

Ruido en sistemas de comunicaciones

Horacio A. Mendoza

Temario

Ruido en sistemas de comunicaciones

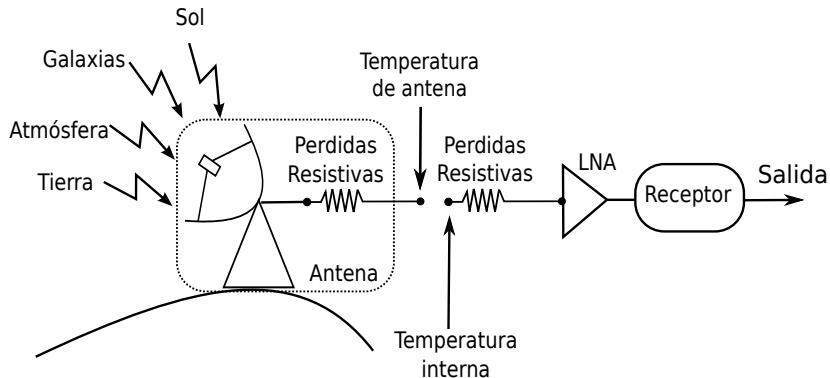
- Ruido.
- SNR
- Figura de ruido.

Ruido.

Según la Unión internacional de Telecomunicaciones el ruido es el fenómeno electromagnético que se manifiesta en las radiofrecuencias, aparentemente no lleva información, y es susceptible de superponerse o combinarse como una señal útil¹.

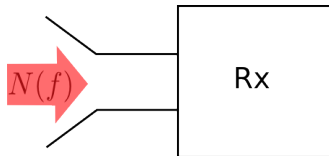
¹[P.372-10(2010)]

Fuentes de Ruido



Ruido

Estadísticas



El ruido térmico es una señal aleatoria. No puede ser caracterizado determinísticamente, pero si estocásticamente. Por ejemplo, el espectro de potencia del proceso de ruido $V_n(t)$

$$S_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_n(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

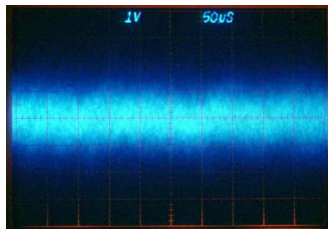
donde $R_n(\tau)$ es la autocorrelación del proceso. A partir de esto, su densidad espectral de potencia, será

$$N(f) = |S_n(f)|^2, [W/Hz] \quad (2)$$

$N(f)$, describe como se distribuye la energía del ruido en la frecuencia.

Ruido

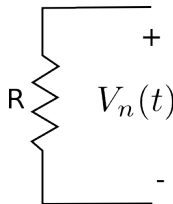
Estadísticas



Para un proceso WSS, $N(f)$ es una función de valores reales. Es considerada independiente de la frecuencia (Uniformemente distribuida en la frecuencia).

Ruido

Ruido Térmico



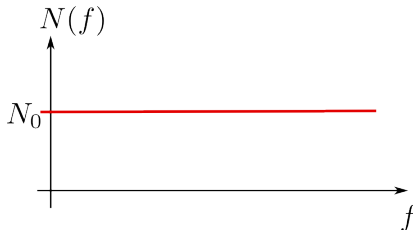
Consideremos ahora la densidad espectral de potencia de un *resistor* R a *temperatura* T

$$N(f) = kT = N_0, \quad (3)$$

donde $k = 1,38 \times 10^{-23}$ es la constante de Boltzman y T es la temperatura de ruido.

Ruido

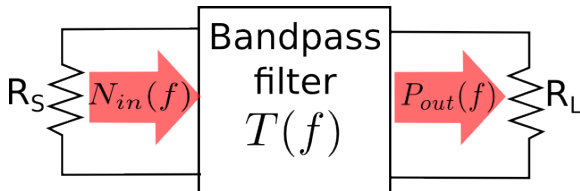
Estadísticas



- La potencia de ruido está uniformemente distribuida en el dominio de la frecuencia.
- $N(f)$ es independiente del valor de R (sólo de la temp).
- La potencia se encuentra como $P_n = \int_0^\infty N(f)df < \infty$

Ruido

Potencia de ruido

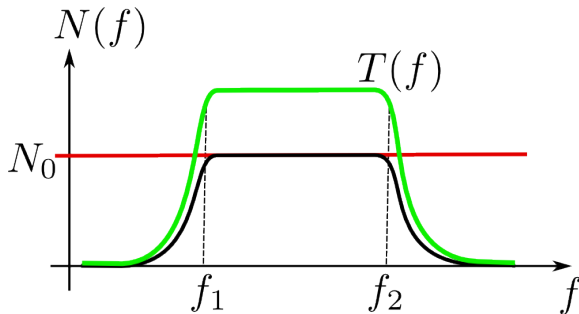


Dado que el resistor convive en el circuito con elementos reactivos, resulta que cada dispositivo tiene un ancho de banda finito. En general, este ancho de banda limitará la cantidad de potencia de ruido que pasará a través del receptor. Ejemplo, el caso de un filtro pasabanda.

Ruido

Potencia de ruido

$$T(f) \approx \begin{cases} 1, & f_1 \leq f \leq f_2 \\ 0, & \text{otro } f \end{cases} \quad (4)$$



$$N_{in}(f)T(f) = N_0T(f) = N_{out}(f) \approx \begin{cases} N_0, & f_1 \leq f \leq f_2 \\ 0, & \text{otro } f \end{cases} \quad (5)$$

Ruido

Potencia de Ruido

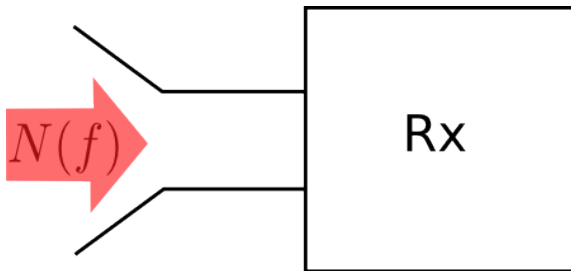
Entonces,

$$P_n^{out} = \int_{f_1}^{f_2} N_0 T(f) df = N_0 \int_{f_1}^{f_2} df = N_0 B \quad (6)$$

El ruido térmico producido por algún resistor R a temperatura T , cuando está limitado en banda $B = f_2 - f_1$, genera una potencia total de ruido:

$$P_n = kTB = N_0 B, [W] \quad (7)$$

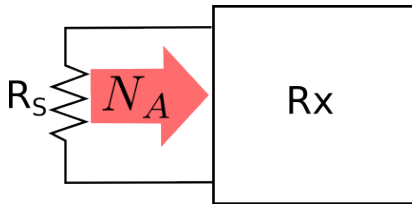
Temperatura de ruido de antena



Si la antena capta varios tipos de ruidos externos, ¿cual es la densidad espectral de ruido de estas fuentes?

Temperatura de ruido de antena

La potencia media del ruido generado externamente será constante con respecto a la frecuencia, al menos a través del ancho de banda de la antena. El ruido de entrada a la antena, en lo que respecta a ruido, se lo puede pensar como un resistor adosado a su entrada:



Temperatura de ruido de antena

El ruido a la entrada, se lo puede especificar, en función de su temperatura como

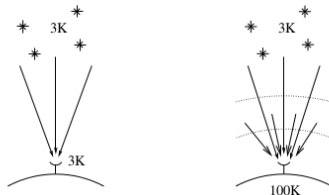
$$T_A = \frac{N_A}{k} [K], \quad (8)$$

donde T_A es la temperatura de antena y es la temperatura "equivalente" de un resistor adosado a la entrada del receptor, entonces

$$N_A = kT_A \quad (9)$$

Temperatura de ruido de antena

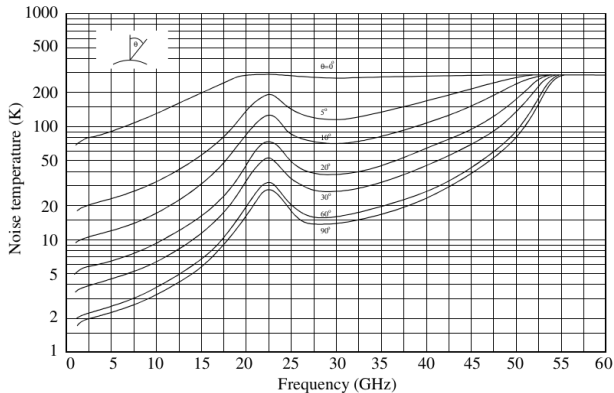
Uplink



El valor de la temperatura de antena depende de la dirección en donde esté apuntando la antena. Hacia el cielo (comunicación satelital) la temperatura puede ser tan baja como unos 10 K, dependiendo de las condiciones de la atmósfera.

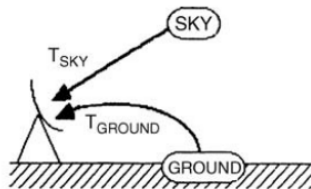
Temperatura de ruido de antena

uplink

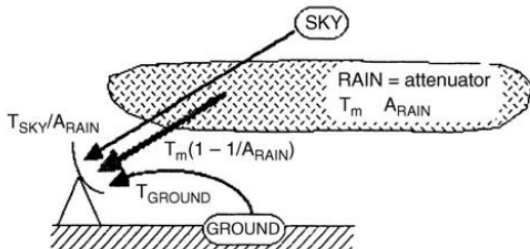


Temperatura de ruido de antena

downlink



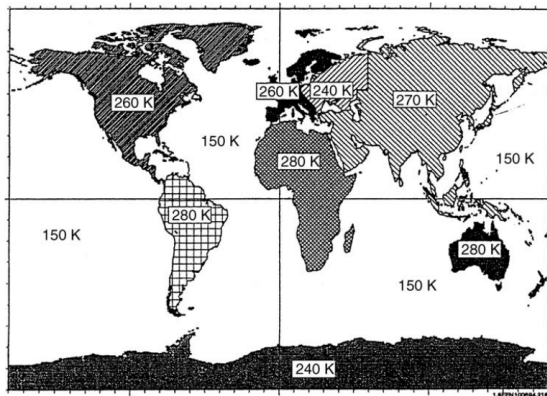
(a)



(b)

Temperatura de ruido de antena

downlink



Temperatura de brillo de la tierra ³.

³[Maral et al.(2009)Maral, Bousquet, and Sun]

Temperatura de ruido de antena

downlink

Para cálculos prácticos, se considera que la temperatura de antena standard es de 290 K.

$$T_A = T_0 = 290, K \quad (10)$$

De esta manera, la densidad espectral de potencia del ruido a la entrada del receptor es típicamente considerada como:

$$N_A = kT_0 \quad (11)$$

$$= (1.38 \times 10^{-23})290 \quad (12)$$

$$= 4.00 \times 10^{-21}, [W/Hz] \quad (13)$$

que expresado en dbm/Hz es

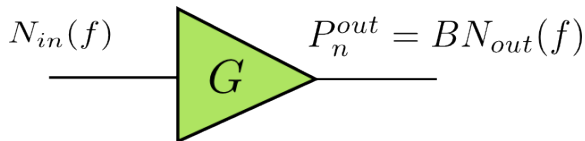
$$N_A = -174, [dbm/Hz] \quad (14)$$

Temperatura equivalente de ruido.

Además del ruido externo que se acopla al receptor a través de la antena, cada componente del receptor genera su propio ruido interno.

Temperatura equivalente de ruido.

Por ejemplo, consideremos un amplificador con ganancia G y ancho de banda B



El amplificador tiene ganancia G , ¿Cuál es la potencia de ruido a su salida?

Temperatura equivalente de ruido.

La densidad espectral de potencia del ruido a la salida tendrá componentes de dos contribuciones

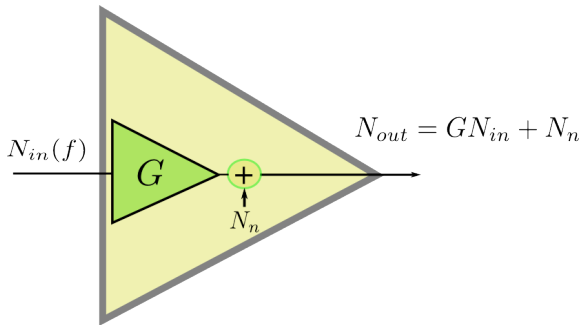
- La densidad espectral de potencia de ruido a la entrada que es amplificada por un factor G y,
- el ruido generado internamente por el amplificador.

Como las dos fuentes de ruido son consideradas independientes, la densidad espectral de potencia a la salida es simplemente la suma:

$$N_{out} = GN_{in} + N_n \quad (15)$$

donde N_n es la densidad espectral de potencia de ruido generado internamente.

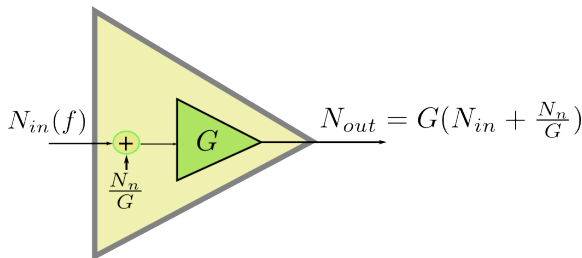
Temperatura equivalente de ruido.



Modelo 1

Temperatura equivalente de ruido.

De manera alternativa,



Este modelo es el que se usa (donde se considera que el ruido interno se genera a la entrada).

Temperatura equivalente de ruido.

Si se expresa las entradas de ruido en términos de su temperatura de ruido, se tiene

$$T_{in} = \frac{N_{in}}{k}, \quad (16)$$

$$T_{out} = \frac{N_{out}}{k}, \quad (17)$$

de manera similar, el ruido interno,

$$T_e = \frac{N_n}{kG}, \quad (18)$$

Esta temperatura equivalente T_e es un parámetro del dispositivo y nos dice cuan ruidoso es el amplificador.

Temperatura equivalente de ruido.

Especificando de esta manera el ruido interno del amplificador nos permitirá relacionar la temperatura de ruido de la entrada T_{in} con la temperatura de ruido de la salida T_{out} de una manera directa

$$T_{out} = G(T_{in} + T_e) \quad (19)$$

y la potencia de ruido a la salida del amplificador será

$$P_n^{out} = N_{out}B \quad (20)$$

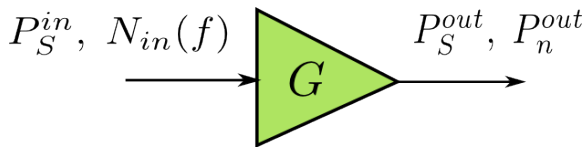
$$= kT_{out}B \quad (21)$$

$$= Gk(T_{in} + T_e)B \quad (22)$$

SNR y figura de ruido

SNR

Además de ruido, la entrada a un amplificador de un receptor típicamente incluirá la señal de interés.



donde,

$$P_S^{out} = G P_S^{in}, \quad (23)$$

y además,

$$P_n^{out} = N_i n + G k T_e B \quad (24)$$

$$= G k (T_{in} + T_e) B \quad (25)$$

SNR

De acuerdo con esto se define la Relación señal a Ruido (SNR):

$$\boxed{\text{SNR} = \frac{P_s}{P_n}} \quad (26)$$

A la salida del amplificador, la SNR es:

$$\text{SNR}^{out} = \frac{P_S^{out}}{P_n^{out}} \quad (27)$$

$$= \frac{P_S^{in}}{k(T_{in} + T_e)B} \quad (28)$$

SNR

y a la entrada del amplificador tenemos

$$\text{SNR}^{in} = \frac{P_s^{in}}{P_n^{in}} = \frac{P_s^{in}}{kT_{in}B}, \quad (29)$$

relacionando la (29) con la(28) obtenemos

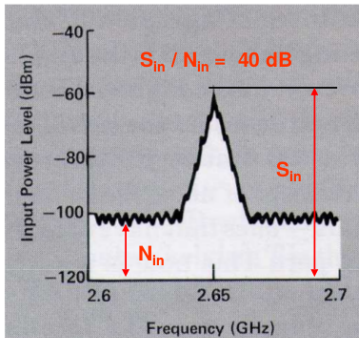
$$\frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = \frac{P_s^{in}}{kT_{in}B} \frac{k(T_{in} + T_e)B}{P_S^{in}} \quad (30)$$

$$= \frac{T_{in} + T_e}{T_{in}} \quad (31)$$

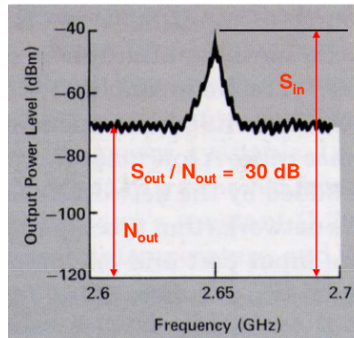
$$= 1 + \frac{T_e}{T_{in}} \quad (32)$$

$$\boxed{\frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = 1 + \frac{T_e}{T_{in}}} \quad (33)$$

SNR



a) S/N at amplifier input



b) S/N at amplifier output

SNR

Sabiendo que $T_e > 0$, se deduce que

$$\frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = 1 + \frac{T_e}{T_{in}} > 1 \quad (34)$$

Es decir que la SNR a la salida del amplificador sera menor que a la entrada.

El mayor valor de la SNR se da a la entrada del receptor, luego solo se degradara a medida que pase por los distintos componentes.

SNR

La relación $\frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}}$ esencialmente cuantifica la degradación de SNR a través del amplificador; una relación unitaria es ideal; una relación mucho mayor no. Observando de que depende esta relación tenemos:

- T_e (Parámetro del dispositivo),
- T_{in} (NO es un parámetro del dispositivo),

y no depende de:

- la ganancia del amplificador G ,
- ni del ancho de banda del amplificador B .

SNR

En base a las dependencias mencionadas vimos que la relación (34) depende de T_{in} , entonces ¿que ocurre si T_{in} se incrementa indefinidamente?

$$\lim_{T_{in} \rightarrow \infty} \frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = \lim_{T_{in} \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{T_e}{T_{in}} \right) \quad (35)$$

SNR

En base a las dependencias mencionadas vimos que la relación (34) depende de T_{in} , entonces ¿que ocurre si T_{in} se incrementa indefinidamente?

$$\lim_{T_{in} \rightarrow \infty} \frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = \lim_{T_{in} \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{T_e}{T_{in}} \right) \quad (35)$$

Hay que observar que la SNR_{in} ya no era buena.

SNR

Alternativamente, ¿que ocurre si T_{in} se tiende a cero?

$$\lim_{T_{in} \rightarrow 0} \frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = \lim_{T_{in} \rightarrow 0} \left(1 + \frac{T_e}{T_{in}} \right) \quad (36)$$

SNR

Alternativamente, ¿que ocurre si T_{in} se tiende a cero?

$$\lim_{T_{in} \rightarrow 0} \frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} = \lim_{T_{in} \rightarrow 0} \left(1 + \frac{T_e}{T_{in}} \right) \quad (36)$$

La SNR perfecta! En esta condición la SNR de entrada ya era muy grande.

A pesar de que la degradación de la SNR de entrada depende de T_e no hay que despreciar la contribución de T_{in}
El ruido de entrada es una variable independiente del desempeño del amplificador

Figura de Ruido

La figura de ruido es simplemente la relación de SNR de entrada-salida que exhibe un dispositivo, para una temperatura de entrada T_{in} específica.

La temperatura de entrada estándar es $290K$. Entonces la figura de ruido (F) de un dispositivo se define como:

$$F = \frac{\text{SNR}^{in}}{\text{SNR}^{out}} \bigg|_{T_{in}=290K} \quad (37)$$

$$= 1 + \frac{T_e}{290K} \quad (38)$$

La figura de ruido especifica la degradación de SNR, para una condición específica cuando $T_{in} = 290K$ y para esa condición solamente.

SNR

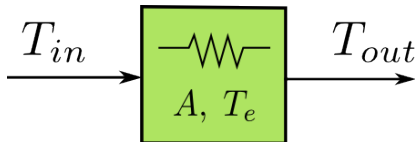
Hay que destacar entonces que la figura de ruido (F) de un dispositivo depende de su temperatura equivalente, esto es

$$\boxed{F = 1 + \frac{T_e}{290K}} \iff \boxed{T_e = (F - 1)290K} \quad (39)$$

Temperatura de ruido equivalente de un atenuador

Un dispositivo pasivo tiene ganancia menor a la unitaria, que se puede definir como:

$$A = \frac{1}{G} \quad (40)$$



Se puede mostrar que la temperatura equivalente de un dispositivo pasivo es aproximadamente:

$$T_e = (A - 1)T \quad (41)$$

donde T es la temperatura física del dispositivo, para dispositivos en la superficie terrestre se considera de $290K$, para las nubes es de $270K$ y para la lluvia es de $280K$.

Temperatura de ruido equivalente de un atenuador

Entonces

$$T_{out} = G(T_{in} + T_e) \quad (42)$$

$$= \frac{(T_{in} + T_e)}{A} \quad (43)$$

$$= \frac{T_{in}}{A} + \frac{(A - 1)290K}{A} \quad (44)$$

$$= \frac{T_{in}}{A} - \frac{290K}{A} + 290K \quad (45)$$

Este resultado indica que cuando $A = 1$, caso sin pérdidas, encontramos que $T_{out} = T_{in}$. Es decir que el dispositivo no produce ruido interno. Por otro lado cuando $A \gg 1$ el ruido a la entrada es completamente absorbido por el dispositivo, es decir que el ruido la salida es totalmente generado por el dispositivo.

Temperatura de ruido equivalente de un atenuador

Sabiendo que la figura de ruido de un dispositivo era

$$F = 1 + \frac{T_e}{290K}, \quad (46)$$

entonces, la figura de ruido de un dispositivo pasivo es

$$F = 1 + \frac{(A - 1)290K}{290K}, \quad (47)$$

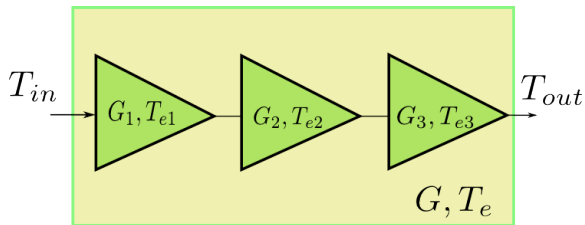
$$= A \quad (48)$$

Entonces, para un dispositivo pasivo, ¡su figura de ruido es igual a su atenuación!

$$F = \frac{1}{G} = A \quad (49)$$

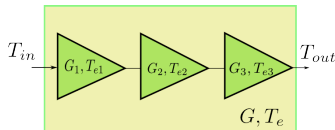
Temperatura de ruido equivalente de un sistema

Amplificadores en cascada



¿Cuál es la temperatura equivalente T_e del sistema?

Amplificadores en cascada



Primero, T_e debe ser de tal manera que

$$T_{out} = G(T_{in} + T_e), \quad (50)$$

donde $G = G_1 G_2 G_3$, de lo que vimos, entonces

$$T_{out1} = G_1(T_{in1} + T_{e1}), \quad (51)$$

$$T_{out2} = G_2(T_{out1} + T_{e2}), \quad (52)$$

$$T_{out3} = G_3(T_{out2} + T_{e3}), \quad (53)$$

Combinando las tres ultimas ecuaciones, se tiene

$$T_{out3} = G_1 G_2 G_3 (T_{in} + T_{e1}) + G_2 G_3 T_{e2} + G_3 T_{e3}. \quad (54)$$

Amplificadores en cascada

ya que $T_{out} = T_{out3}$, entonces

$$T_e = \frac{T_{out}}{G} - T_{in} \quad (55)$$

$$= \frac{G_1 G_2 G_3 (T_{in} + T_{e1}) + G_2 G_3 T_{e2} + G_3 T_{e3}}{G_1 G_2 G_3} - T_{in} \quad (56)$$

$$= T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} \quad (57)$$

que se puede generalizar a N dispositivos en cascada como

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_{eN}}{G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1}} \quad (58)$$

Amplificadores en cascada

A partir de la expresión hallada,

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_{eN}}{G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1}}, \quad (59)$$

- ¿Que conclusión importante se puede encontrar sobre el ruido en sistemas de microondas complejos (como un receptor)?
- Suponiendo que se desea que la temperatura de ruido equivalente se pequeña, ¿cuál de los términos de la (59) tiene la mayor contribución?

Amplificadores en cascada

A partir de la expresión hallada,

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_{eN}}{G_1 G_2 G_3 \dots G_{N-1}}, \quad (59)$$

- ¿Que conclusión importante se puede encontrar sobre el ruido en sistemas de microondas complejos (como un receptor)?
- Suponiendo que se desea que la temperatura de ruido equivalente se pequeña, ¿cuál de los términos de la (59) tiene la mayor contribución?

El primer dispositivo de un receptor debe ser un LNA!

Temperatura efectiva de un sistema receptor

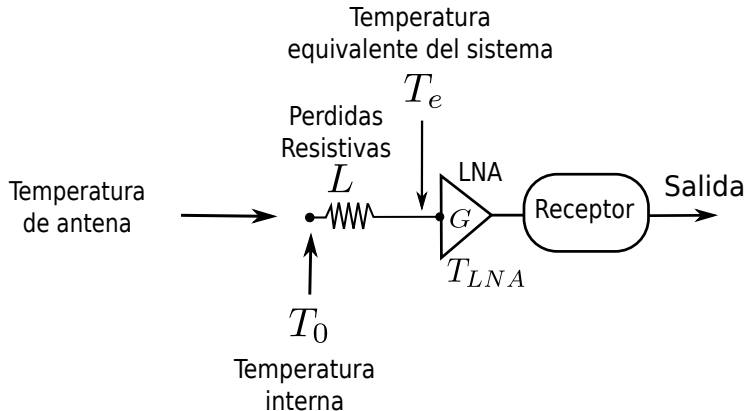
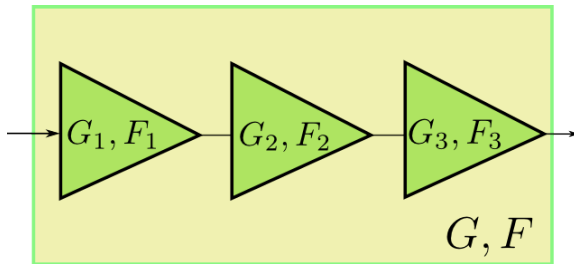


Figura de ruido de un sistema

Figura de ruido del Sistema



¿Cuál es la figura de ruido equivalente del sistema?

Figura de ruido del Sistema

Retomando que la temperatura equivalente es,

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2}, \quad (60)$$

y que la temperatura equivalente está relacionada con la figura de ruido como

$$T_e = (F - 1)290K \quad (61)$$

entonces

$$(F - 1)290K = (F_1 - 1)290K + \frac{(F_2 - 1)290K}{G_1} + \frac{(F_3 - 1)290K}{G_1 G_2} \quad (62)$$

$$= F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} \quad (63)$$

Entonces, encontramos que la figura de ruido de todo el sistema puede ser determinado a través del conocimiento de la ganancia y figura de ruido de cada dispositivo.

Figura de ruido del Sistema

Retomando que la temperatura equivalente es,

$$T_e = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2}, \quad (60)$$

y que la temperatura equivalente está relacionada con la figura de ruido como

$$T_e = (F - 1)290K \quad (61)$$

entonces

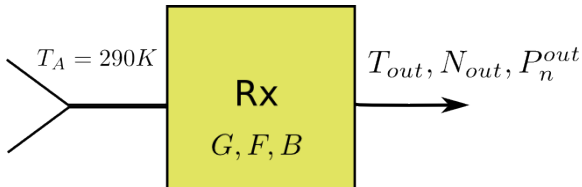
$$(F - 1)290K = (F_1 - 1)290K + \frac{(F_2 - 1)290K}{G_1} + \frac{(F_3 - 1)290K}{G_1 G_2} \quad (62)$$

$$= F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} \quad (63)$$

Entonces, encontramos que la figura de ruido de todo el sistema puede ser determinado a través del conocimiento de la ganancia y figura de ruido de cada dispositivo. ¿Conclusiones?

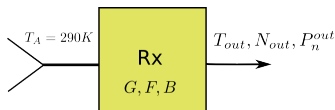
Figura de ruido del Sistema

Exploremos un sistema en cascada,



¿Cuál es el ruido de salida, $T_{out}, N_{out}, P_n^{out}$?

Figura de ruido del Sistema



La temperatura de ruido a la salida es:

$$T_{out} = G(t_{in} + t_e) \quad (64)$$

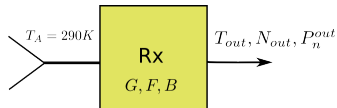
y ya que

$$T_e = (F - 1)290K \quad (65)$$

entonces

$$T_{out} = GF(290K) \quad (66)$$

Figura de ruido del Sistema



La densidad espectral de potencia media de ruido:

$$N_{out} = kT_{out} \quad (67)$$

entonces

$$N_{out} = kGF290K \quad (68)$$

y la potencia de ruido a la salida es

$$P_n^{out} = N_{out}B = kGF(290K)B \quad (69)$$

¿Cuál es el incremento de la potencia de ruido a la salida? ¿y la entrada?



Recommendation UIT R P.372-10.

Ruido radioeléctrico, 2010.



G. Maral, M. Bousquet, and Z. Sun.

Satellite communications systems: systems, techniques and technology.

Wiley, 2009.