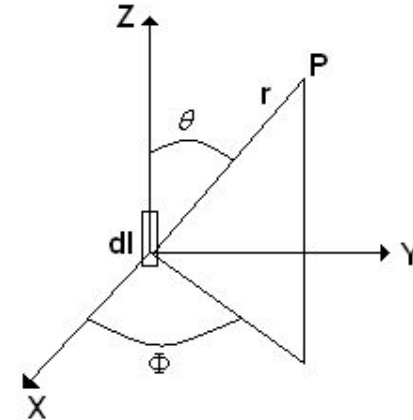


Fundamentos de radiación



Dipolo Elemental

- La idea es comenzar a estudiar la radiación de un elemento de corriente elemental, excitado por una corriente alternada. Esta es la pieza clave de cualquier estructura radiante.
- Se utiliza sistema de coordenadas esféricas.
- Radiación en un medio dieléctrico ideal (vacío)



Dipolo Elemental

Se procede a calcular el potencial vectorial $\mathbf{A}$, del elemento de corriente, en el dominio de las frecuencias:

$$\bar{\mathbf{A}}(\bar{\mathbf{r}}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \bar{\mathbf{J}}_c(\bar{\mathbf{r}}') \frac{e^{-j\beta R}}{R} dV' \quad R = |\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}'|$$

ubicándolo en el origen: $R = r$ y $dl = dz'$. Además, al considerarlo de sección transversal nula:

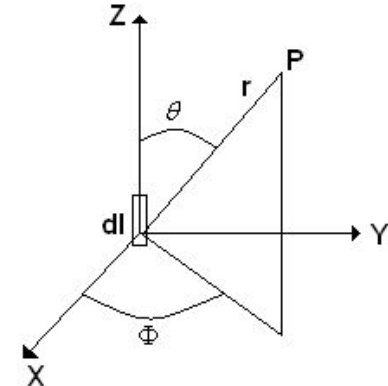
$$\bar{\mathbf{J}}_c dV' = J_c \bar{\mu}_I ds dz' = \bar{\mathbf{I}} dz'$$

entonces:

$$A_z(\bar{\mathbf{r}}) = \frac{\mu I}{4\pi} \frac{e^{-j\beta r}}{r} dz$$

Hay que considerar que la integral ya no es requerida dado que $\mathbf{A}$ pasa a tener componente en z .

Una vez hallado el vector $\mathbf{A}$, procedemos a hallar $\mathbf{E}$ y $\mathbf{H}$.



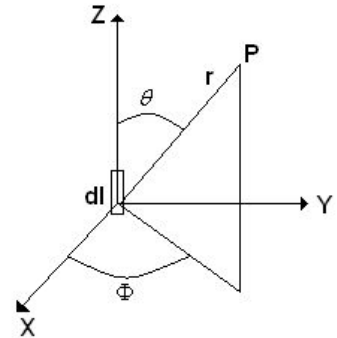
Dipolo Elemental

Derivación de **H**. En el dominio de las frecuencias:

$$\bar{H} = \frac{1}{\mu} (\nabla \times \bar{A}) \quad \Rightarrow \quad \bar{H}_\phi = \frac{1}{\mu} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) + \frac{\partial}{\partial \theta} (A_r) \right) \bar{\mu}_\phi$$

porque: $\bar{A} = A_z \cdot \bar{u}_z$ y sólo existirá una componente en ϕ . Entonces:

$$H_\phi = j \frac{\beta^2 I dz' \sin(\theta)}{4\pi} \left(\frac{1}{\beta r} - j \frac{1}{(\beta r)^2} \right) e^{-j \cdot \beta \cdot r}$$



Dipolo Elemental

Derivación de **E**. En el dominio de las frecuencias:

$$\bar{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla \times \bar{H})$$

→ sólo tiene componente en ϕ

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E}_r = \frac{1}{j\omega\epsilon r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin(\theta) H_\phi) \bar{\mu}_r \\ \bar{E}_\theta = -\frac{1}{j\omega\epsilon r \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial r} (r \sin(\theta) H_\phi) \bar{\mu}_\theta \end{array} \right.$$

$$E_r = 60\beta^2 Idz \cos(\theta) \left(\frac{1}{(\beta r)^2} - j \frac{1}{(\beta r)^3} \right) e^{-j\beta r}$$

$$E_\theta = j30\beta^2 Idz \sin(\theta) \left(\frac{1}{(\beta r)} - j \frac{1}{(\beta r)^2} - \frac{1}{(\beta r)^3} \right) e^{-j\beta \cdot r}$$

$$Z_0 = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \frac{1}{v\epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 120\pi$$

Dipolo Elemental

Los resultados muestran la complejidad general de la radiación electromagnética en régimen cuasiestacionario y estacionario.

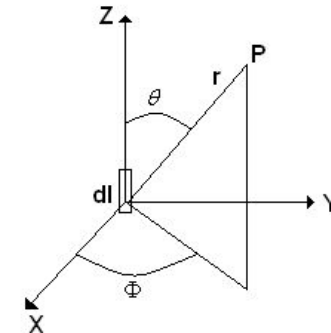
Los resultados exhiben dependencia de $1/r$, $1/r^2$ y $1/r^3$

Esto permitirá “pensar” en zonas de influencia.

$$H_{\phi} = j \frac{\beta^2 I dz' \sin(\theta)}{4\pi} \left(\frac{1}{\beta r} - j \frac{1}{(\beta r)^2} \right) e^{-j\beta \cdot r}$$

$$E_r = 60 \beta^2 I dz \cos(\theta) \left(\frac{1}{(\beta r)^2} - j \frac{1}{(\beta r)^3} \right) e^{-j\beta r}$$

$$E_{\theta} = j 30 \beta^2 I dz \sin(\theta) \left(\frac{1}{(\beta r)} - j \frac{1}{(\beta r)^2} - \frac{1}{(\beta r)^3} \right) e^{-j\beta \cdot r}$$



Dipolo Elemental

Campo cercano o región de Fresnel:

- Cerca de la fuente
- Régimen cuasi estacionario
- Predominan los campos electrostático ($1/r^3$) e inducido ($1/r^2$).
- Provoca campos muy intensos que pueden generar interferencias.

Campo lejano o radiado, zona de Fraunhofer:

- Alejado de la fuente,
- Régimen dinámico.
- Predomina la onda radiada útil de la antena.
- Los campos son proporcionales a la inversa de r .

¿Cómo identificar distancia de transición?

Por ej. Ver a qué distancia son iguales las amplitudes de campo radiado e inducido.

Campo lejano de un Dipolo elemental

Considerando las componentes que dependen de $1/r$:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\theta} = j \frac{30 \beta I dz' \sin(\theta)}{r} e^{-j\beta r} \\ E_r = 0 \\ E_{\phi} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} H_{\phi} = j \frac{\beta I dz' \sin(\theta)}{4\pi r} e^{-j\beta r} \\ H_r = 0 \\ H_{\theta} = 0 \end{array} \right.$$

Como se puede ver las componentes no nulas de los campos están en cuadratura espacial, pero temporalmente en fase, lo cual indica que la onda radiada se está propagando como una onda TEM.

$$\frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} = 120\pi = Z_0$$

TM $\rightarrow$ TEM

Campo lejano de un Dipolo elemental

Recordemos los modos de propagación:

Plano transverso: es un plano tangente a la superficie equipotencial en un punto de la misma. Es perpendicular a la dirección de propagación.

Modo TEM: los vectores representativos de los campos se encuentran contenidos en un plano transversal.

Modo TE: Solamente el E se encuentra contenido en un plano transversal.

Modo TM: Solamente el H se encuentra contenido en un plano transversal.

Modo compuesto: Caso general. Se analiza como la superposición de un caso TE y otro TM.

Campo lejano de un Dipolo elemental

En consecuencia, resulta claro que:

la onda electromagnética se genera en la zona cercana según un modo de orden superior, **T.M.**, dado que cuenta con los componentes E_r , E_θ y H_ϕ

Luego va degenerando, rápidamente, a medida que progresa, en el "**modo fundamental**" **T.E.M.**, o "modo natural", una vez que se haya liberado, por así decirlo, de las condiciones de contorno impuestas por el mismo sistema radiante.

La impedancia intrínseca, toma su valor sólo en la zona lejana.

$$\frac{E_\theta}{H_\phi} = 120\pi = Z_0$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Para calcular la potencia, primero se define el vector de Poynting y luego el flujo de dicho vector a través de una superficie cerrada:

En el dominio del tiempo la expresión de potencia será:

$$p(t) = \int_S \overline{\pi} \cdot d\overline{s}$$

donde el vector de Poynting es:

$$\overline{\pi} = \overline{E} \times \overline{H} = (E_r, E_\theta, E_\phi) \times (H_r, H_\theta, H_\phi)$$

hay que recordar que el campo eléctrico tiene dos componentes, por lo que:

$$\begin{cases} |\pi_r| = E_\theta \cdot H_\phi \\ |\pi_\theta| = E_r \cdot H_\phi \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \overline{\pi} = \pi_r \cdot \overline{\mu}_r - \pi_\theta \cdot \overline{\mu}_\theta$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

En el dominio de las frecuencias se definen en general:

$$\pi_{medio} = E_{ef} \cdot H_{ef}^*$$

$$\pi_{(medio \text{ Activo})} = \text{Re}(E_{ef} \cdot H_{ef}^*)$$

$$\pi_{(Reactivo)} = \text{Im}(E_{ef} \cdot H_{ef}^*)$$

Entonces los valores eficaces del campo magnético son:

$$H_{\phi ef} = \frac{\beta^2 Idz' sen(\theta)}{4\pi\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(\beta r)^2} + j \frac{1}{\beta r} \right) e^{-j\beta r}$$

$$H_{\phi ef}^* = \frac{\beta^2 Idz' sen(\theta)}{4\pi\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(\beta r)^2} - j \frac{1}{\beta r} \right) e^{+j\beta r}$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Y los valores eficaces del campo eléctrico serán:

$$E_{\theta ef} = \frac{30\beta^2 Idz' \sin(\theta)}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(\beta r)^2} + j \left(\frac{1}{(\beta r)} - \frac{1}{(\beta r)^3} \right) \right) e^{-j\beta r}$$

$$E_{r ef} = \frac{60\beta^2 Idz' \cos(\theta)}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{(\beta r)^2} - j \frac{1}{(\beta r)^3} \right) e^{-j\beta r}$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Valor de $\pi_{\text{med. Activo}}$ en la dirección de r:

$$\pi_{r(\text{medio Activo})} = \text{Re}(E_{\theta ef} H_{\phi ef}^*)$$

$$\pi_{r(\text{medio Activo})} = \frac{1}{2} \frac{(\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta))(30\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta))}{4\pi\beta^2 r^2}$$

$$\pi_{r(\text{medio Activo})} = \frac{Z_0}{2} \left(\frac{\beta Idz'}{4\pi r} \right)^2 \text{sen}^2(\theta)$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Ahora hallamos el valor de π_{reactivo} en la dirección de r :

$$\pi_{r(\text{Reactivo})} = \text{Im}(E_{\theta ef} H_{\phi ef}^*)$$

$$\pi_{r(\text{Reactivo})} = -\frac{1}{2} \frac{(\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta))(30\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta))}{4\pi\beta^5 r^5}$$

$$\pi_{r(\text{Reactivo})} = -\frac{Z_0}{2} \left(\frac{\beta Idz'}{4\pi r} \right)^2 \text{sen}^2(\theta) \frac{1}{\beta^3 r^3}$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Ahora hallamos los valores de π (activo y reactivo) según la dirección de θ :

$$\pi_{\theta(\text{medio Activo})} = \text{Re}(E_{ref} H_{\phi ef}^*)$$

$$\pi_{\theta(\text{medio Activo})} = 0$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

$$\pi_{\theta(\text{Reactivo})} = \text{Im}(E_{ref} H_{\phi ef}^*)$$

$$\pi_{\theta(\text{Reactivo})} = -\frac{1}{2} \frac{\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta)}{4\pi} 60\beta^2 Idz' \text{sen}(\theta) \left(\frac{1}{(\beta r)^5} + \frac{1}{(\beta r)^3} \right)$$

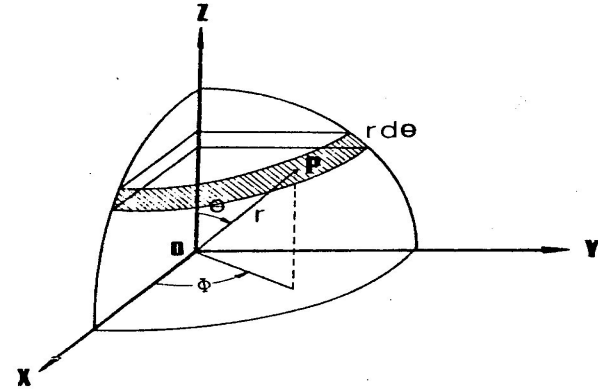
$$\pi_{\theta(\text{Reactivo})} = -\frac{Z_0}{2} \left(\frac{\beta Idz'}{4\pi r} \right)^2 \left(\frac{1}{(\beta r)^3} + \frac{1}{(\beta r)} \right) \text{sen}^2(\theta)$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

$$P = \oint_S \bar{\pi}_{(Medio Activo)} \cdot d\bar{s}$$

$$Q = \oint_S \bar{\pi}_{(Re activo)} \cdot d\bar{s}$$

$$P_{Rad} = R_{Rad} \cdot I_{ef}^2$$



$$ds = 2\pi r \sin\theta r d\theta$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

$$P_{Rad} = \int_0^\pi \frac{z_0}{2} \left(\frac{\beta I dz'}{4\pi r} \right)^2 \sin^2 \theta 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

$$P_{Rad} = \frac{z_0}{6\pi} (\beta I_{ef} dz')^2$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

- Donde R_{rad} se conoce como resistencia de radiación del dipolo.

$$R_{\text{Rad}} = \frac{Z_0 (\beta dz')^2}{6\pi} = 80\pi^2 \left(\frac{dz'}{\lambda} \right)^2$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Se puede calcular además la potencia reactiva en la dirección radial.

$$Q_r = -\frac{z_0(I_{ef}dz')^2}{6\pi\beta} \frac{1}{r^3}$$

$$Q_r = -\frac{1}{\beta^3 r^3} P_r$$

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Observaciones:

En la coordenada θ sólo existe flujo de potencia reactiva, que se interpreta como una energía fluctuante tangente a S . Se atenúa rápidamente con r .

En la zona lejana el flujo de potencia predominante es activo, en cambio en la zona cercana es reactivo.

A medida que la onda progresa deviene en el modo fundamental de propagación, TEM; y se reduce la influencia de las características geométricas de la antena.

Potencia radiada por el Dipolo elemental

Observaciones:

Se observa que existe una potencia neta radiada que no depende de r . Es la potencia efectiva entregada por el dipolo al medio.

La Resistencia de Radiación mide la capacidad potencial que tiene una antena para entregar potencia al medio.

En un circuito equivalente debe considerarse además la resistencia óhmica.

Referencias

- Apuntes de cátedra - Ing. Sergio Garassino
- Puliafito, Salvador. *El Campo Electromagnético -PI*. Idearium, Universidad de Mendoza, 1987.
- Jordan, Edward y Balmain, Keith. *Ondas electromagnéticas y sistemas radiantes*. Paraninfo, 1978.
- Zahn, Markus. *Teoría Electromagnética*. McGraw-Hill, 1991.
- Puliafito, Salvador. *Radiación electromagnética-PIII*. Idearium, Universidad de Mendoza, 1980.
- Balanis, Constantine A. *Antenna theory: analysis and design*. John Wiley & Sons, 2016.