

- 1) Un bloque de 10 kg de masa, parte del reposo y se desliza por un plano inclinado de 30° (sentido horario) con la horizontal con una aceleración de 2 m/s^2 . El coeficiente de fricción cinético entre el bloque y el plano es $\mu_k = 0,35$. Calcular durante los primeros 1,964 s desde que comenzó a moverse lo siguiente:
- el trabajo de la fuerza de gravedad
 - el trabajo de la fuerza de apoyo normal a la superficie del plano inclinado
 - La energía disipada por la fricción entre el bloque y el plano inclinado
 - El trabajo neto efectuado sobre el bloque

Resolución:

Datos:

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

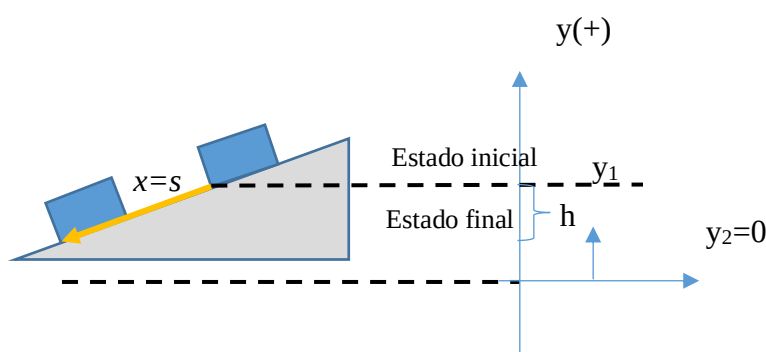
$$\theta = 30^\circ$$

$$\mu_k = 0,35$$

$$t = 1,964 \text{ s}$$

$$v_0 = 0$$

$$\theta = 30^\circ$$



a) El trabajo de la fuerza de gravedad

Con el dato del tiempo se puede determinar el desplazamiento $s = x$, se trata de un MRUV con velocidad inicial igual a cero puesto que se indica en la consigna que el bloque parte del reposo:

$$x = \frac{1}{2}at^2 = 0,5 \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (1,964 \text{ s})^2 = 3,8597 \text{ m}$$

Para cualquier cálculo de energía potencial primero se debe definir el sistema de referencia a utilizar para medir las alturas, en este caso el sistema de referencia se encuentra indicado en la figura.

$$y_1 = 3,8597 \text{ m} (\sin 30^\circ) = 1,93 \text{ m}$$

$$W_{\text{grav}} = U_{\text{grav1}} - U_{\text{grav2}} = mgy_1 - mgy_2 = mg(y_1 - y_2) = 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (1,93 \text{ m} - 0 \text{ m}) = 189,14 \text{ J}$$

b) El trabajo de la fuerza de apoyo normal a la superficie del plano inclinado

El trabajo de la fuerza normal es cero puesto que forma un ángulo de 90° con el vector desplazamiento, siendo cero el producto escalar de dos vectores perpendiculares.

c) La energía disipada por la fricción entre el bloque y el plano inclinado

La energía disipada por la fuerza de fricción será igual al trabajo realizado por dicha fuerza:

$$W_{fk} = (0,35)(mg)\cos 30^\circ (3,8597 \text{ m})(\cos 180^\circ) = -114,57 \text{ J}$$

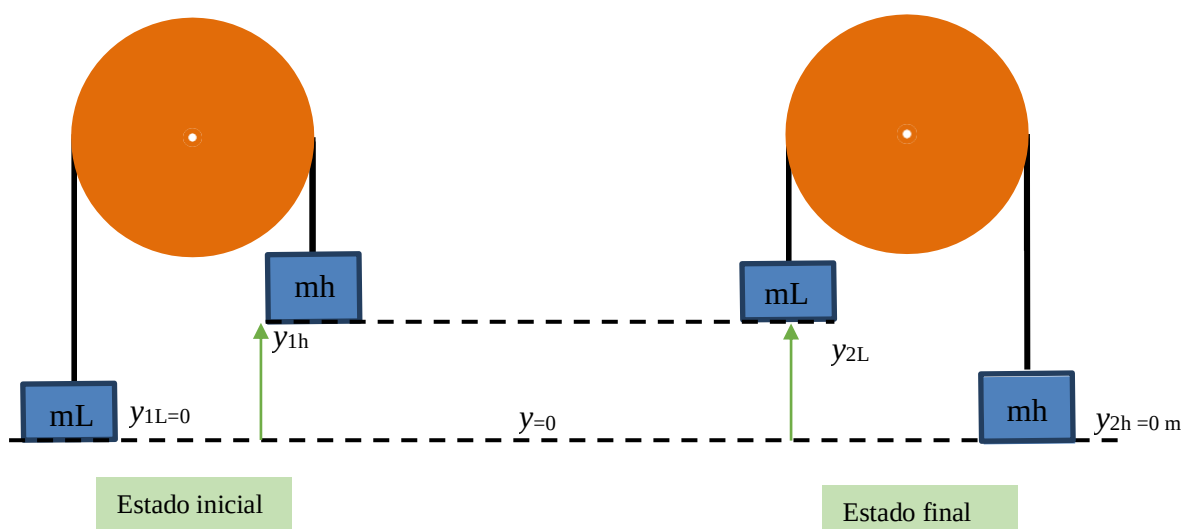
d) El trabajo neto efectuado sobre el bloque

El trabajo neto es igual a la variación de energía cinética, pero además debe ser igual a la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas. En este caso, ya tenemos los trabajos calculados, sumando los mismos se obtiene el trabajo neto:

$$W_{neto} = \Delta K = W_{grav} + W_{fk} = 189,14 J - 114,57 J = 74,57 J$$

- 2) Un trabajador de la construcción, con 75,0 kg de masa, iza una carga de ladrillos de 42,0 kg de masa. Para ello, pasa una cuerda por una polea y deja que su peso eleve la carga. Suponiendo que no hay fricción, ¿cuál es el trabajo que efectúa la fuerza de gravedad durante un período de 2,0s?

Resolución:



Datos:

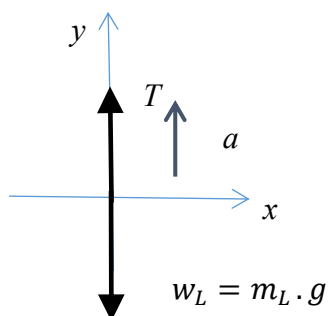
Masa de carga de ladrillos: $m_L = 42 \text{ kg}$

Masa de hombre: $m_h = 75 \text{ kg}$

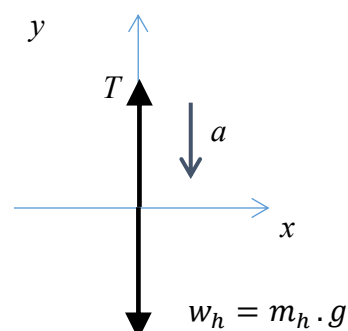
Tiempo para determinar el trabajo: $t=2s$

En este caso, se tiene un sistema compuesto por dos cargas y la polea, pero la polea no forma parte del análisis porque se considera de masa despreciable, el trabajo que se debe determinar será el de todo el sistema y se puede proceder de dos formas diferentes. La primera, consiste en determinar el trabajo que realiza la fuerza de gravedad del sistema, para ello se debe previamente calcular el desplazamiento vertical de las cargas en un tiempo de 2s. Para esto se necesita la aceleración que se determina por dinámica, aplicando la segunda Ley de Newton:

DCL ladrillos



DCL del trabajador



Ladrillos

$$\sum F_y = T - w_L = m_L a$$

Trabajador

$$\sum F_y = T - w_h = -m_h a$$

Restando ambas ecuaciones y despejando la aceleración:

$$a = \frac{m_h - m_l}{m_h + m_l} g = \frac{33(kg)}{117(kg)} 9,8 m/s^2 = 2,764 m/s^2$$

Con la aceleración se determina el desplazamiento para un MRUV que parte del reposo:

$$y = \frac{1}{2} \left(2,764 \frac{m}{s^2} \right) (2s)^2 = 5,528m$$

Al tener el dato de cuánto se desplazaron las cargas, se procede a determinar el trabajo (ver el sistema de referencia utilizado en la figura):

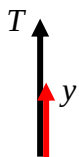
$$W_{grav} = U_{1sist} - U_{2sist} = \overbrace{(m_l g y_{1l} + m_h g y_{1h})}^{\text{Vale 0}} - \overbrace{(m_l g y_{2l} + m_h g y_{2h})}^{\text{Vale 0}} = g(m_h y_{1h} - m_l y_{2l})$$
$$y_{1h} = y_{2l}$$

$$W_{grav} = g y (m_h - m_l) = \left(9,8 \frac{m}{s^2} \right) (5,528m) (75kg - 42kg) = 1787,7 J$$

La otra forma de determinar el trabajo realizado por la fuerza de gravedad es aplicando el teorema de trabajo y energía:

$$W_{neto} = \Delta K$$

A tener en cuenta: si se considera todo el sistema, el trabajo que realizan las fuerzas de la tensión en el cable es cero, puesto que la tensión T está aplicada sobre cada carga, pero en un caso el trabajo es positivo y en otro es negativo como puede observarse en las siguientes figuras:



Trabajo positivo de la tensión aplicada sobre la carga de ladrillos (ángulo entre vectores = 0°)



Trabajo negativo de la tensión aplicada sobre el trabajador (ángulo entre vectores = 180°)

Hecha la aclaración, continuando con el trabajo neto como variación de energía cinética, esta deberá ser igual al trabajo que realizan las dos fuerzas de gravedad:

$$W_{neto} = W_{grav} = \Delta K$$

Determinación de la velocidad final:

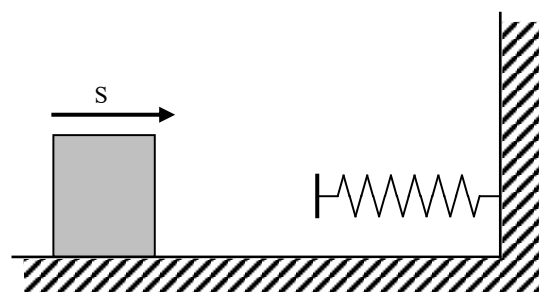
$$v_f = at = 2,764 \frac{m}{s^2} (2s) = 5,528 \frac{m}{s}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} (m_L + m_h) v_f^2 = 0,5 (117kg) \left(5,528 \frac{m}{s} \right)^2 = 1787,7J$$

Se puede observar que los resultados coinciden.

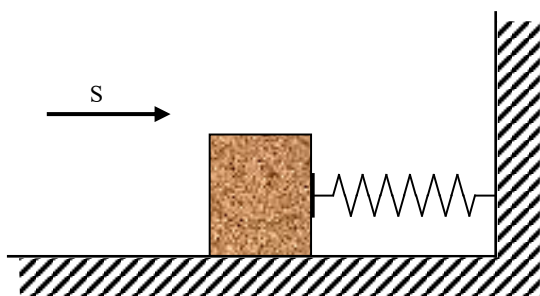
Importante: Cuando se trata de comparar resultados para verificar si por dos caminos diferentes se llega al mismo valor, conviene utilizar por lo menos hasta el tercer decimal.

- 3) Un bloque de 1kg choca contra un resorte horizontal sin peso cuya constante de fuerza es de 2 N/m como se muestra en la figura. El bloque comprime al resorte deformándolo 0,4m a partir de la posición de reposo.

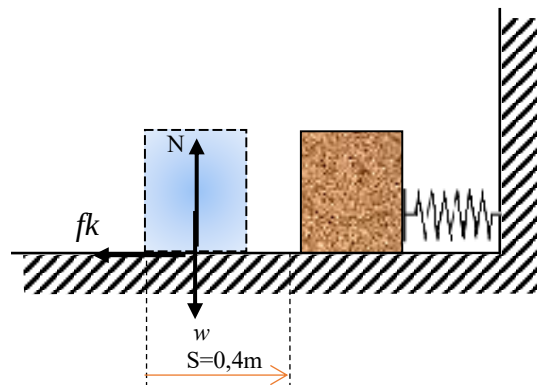


- a) Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie horizontal es de 0,25 ¿Cuál era la velocidad del bloque en el instante del choque?
- b) ¿Cuál es la velocidad del bloque cuando el resorte se comprimió 0,2m?

- a) Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie horizontal es de 0,25 ¿Cuál era la velocidad del bloque en el instante del choque?**



Estado 1: resorte sin deformar, momento en que la masa hace contacto con el resorte (máxima energía cinética)



Estado 2: resorte deformado, momento en que la masa se detiene (parte de la energía cinética se convierte en energía potencial), una parte se degrada por el trabajo realizado por la fuerza fricción

Para determinar lo que se pide en la consigna, se utiliza el teorema de trabajo y la energía mecánica, al existir fuerzas de otras (la fuerza de fricción) no se conservará la energía mecánica:

$$E_1 + W_{otras} = E_2$$

$$E_1 = \frac{1}{2}mv^2 \text{ (momento del impacto contra el resorte)}$$

$$E_2 = \frac{1}{2}Kx^2 \text{ (momento en que la masa unida al resorte se detiene)}$$

$$W_{otras} = -f_k(x) = -\mu_k N(x) = -\mu_k(mg)(x)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \mu_k(mg)(x) = \frac{1}{2}K(x)^2$$

De esta ecuación intersa determinar la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}K(x)^2 + \mu_k(mg)(x)}{1/2(m)}}$$

$$v = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}2\left(\frac{N}{m}\right)(0,4m)^2 + 0,25\left(1kg9,8\frac{m}{s^2}\right)(0,4m)}{1/2(1kg)}} = 1,5\frac{m}{s}$$

b) ¿Cuál es la velocidad del bloque cuando el resorte se comprimió 0,2m?

Cuando el resorte no se encuentra en su máxima compresión o máxima elongación, la masa unida al resorte tendrá cierta velocidad. Respecto al planteo anterior, en el estado de energía 2, el sistema tiene energía cinética y potencial elástica:

$$E_1 + W_{otras} = E_2$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \mu_k(mg)(x) = \frac{1}{2}K(x)^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \text{ con } x=0,2m$$

De esta ecuación se debe determinar la velocidad v_2 :

$$v_2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mv_1^2 - \mu_k(mg)(x) - \frac{1}{2}K(x)^2}{1/2(m)}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}1kg(1,5\frac{m}{s})^2 - 0,25\left(1kg9,8\frac{m}{s^2}\right)(0,2m) - \frac{1}{2}2\left(\frac{N}{m}\right)(0,2m)^2}{1/2(1kg)}} = 1,09\frac{m}{s}$$

Como es de esperar, la velocidad es menor que la calculada anteriormente porque en esa posición, parte de la energía mecánica es potencial elástica.