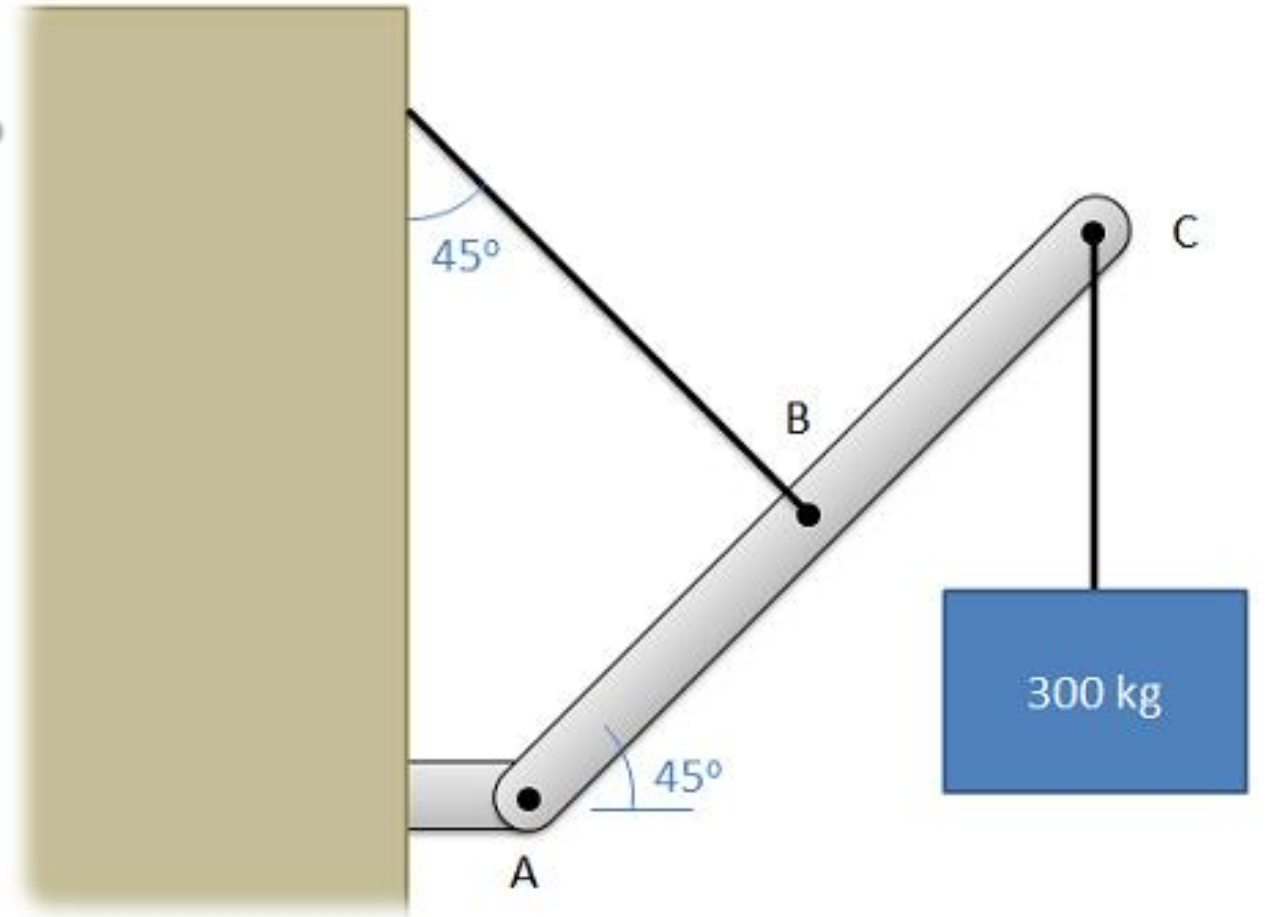


## 2 - b.- Equilibrio del cuerpo rígido.



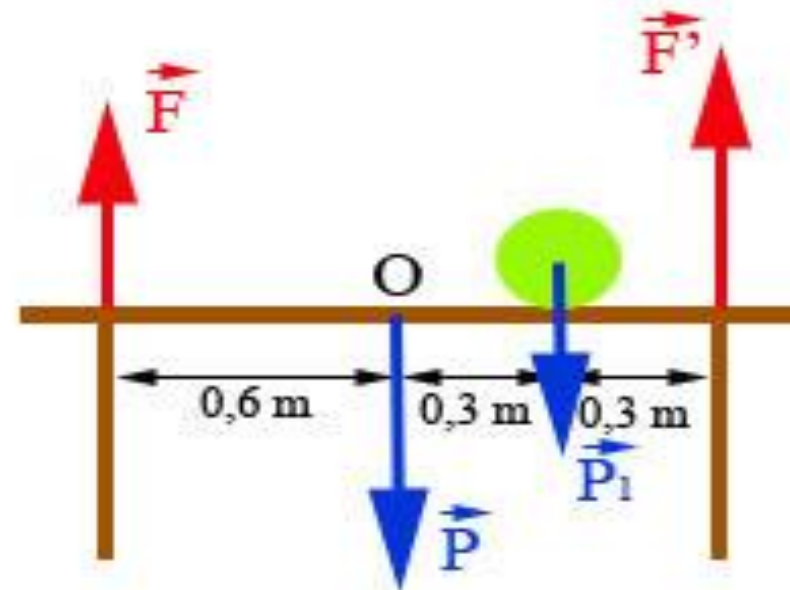
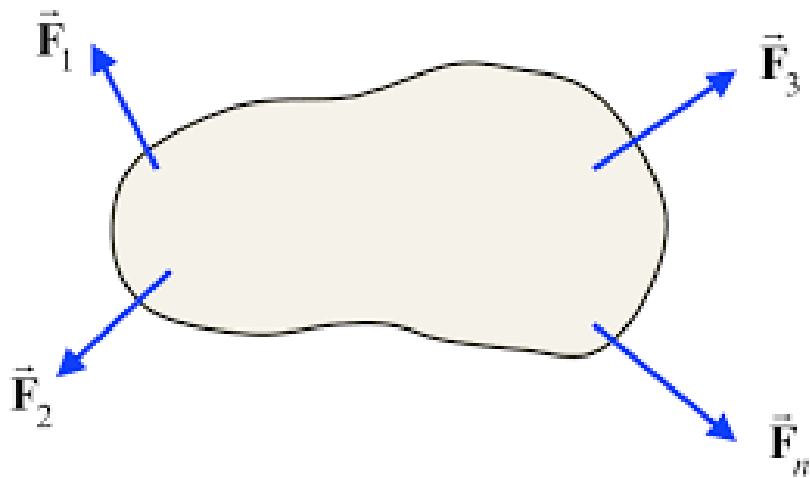
# Cuerpo rígido

## Definición

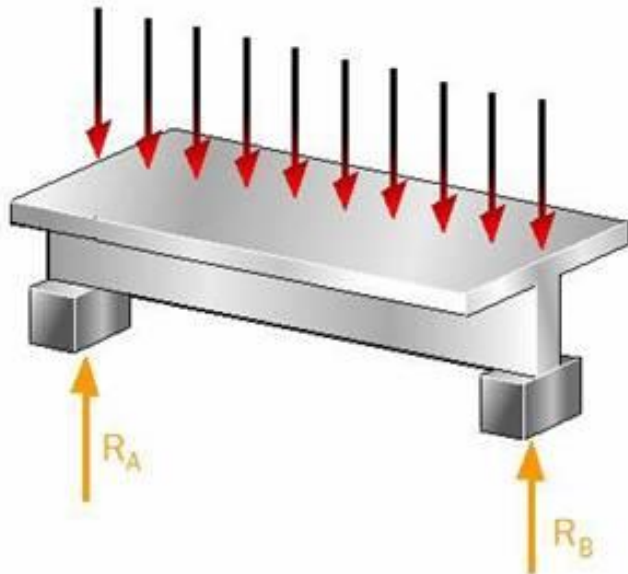
Un cuerpo rígido, es todo objeto con dimensiones apreciables que conserva su forma y tamaño, cualquiera sea la intensidad de las fuerzas que soporta.

Esto es ideal, y a los efectos prácticos supondremos rígidos a todos los cuerpos extensos que se involucren en esta condición.

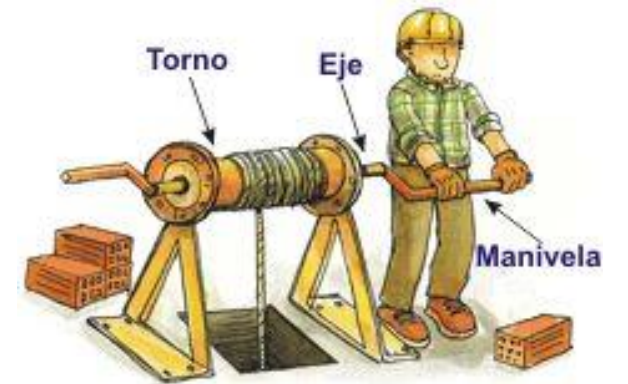
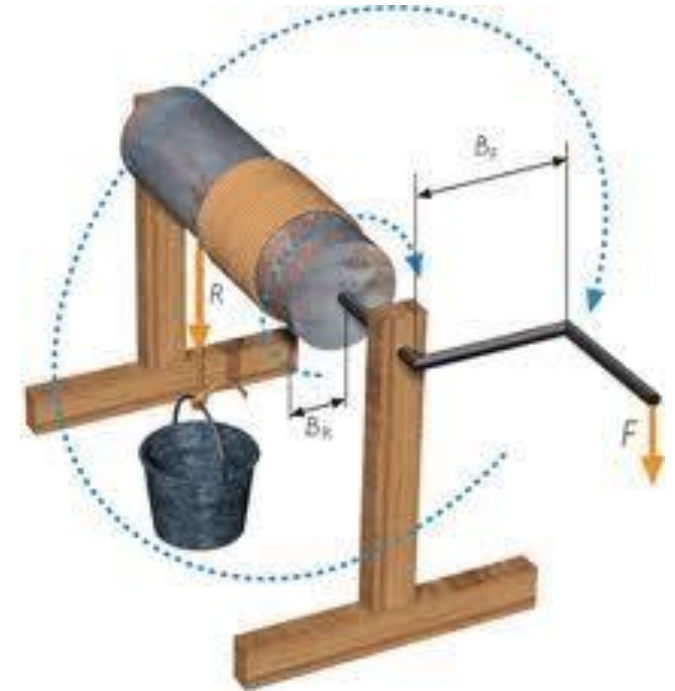
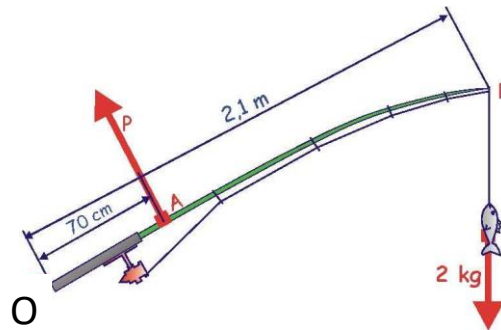
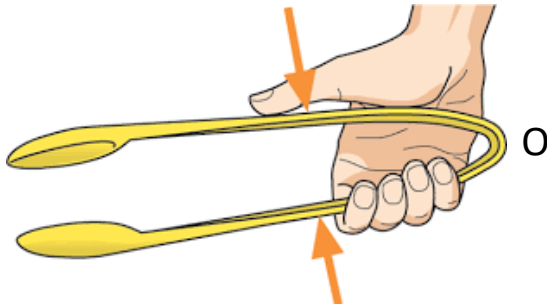
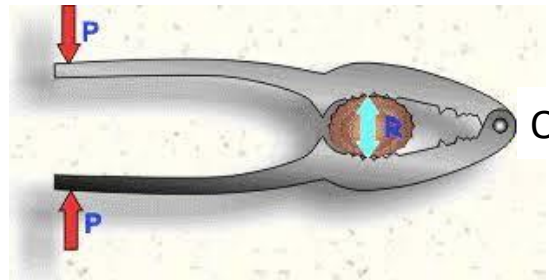
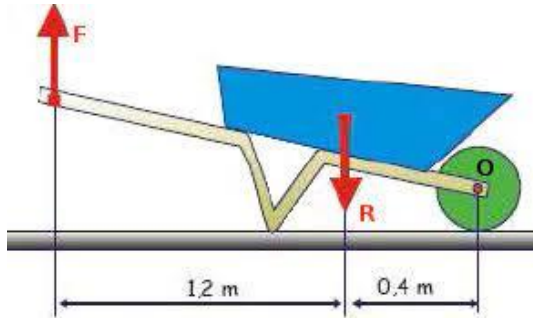
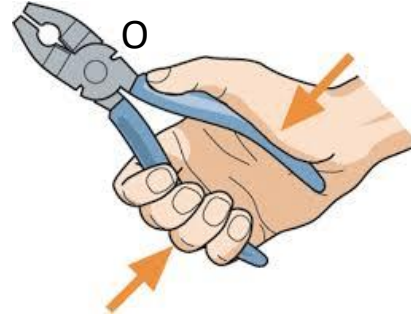
Las fuerzas actuantes en éste tipo de cuerpos conforman un sistema de fuerzas NO concurrentes.



# Cuerpo rígido

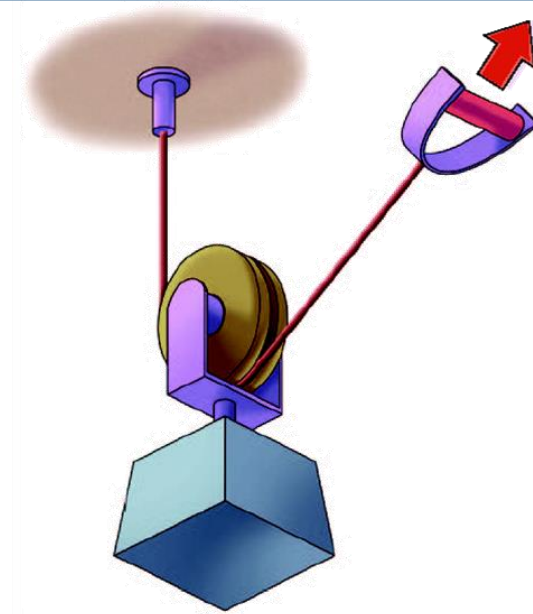
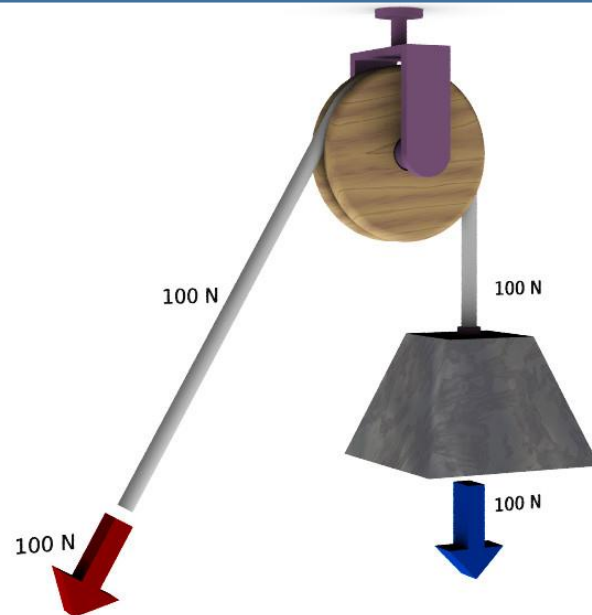
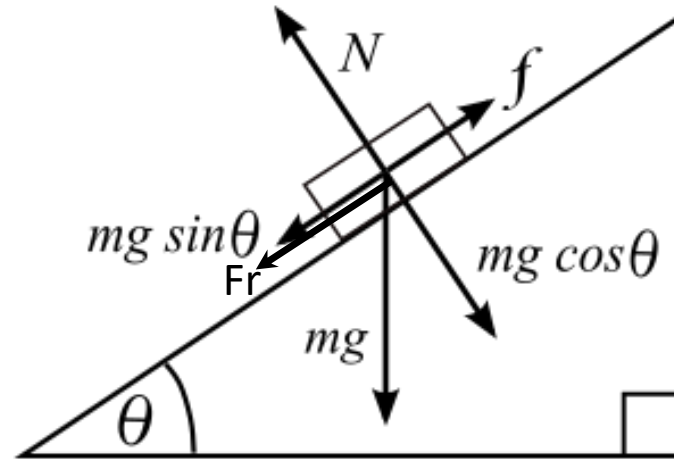


# Cuerpo rígido y máquinas simples

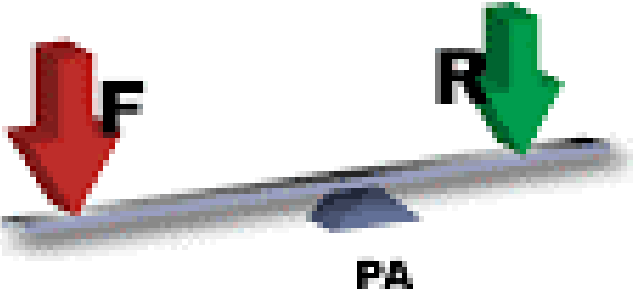
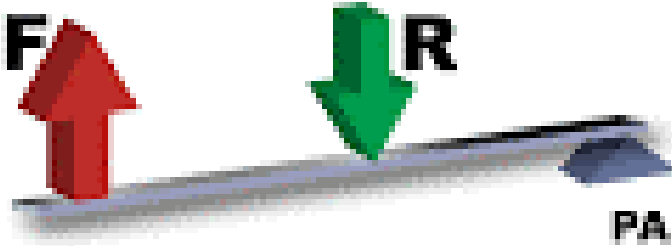
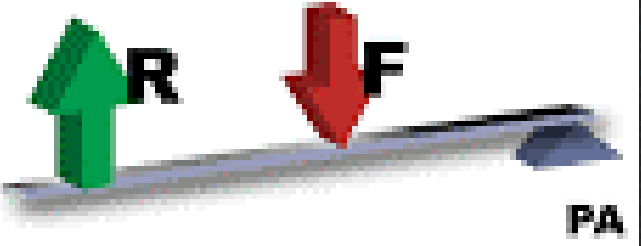
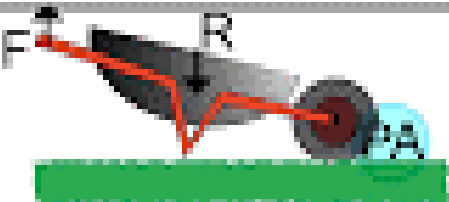
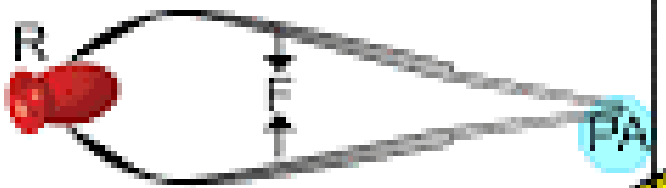


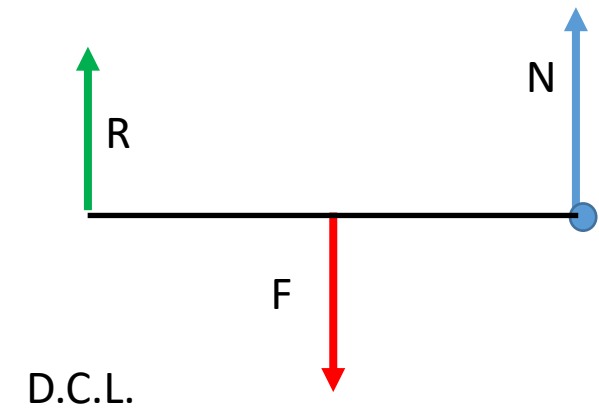
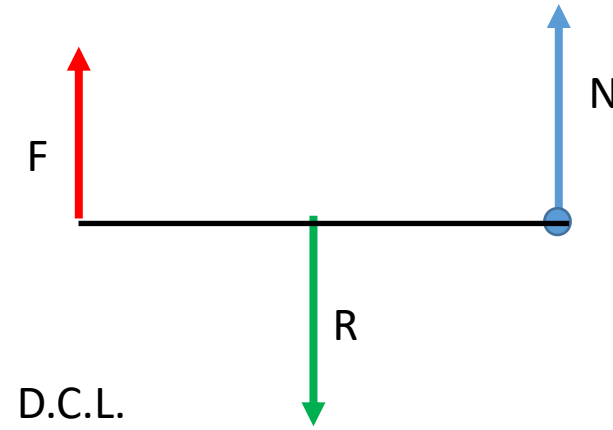
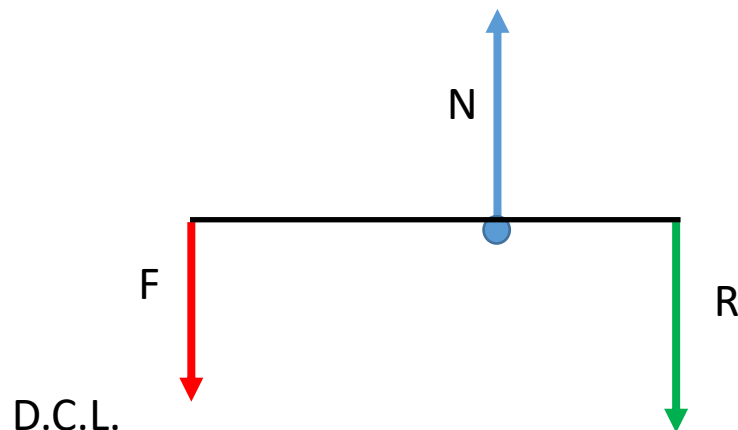


# Cuerpo rígido y máquinas simples



# Diagrama de cuerpo libre en un sistema de fuerzas NO concurrentes

| Primer género                                                                     | Segundo género                                                                      | Tercer género                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| El PA está entre F y R                                                            | La R está entre el PA y F                                                           | La F está entre R y el PA                                                           |
|  |   |  |
|  |  |  |



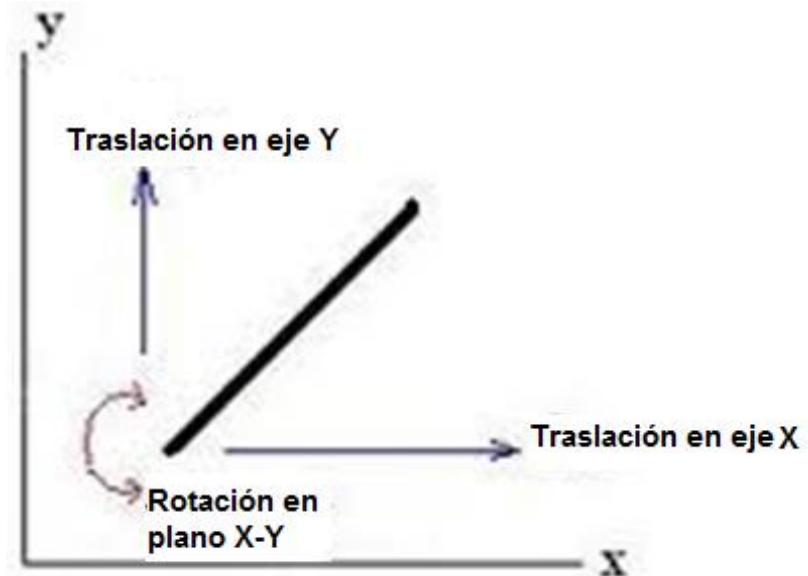
# Vínculos

Los sistemas de fuerzas que estudiaremos, deben cumplir una condición esencial: su absoluta inmovilidad.

Consideremos, por ejemplo, una chapa en el plano posee tres grados de libertad. Para llevarla al reposo (o impedir que se mueva si, estando en reposo, existe esa posibilidad), debemos anular sus tres grados de libertad.

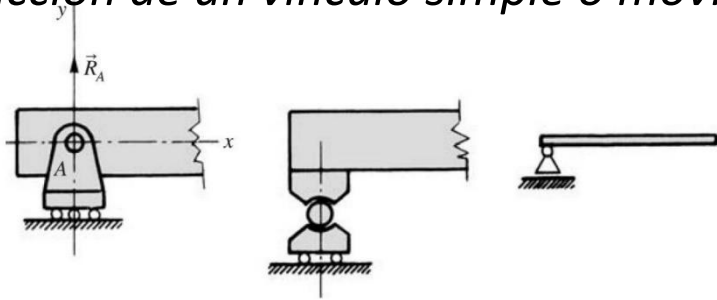
Tal anulación se consigue mediante la introducción de elementos llamados *vínculos*.

Sobre éstos se desarrollan esfuerzos llamados *reacciones de vínculo*, y que, esencialmente, dependen de si éste es móvil, fijo o triple.

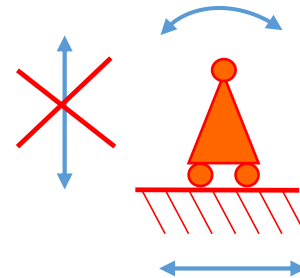


# Vínculos

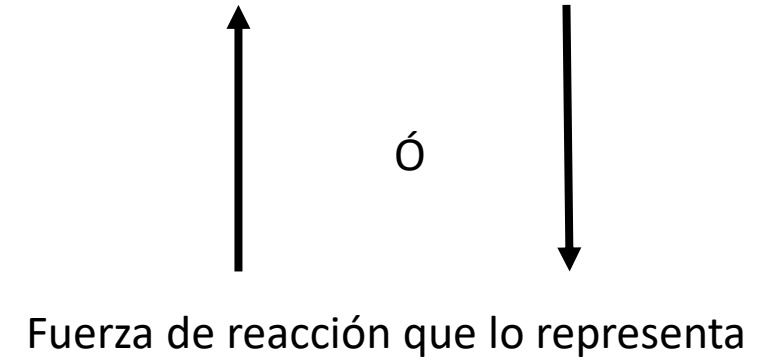
1º) *Reacción de un vínculo simple o móvil.*



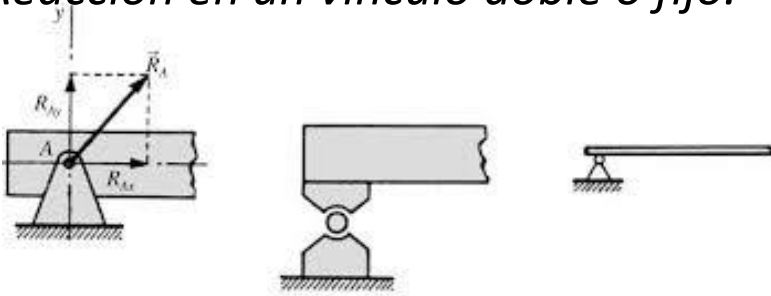
Forma como actúa este vínculo



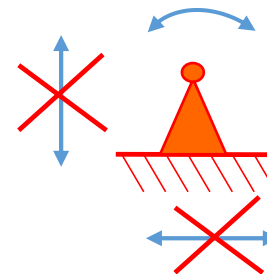
Movimiento que limita



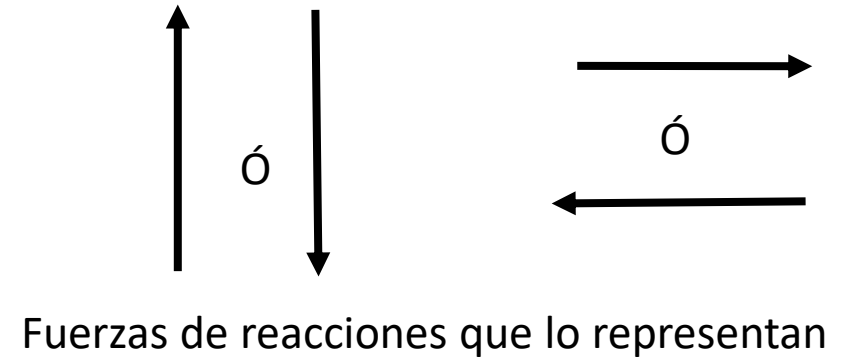
2º) *Reacción en un vínculo doble o fijo.*



Forma como actúa este vínculo



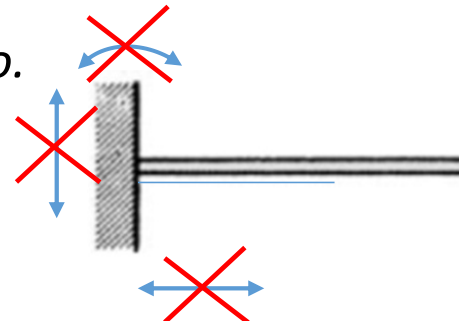
Movimientos que limita



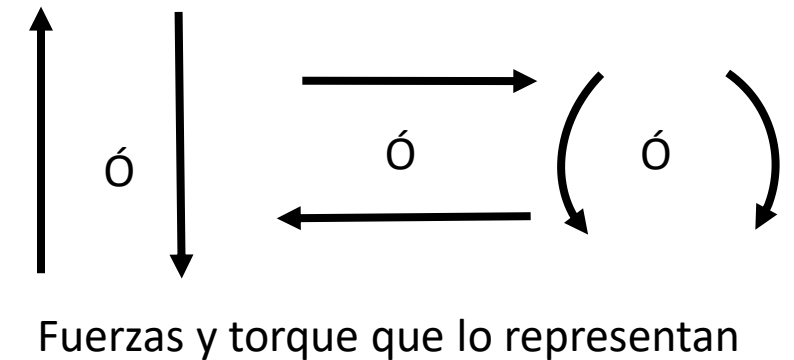
3º) *Reacción de un vínculo triple o empotramiento.*



Forma como actúa este vínculo



Movimientos que limita





# Ejemplo de aplicación de Vínculos

Sea una barra que tiene una carga  $F_C$  aplicada en el punto C, como indica la figura.

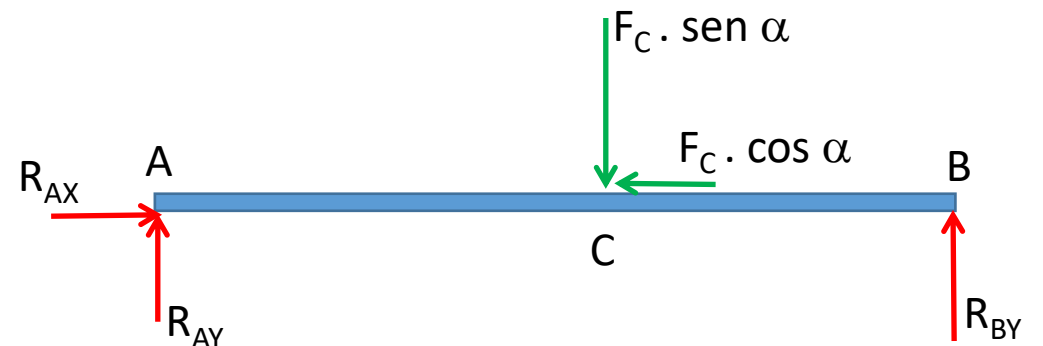
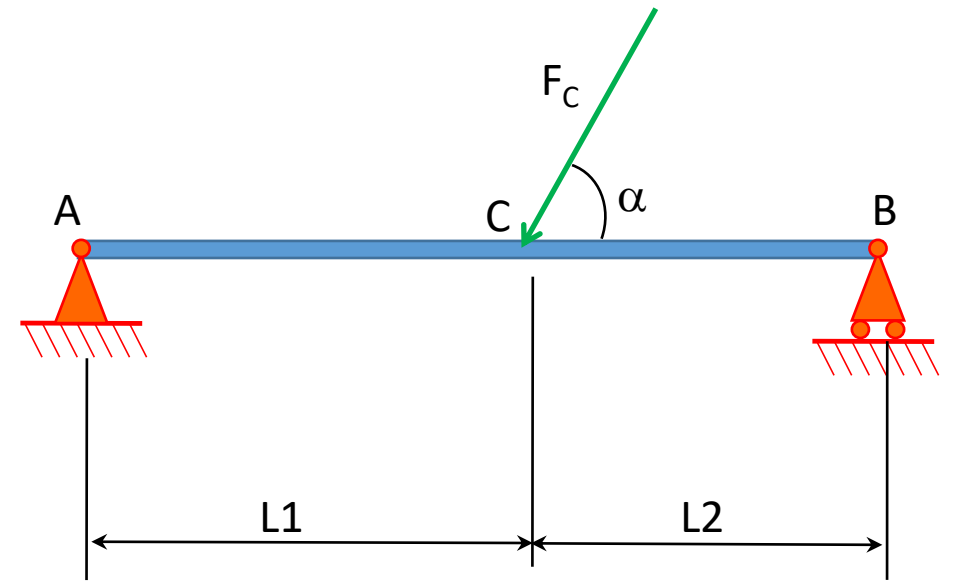
La barra está sustentada en el punto A por un vínculo doble y en B por un vínculo simple.

Luego del esquema, se representa el diagrama de cuerpo libre con las respectivas fuerzas.

Se observa la sustitución de los vínculos por sus reacciones, donde el sentido elegido es arbitrario puesto que no se conoce aún.

$R_{AX}$  y  $R_{AY}$  son las reacciones que representan al vínculo doble que actúa en el punto A.

$R_{BY}$  es la reacción que representa al vínculo simple que actúa en el punto B.

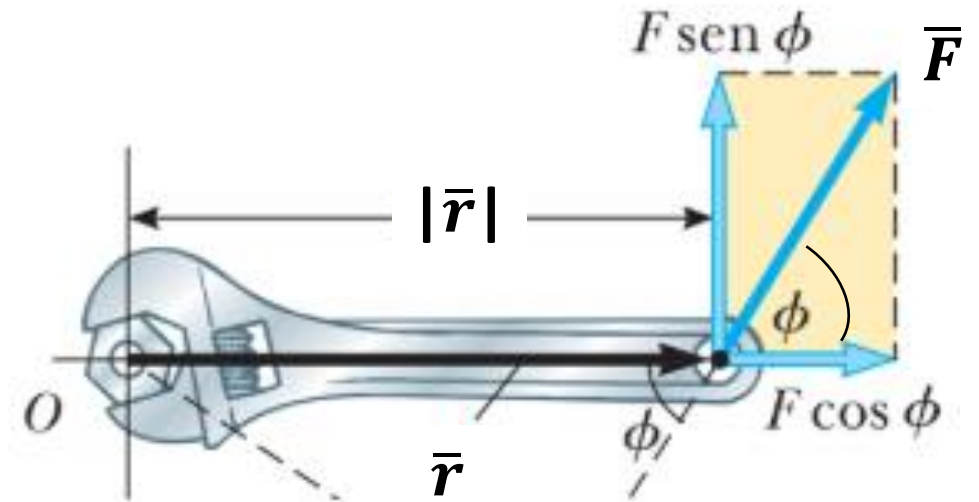
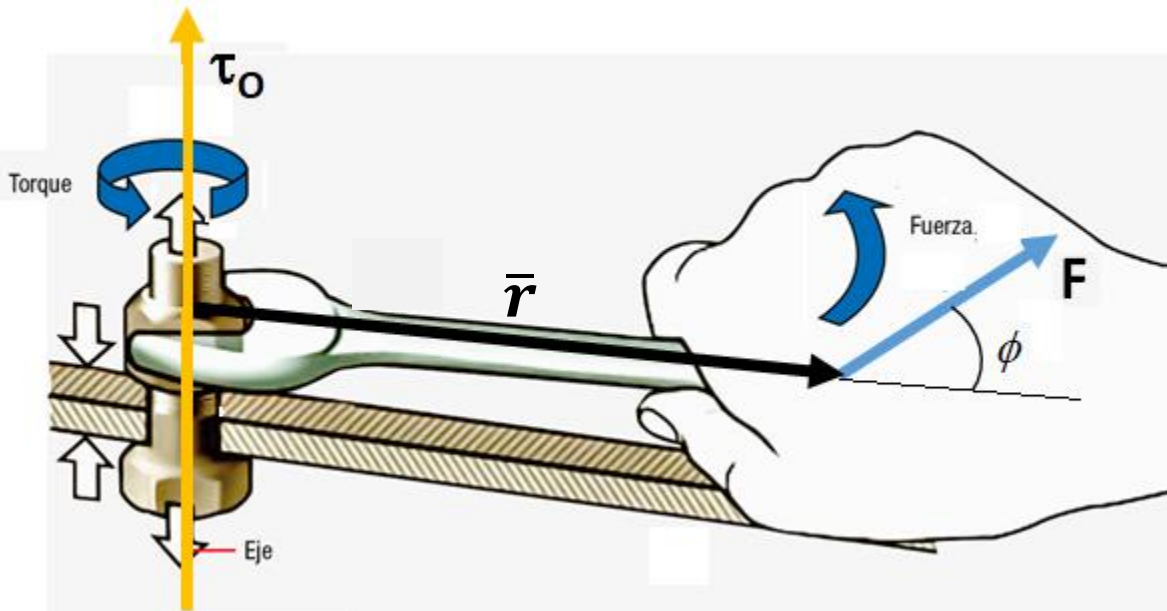


# Torque o momento de una fuerza

El torque o momento de una fuerza con respecto a un eje da a conocer en qué medida existe capacidad en una fuerza o sistema de fuerzas para causar el movimiento de rotación del cuerpo alrededor de un eje que pase por dicho punto.

El torque tiende a provocar un giro en el cuerpo sobre el cual se aplica y es una magnitud característica en elementos que trabajan sometidos a torsión (como los ejes de una máquina) o a flexión (como el caso de las vigas).

$$\bar{\tau}_O = \bar{r} \times \bar{F}$$



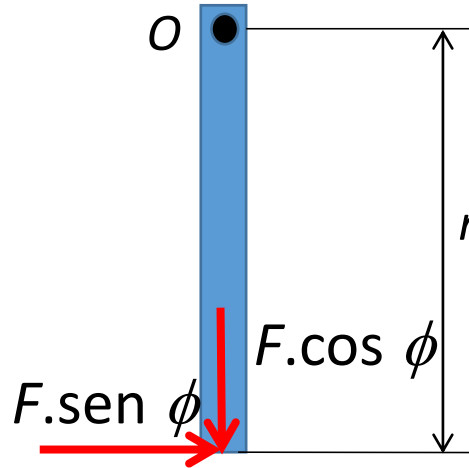
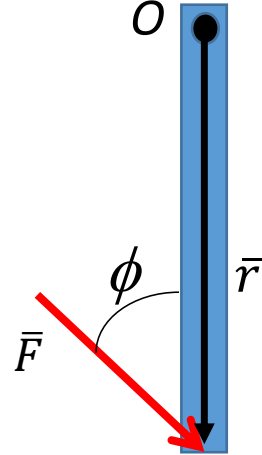
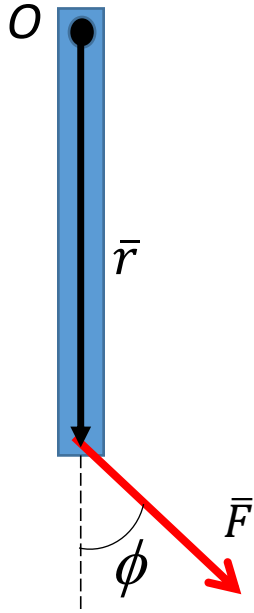
# Ejemplo de Torque de una fuerza

La magnitud del torque esta dada por:

$$|\bar{\tau}_O| = |\bar{r} \times \bar{F}| = |\bar{r}| \cdot |\bar{F}| \cdot \text{sen}\phi$$



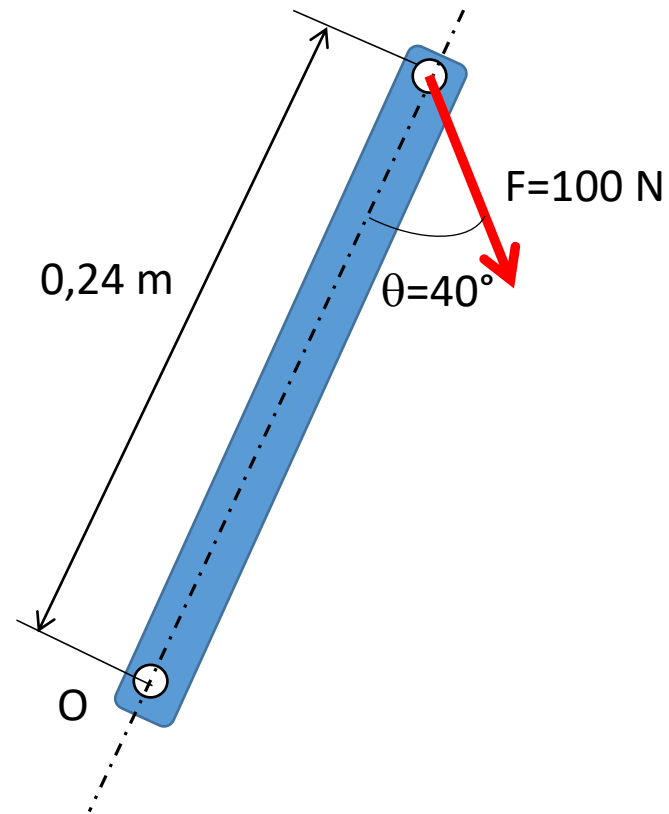
$$|\bar{\tau}_O| = |\bar{r}| \cdot |\bar{F}| \cdot \text{sen}\phi$$



$F \cdot \text{sen}\phi$ : Componente de la fuerza en dirección perpendicular a la distancia al punto de giro.

## Ejemplo de Torque de una fuerza

Se aplica una fuerza vertical de 100 N al extremo de una palanca que está unida a un eje en O. Determinar el momento de la fuerza de 100 N con respecto al punto O.



# Ejemplo de Torque de una fuerza

Se aplica una fuerza vertical de 100 N al extremo de una palanca que está unida a un eje en O. Determinar el momento de la fuerza de 100 N con respecto al punto O.

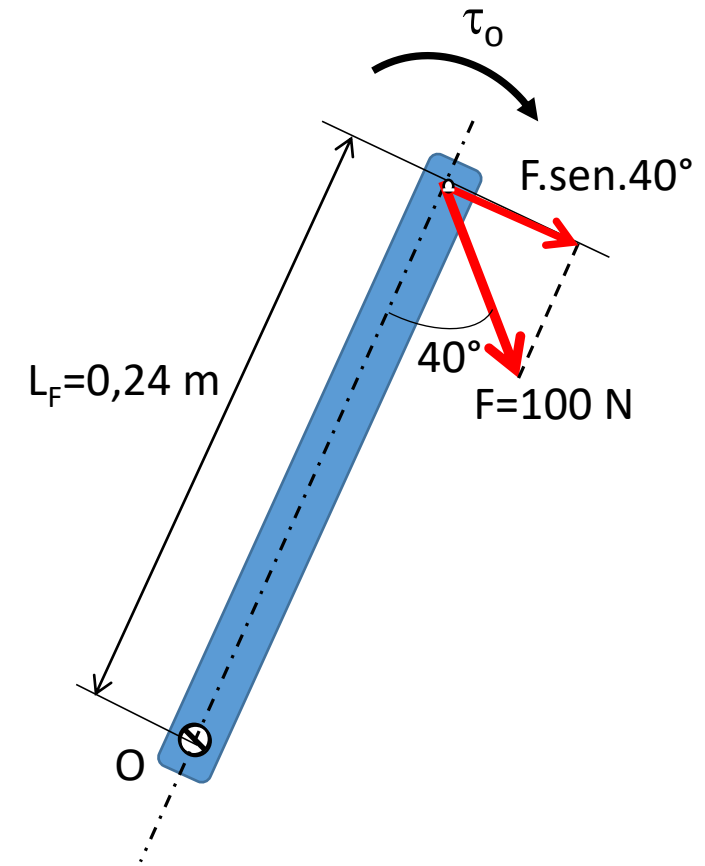
La magnitud del momento de la fuerza de 100 N se obtiene multiplicando la fuerza por el brazo de palanca esto es:

$$\tau_{OF} = -F \cdot \sin \theta \cdot L_F$$

$$L_F = 0,24\text{m}$$

$$\tau_{OF} = -(100\text{N}) \cdot \sin 40^\circ \cdot (0,24\text{m})$$

$$\tau_{OF} = -15,43\text{N.m}$$

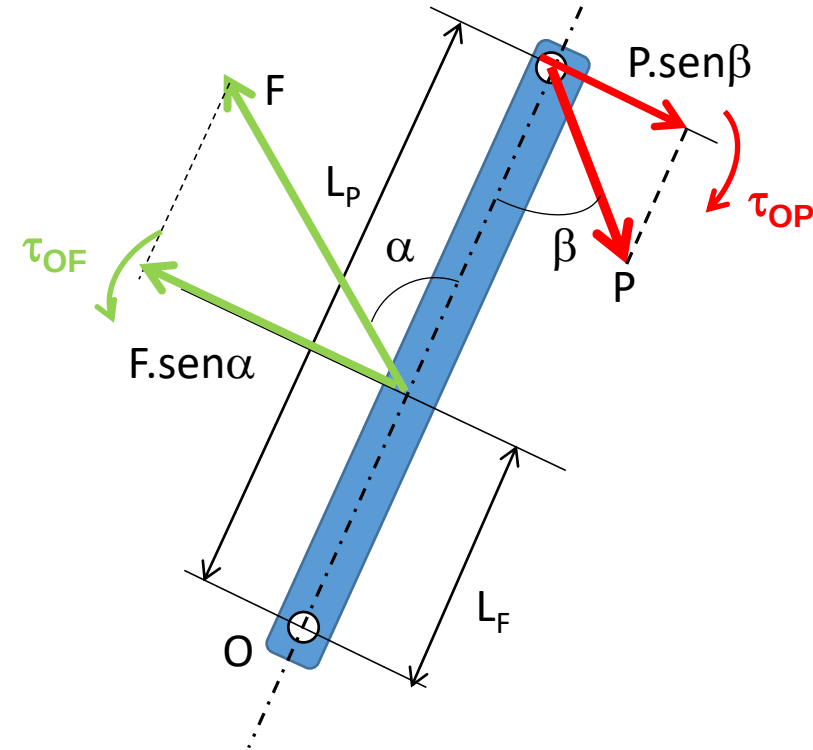


# Determinación del torque resultante

Dada una barra con más de una fuerza actuando sobre ella, debemos hallar el momento resultante que provocan dichas fuerzas.

Entonces el momento resultante actuante en la barra debido a las fuerzas respecto al punto O, es:

La convención en este caso indica que el momento que tiene sentido de giro anti horario se toma como +. En caso contrario es -.

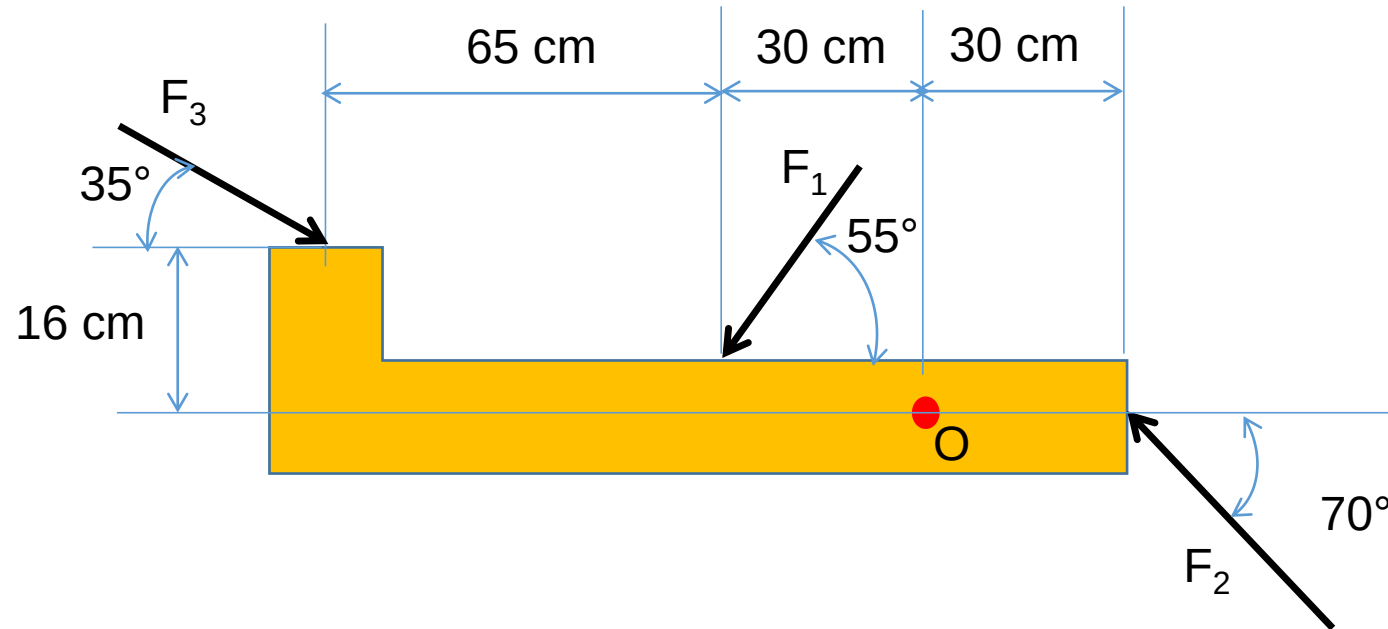


$$+\sum_{i=0}^n \tau_{Oi} = \tau_R = +\tau_{OF} - \tau_{OP} = F \cdot \text{sen}\alpha \cdot L_F - P \cdot \text{sen}\beta \cdot L_P$$



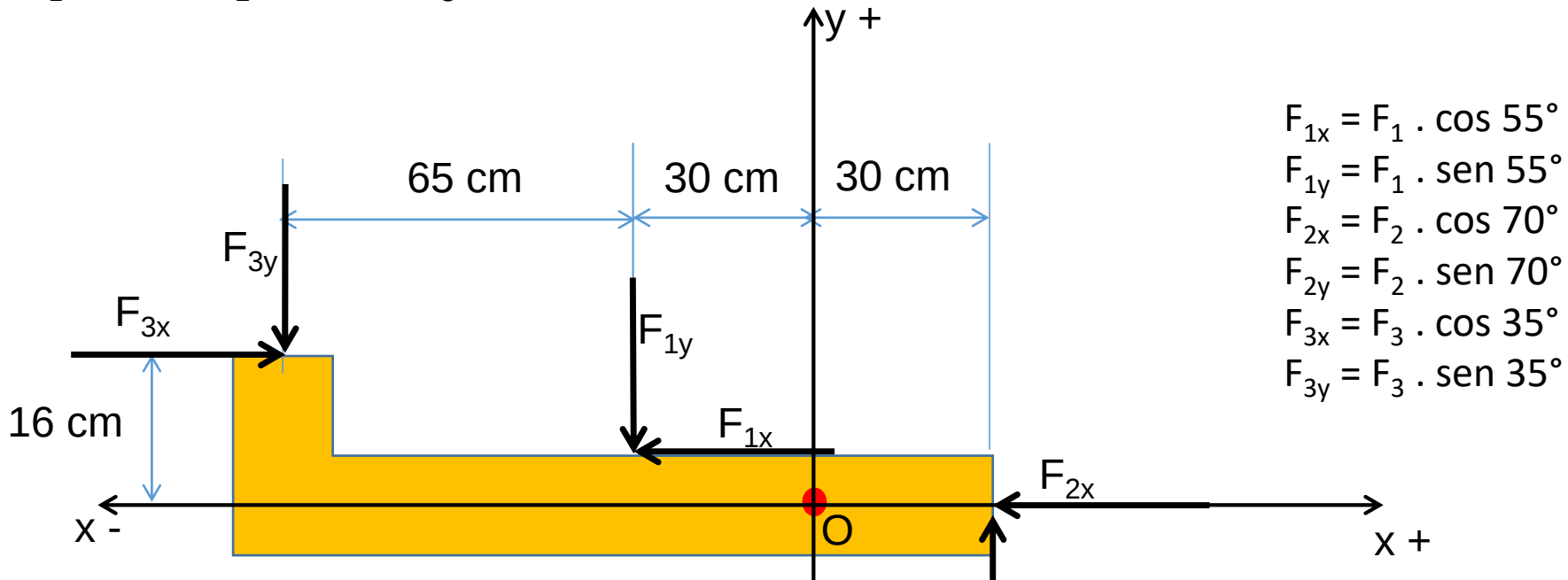
## Ejemplo de torque resultante

Determinar el momento resultante de las fuerzas respecto al punto O. El ancho de la planchuela es de 10cm.  $F_1=700\text{N}$ ;  $F_2=480\text{N}$  y  $F_3=620\text{N}$ .



# Ejemplo de torque resultante

Determinar el momento resultante de las fuerzas respecto al punto O. El ancho de la planchuela es de 10cm.  $F_1=700\text{N}$ ;  $F_2=480\text{N}$  y  $F_3=620\text{N}$ .



$$\begin{aligned} F_{1x} &= F_1 \cdot \cos 55^\circ \\ F_{1y} &= F_1 \cdot \sin 55^\circ \\ F_{2x} &= F_2 \cdot \cos 70^\circ \\ F_{2y} &= F_2 \cdot \sin 70^\circ \\ F_{3x} &= F_3 \cdot \cos 35^\circ \\ F_{3y} &= F_3 \cdot \sin 35^\circ \end{aligned}$$

$$+\sum_{i=0}^n \tau_{Oi} = \tau_R = +F_{1x} \cdot 0,05\text{m} + F_{1y} \cdot 0,3\text{m} + F_{2x} \cdot 0\text{m} + F_{2y} \cdot 0,3\text{m} - F_{3x} \cdot 0,16\text{m} + F_{3y} \cdot 0,95\text{m}$$

$$\tau_R = 700\text{N} \cdot \cos 55^\circ \cdot 0,05\text{m} + 700\text{N} \cdot \sin 55^\circ \cdot 0,3\text{m} + 480\text{N} \cdot \sin 70^\circ \cdot 0,3\text{m} - 620\text{N} \cdot \cos 35^\circ \cdot 0,16\text{m} + 620\text{N} \cdot \sin 35^\circ \cdot 0,95\text{m}$$

$$\tau_R = \mathbf{584 \text{ N.m}}$$

# Equilibrio de un cuerpo rígido a la rotación

La estática del cuerpo rígido, estudia las situaciones de equilibrio, las cuales están regidas por condiciones de equilibrio.

Estas condiciones evitan que el cuerpo se mueva con movimiento de rotación y dice:

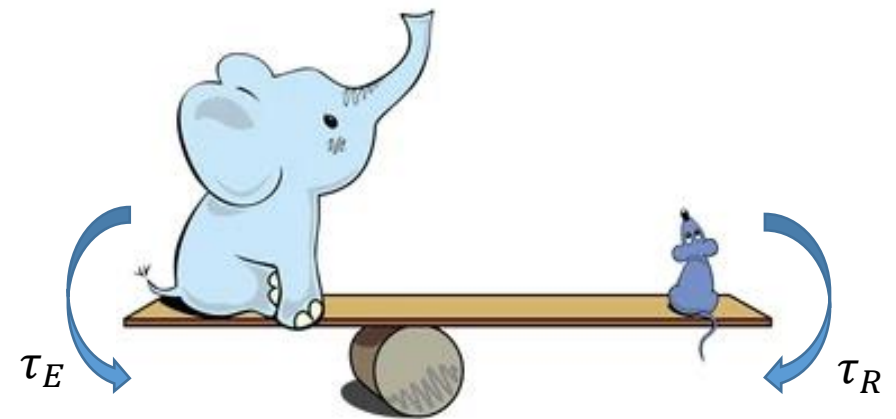
UN CUERPO RÍGIDO, SE HALLA EN EQUILIBRIO DE ROTACIÓN, CUANDO LA SUMA VECTORIAL DE TODOS LOS TORQUES QUE ACTÚAN SOBRE ÉL, ES NULO.

Supongamos que sobre un cuerpo rígido actúen  $n$  fuerzas, entonces ésta condición se expresa matemáticamente así:

Rotación en el plano x-y nula:  $\Rightarrow + \sum M_0 = M_R = 0$

$$\tau_E - \tau_R = 0$$

$$\tau_E = \tau_R$$



# Ecuaciones de equilibrio de un cuerpo rígido

Por lo tanto las ecuaciones de equilibrio de un Cuerpo Rígido serán:

$$\rightarrow \sum_{i=1}^n F_{xi} = R_x = 0$$

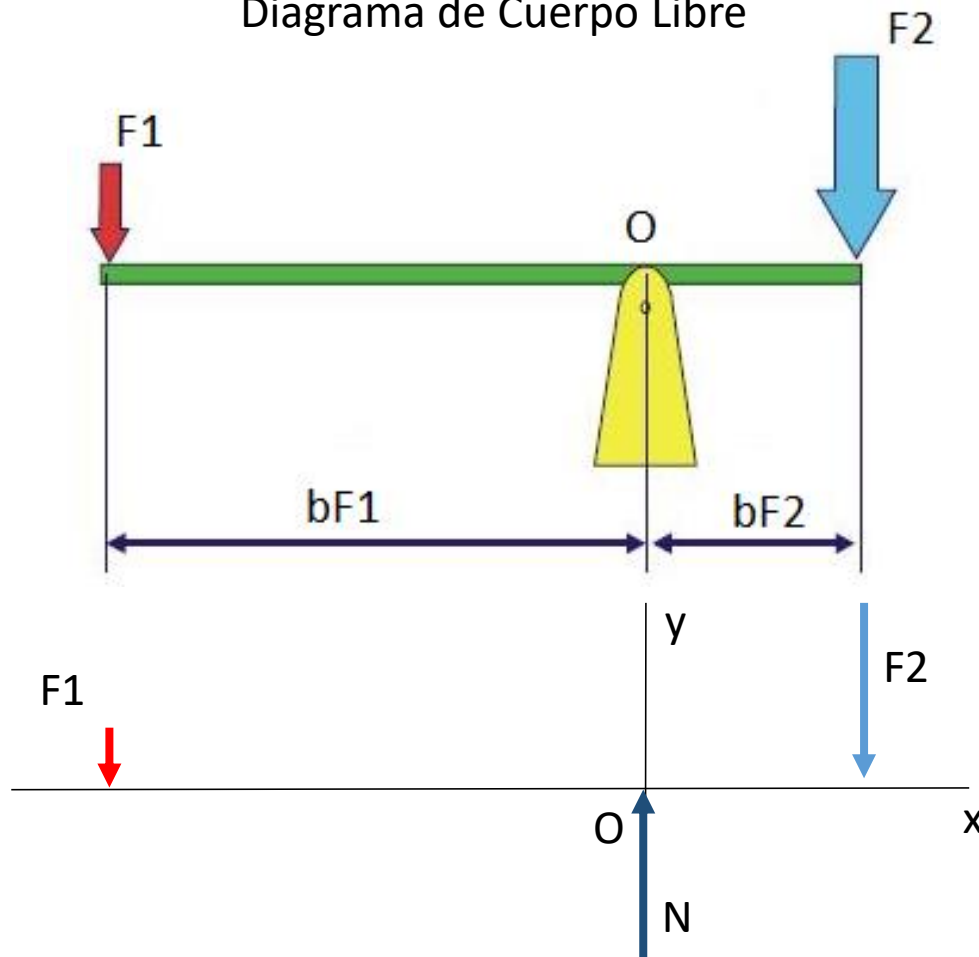
$$\uparrow + \sum_{i=1}^n F_{yi} = R_y = 0$$

$$+ \curvearrowright \sum \tau_O = \tau_R = 0$$

# Ejemplo de equilibrio de torques: palanca

Según las leyes de Newton analizadas, para evitar el giro del sistema físico estudiado (palanca), la suma de los torques que actúan sobre el cuerpo debe ser nula.

Diagrama de Cuerpo Libre



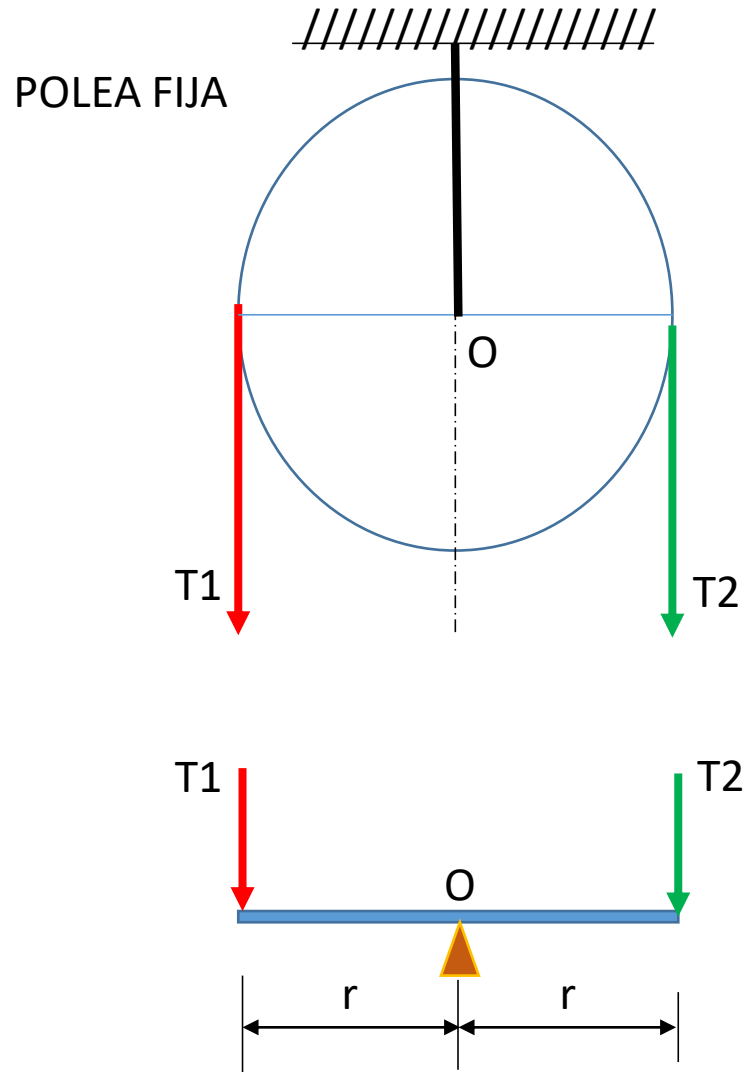
$$+\curvearrowright \sum \tau_O = \tau_{F1} - \tau_{F2} = 0$$

$$\tau_{F1} - \tau_{F2} = 0$$

$$F1 \cdot b_{F1} - F2 \cdot b_{F2} = 0$$

$$F1 \cdot b_{F1} = F2 \cdot b_{F2}$$

# Ejemplo de equilibrio de torques: poleas



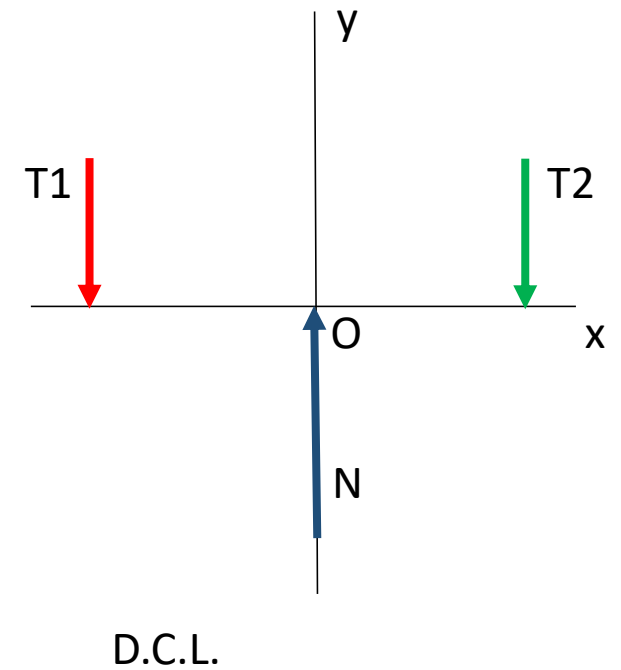
$$+\curvearrowright \sum \tau_O = \tau_{T_1} - \tau_{T_2} = 0$$

$$\tau_{T_1} - \tau_{T_2} = 0$$

$$\tau_{T_1} = \tau_{T_2}$$

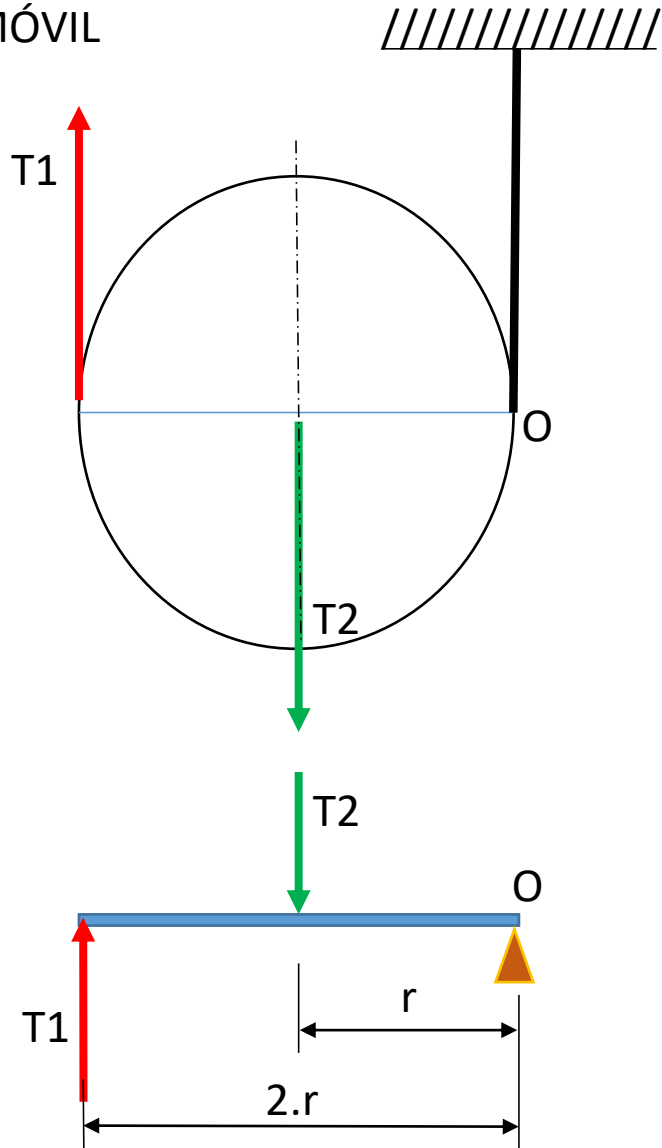
$$T_1 \cdot r = T_2 \cdot r$$

$$\mathbf{T_1 = T_2}$$



# Ejemplo de equilibrio de torques: poleas

POLEA MÓVIL



$$+\sum \tau_O = \tau_{T_2} - \tau_{T_1} = 0$$

$$\tau_{T_1} - \tau_{T_2} = 0$$

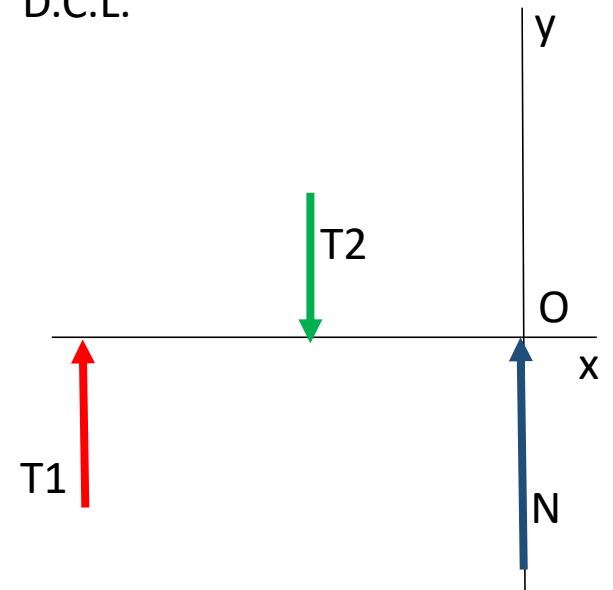
$$\tau_{T_1} = \tau_{T_2}$$

$$T_1 \cdot 2.r = T_2 \cdot r$$

$$2 \cdot T_1 = T_2$$

$$\mathbf{T_1 = T_2/2}$$

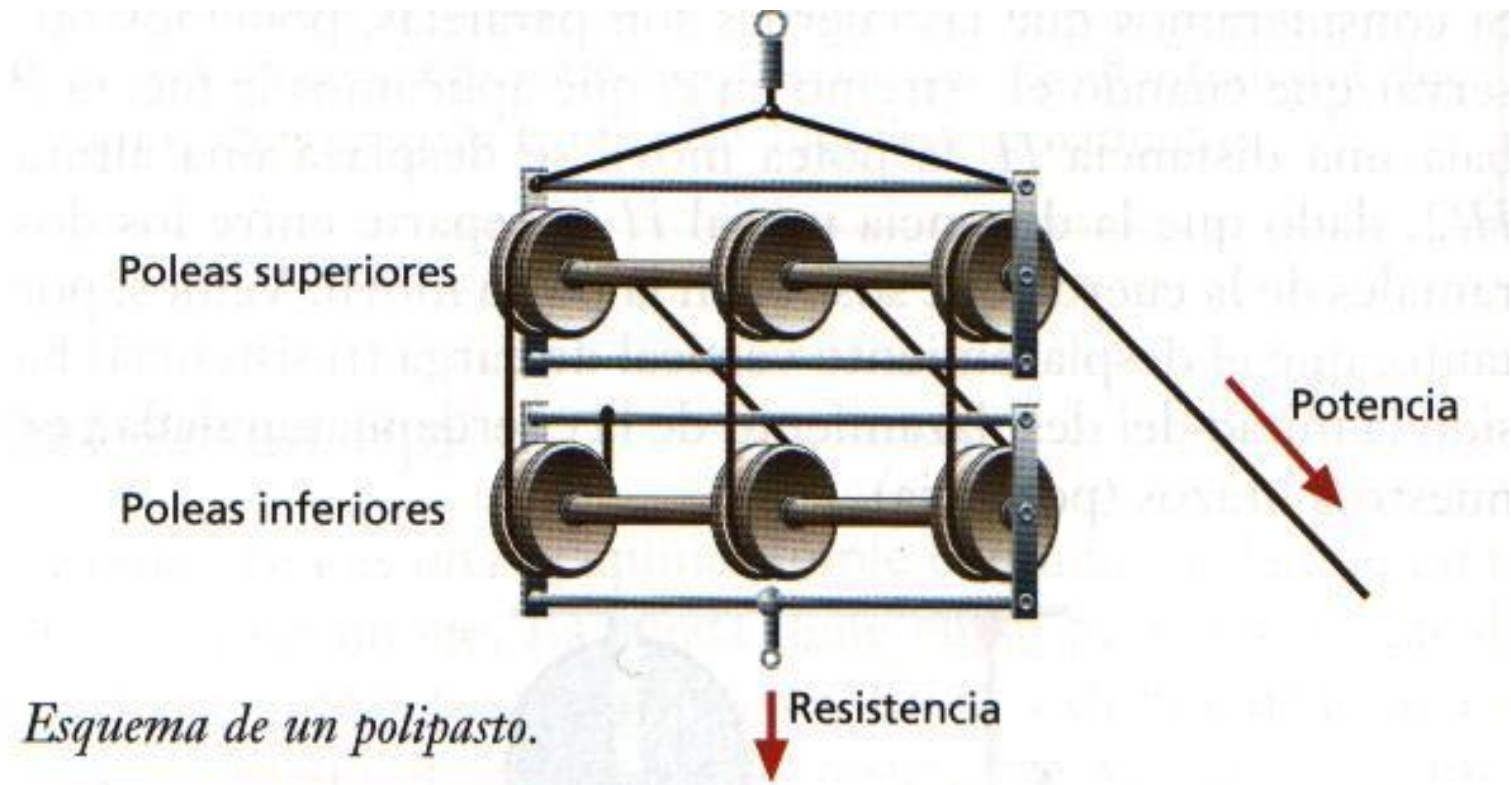
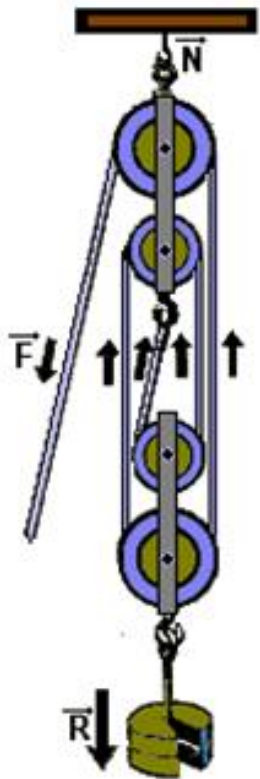
D.C.L.



# Ejemplo de equilibrio de torques: aparejos

Las máquinas simples son un claro ejemplo de aplicación de torque de una fuerza.

Aparejo Factorial

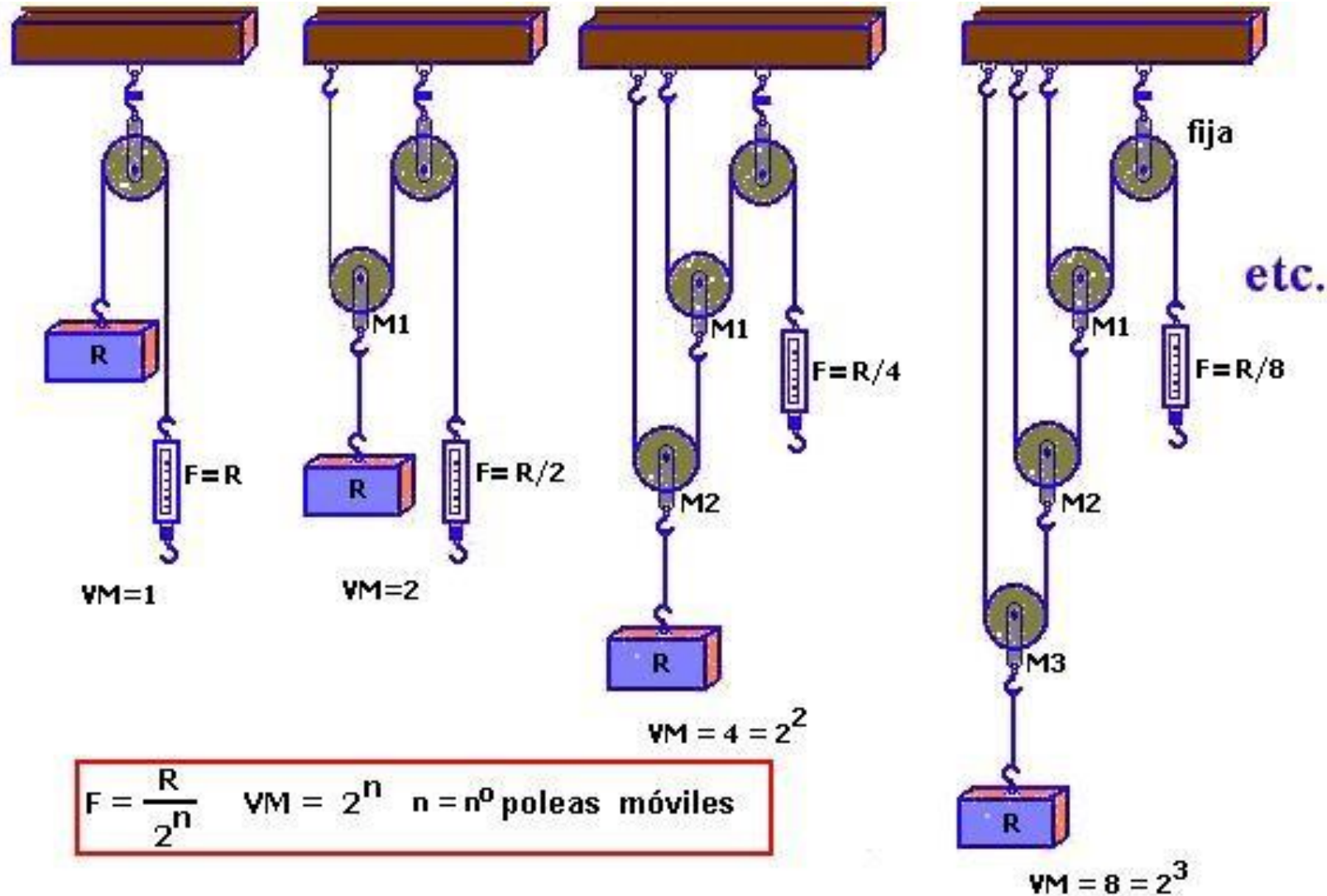


$$F = \frac{R}{2 \cdot n}$$



# Ejemplo de equilibrio de torques: aparejos

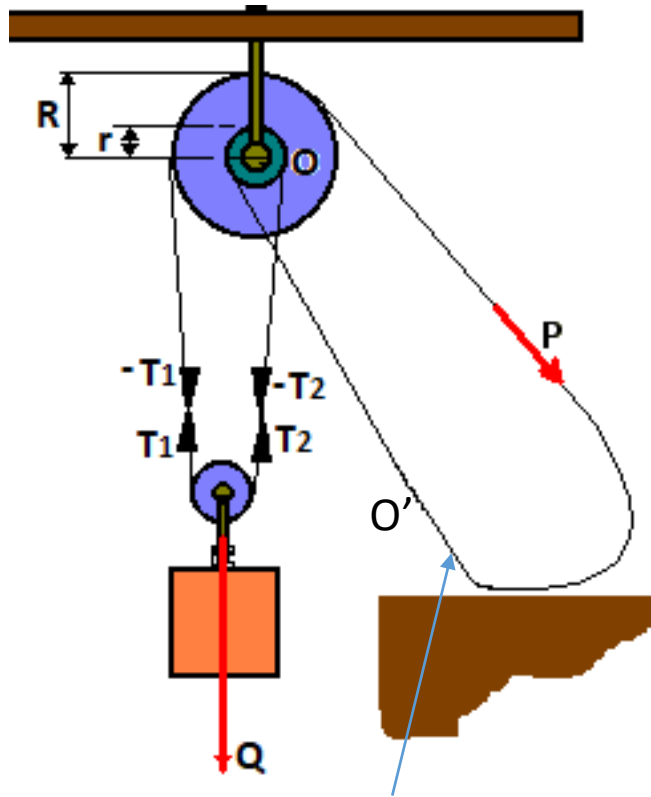
## Aparejo Potencial



# Ejemplo de equilibrio de torques: aparejos

El Aparejo Diferencial Está compuesto de dos poleas solidarias y otra polea móvil la cual sube o baja la carga.

Aparejo Diferencial



Tensión despreciable (en la realidad se usan poleas dentadas y cadenas).

Para que P se equilibre, deberán ejercerse fuerzas. Planteando equilibrio de fuerzas en O' y por simetría es:

$$\sum F = 0 \quad ; \quad T_1 + T_2 - Q = 0$$

$$T_1 = T_2 = \frac{Q}{2}$$

El equilibrio se plantea con el equilibrio de momentos respecto al punto O:

$$T_1 \cdot R - P \cdot R - T_2 \cdot r = 0$$

$$\frac{Q}{2} \cdot R - P \cdot R - \frac{Q}{2} \cdot r = 0$$

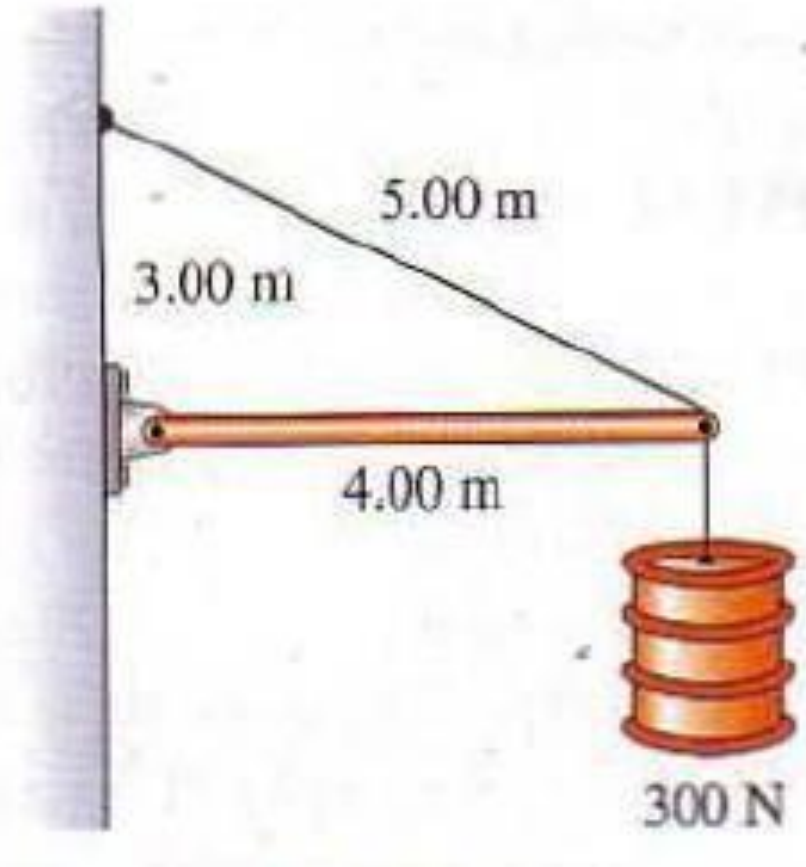
$$P \cdot R = \frac{Q}{2} \cdot (R - r)$$

$$P = \frac{Q \cdot (R - r)}{2 \cdot R}$$

## Ejemplo de equilibrio de torques

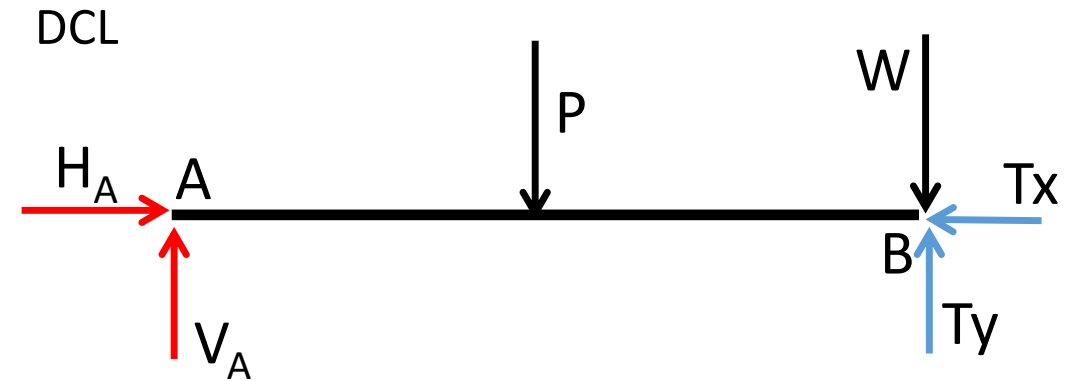
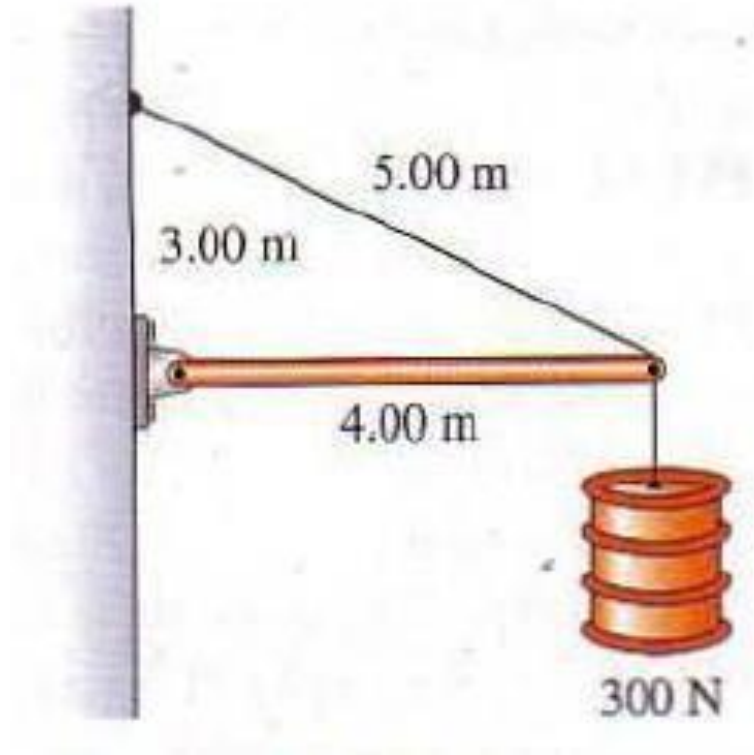
La viga horizontal de la figura pesa  $150\text{ N}$ , y su centro de masa está en su centro geométrico.

- a) Representar el DCL de la viga con las fuerzas actuantes.
- b) Plantear las condiciones de equilibrio.
- c) Determinar la tensión en el cable.
- d) Determinar las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la pared sobre la viga.



# Ejemplo de equilibrio de torques

a) Representar el DCL de la viga con las fuerzas actuantes.



## Ejemplo de equilibrio de torques

b) Plantear las condiciones de equilibrio.

$$\rightarrow \sum_{i=1}^n F_{xi} = R_x = 0$$

$$\uparrow + \sum_{i=1}^n F_{yi} = R_y = 0$$

$$+ \curvearrowright \sum \tau_O = \tau_R = 0$$

c) Determinar la tensión en el cable.

d) Determinar las componentes horizontal y vertical de la fuerza ejercida por la pared sobre la viga.

$$\rightarrow \sum_{i=1}^n F_{xi} = R_x = 0$$

$$\uparrow + \sum_{i=1}^n F_{yi} = R_y = 0$$

$$+ \curvearrowright \sum \tau_A = 0$$

