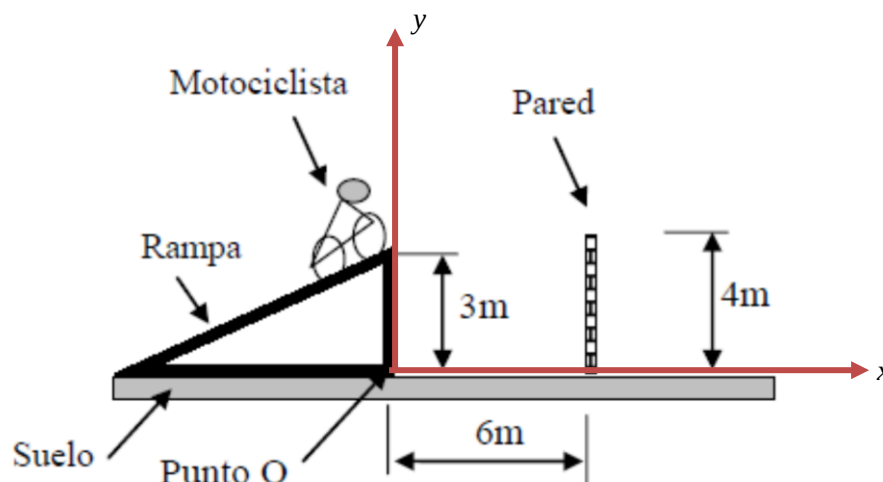


Un motociclista desea saltar una pared de 4 m de alto, separada 6 m respecto de la base de la rampa inclinada 30° según se indica en el esquema. Determinar:

- la velocidad mínima necesaria con la que debe abandonar la rampa, para que el motociclista pase por sobre la pared;
- el lugar donde el motociclista tocará el suelo medido respecto del punto O ubicado en la base de la rampa;
- el vector velocidad con que impactará el motociclista contra el suelo;
- el tiempo que permanecerá el motociclista en el aire



- a) la velocidad mínima necesaria con la que debe abandonar la rampa, para que el motociclista pase por sobre la pared**

Los datos del problema, para un sistema de referencia $y=0$; $x=0$ en la base de la rampa (punto O):

Posición inicial en el eje de las y : $y_0 = 3 \text{ m}$

Posición inicial en el eje de las x : $x_0 = 0 \text{ m}$

Aceleración en y : $a_y = g = -9,8 \text{ m/s}^2$

Ángulo de $\alpha_0 = 30^\circ$

Datos posición de un punto en la trayectoria:

$y = 4 \text{ m}$; $x = 6 \text{ m}$

Las ecuaciones que describen el movimiento en los dos ejes:

$$\begin{cases} y = y_0 + (v_0 \operatorname{sen} \alpha) t - \frac{1}{2} 9,8 t^2 \\ v_y = v_0 \operatorname{sen} \alpha - 9,8 t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x_0 + (v_0 \operatorname{cos} \alpha) t \\ v_x = v_0 \operatorname{cos} \alpha = \text{constante} \end{cases}$$

Se reemplazan los datos conocidos en las ecuaciones anteriormente presentadas:

$$4m = 3m + (v_o \sin 30^\circ)t - \frac{1}{2} 9,8 t^2$$

$$6m = (v_o \cos 30^\circ)t$$

Se puede observar que queda un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: el tiempo y la velocidad inicial.

Despejando la velocidad inicial v_o de la ecuación de “x”, se obtiene:

$$v_o = \frac{6m}{(t \cos 30^\circ)}$$

Ahora se reemplaza en la ecuación de “y”, para poder despejar el tiempo “t”:

$$4m = 3m + \left(\frac{6m \sin 30^\circ}{t \cos 30^\circ} \right) t - \frac{1}{2} 9,8 t^2 \quad \Rightarrow \quad 4m - 3m = \left(\frac{6m \sin 30^\circ}{t \cos 30^\circ} \right) t - \frac{1}{2} 9,8 t^2$$

$$\Rightarrow 1m = 6m(t \sin 30^\circ) - \frac{1}{2} 9,8 t^2 \quad \Rightarrow \quad 1m - 3,46m = -\frac{1}{2} 9,8 t^2$$

$$\Rightarrow -2,46m = -\frac{1}{2} 9,8 t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2,46(2)}{9,8}} = 0,7s$$

$$v_o = \frac{6m}{(\cos 30^\circ)(0,7s)} = 9,9 \frac{m}{s}$$

Importante!

El valor hallado es la rapidez inicial, el valor mínimo de salida para superar la pared
Tener en cuenta que el tiempo $t=0,7$ s se encuentra en la posición:

$$\vec{r}_{(t)} = (6 \hat{i} + 4 \hat{j})(m)$$

b) El lugar donde el motociclista tocará el suelo medido respecto del punto O ubicado en la base de la rampa;

Cuando llegue al suelo, el valor de la posición en “y” será igual a cero (ahora utilizamos el valor de velocidad determinado en el ítem a):

$$0m = 3m + \left(9,9 \frac{m}{s} \sin 30^\circ\right)t - \frac{1}{2}9,8 t^2$$

Reordenando, queda una cuadrática con el tiempo como incógnita:

$$-4,9t^2 + 4,95t + 3 = 0$$

Se obtienen las siguientes raíces de la cuadrática:

$$t_1 = 1,4 \text{ s}; \quad t_2 = -0,43 \text{ s}$$

Se descarta el tiempo negativo, siendo $t_1 = 1,4 \text{ s}$ el tiempo que la moto está en el aire, es decir el tiempo que tarda en llegar al suelo. Con este valor de tiempo ahora se determina el alcance $x_{máx}$.

$$x_{máx} = 9,9 \frac{m}{s} \cos 30^\circ (1,4s) = 12,17m$$

c) Vector velocidad con que impactará el motociclista contra el suelo

Al tener el tiempo en que llega al suelo, se reemplaza este valor en la ecuación de velocidad en “y”:

$$v_y = v_o \sin 30^\circ - gt = -8,8 \frac{m}{s}$$

La velocidad en “x” es constante e igual a la v_{ox} :

$$v_x = v_o \cos 30^\circ = -8,6 \frac{m}{s}$$

Finalmente, el vector velocidad:

$$\vec{v} = (8,6 \hat{i} - 8,8 \hat{j}) \left(\frac{m}{s}\right)$$

