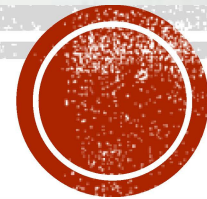
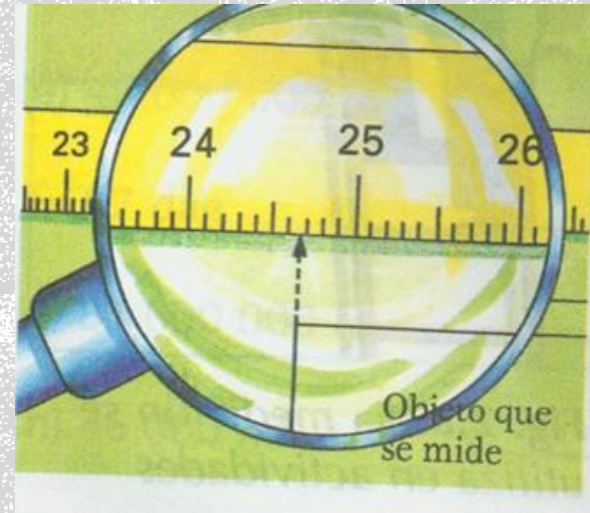
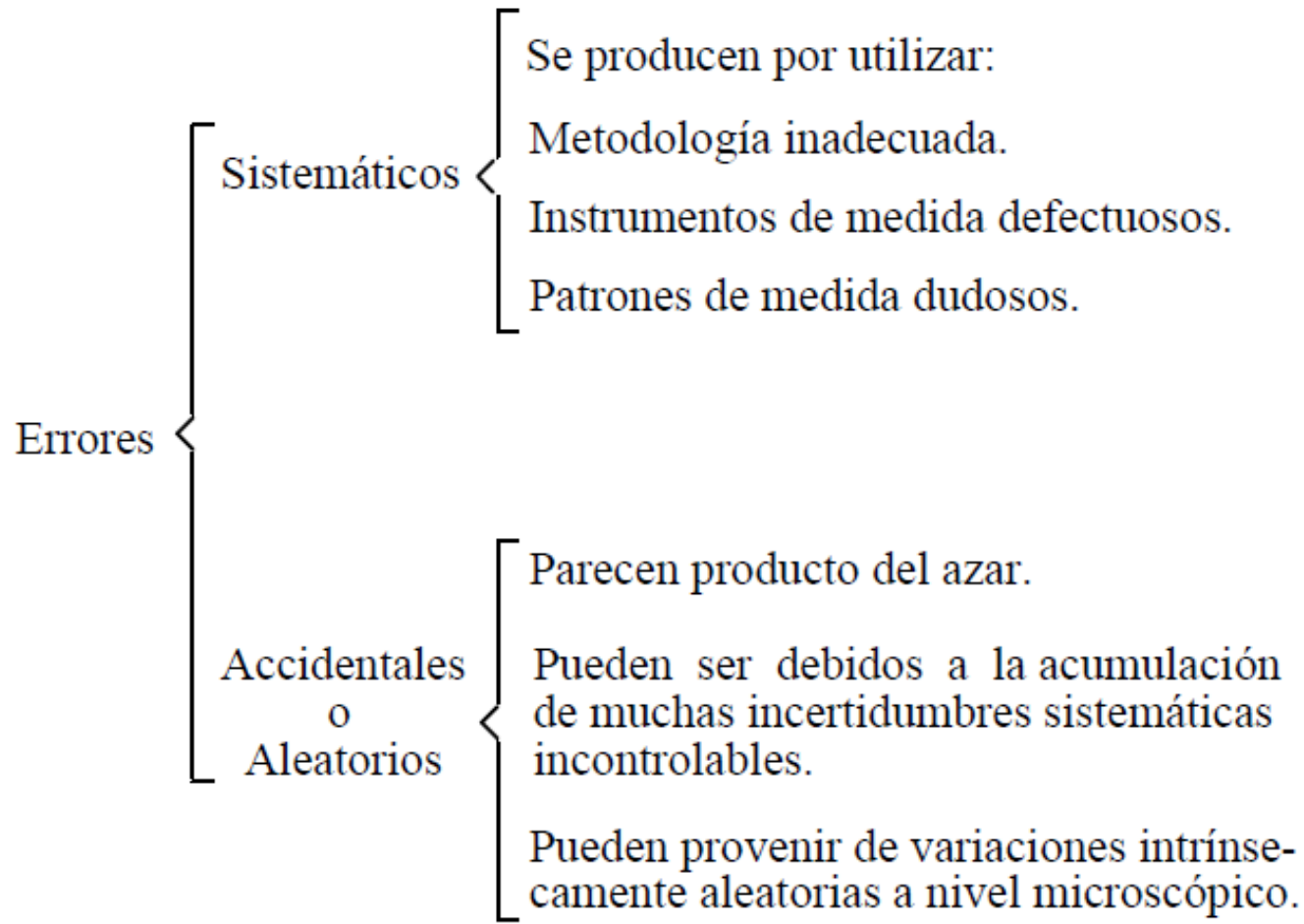


ERRORES



ERRORES

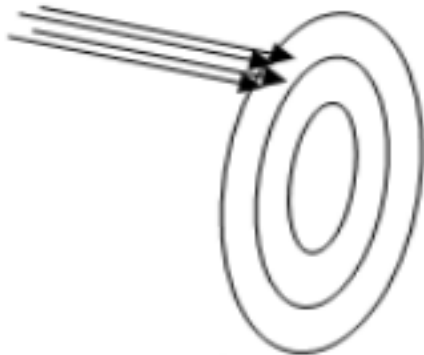
Uno de los puntos importantes en la realización de un experimento se centra en la medición de las constantes y variables que aparecen involucradas en el mismo. Se sabe que al realizar la medición de alguna magnitud, la medida obtenida, siempre se encuentra afectada de error, error que puede ser sistemático, accidental o aleatorio, o ambos a la vez.



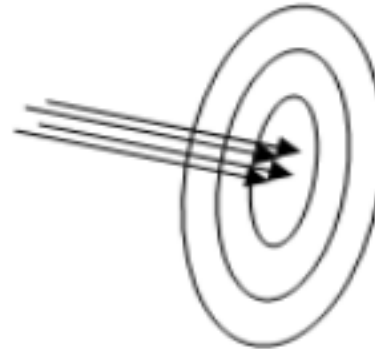
- **Error**: grado de incerteza en la medición
- La **Precisión** está asociada a la mayor o menor dispersión que un instrumento o método puede detectar de una magnitud medida.
- La **Exactitud** de un instrumento o método está asociada a la calidad de la calibración del mismo.



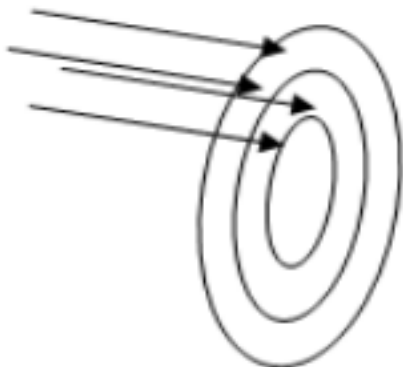
Precisión y Exactitud



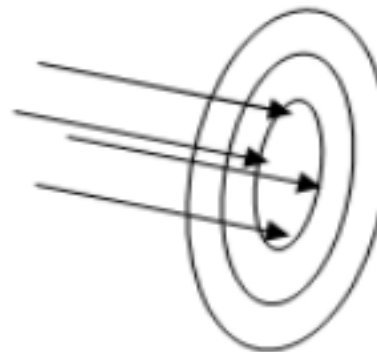
No son tiros exactos pero sí precisos, porque no dieron en el centro pero se encuentran agrupados.



Tiros exactos y precisos, porque dieron en el centro y además se encuentran agrupados.



Ni exactos ni precisos porque no dieron en el centro ni se encuentran agrupados.



Tiros exactos pero no precisos, porque dieron en el centro pero se encuentran dispersos.



ERRORES

ERROR ABSOLUTO DE UNA SOLA MEDICION:

El error absoluto en una medida x_i de determinada magnitud es la diferencia entre dicho valor y el valor verdadero de la medida; se notará por Δx y, por tanto, su expresión es:

$$\Delta x = |x_i - x|$$

donde x representa el valor verdadero de la medida. Por ejemplo si compramos una caja de clavos de 4" este es el valor verdadero de su longitud, ahora si realizamos la medición de un clavo y tiene 3,8", podemos comprobar que el error absoluto de esa medición es 0,2.

El error absoluto cuantifica la desviación en términos absolutos respecto al valor verdadero.

No obstante, en ocasiones es más interesante resaltar **la importancia relativa de esa desviación.**

Por ello, se define el error relativo.

ERROR RELATIVO DE UNA SOLA MEDICION:

Se define como el cociente entre el error absoluto y el valor verdadero; se simboliza con ε , su expresión es:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x}$$

ERROR RELATIVO PORCENTUAL DE UNA SOLA MEDICION:

Como puede verse el error relativo es un número adimensional, y generalmente mucho menor que la unidad, por ello frecuentemente se expresa en forma de porcentaje multiplicándolo por 100, y dando el resultado en tanto por ciento del valor medido.

$$\varepsilon_p (\%) = 100 * \varepsilon_r = 100 * \frac{\Delta x}{x}$$

EJEMPLO:

Un mueble tiene una altura de 110 cm según la especificación del fabricante. Calcular el error absoluto, relativo y relativo porcentual, cuando se realiza una medición de 108 cm.

Datos: $x = 110 \text{ cm}$ (se considera el valor verdadero); $x_i = 108 \text{ cm}$

Error absoluto:

$$\Delta x = |x_i - x| = |108 \text{ cm} - 110 \text{ cm}| = 2 \text{ cm}$$

Error relativo:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x} = \frac{2 \text{ cm}}{110 \text{ cm}} = 0,02$$

Error relativo porcentual

$$\varepsilon_p(\%) = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = \frac{2 \text{ cm}}{110 \text{ cm}} \cdot 100 = 2 \%$$



EXPRESION CORRECTA DE UNA MEDICION:

En Física, presentar una medida experimental significa dar el valor de dicha cantidad y expresar cual es su error; no tiene sentido establecer un determinado valor si no se acota debidamente el mismo. Así, la expresión correcta de una medida debe ser:

$$x \pm \Delta x$$

A esto conocemos como: Expresión correcta de la medición

Un mueble tiene una altura de 110 cm. Calcular el error absoluto, relativo y relativo porcentual, cuando se realiza una medición de 108 cm.

Datos: $x = 110 \text{ cm}$ (se considera el valor verdadero); $x_i = 108 \text{ cm}$

Error absoluto

$$\Delta x = |x_i - x| = |108 \text{ cm} - 110 \text{ cm}| = \mathbf{2 \text{ cm}}$$

La expresión de la medida debe ser:

$$\mathbf{h = 110 \text{ cm} \pm 2 \text{ cm}}$$



Mediciones varias veces de una misma magnitud ($n > 1$).

Un experimentador que realice la misma medida varias veces no obtendrá, en general, el mismo resultado, no sólo por causas imponderables como variaciones imprevistas de las condiciones de medida y de observación del experimentador.

Muchas veces, para mejorar la calidad de nuestros resultados o por las características propias del fenómeno, es necesario tomar una misma medición varias veces y considerar como valor más probable al promedio de estas: ($\bar{x} \cong x$)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

En el caso de multiples mediciones consideraremos como Valor Verdadero al promedio de las mediciones individuales ($\bar{x} \cong x$)

Error absoluto de una serie de medidas:

Desviación media

Lo normal en una experiencia o trabajo de laboratorio, es que se tenga que tomar la medida de una variable varias veces. Cuando el número de medidas sea $n > 1$ podremos tomar como error absoluto la **desviación media** o **promedio de desviación** de las medidas, a la que llamaremos en forma general δx , y viene dada por:

$$\delta x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

La expresión correcta de la medida debe ser:

$$x = \bar{x} \pm \delta x$$



EJEMPLO:

Supongamos que en una experiencia se ha medido 4 veces el tiempo de caída de una esfera sobre un plano inclinado, obteniéndose los siguientes valores:

$$t_1 = 2,23 \text{ s}; \quad t_2 = 2,26 \text{ s}; \quad t_3 = 2,28 \text{ s}; \quad t_4 = 2,32 \text{ s}$$

El tiempo de caída más probable con su correspondiente error absoluto vendrá dado por:

$$t = 2,27 \pm 0,03 \text{ s}$$

Compruébalo



	x_i	Δx
1	2,23 s	
2	2,26 s	
3	2,28 s	
4	2,32 s	

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{2,23 \text{ s} + 2,26 \text{ s} + 2,28 \text{ s} + 2,32 \text{ s}}{4} = 2,27 \text{ s}$$



	x_i	Δx
1	2,23 s	$ 2,23s - 2,27s = 0,04 s$
2	2,26 s	0,01 s
3	2,28 s	0,01 s
4	2,32 s	0,05 s
Promedio	$\bar{x} = 2,27 s$	0,03 s

$$\delta x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

$$\delta x = \frac{0,04 s + 0,01 s + 0,01 s + 0,05 s}{4} = 0,03 s$$

La expresión correcta de la medida debe ser:

$$\mathbf{t = 2,27 s \pm 0,03 s}$$



MEDICIONES INDIRECTAS: PROPAGACION DE ERRORES

- **Suma y resta** de variables medidas directamente, tanto en el caso $X = a + b$, como en el caso $X = a - b$, se puede demostrar fácilmente que:

$$\Delta X = \Delta a + \Delta b$$

Es decir, tanto para la suma como la resta, la incerteza del resultado es la suma de las incertezas de los sumandos.



EJEMPLO

- Se mide las longitudes de un cuarto y se obtiene para el ancho $a = (2,30 \pm 0,01)\text{m}$ y para el largo $l = (3,45 \pm 0,02)\text{m}$. Se quiere colocar una guarda en todo el perímetro con que incerteza obtengo la medida.
- $\Delta X_a = 0,01 \text{ m}$ y $\Delta X_l = 0,02 \text{ m}$
- $\Delta X_P = 0,01 \text{ m} + 0,01 \text{ m} + 0,02 \text{ m} + 0,02 \text{ m} = 0,06 \text{ m}$
- $P = 2,30 \text{ m} + 2,30 \text{ m} + 3,45 \text{ m} + 3,45 \text{ m} = 11,50 \text{ m}$
- Medida de la incerteza $P = 11,50 \text{ m} \pm 0,06 \text{ m}$



PRODUCTO Y COCIENTE DE VARIABLES MEDIDAS DIRECTAMENTE

Tanto para el producto, $X = a.b$, como para el cociente, $X = a / b$, puede mostrarse que, mientras las incertezas relativas sea pequeña (la incerteza de cada número pequeña comparada con el número), se cumplirá:

$$\frac{\Delta X}{|X|} = \frac{\Delta a}{|a|} + \frac{\Delta b}{|b|}$$

Es decir, tanto para un cociente como para un producto, tendremos que, sumando las incertezas relativas se obtiene la incerteza relativa del resultado, y luego, si se desea calcular la incerteza ΔX (que podríamos denominar “absoluta”), se multiplica por el valor absoluto de x .



EJEMPLO

Se mide las longitudes de un cuarto y se obtiene para el ancho $a = (2,30 \pm 0,05)\text{m}$ y para el largo $l = (3,45 \pm 0,05)\text{m}$. Se quiere colocar un piso de cerámica por lo que debo obtener el área ¿con qué incerteza obtengo la medida?

$$S = a \cdot l = 2,30 \text{ m} \cdot 3,45 \text{ m} = 7,94 \text{ m}^2$$

$$\frac{\Delta X}{|X|} = \frac{\Delta a}{|a|} + \frac{\Delta b}{|b|}$$

$$\frac{\Delta S}{|S|} = \frac{0,05 \text{ m}}{2,30 \text{ m}} + \frac{0,05 \text{ m}}{3,45 \text{ m}} = 0,02 + 0,01 = 0,03$$

$$\Delta S = 7,94 \text{ m}^2 \cdot 0,03 = 0,24 \text{ m}^2$$

La medida con su incertidumbre es $S = (7,94 \pm 0,24)\text{m}^2$

