

Comunicaciones 1

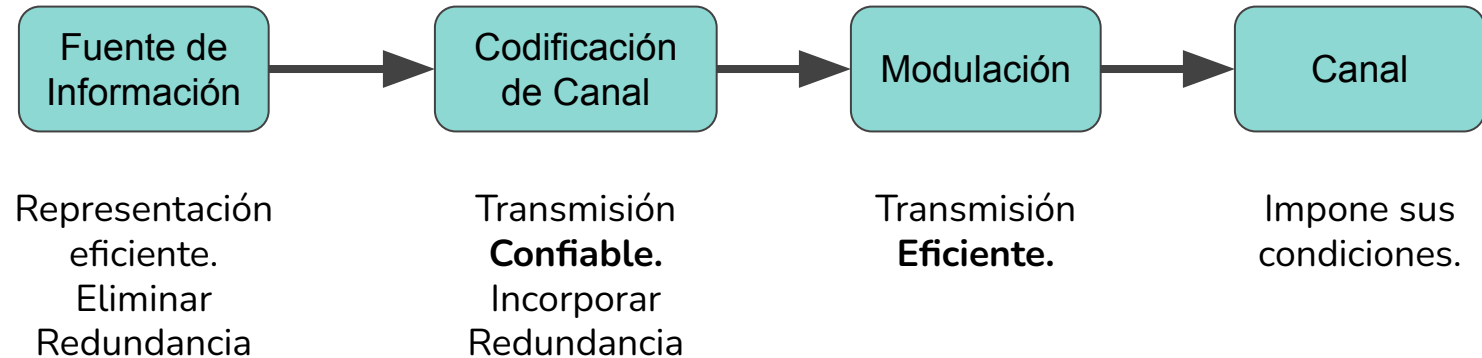
Introducción a la Teoría de la Información.

Parte 2



Sistema de comunicación

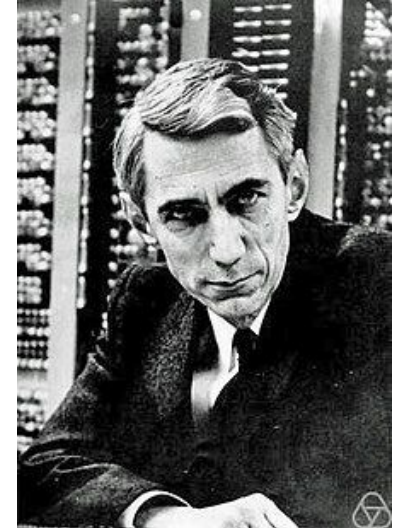
Teoría de la Información



Sistema de comunicación

Teoría de la Información

- Los orígenes de la Teoría de la información datan de la publicación de [Claude E. Shannon](#) en la *Bell System Technical Journal* en 1948 **Una teoría matemática de la comunicación.**
- Concepto de la medida de la información.
- Entropía de una fuente.
- Entropía de una fuente extendida.
- Concepto de codificación.
- Longitud media de un código.
- Eficiencia del lenguaje.
- Primer teorema de Shannon.



Sistema de comunicación

Teoría de la información. Canal discreto sin ruido

Consideraciones:

- Una fuente de alfabeto de A mensajes discretos.
- Cada mensaje viaja a través de un canal y puede ser identificado en el receptor. Este canal se conoce como **canal discreto libre de ruido**.
- La máxima entropía de la fuente es $\log_2(A)$ bits y si T es el **tiempo de transmisión** de cada mensaje, la tasa máxima está dada por:

$$R = \frac{1}{T} \log_2(A)$$

El ruido hará que existan errores y ya no será máximo.

A la tasa máxima se la conoce como **capacidad de canal**

Sistema de comunicación

Teoría de la información. Segundo teorema de Shannon

Si la tasa de información R es igual o menor a la capacidad de canal, entonces existe una técnica de codificación que permite la transmisión por el canal con una frecuencia de errores arbitrariamente pequeña (aún en presencia de ruido).

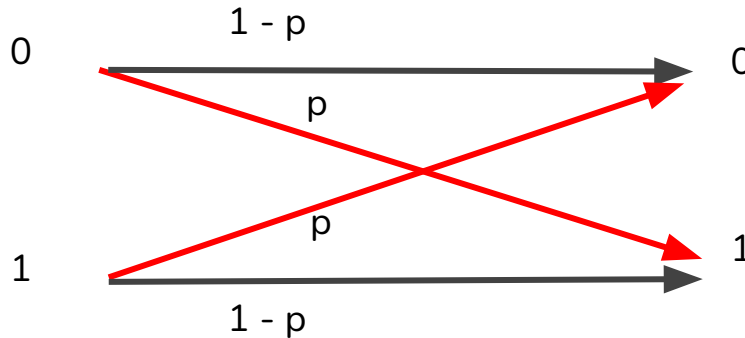
$$R \leq C$$

La capacidad de canal se define como la máxima tasa de transferencia confiable de información.

Sistema de comunicación

Teoría de la información.

Una fuente binaria envía mensajes $\{0, 1\}$ equiprobables e identificables a razón de r símbolos en un tiempo T . La presencia de ruido puede generar equivocaciones. Para el canal simétrico binario las probabilidades se muestran en la figura.



Número de mensajes equiprobables:

$$A = 2^{rT}$$

Define una capacidad de canal de:

$$C = \frac{\log_2(2^{rT})}{T} = r$$

Sistema de comunicación

Teoría de la información.

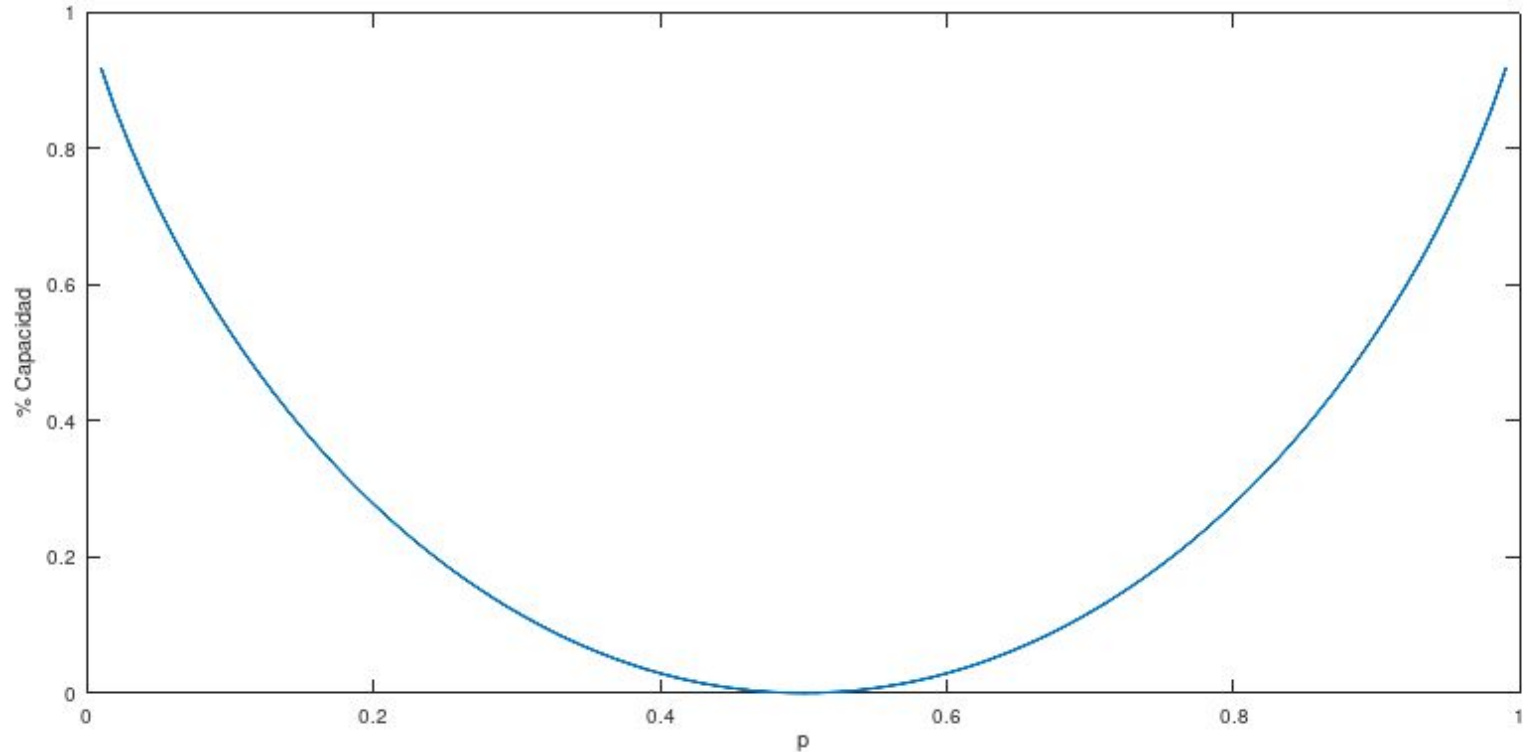
En presencia de ruido, los errores se cometerán, con una razón de entropía R_e , que se puede expresar como:

$$R_e = rH_e = r[p \log_2(1/p) + (1 - p) \log_2(1/(1 - p))]$$

La capacidad del canal es:

$$C = r - R_e = r[1 + p \log_2(p) + (1 - p) \log_2(1 - p)]$$

Sistema de comunicación



Sistema de comunicación

Teoría de la información. Teorema de Hartley-Shannon

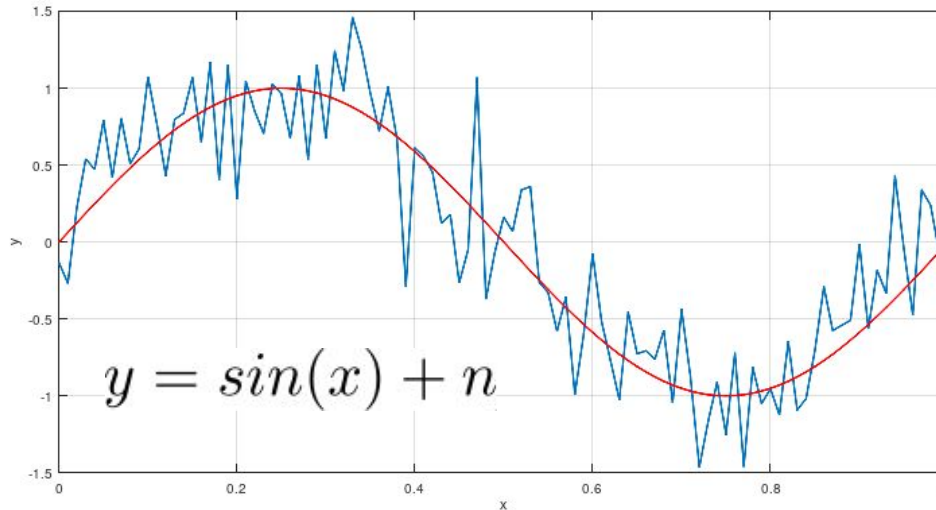
El teorema de Hartley-Shannon relaciona la capacidad del canal con el ancho de banda y la SNR.

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right)$$

Válido para ruido Gaussiano.

Sistema de comunicación

Teoría de la información. Teorema de Hartley-Shannon



$$n = \mathcal{N}(0, \sigma_n)$$

$$\sigma_n = \sqrt{N}$$

$$\sigma_y = \sqrt{y^2} = \sqrt{S + N}$$

$$r = 2B$$

¿Cuántos niveles deben utilizarse para describir cada muestra de señal en presencia de ruido?

Sistema de comunicación

Teoría de la información. Teorema de Hartley-Shannon

El número M de niveles discernibles resulta:

$$M = \frac{\sigma_y}{\sigma_n} = \frac{\sqrt{S+N}}{\sqrt{N}} = \sqrt{1 + \frac{S}{N}}$$

Y la capacidad del canal:

$$C = \frac{1}{T} \log_2(M^{rT}) = r \log_2(M)$$

$$C = B \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

Sistema de comunicación

Teoría de la información. Capacidad de canal

Una imagen en blanco y negro contiene aprox 3×10^5 (640 x 480) elementos de imagen. Cada elemento es equiprobable entre 10 niveles de brillo. Se debe transmitir 30 cuadros por segundo. Calcular B si la SNR = 30 dB para una reproducción satisfactoria.

Info por elemento de imagen = 3.32 bits.

Info por cuadro de image = 9.96×10^5 bits

Tasa de información R = 29.9×10^6 bps

B_{min} ~ 3MHz

Sistema de comunicación

¿Qué ocurre si tenemos ancho de banda ilimitado?

$$C = \frac{S}{\eta} \log_2 \left(1 + \frac{S}{\eta B} \right)^{\frac{\eta B}{S}}$$

Potencia de ruido:

$$KTB = \eta/2B$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \left(\frac{S}{\eta} \log_2 \left(1 + \frac{S}{\eta B} \right)^{\frac{\eta B}{S}} \right)$$

Comportamiento del argumento:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

$$\lim_{B \rightarrow \infty} C = \frac{S}{\eta} \log_2(e) \rightarrow \frac{S}{0.69\eta}$$

La capacidad de canal máxima que depende directamente de la potencia y de la densidad espectral del ruido (E_b/N_0)



Sistema de comunicación

Teoría de la información. Sumario

- Segundo teorema de Shannon
- Capacidad de canal
- Nos permite relacionar: Ancho de banda, tasa límite y SNR.
- Nos permite saber las tasas máximas (aunque no nos dice cómo)



Sistema de comunicación

Teoría de la información.

Conmutador telefonico (1950)
vs Sist Inalambrico actual.
Colección privada - Córdoba-
Argentina.