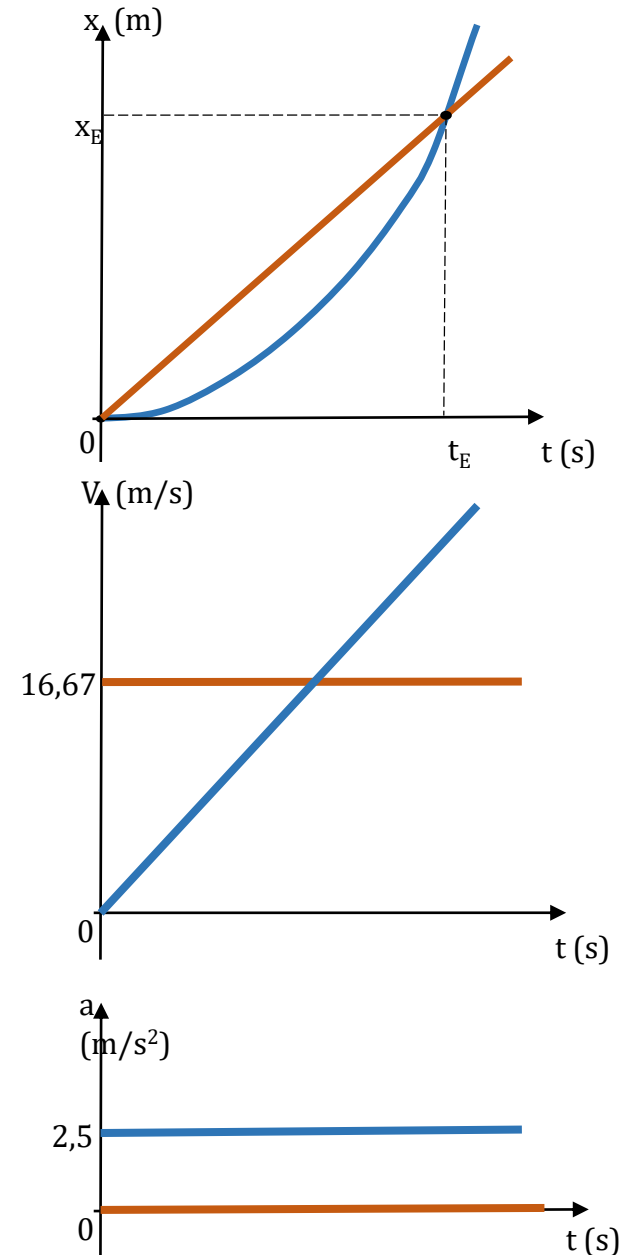
$$V_2 \cdot t_E = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_E^2$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_E$$

$$t_E = \frac{2 \cdot V_2}{a} = \frac{2 \cdot 16,67 \text{ m/s}}{2,5 \text{ m/s}^2}$$

$$t_E = 13,33 \text{ s}$$

Otro ejemplo de MRUV



Cinemática

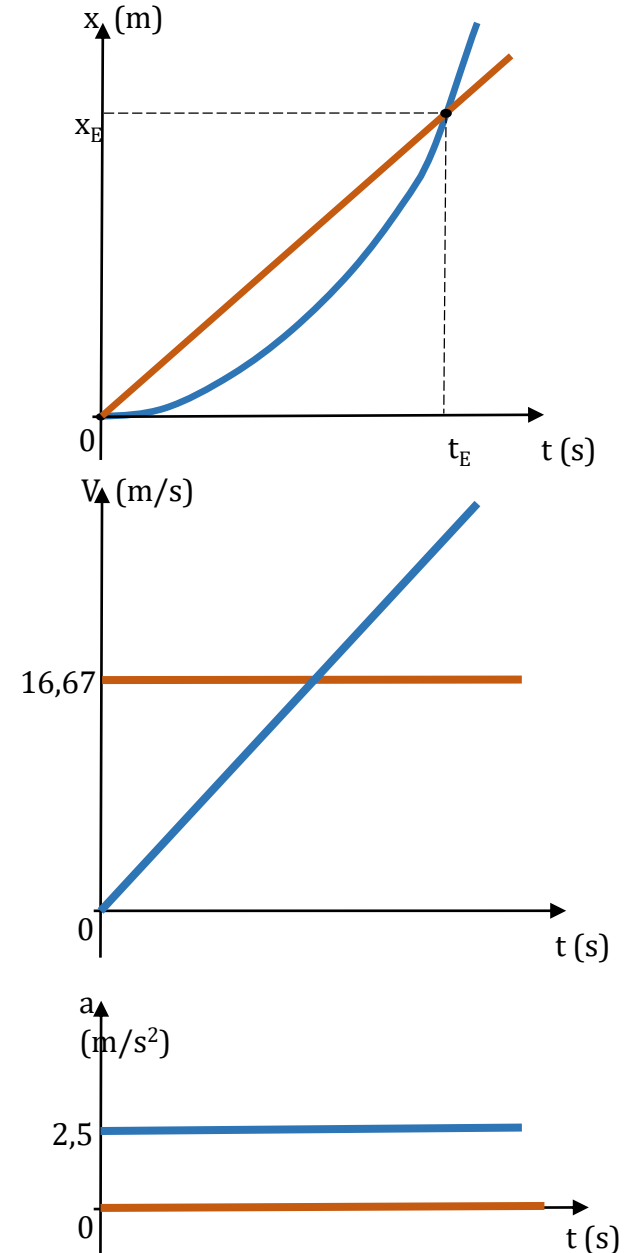
c) La distancia recorrida por la moto hasta alcanzar el auto.

La distancia recorrida por ambos vehículos hasta el encuentro será la misma: x_E ; la cual resultará reemplazando t_E en una de las ecuaciones horarias:

$$x_E = V_2 \cdot t_E = 16,67 \text{ m/s} \cdot 13,33 \text{ s}$$

$$x_E = 222,2 \text{ m}$$

Otro ejemplo de MRUV



Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

Si se arroja un objeto en forma vertical hacia arriba, la trayectoria será una recta vertical y recibe el nombre de *tiro vertical*. Lo mismo ocurre si, en cambio, simplemente se suelta un cuerpo, y en ese caso se llama *caída libre*.

Se trata de un caso particular de movimiento en una dimensión, donde de los objetos que se mueven libremente, lo hacen en dirección vertical cerca de la superficie de la Tierra.

Experimentalmente se demuestra que todos los cuerpos que se dejan caer cerca de la superficie de la Tierra, lo hacen con una aceleración aproximadamente constante.

Esta aceleración, que se llama aceleración de gravedad, es producida por una fuerza que existe entre cuerpos con masa, llamada fuerza de atracción gravitacional.

La aceleración de gravedad, que se denota por $\bar{g}$, es un vector que apunta hacia el centro de la Tierra, su magnitud aumenta levemente al aumentar la latitud, es decir desde el ecuador hacia los polos, y disminuye al aumentar la altura sobre la superficie terrestre. Su valor medio en la superficie de la Tierra es aproximadamente de 9.8 m/s^2 .

Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

Llamaremos a ambos, movimientos libres verticales (MLV). Consideraremos en estos movimientos que no hay fuerza de rozamiento por su interacción con el aire.

Se los llama libres porque durante el vuelo nada los empuja ni los retiene (al menos aparentemente). Y lo que ocurre es que estos movimientos de trayectoria vertical son de tipo acelerado, MRUV, con aceleración constante igual a g , de forma tal que si están subiendo lo hacen cada vez más lentamente, disminuyendo su rapidez, y si están bajando lo hacen aumentando su rapidez.

La ecuación horaria que describe este movimiento es similar a la de MRUV, sólo que la aceleración es la de la gravedad ($9,8\text{m/s}^2$), y que ahora en lugar de desplazarnos en sentido horizontal lo haremos en sentido vertical (por eso llamaremos altura a “ y ”).

$$\Delta y = V_{iy} \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t^2 \quad \text{ó} \quad y = y_i + V_{iy} \cdot (t_f - t_i) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_f - t_i)^2$$

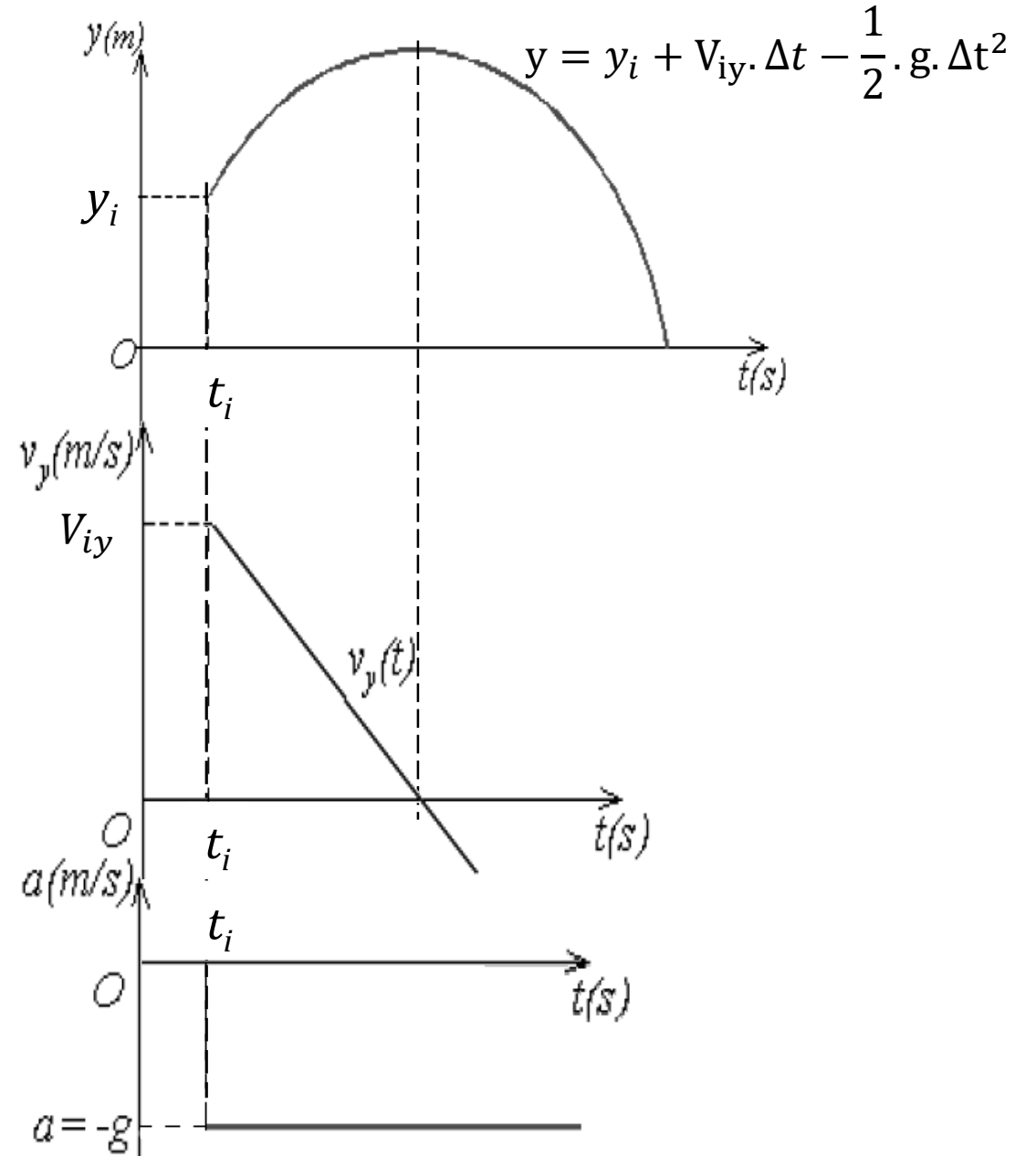
Cinemática

De igual forma, la relación entre velocidad de caída libre respecto al tiempo transcurrido nos da la razón de cambio llamada aceleración:

$$g = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{ó} \quad V_y = V_{iy} - g \cdot (t_f - t_i)$$

Los gráficos posición/tiempo, velocidad/tiempo y aceleración/tiempo para una partícula que se lanza verticalmente hacia arriba, desde una posición inicial y_o , que no tiene porque ser el suelo, son los que se muestran en la figura:

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

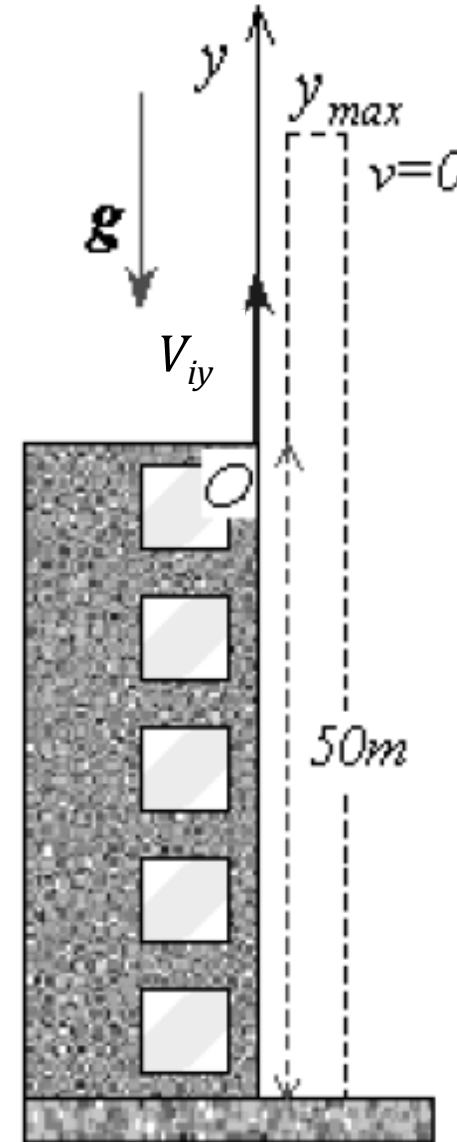


Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

Se lanza una piedra hacia arriba desde la terraza de un edificio de 50 m de alto, con una rapidez inicial de 20 m/s. Cuando está cayendo la piedra pasa justo por el costado del edificio. Calcular a) el tiempo para que la piedra alcance su altura máxima, b) la altura máxima, c) el tiempo que tarda en pasar por el punto inicial, d) la velocidad de la piedra en ese instante, e) el tiempo que tarda en llegar al suelo, f) la velocidad en ese instante.

Solución: Considerando un sistema de referencia que se muestra en la figura con el eje y positivo vertical hacia arriba y el origen $y_i=0$ donde comienza el movimiento de la piedra, con $t_i = 0$ y $v_{iy} = 20 \text{ m/s}$.



Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

a) el tiempo para que la piedra alcance su altura máxima.
Esto es cuando la piedra alcanza $V_y=0$.

$$V_y = V_{iy} - g \cdot (t_f - t_i)$$

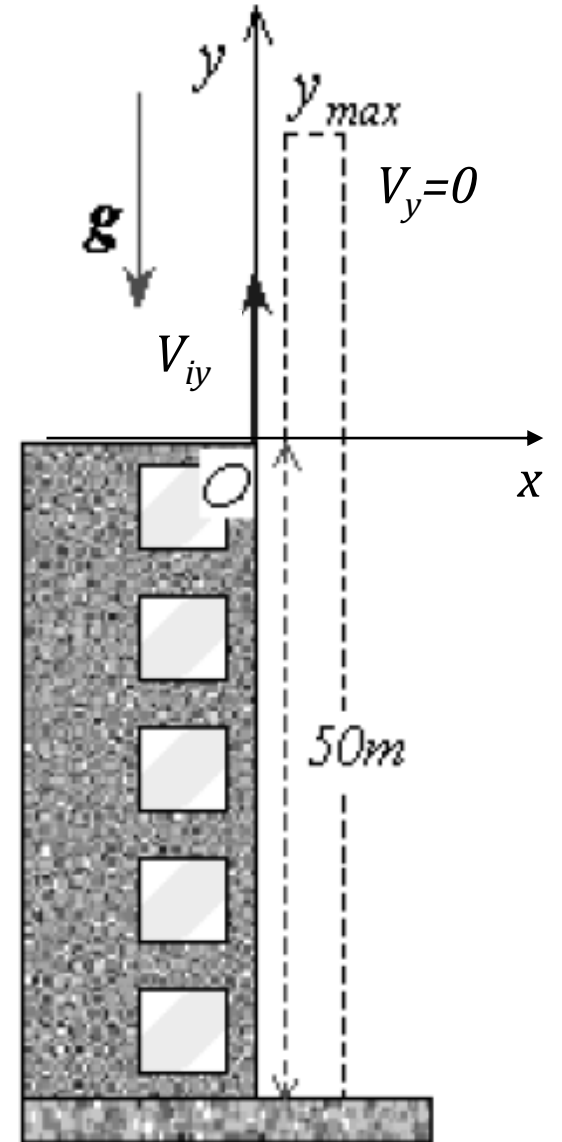
$$0 = V_{iy} - g \cdot t$$

$$t = \frac{20\text{m/s}}{9,8\text{m/s}^2} = 2,04\text{s}$$

b) Para evaluar $y(t)$ para $t=2\text{s}$, es:.

$$y(t) = y_i + V_{iy} \cdot (t_f - t_i) - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_f - t_i)^2$$

$$y_{max} = y(2) = 0 + 20\text{m/s} \cdot 2,04\text{s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8\text{m/s}^2 \cdot (2,04\text{s})^2 = 20,4\text{m}$$



Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

c) Cuando la piedra pasa por el punto inicial, $y=0$.

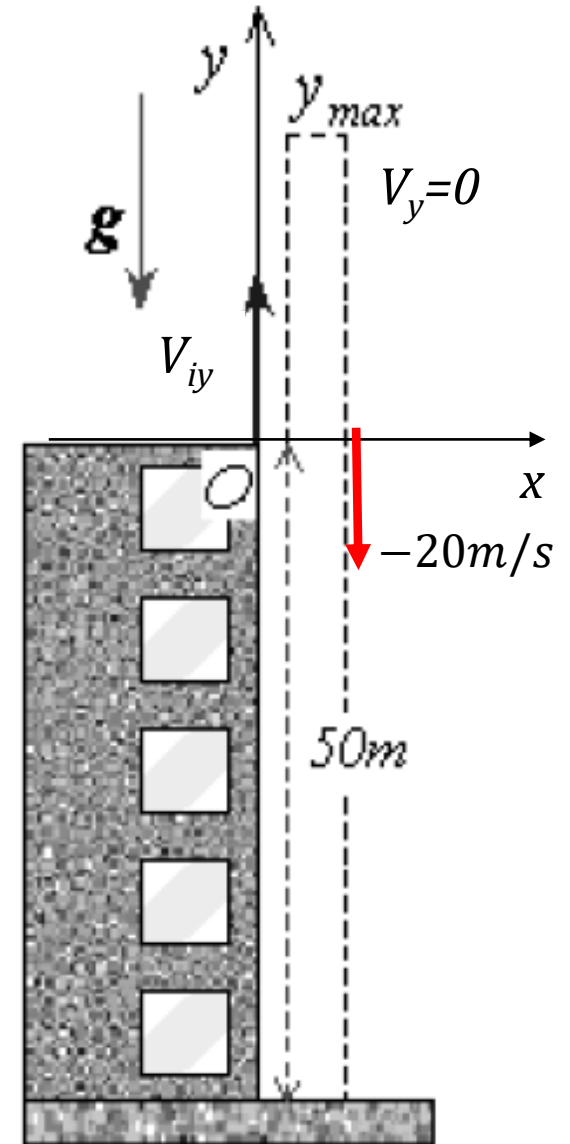
$$0 = 0 + V_{iy} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

$$t_1 = \frac{2 \cdot V_{iy}}{g} = \frac{2 \cdot (20 \text{ m/s})}{9,8 \text{ m/s}^2} = 4,08 \text{ s}$$

d) La velocidad de la piedra cuando transcurrieron 4,08s, es:

$$V(t) = V_{iy} - g \cdot t_1$$

$$V(4) = 20 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 4,08 \text{ s} = -20 \text{ m/s}$$



Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

e) Desde el centro de coordenadas adoptado, el suelo tiene la posición $y = -50m$. Por lo tanto es:

$$y(t) = y_i + V_{iy} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2$$

$$-50m = 0 + 20 \text{ m/s} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2$$

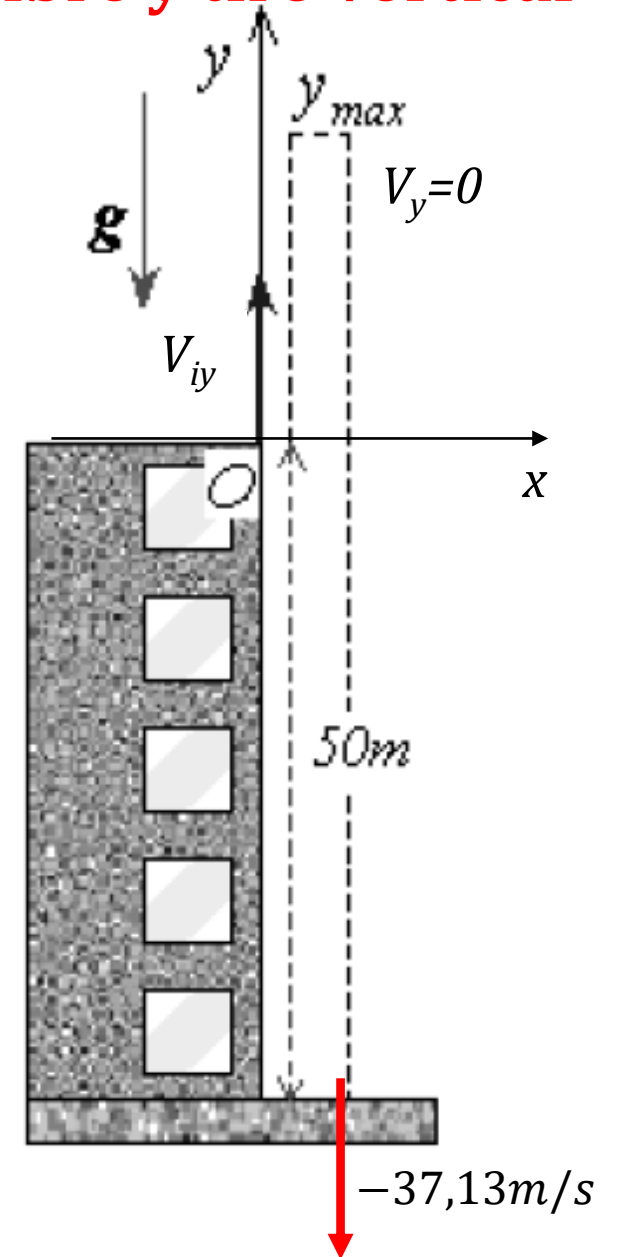
$$4,9 \cdot t_2^2 - 20 \cdot t_2 - 50 = 0$$

$$t_2 = 5,83s$$

f)

$$V(t) = V_{iy} - g \cdot t_2$$

$$V(5,83) = 20 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5,83s = -37,13 \text{ m/s}$$



Cinemática

Movimientos de Caída libre y tiro vertical

