

MECANISMOS Y ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Ingeniería . Mecatrónica

Año lectivo 2025

Plan 2021

Ruedas Dentadas

Ruedas Dentadas



Definiciones

Ruedas dentadas

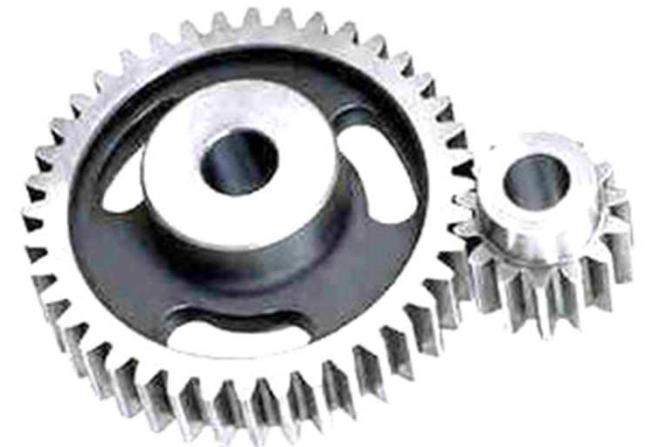
Los engranajes, también llamados ruedas dentadas, son elementos de máquinas que forman parte de sistemas reversibles capaz de transmitir potencia en ambos sentidos. La transferencia se realiza por contacto directo.

Permiten la reducción o el aumento del momento torsor con mínimas pérdidas de energía (rendimiento de la transmisión), así como el incremento o la disminución de velocidades, sin deslizamiento.

En estos sistemas se le suele denominar:

Rueda al engrane de mayor tamaño.

Piñón al engrane más pequeño.

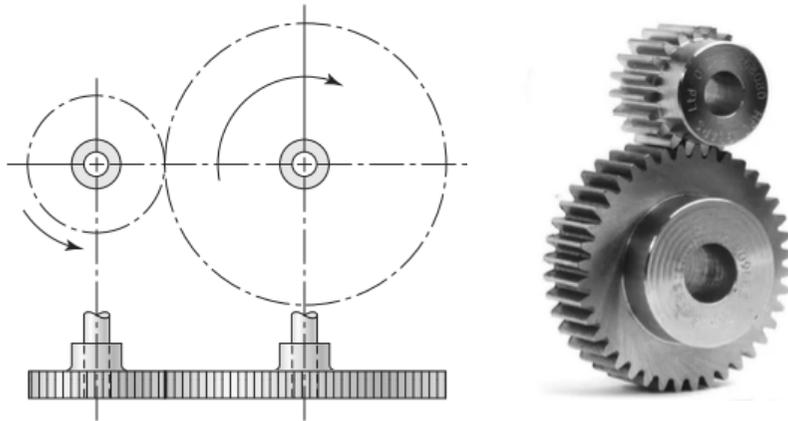


Ruedas Dentadas

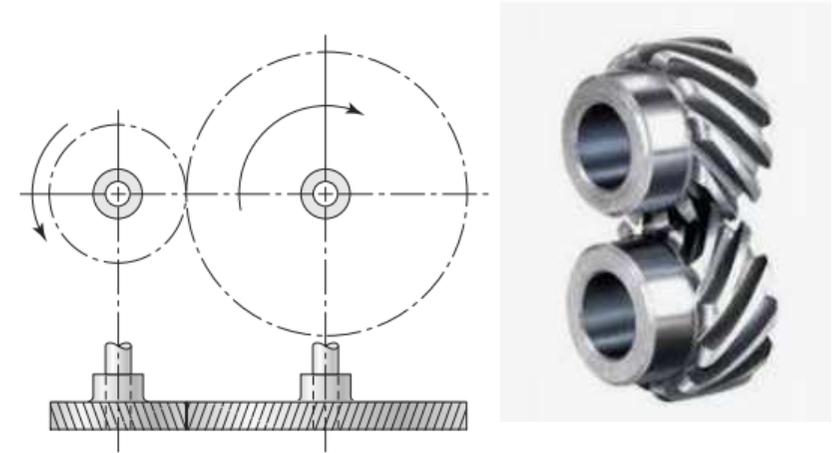
Clasificación

En función de la forma de sus dientes y de la del propio engranaje, se distinguen:

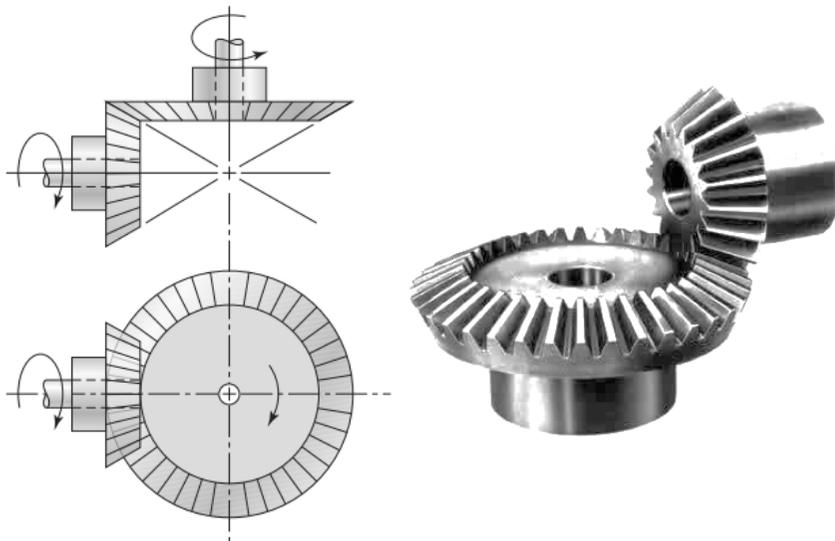
Ruedas Dentadas Dientes Rectos



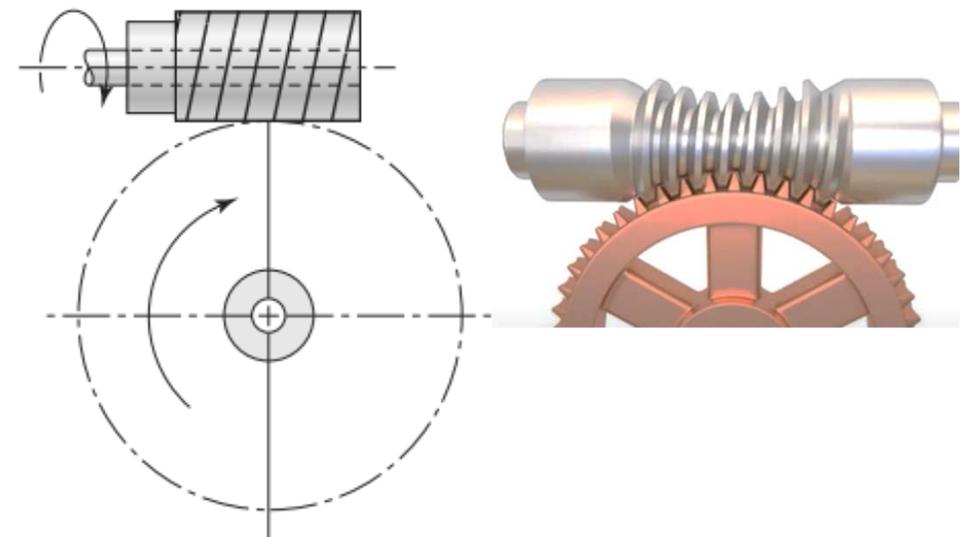
Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales



Ruedas Dentadas Cónicas Dientes Rectos



Tornillos Sin Fin – Rueda Helicoidal



Ruedas Dentadas Dientes Rectos



Los engranajes rectos son un tipo de engranaje cilíndrico con dientes paralelos al eje de rotación. Son los más simples y comunes en sistemas mecánicos, usados para transmitir movimiento y potencia entre ejes paralelos.

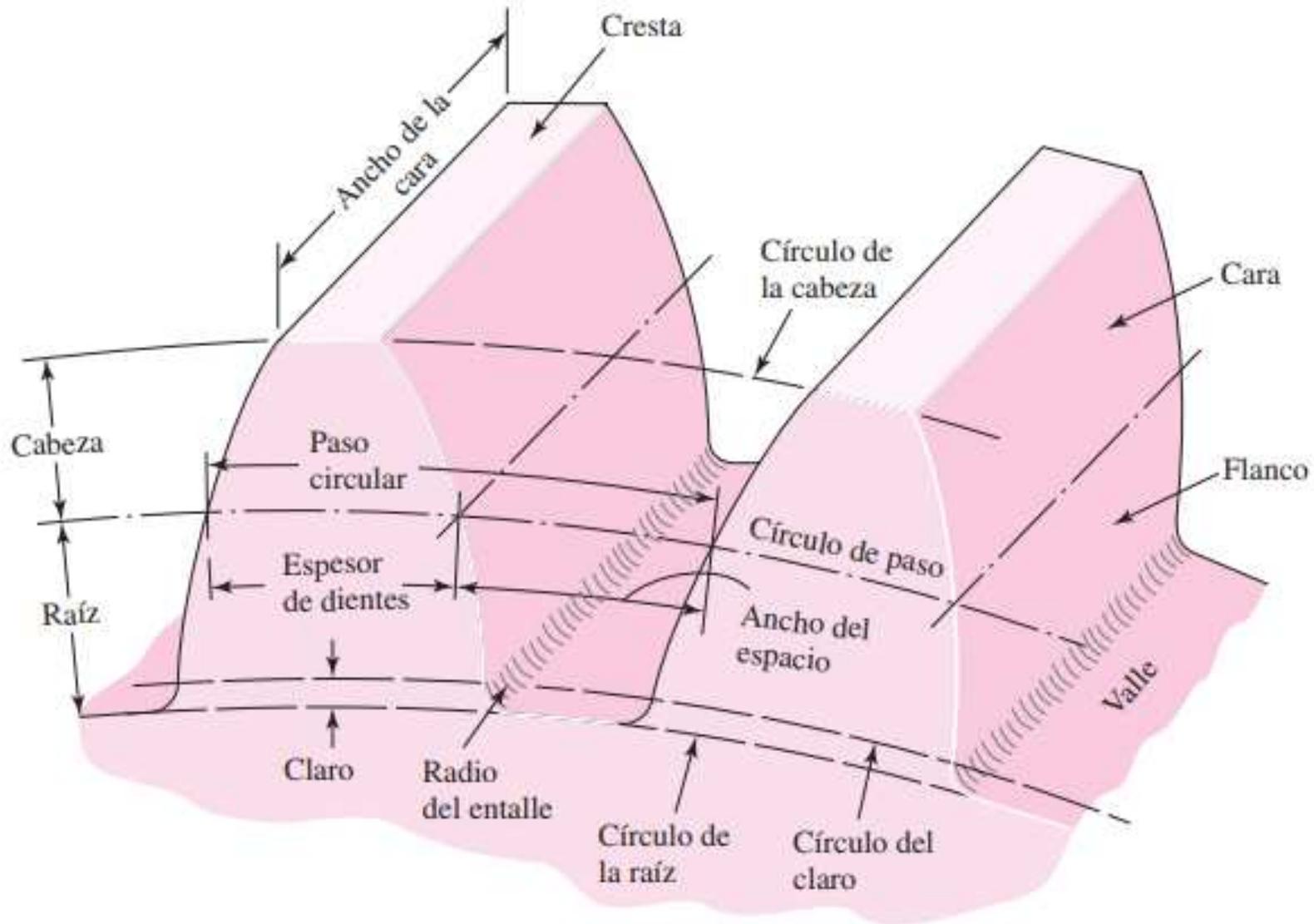
Características Principales

- Dientes rectos y paralelos al eje del engranaje.
- Transmisión eficiente de potencia con mínimas pérdidas.
- Operación ruidosa a altas velocidades debido a impactos entre dientes.
- Usados en aplicaciones de baja y media velocidad donde no se requiere una transmisión suave



Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Nomenclatura



Ruedas Dentadas Dientes Rectos



Nomenclatura

$$P = \frac{N}{d}$$

$$m = \frac{d}{N}$$

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m$$

$$pP = \pi$$

P = paso diametral, dientes por pulgada

N = número de dientes

d = diámetro de paso, pulg o mm

m = módulo, mm

p = paso circular, pulg o mm

Nomenclatura

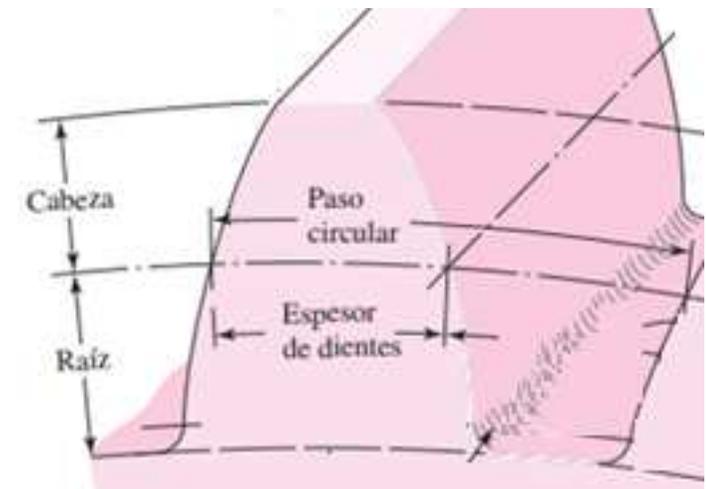
Un **sistema de dientes** es una norma que especifica las relaciones que implican la cabeza (addendum), la raíz (dedendum), la profundidad de trabajo, el espesor del diente y el ángulo de presión. Al principio, las normas se planearon para posibilitar el intercambio de engranes con cualquier número de dientes, pero con el mismo ángulo de presión y paso

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Nomenclatura

Sistema de dientes	Ángulo de presión ϕ , grados	Cabeza (addendum) a	Raíz (dedendum) b
Profundidad total	20	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.25/P$ o bien $1.25m$
			$1.35/P$ o bien $1.35m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.25/P$ o bien $1.25m$
			$1.35/P$ o bien $1.35m$
	25	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.25/P$ o bien $1.25m$
			$1.35/P$ o bien $1.35m$
Dientes recortados	20	$0.8/P_d$ o bien $0.8m$	$1/P$ o bien $1m$

P = paso diametral, dientes por pulgada
 m = módulo, mm



Ruedas Dentadas Dientes Rectos



Nomenclatura

Tamaños de dientes de uso general

Paso diametral

Basto	2, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 16
Fino	20, 24, 32, 40, 48, 64, 80, 96, 120, 150, 200

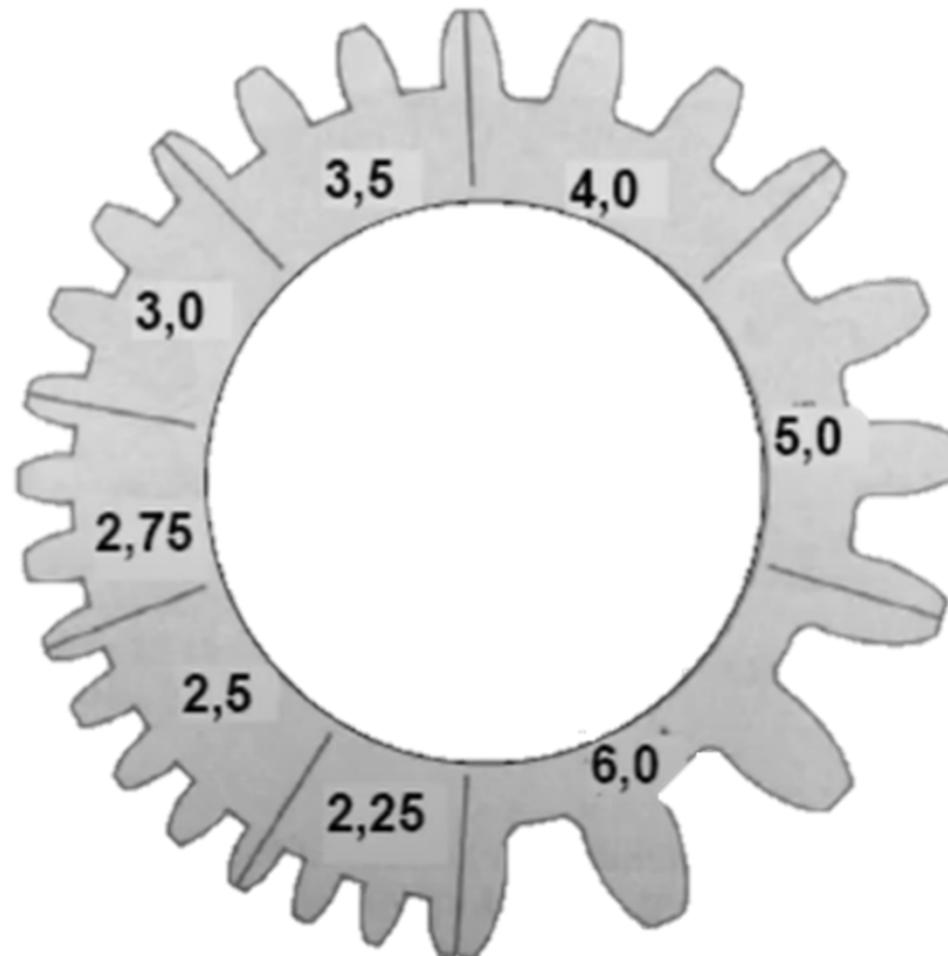
Módulos

Preferidos	1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25, 32, 40, 50
Siguiente elección	1.125, 1.375, 1.75, 2.25, 2.75, 3.5, 4.5, 5.5, 7, 9, 11, 14, 18, 22, 28, 36, 45

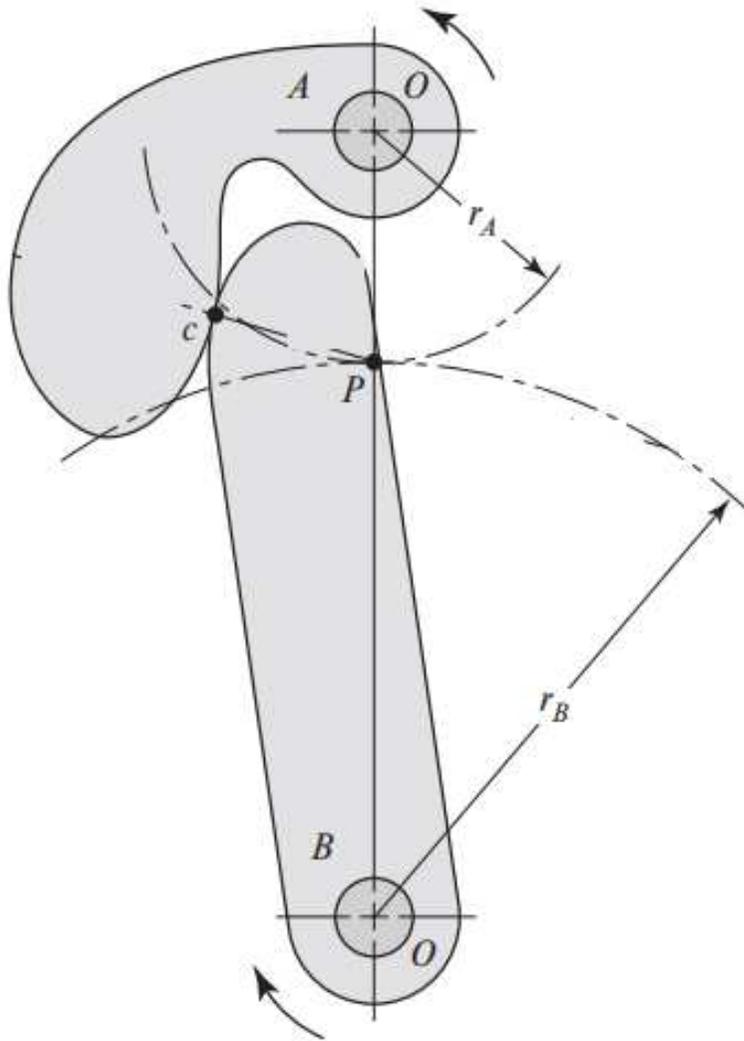
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Nomenclatura

Relación entre el valor del modulo (mm) y el tamaño de diente



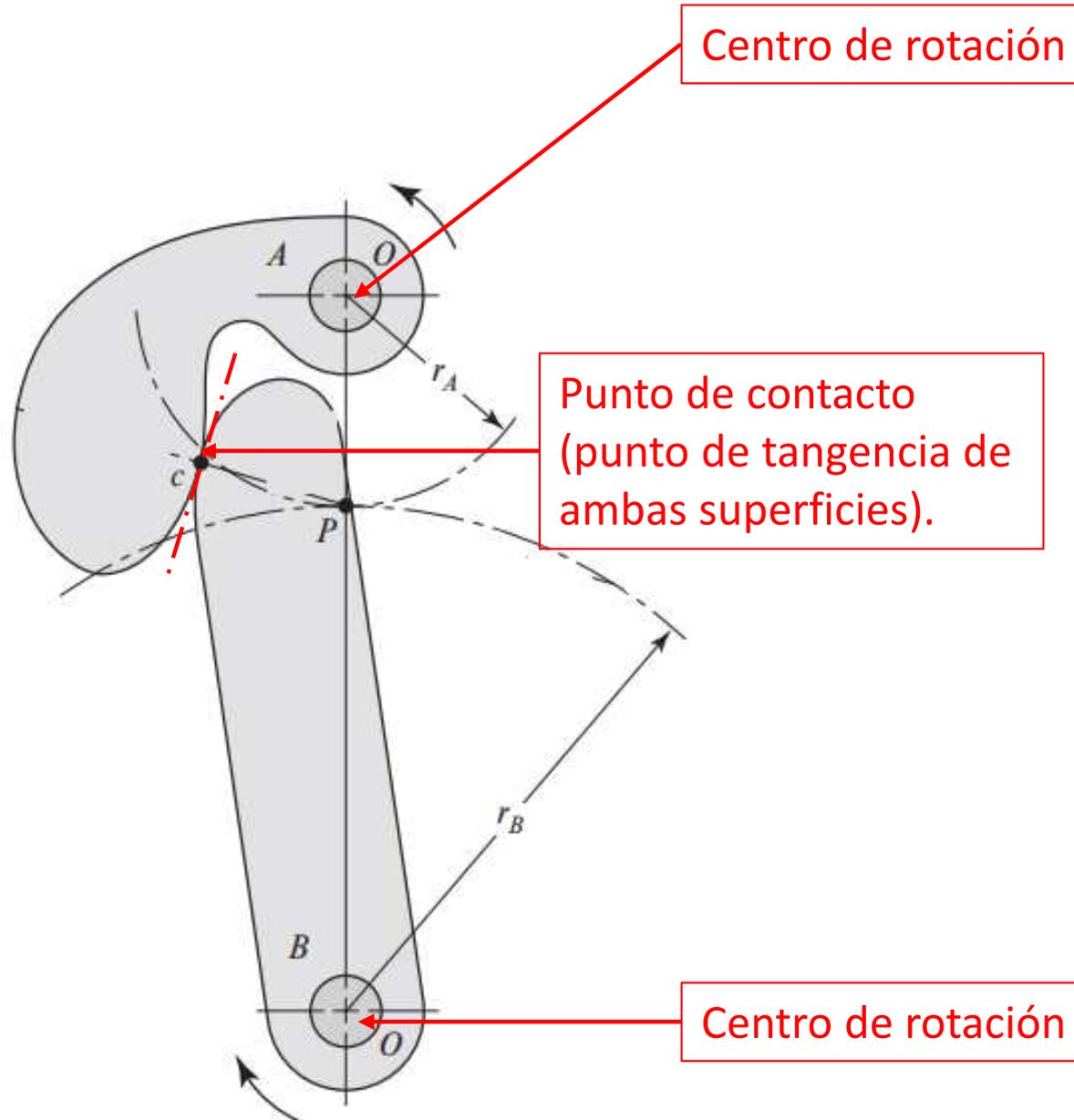
Acción Conjugada



Se da cuando dos perfiles de dientes o levas se diseñan para producir una relación constante de velocidades angulares durante el acoplamiento.

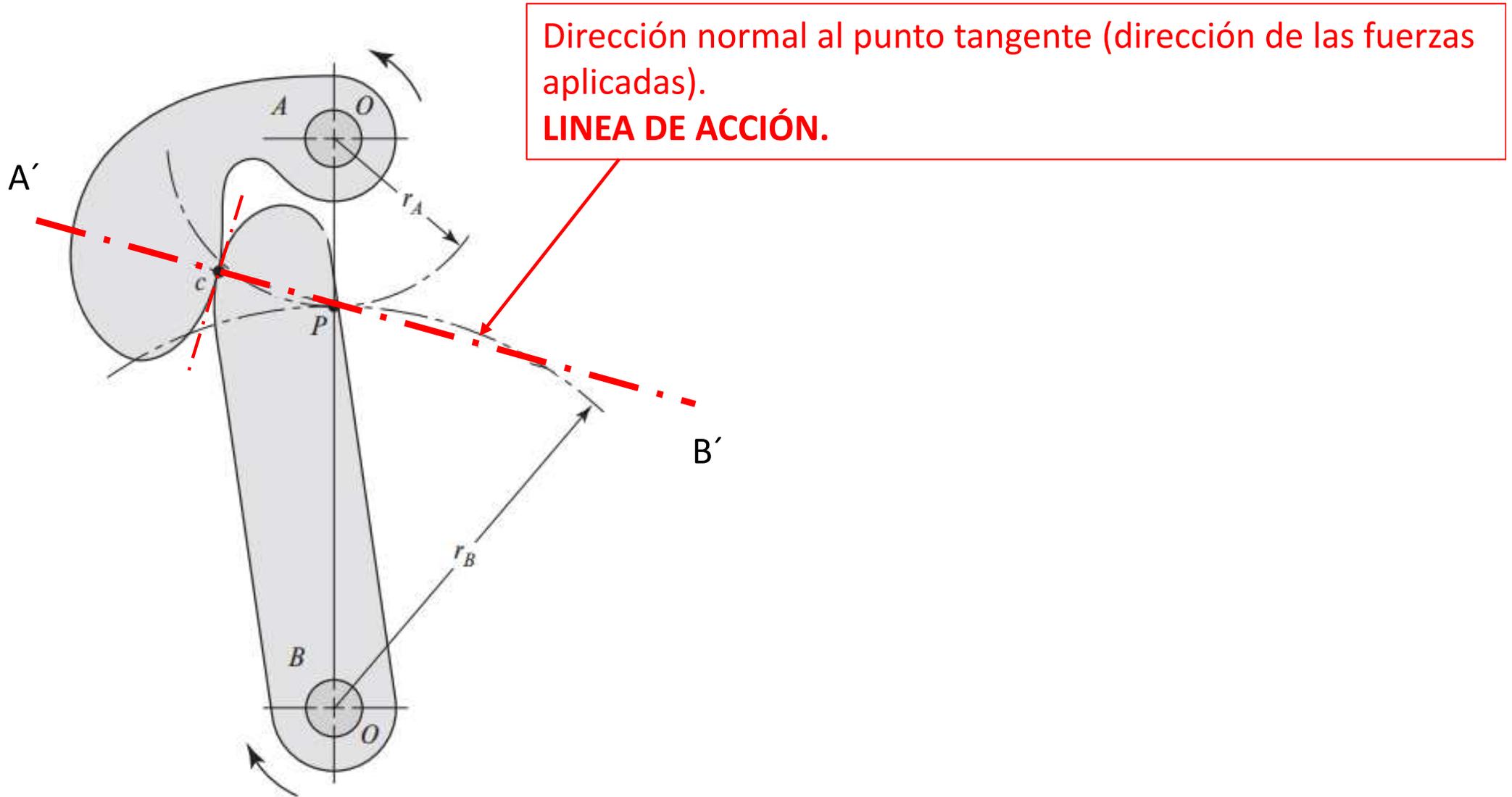
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada



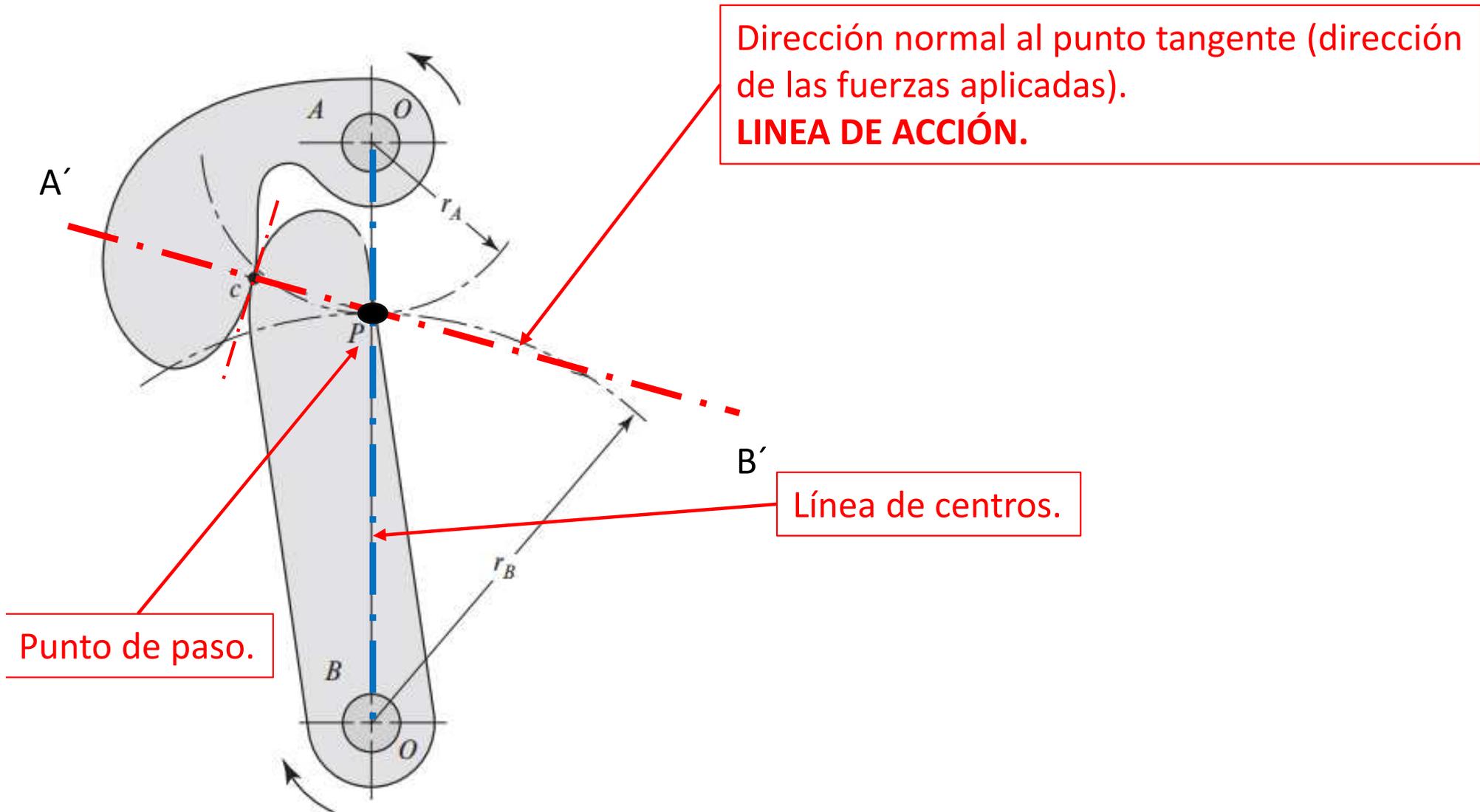
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada

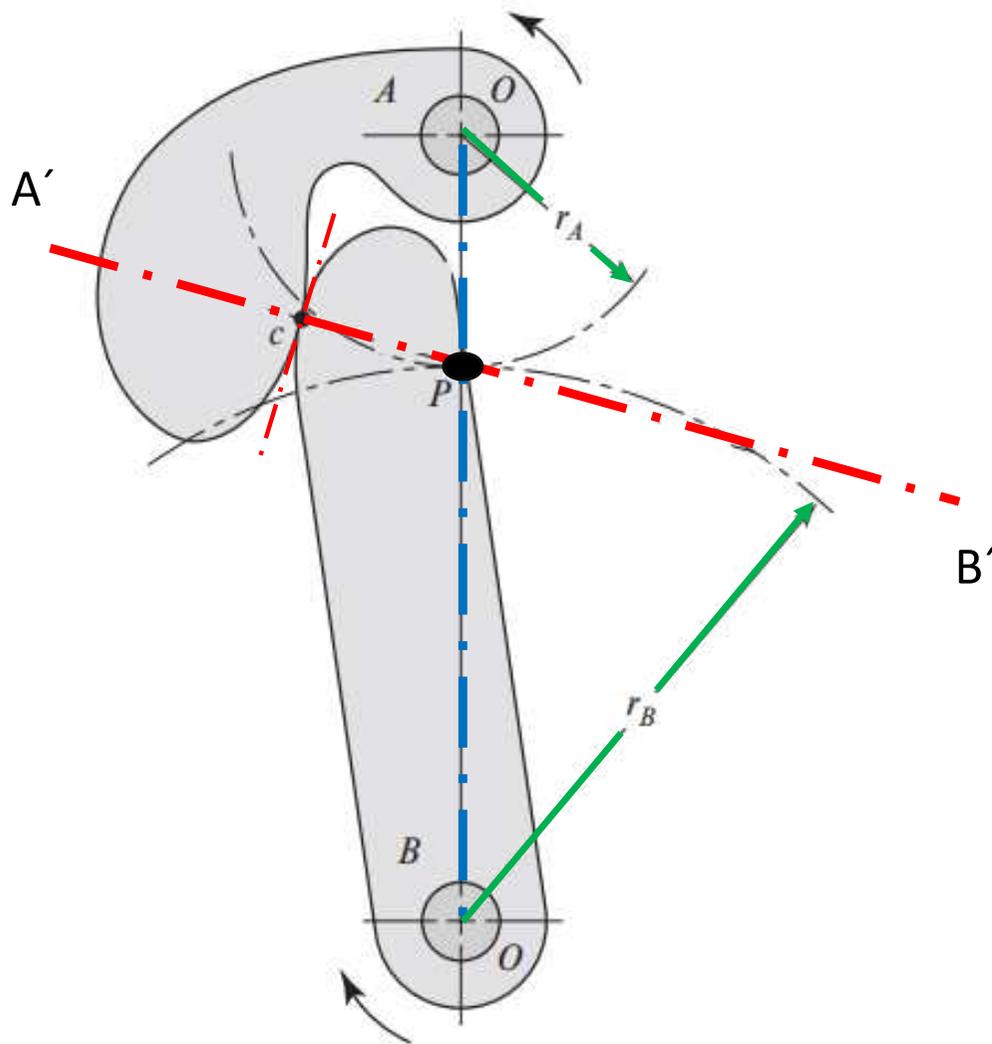


Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada



Acción Conjugada

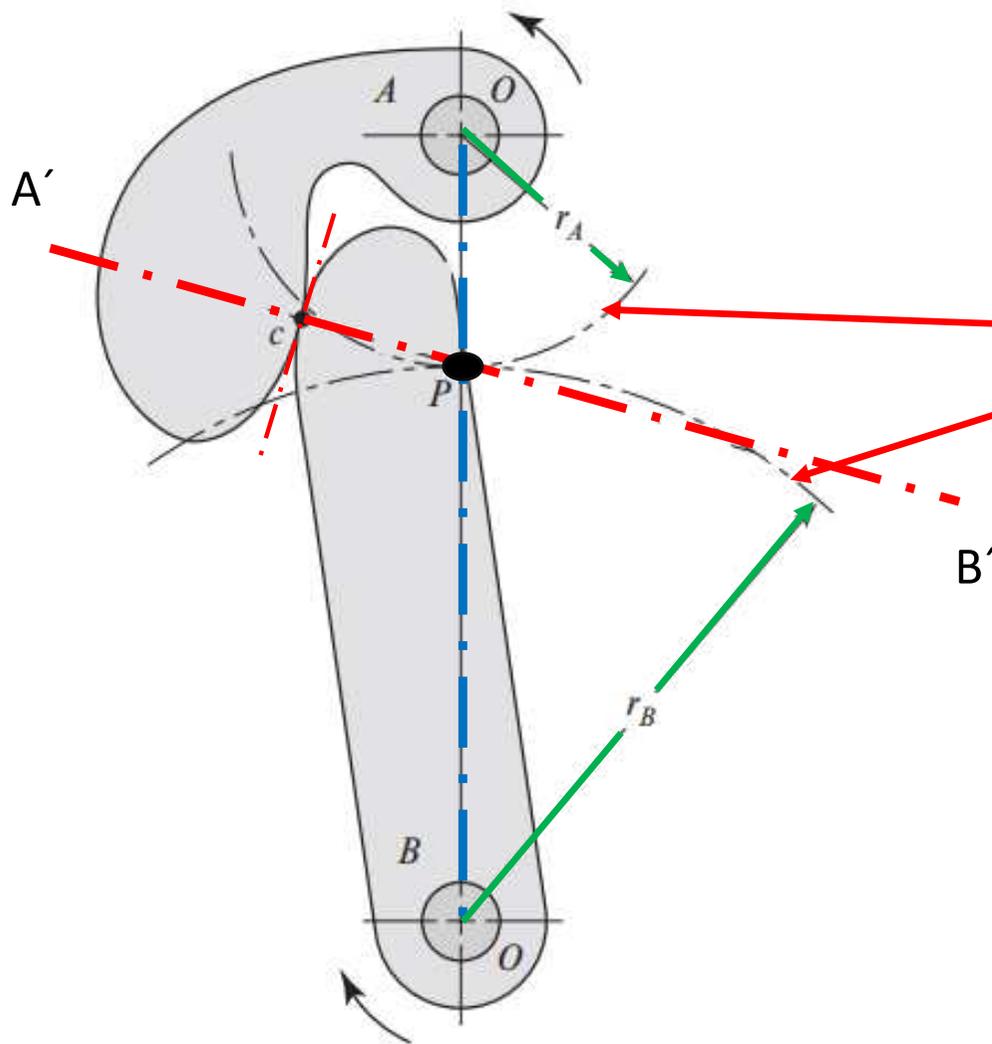


La relación de la velocidad angular entre los dos brazos es inversamente proporcional a sus radios respecto del punto P.

$$\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{r_B}{r_A}$$

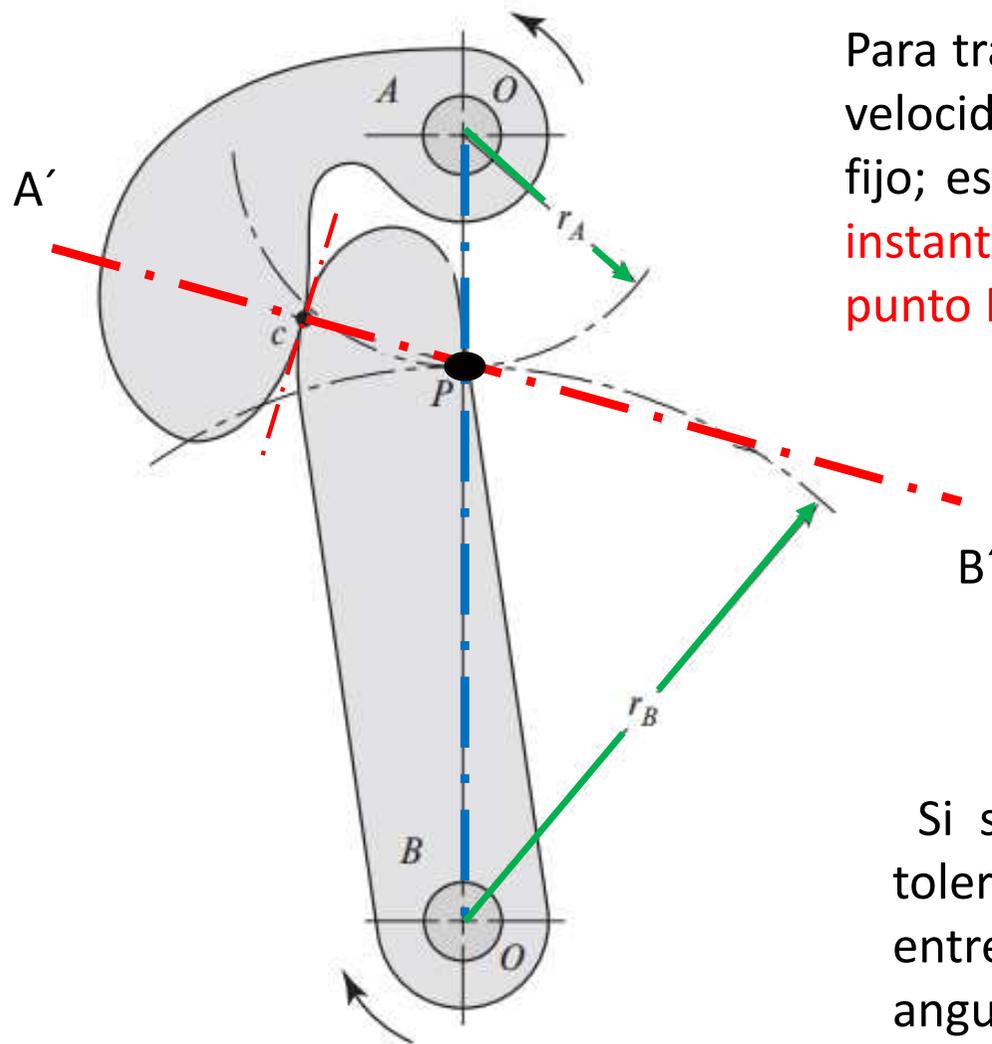
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada



Los círculos que se trazan a través del punto P, desde cada centro, se llaman **círculos de paso**; el radio de cada círculo se llama radio de paso. **El punto P se conoce como punto de paso.**

Acción Conjugada



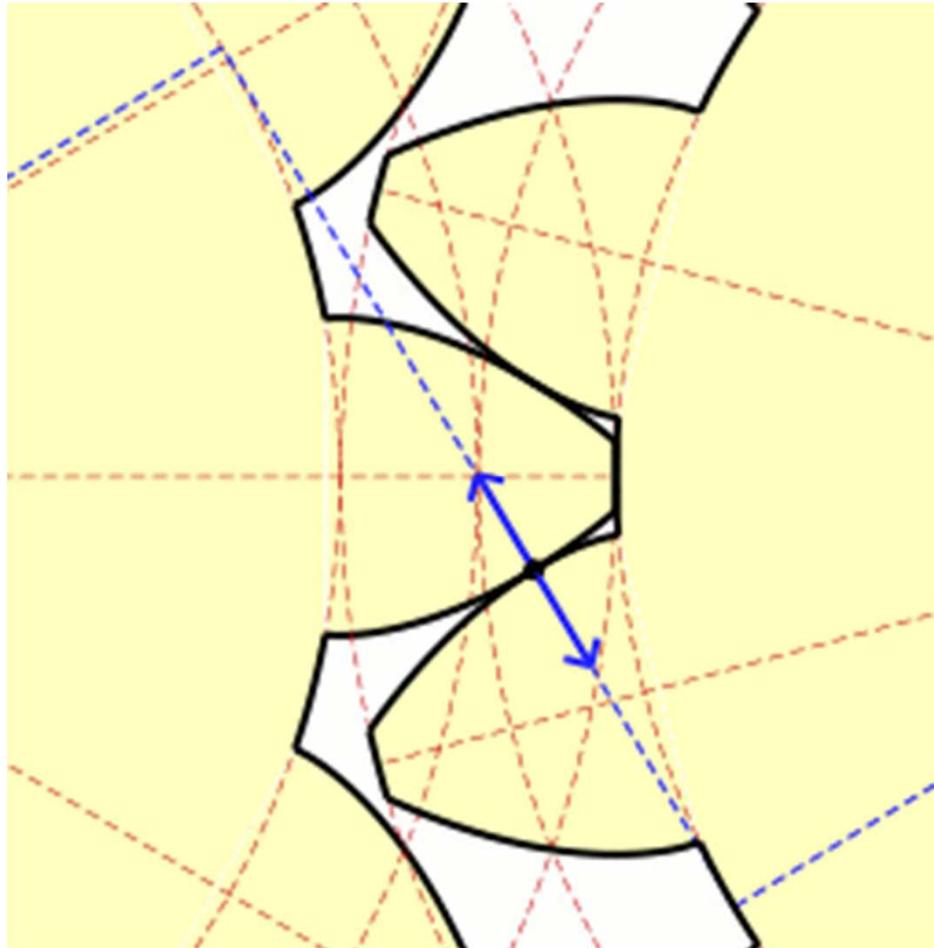
Para transmitir movimiento a una relación constante de velocidad angular, el punto de paso debe permanecer fijo; es decir, **todas las líneas de acción de cada punto instantáneo de contacto deben pasar por el mismo punto P.**

Si se emplean **curvas involutas** los engranes son tolerantes a los cambios en la distancia entre centros sin mostrar variación en la velocidad angular

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada

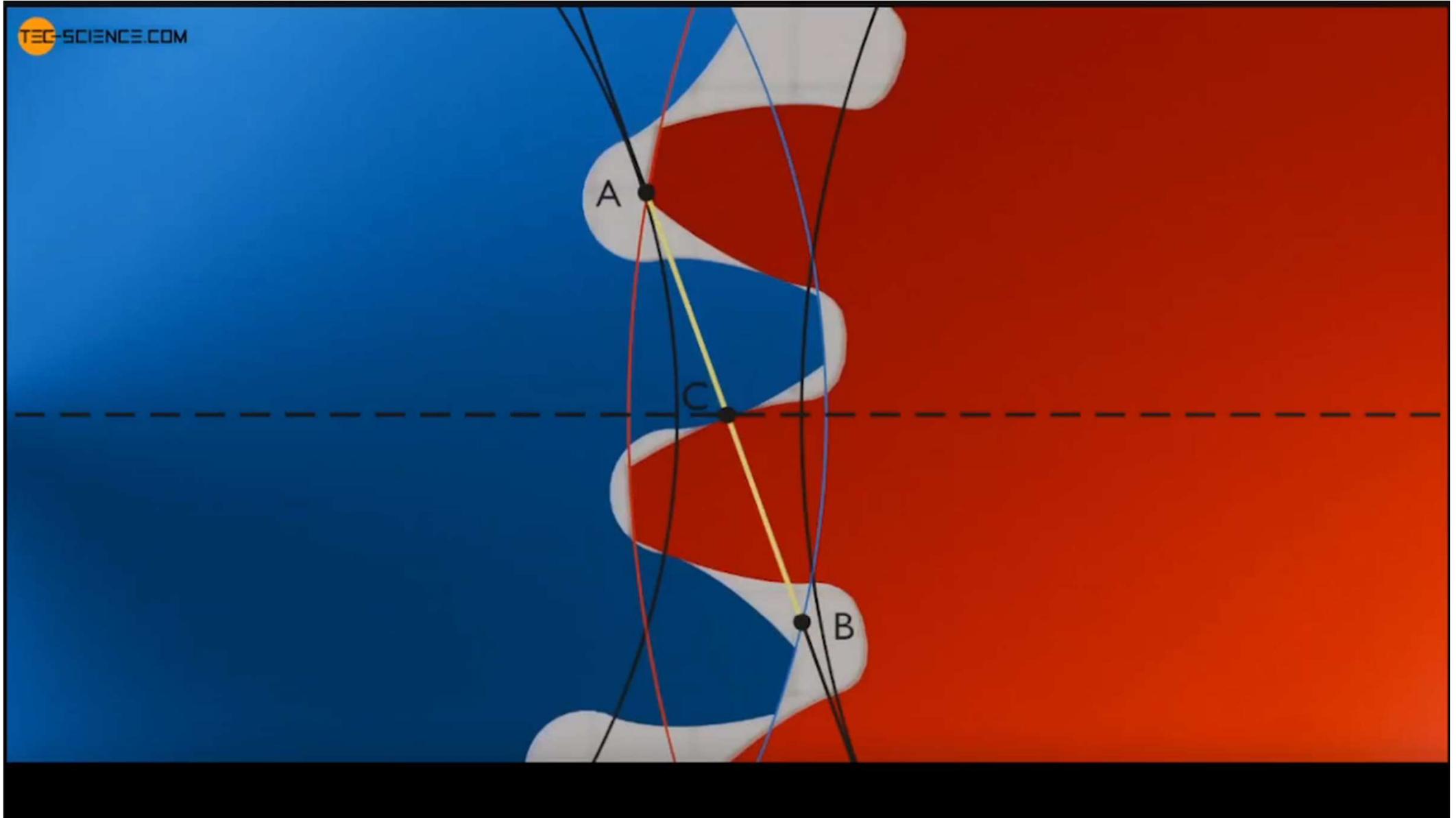
En el caso del **perfil involuta** todos los puntos de contacto ocurren sobre la **misma línea acción**, todas las normales a los perfiles de dientes en el punto de contacto **coinciden con la línea acción**, y, de esta manera, que dichos perfiles **transmiten movimiento rotatorio uniforme**.



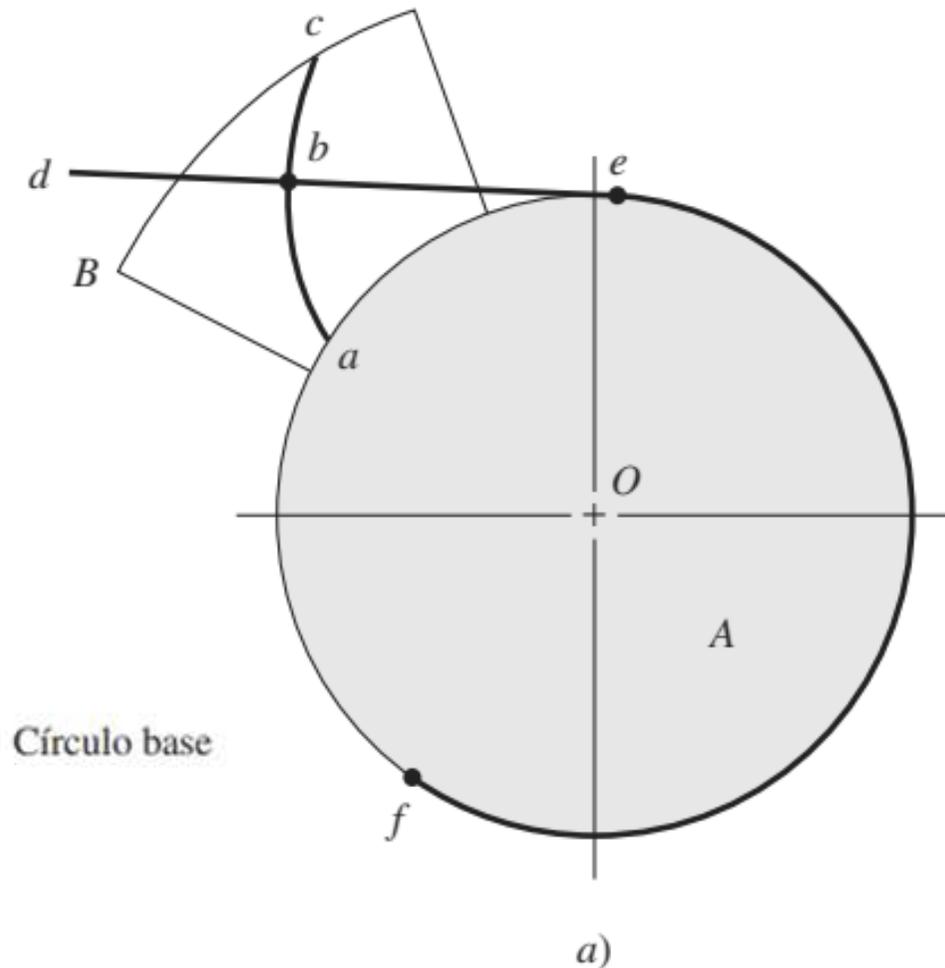
$$\frac{\omega_c}{\omega_m} = \frac{r_m}{r_c}$$

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Acción Conjugada



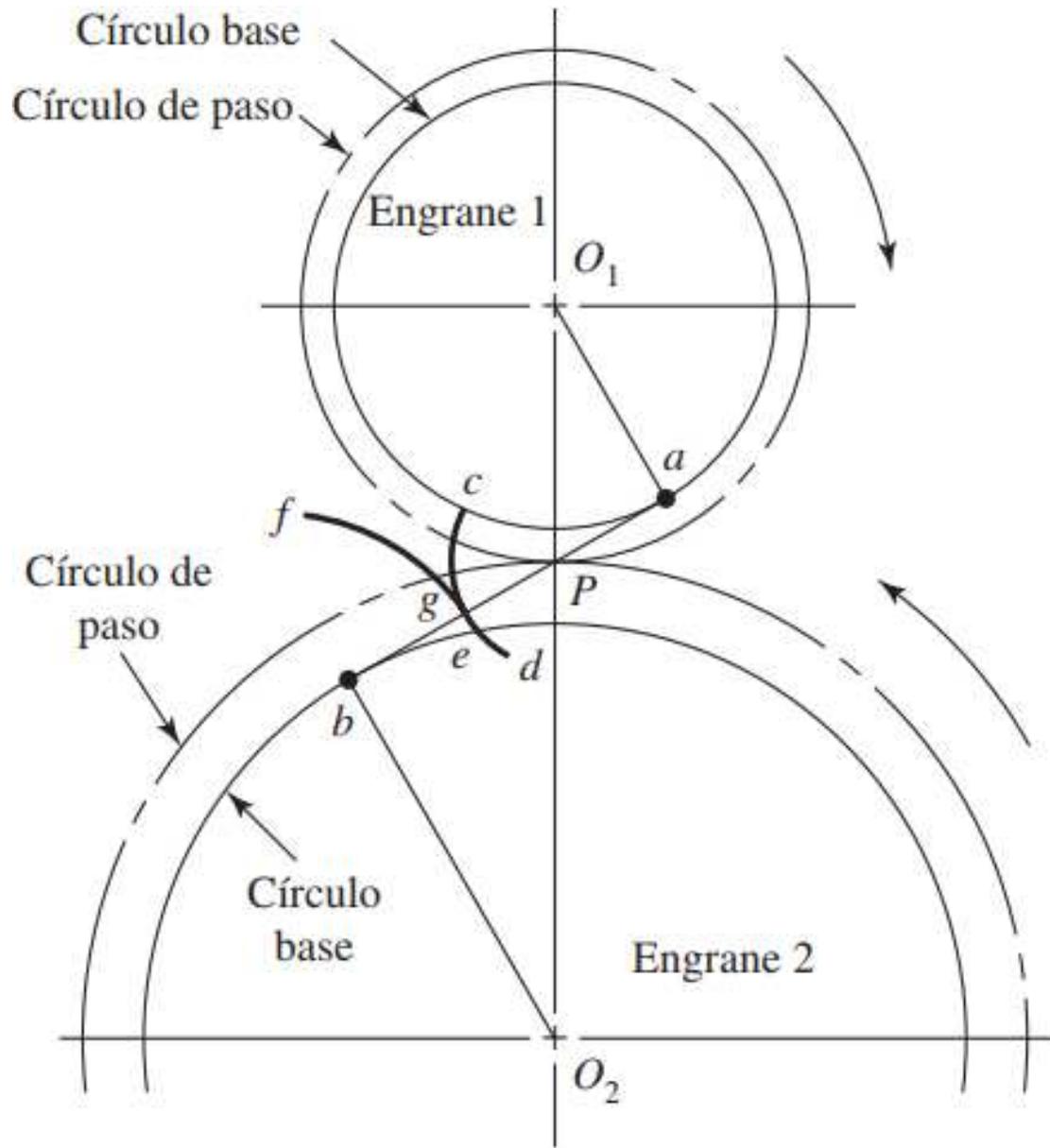
Perfil involuta o evolvente



- El radio de la curvatura de la involuta varía en forma continua, de cero en el punto **a** hasta un máximo en el punto **c**.
- La recta generatriz **d-e** es normal a la involuta en todos los puntos.
- La recta generatriz **d-e** siempre es tangente al cilindro A llamado **círculo de base**.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Perfil involuta o evolvente



- El punto de contacto se mueve a lo largo de la recta generatriz.
- La recta generatriz a-b siempre está tangente a los círculos base.
- Debido a que la recta generatriz siempre es normal a las involutas en el punto de contacto, se **satisface el requisito de movimiento uniforme.**

$$\frac{\omega_c}{\omega_m} = \frac{r_m}{r_c}$$

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

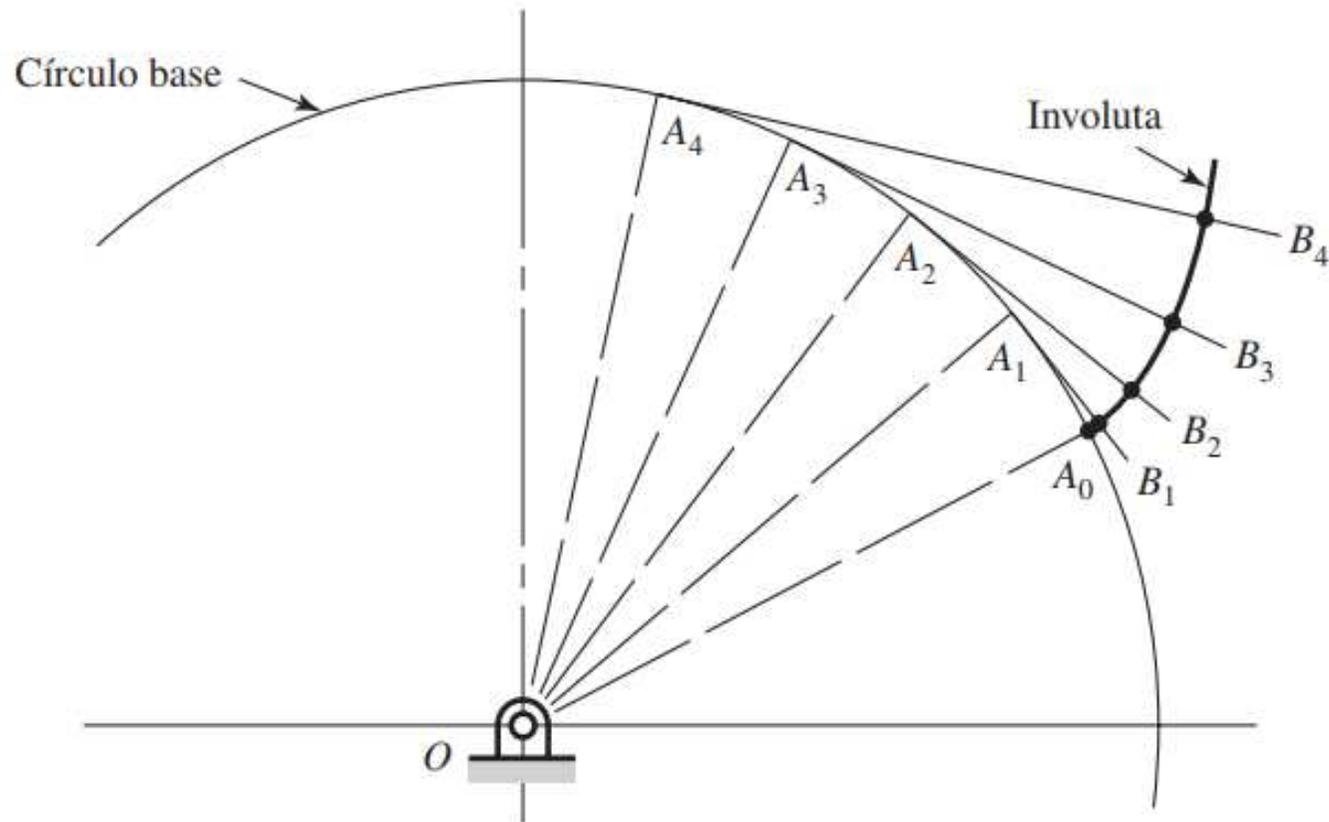


Ley Fundamental del Engrane

La normal común a los perfiles de los dientes en todos los puntos de contacto, dentro del engranado debe pasar por un punto fijo en la línea de centros, llamado punto de paso.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Trazado del Perfil Involuta o Evolvente



$$\text{Distancia entre puntos} = \frac{(\text{perímetro círculo base}) \times (\text{grados a escoger})}{360^\circ}$$

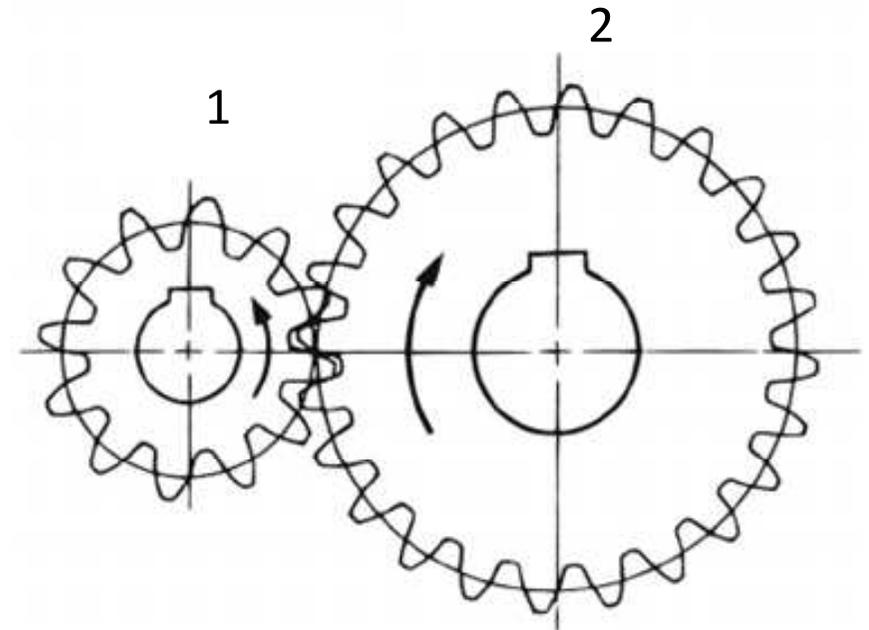
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane

$$\omega_1 = 1200 \text{ rpm} \quad N_1=20 \quad Pd=10$$

$$\omega_2 = 600 \text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$$



Ruedas Dentadas Dientes Rectos

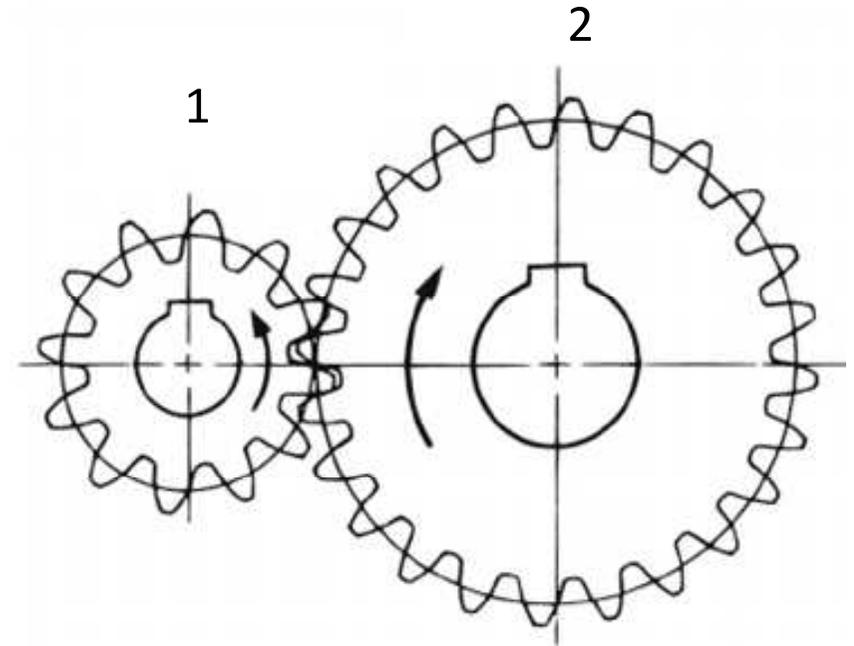
Configuración de un Engrane

$$\omega_1 = 1200 \text{ rpm} \quad N_1 = 20 \quad P_d = 10$$

$$\omega_2 = 600 \text{ rpm}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$$

$$P_d = \frac{N}{d} \quad \longrightarrow \quad d_1 = \frac{N_1}{P_d} = \frac{20}{10} = 2''$$



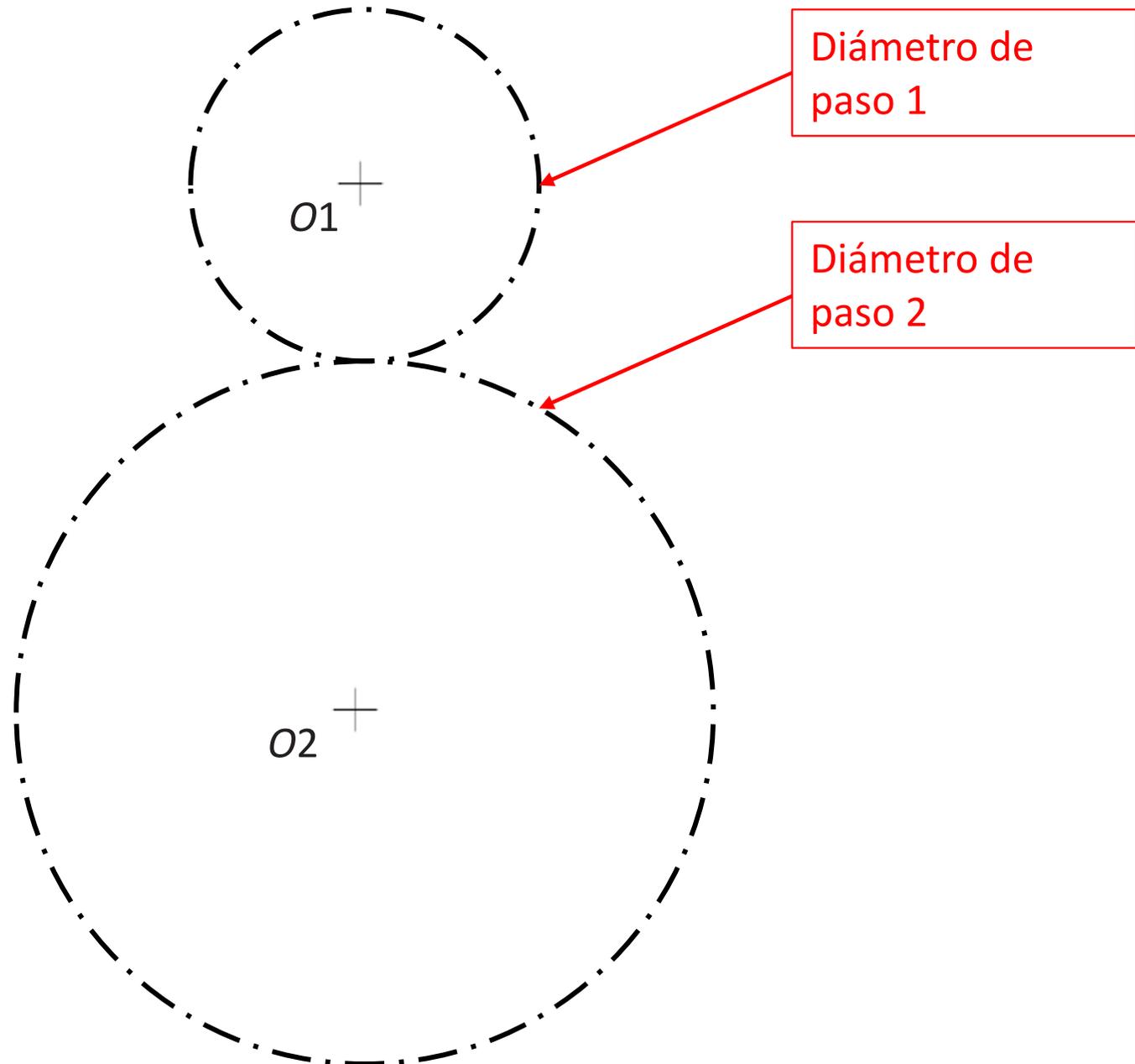
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = 2 \quad \longrightarrow \quad d_2 = 4''$$

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane

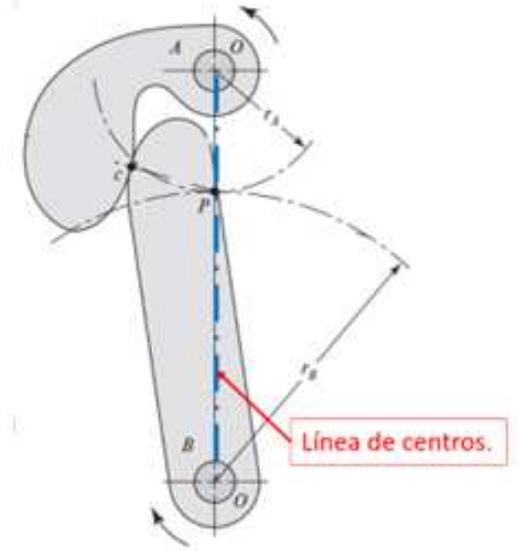
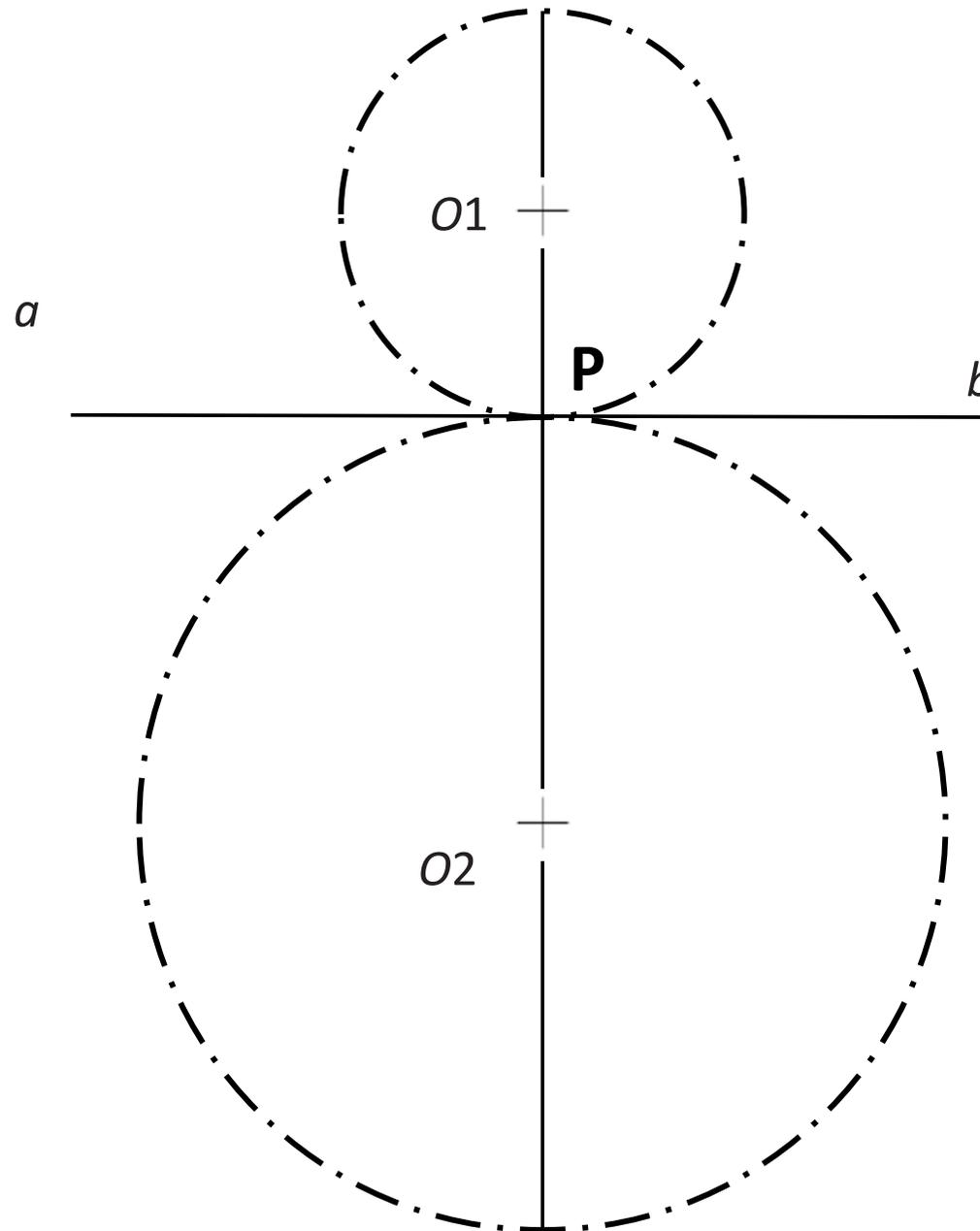
$$d_1 = 2''$$

$$d_2 = 4''$$



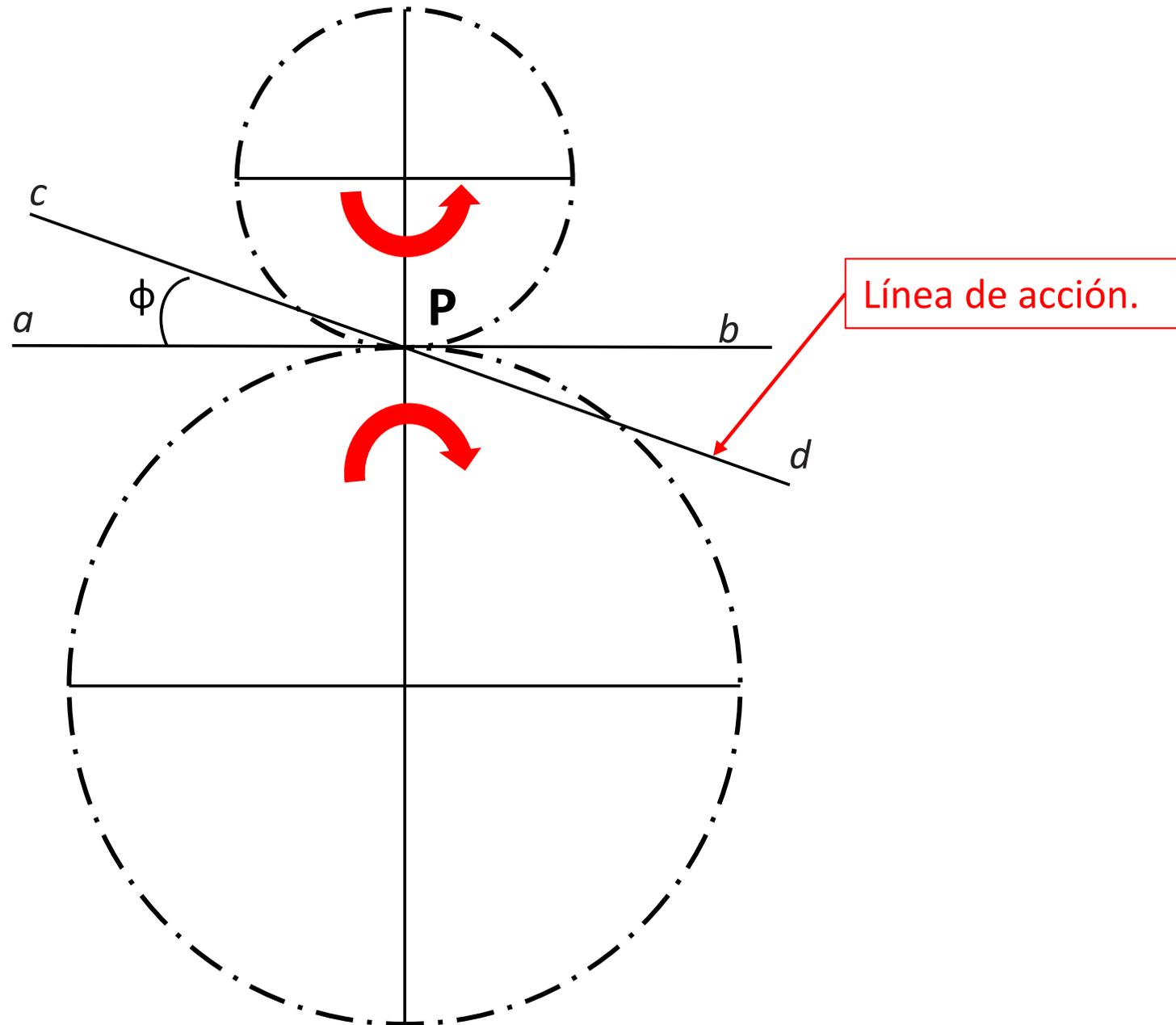
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane



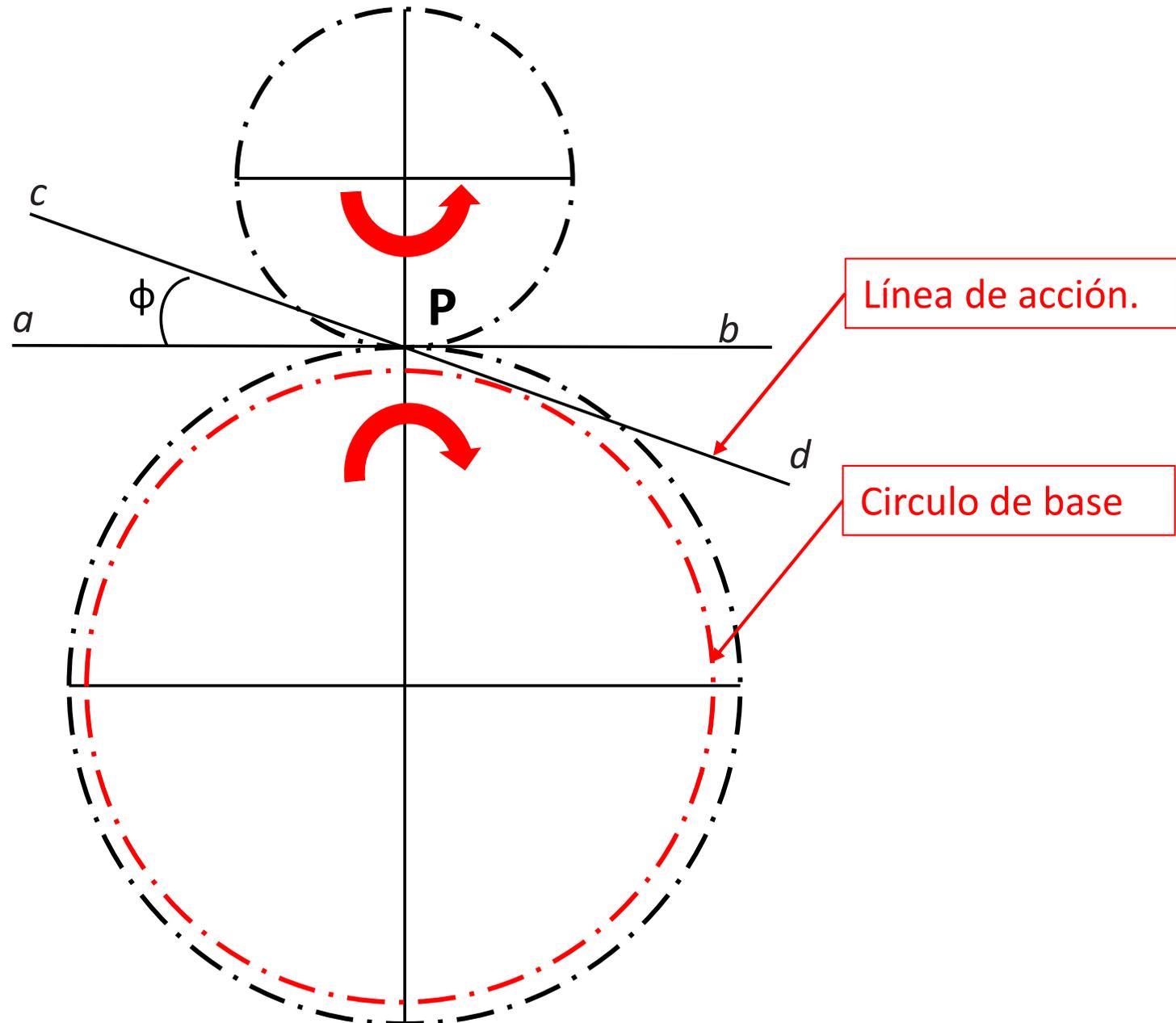
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane

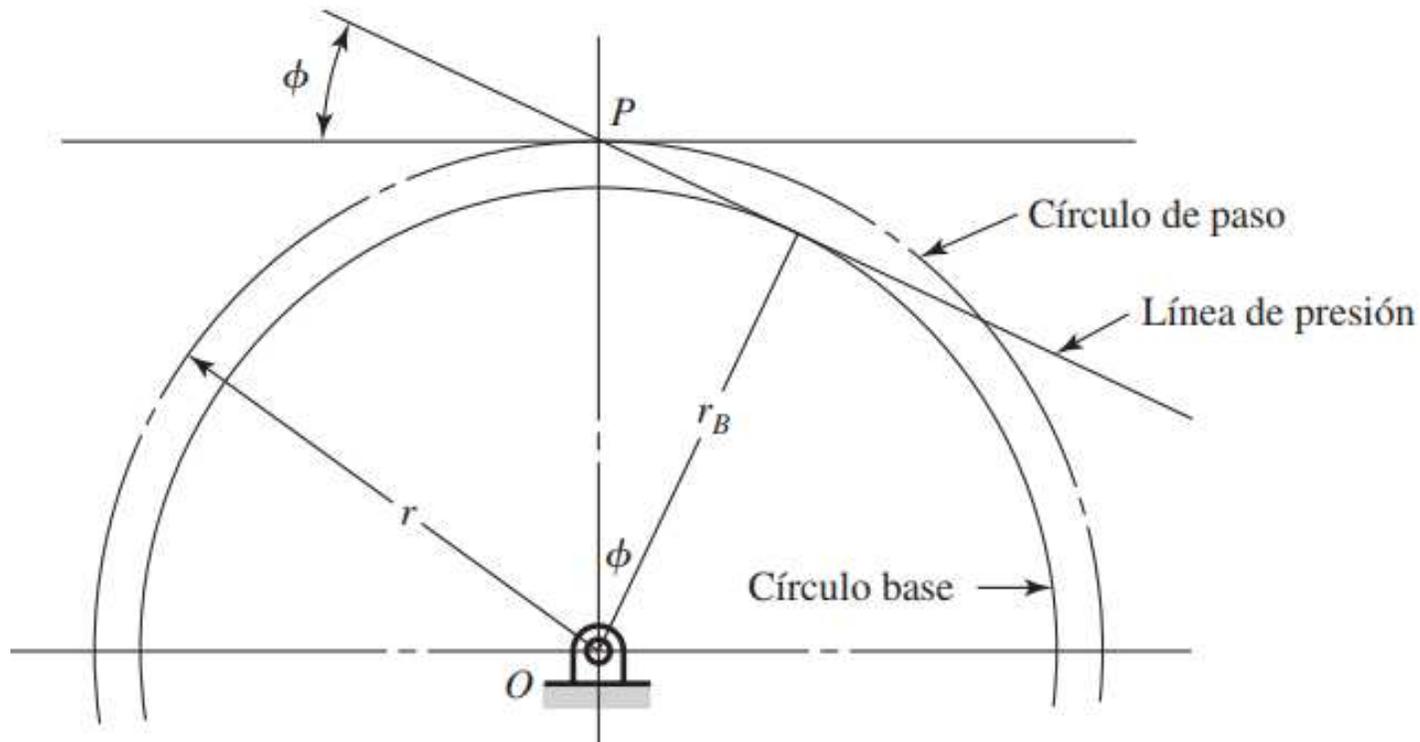


Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane



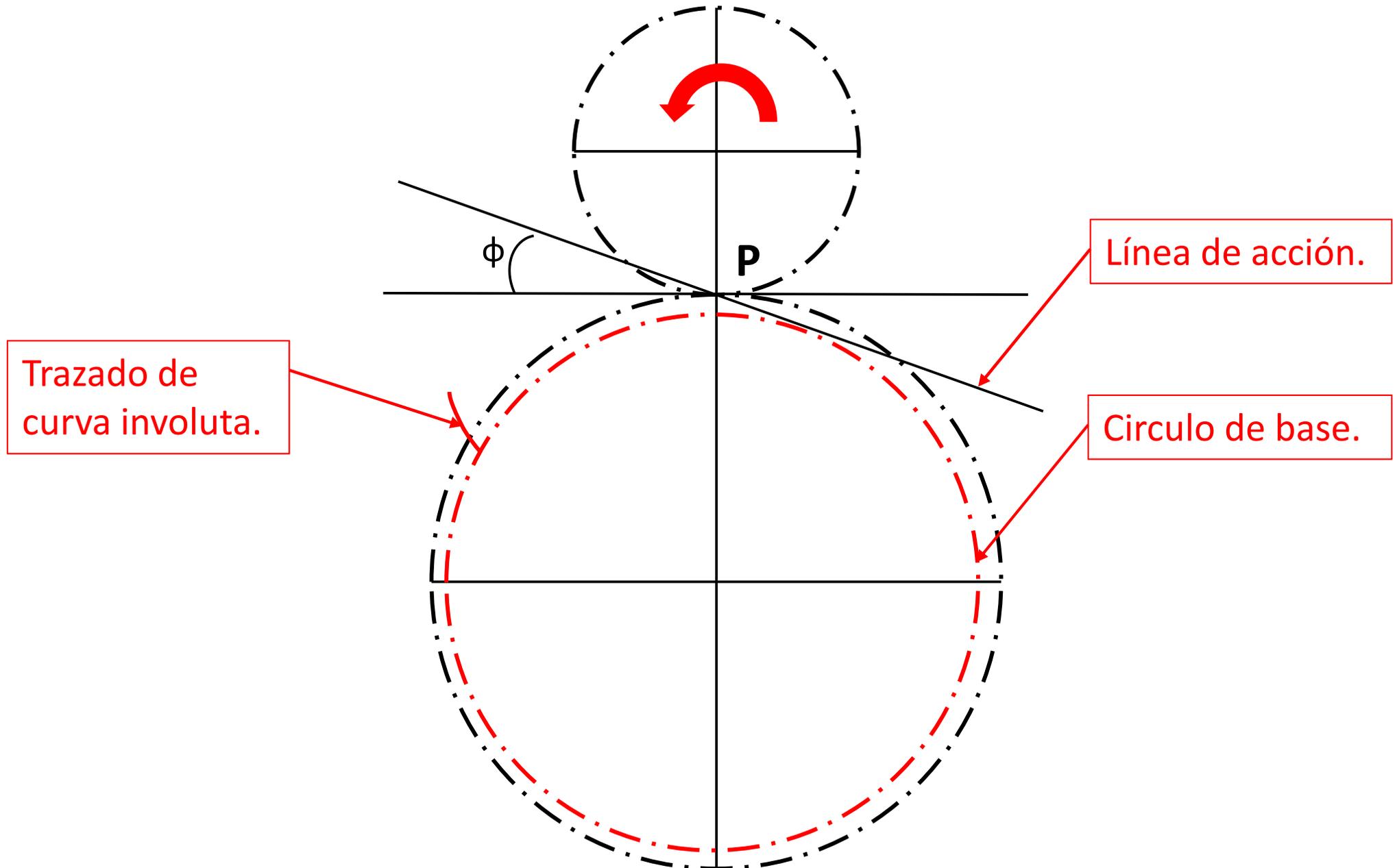
Configuración de un Engrane



$$r_b = r \cos \phi$$

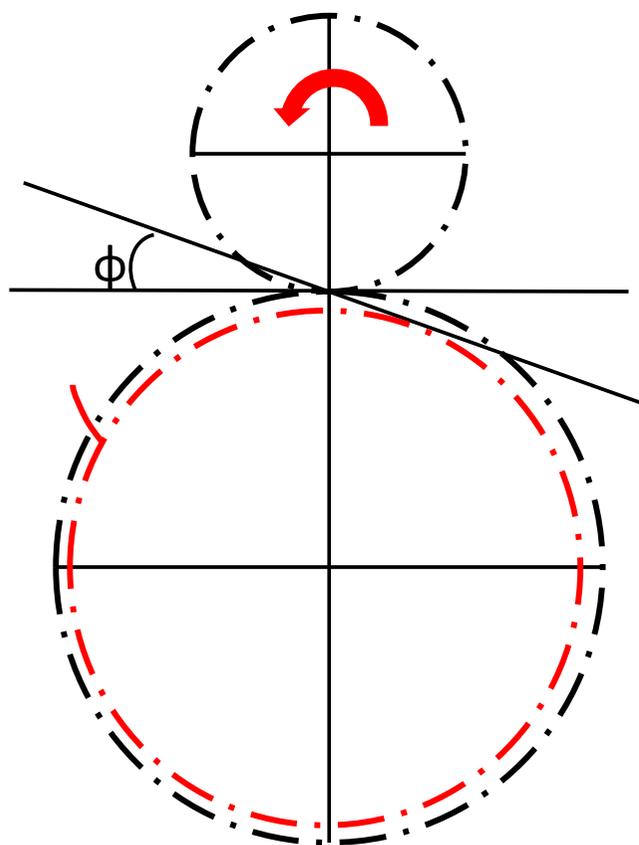
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane



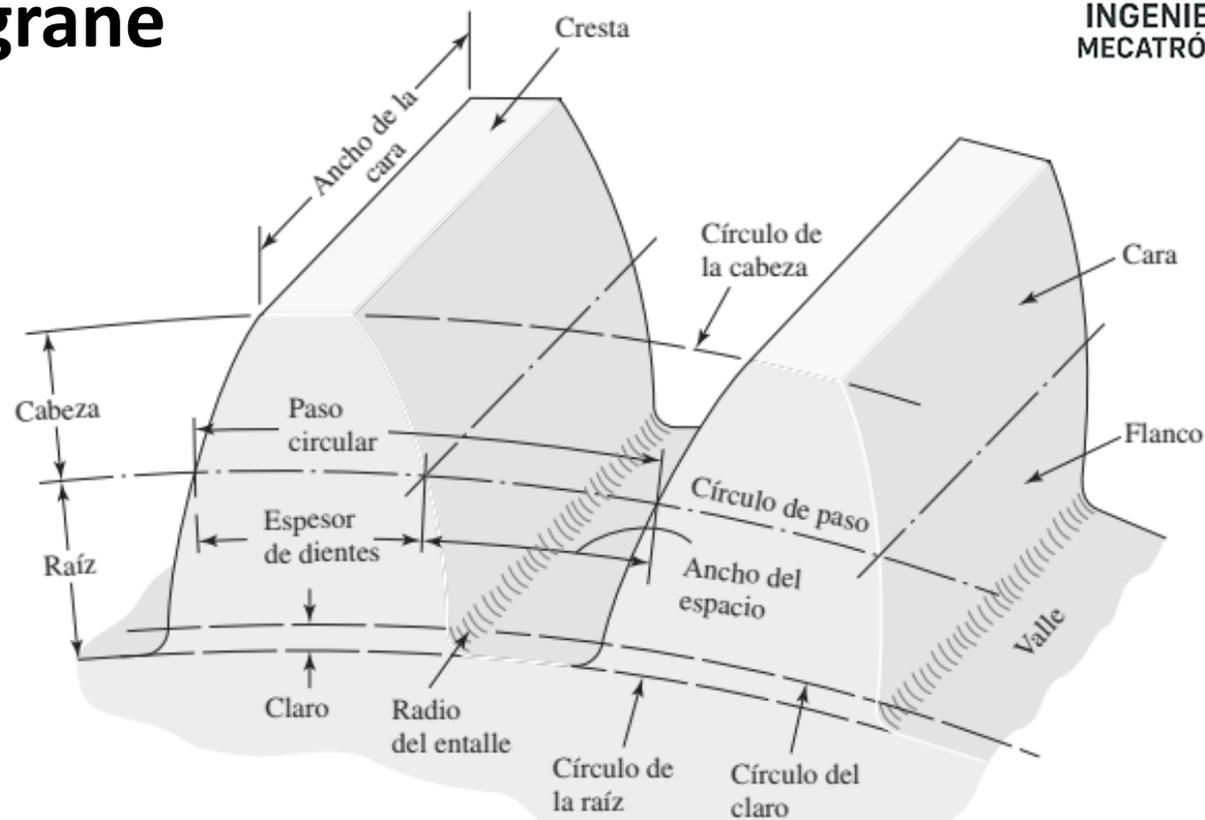
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane



Paso circular corresponde a $p = \pi / P$

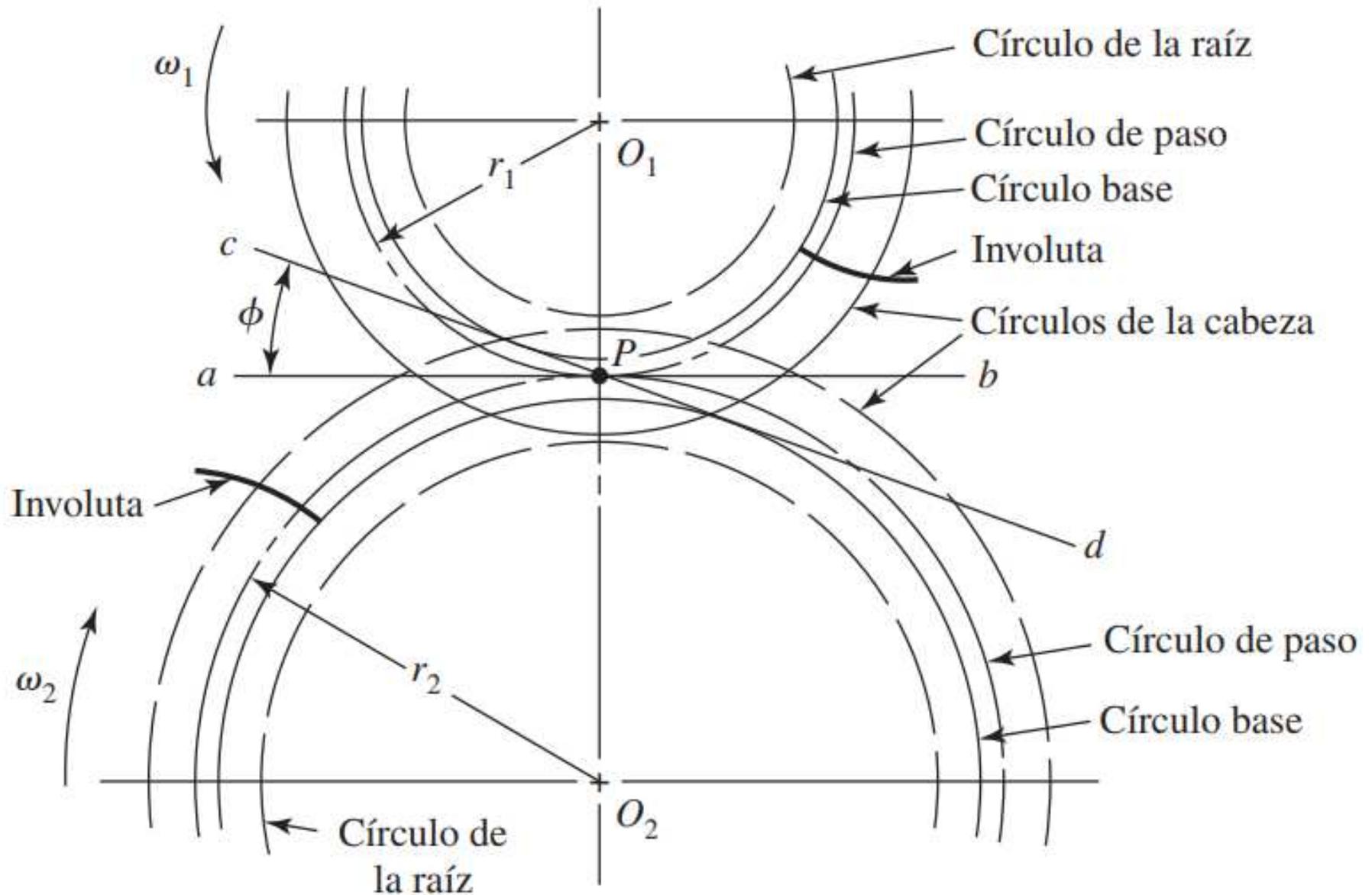
Espesor del diente es $t = p / 2$



Sistema de dientes	Ángulo de presión ϕ , grados	Cabeza (addendum) a	Raíz (dedendum) b
Profundidad total	20	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.25/P$ o bien $1.25m$
	$22\frac{1}{2}$	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.35/P$ o bien $1.35m$
			$1.25/P$ o bien $1.25m$
Dientes recortados	25	$1/P_d$ o bien $1m$	$1.35/P$ o bien $1.35m$
			$1.25/P$ o bien $1.25m$
Dientes recortados	20	$0.8/P_d$ o bien $0.8m$	$1/P$ o bien $1m$

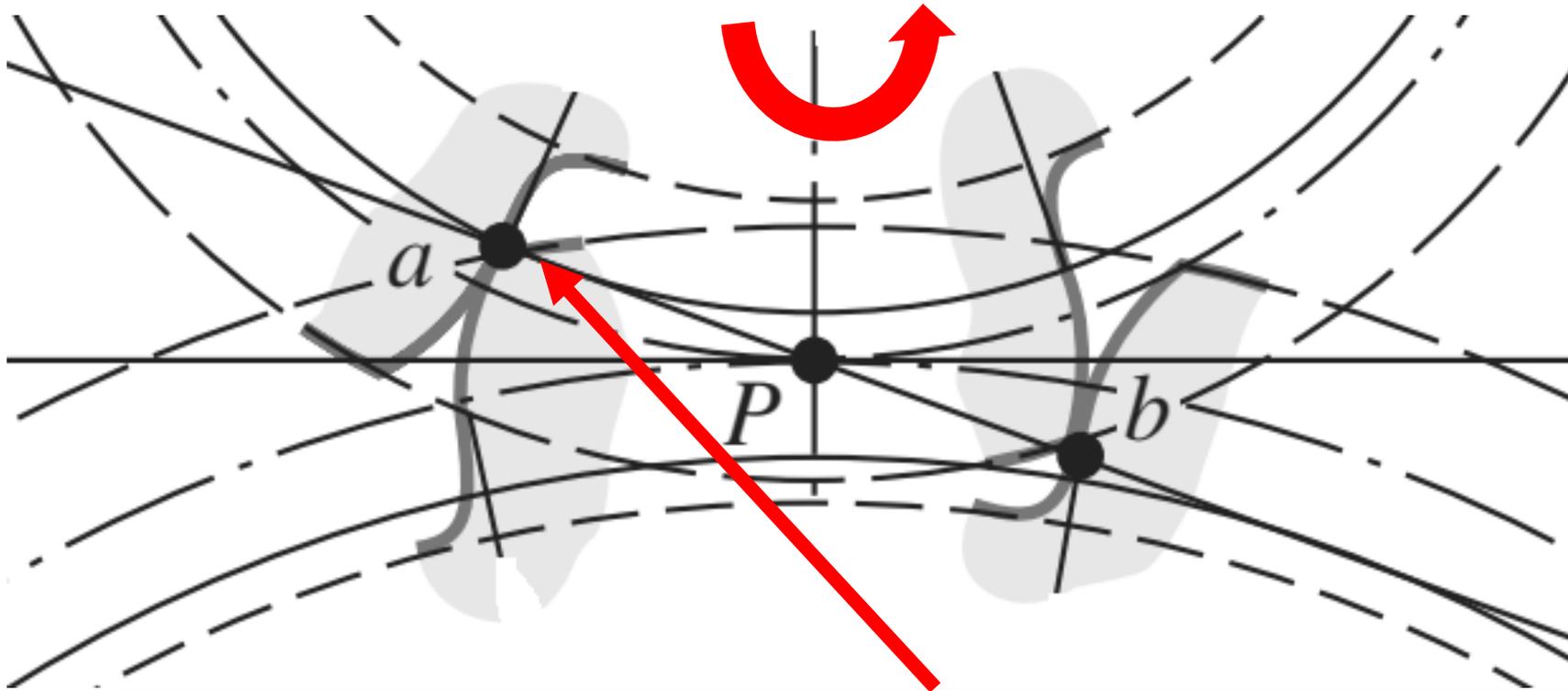
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Configuración de un Engrane



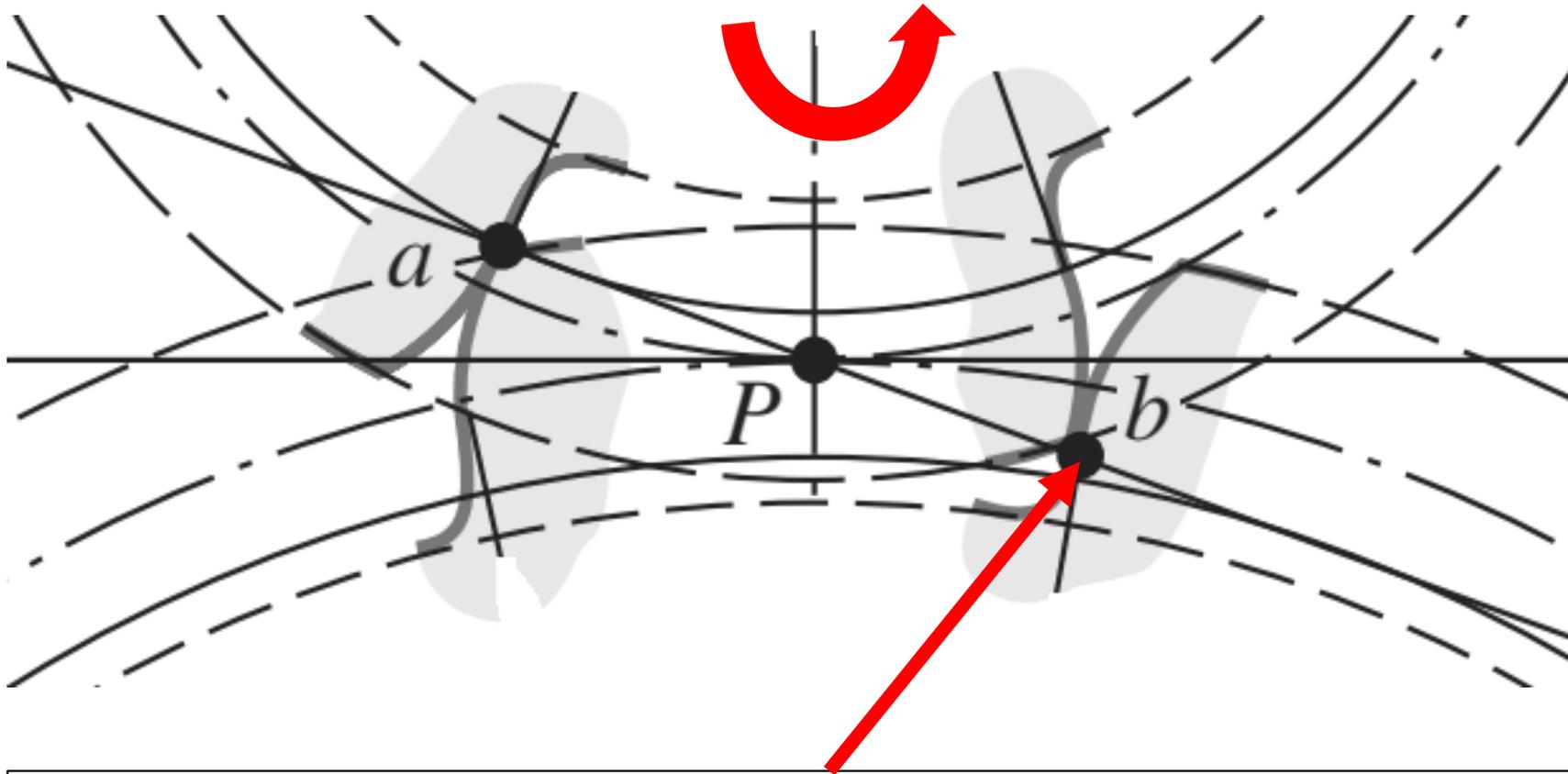
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Relación de Contacto



El contacto inicial tendrá lugar cuando el flanco del impulsor esté en contacto con la punta del diente impulsado, lo que ocurre **en el punto a** donde el círculo de la cabeza del engrane impulsado cruza la línea de presión.

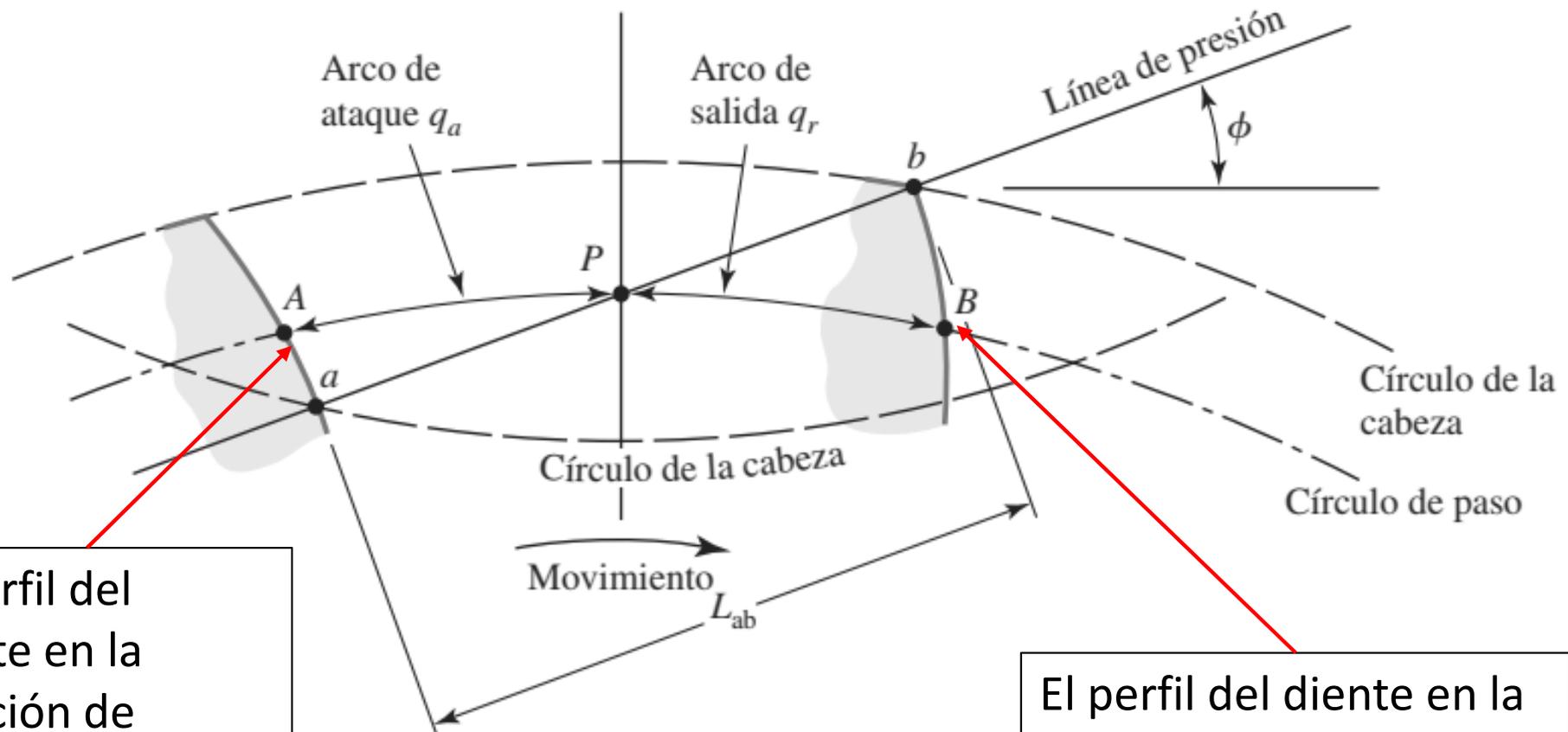
Relación de Contacto



Por lo tanto, el punto de contacto final se ubica donde el círculo de la cabeza del impulsor cruza la línea de presión. Éste es el **punto b**.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Relación de Contacto

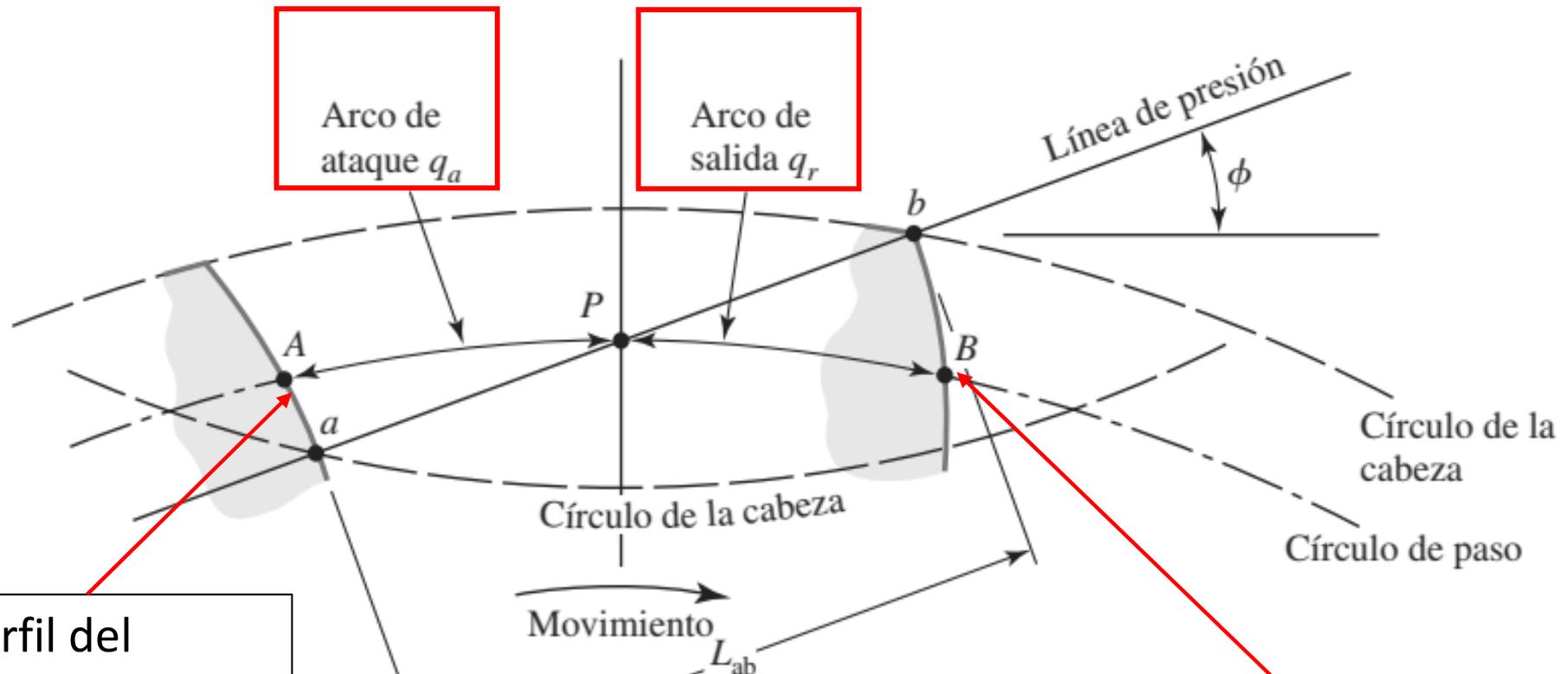


El perfil del diente en la posición de intersección **a**, intersecta el círculo de paso en **A**.

El perfil del diente en la posición de intersección **b**, intersecta el círculo de paso en **B**.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Relación de Contacto

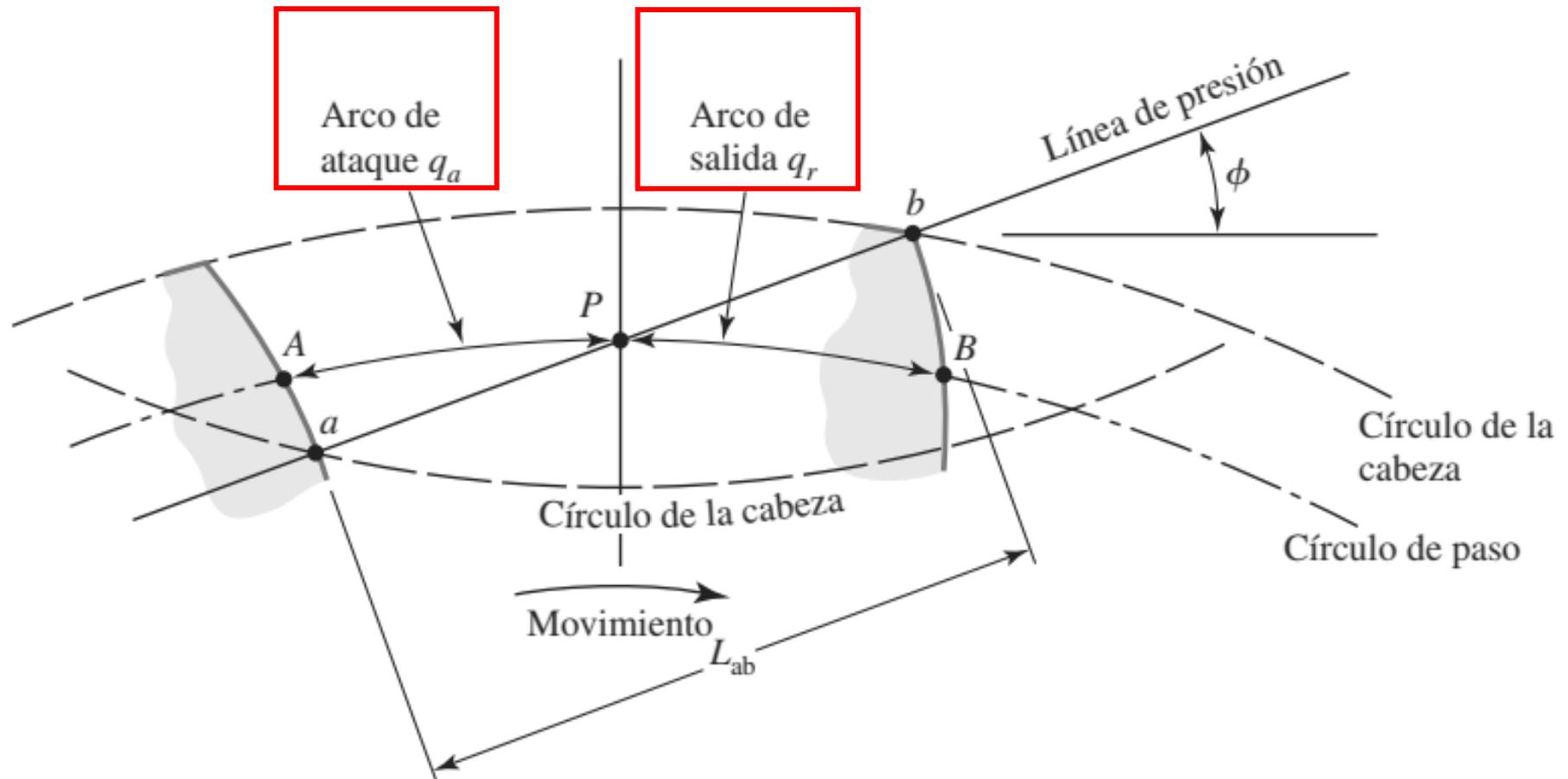


El perfil del diente en la posición de intersección **a**, intersecta el círculo de paso en **A**.

El perfil del diente en la posición de intersección **b**, intersecta el círculo de paso en **B**.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

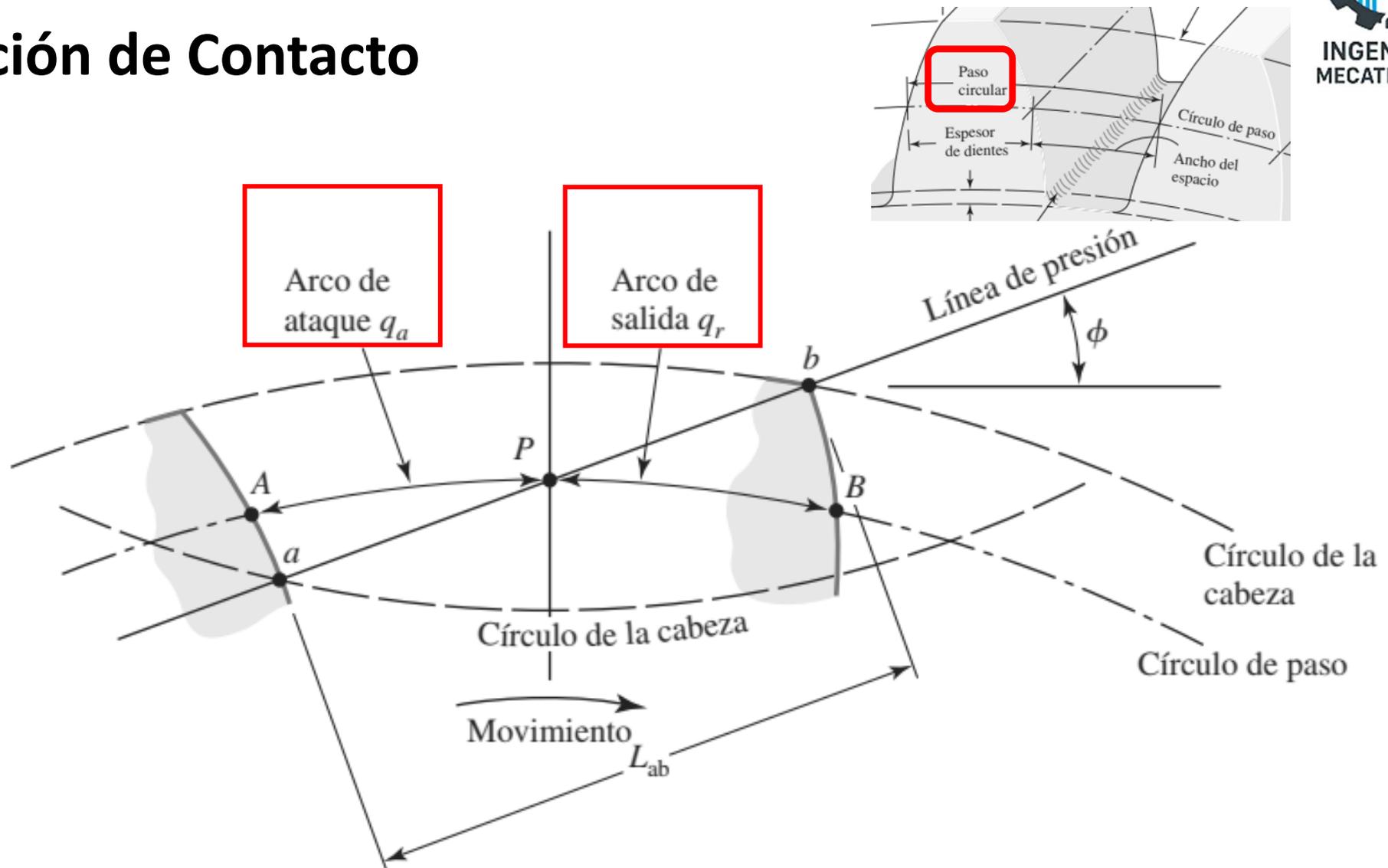
Relación de Contacto



Arco de ataque q_a + Arco de salida q_r = Arco de acción q_t

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

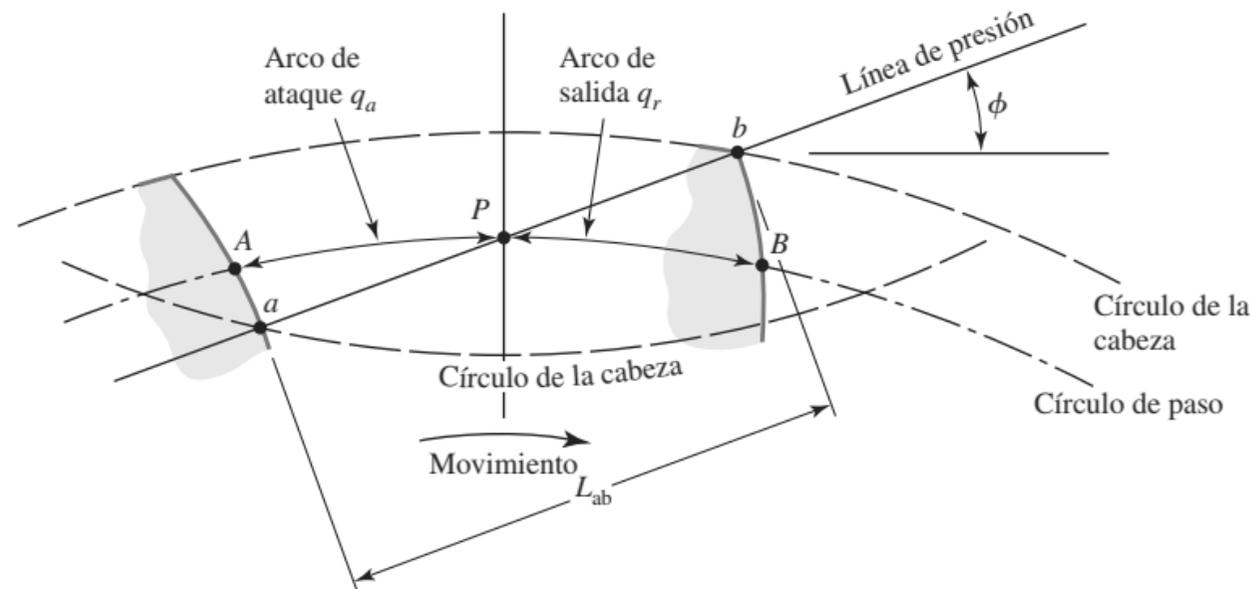
Relación de Contacto



Si $q_t = p$ (paso circular) = habrá solamente un par de diente en contacto

Si $q_t > p$ (paso circular) = habrá más de un par de diente en contacto

Relación de Contacto

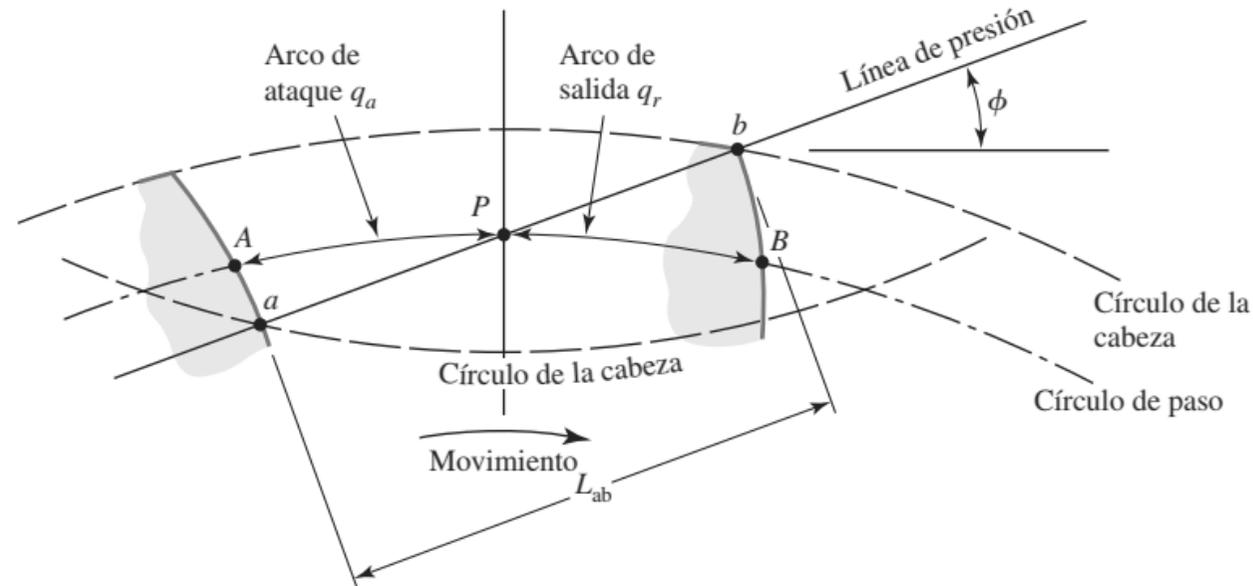


Relación de contacto
$$m_c = \frac{q_t}{p} \quad (13-8)$$

No se recomienda diseñar engranajes con **relaciones de contacto menores a 1.2**, ya que las imprecisiones de montaje pueden reducirla aún más, aumentando el riesgo de impacto entre dientes y el nivel de ruido.

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Relación de Contacto



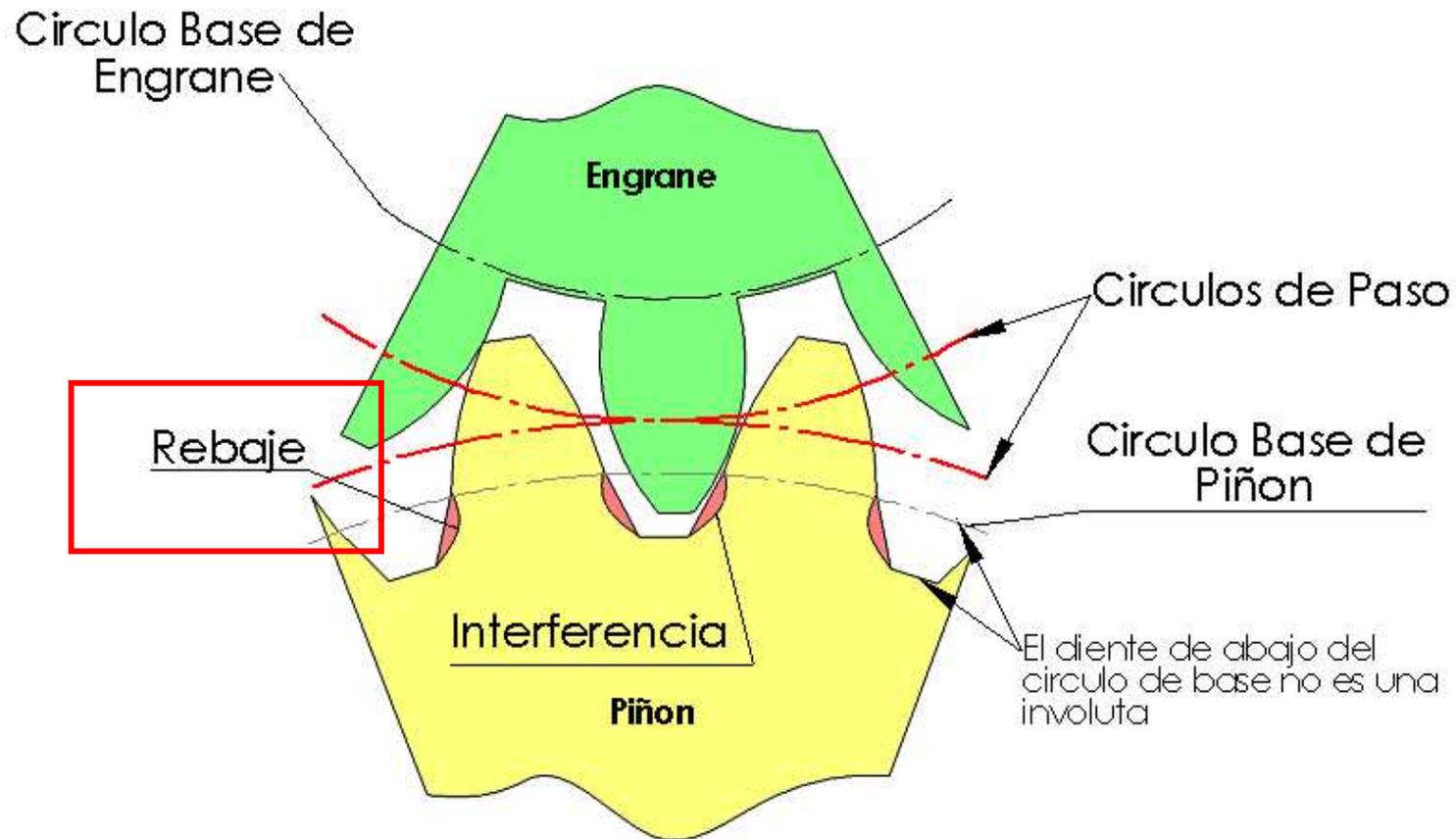
Relación de contacto

$$m_c = \frac{L_{ab}}{p \cos \phi} \quad (13-9)$$

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Interferencia

El contacto de partes de los perfiles de dientes no conjugados se llama **interferencia**. Es el contacto de la parte del perfil no envolvente del diente



El perfil envolvente de un diente inicia en la circunferencia base y va hasta la cabeza del diente

Interferencia

Cuando se produce interferencia

1. Cuando hay pocos dientes en el engranaje pequeño (piñón)

- Si el piñón tiene muy pocos dientes, el perfil del diente puede llegar a tocar la base del diente del engranaje grande

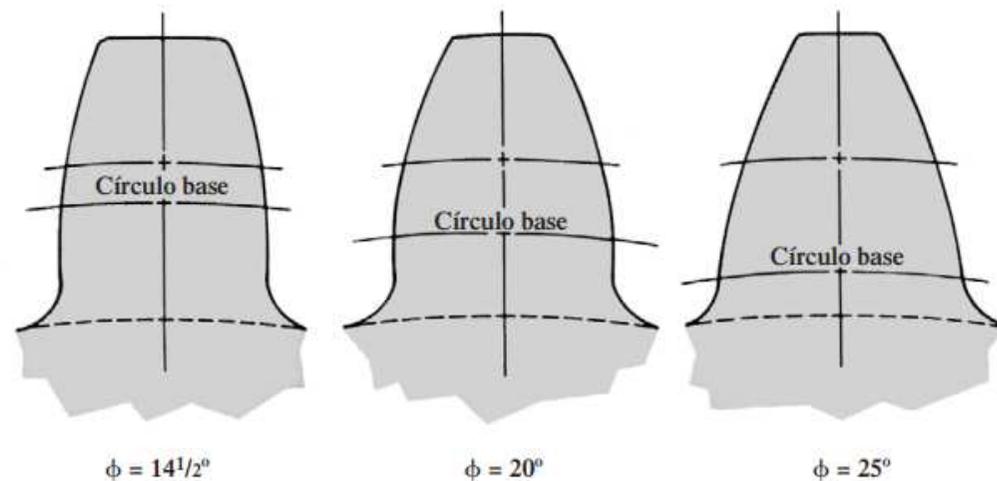
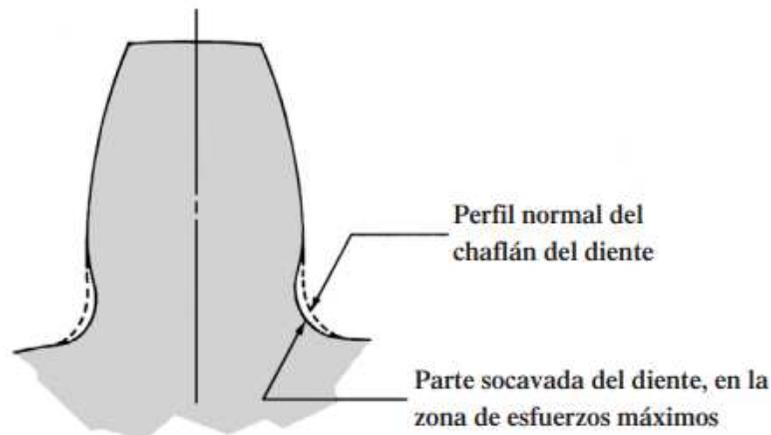
2. Cuando el centro de distancia entre engranajes es menor al necesario

- Esto fuerza un contacto más profundo entre los dientes, llevándolos fuera de la zona evolvente.

Interferencia

Como evitar la interferencia

- Aumentando el número de dientes del piñón.
- Producir los dientes de engranes mediante un proceso de generación.
- Aumentando el ángulo de presión (por ejemplo, de 20° a 25°).



Interferencia

Como evitar la interferencia

- Número de dientes.

Relación de engranes uno a uno

$$N_P = \frac{2k}{3 \operatorname{sen}^2 \phi} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 \phi} \right) \quad (13-10)$$

$k = 1$ Dientes de profundidad completa

$k = 0,8$ Dientes cortos

Interferencia

Como evitar la interferencia

- Número de dientes.

Relación de engranes mayor a uno

$$N_P = \frac{2k}{(1 + 2m) \operatorname{sen}^2 \phi} \left(m + \sqrt{m^2 + (1 + 2m) \operatorname{sen}^2 \phi} \right) \quad (13-11)$$

$$N_G = \frac{N_P^2 \operatorname{sen}^2 \phi - 4k^2}{4k - 2N_P \operatorname{sen}^2 \phi} \quad (13-12)$$

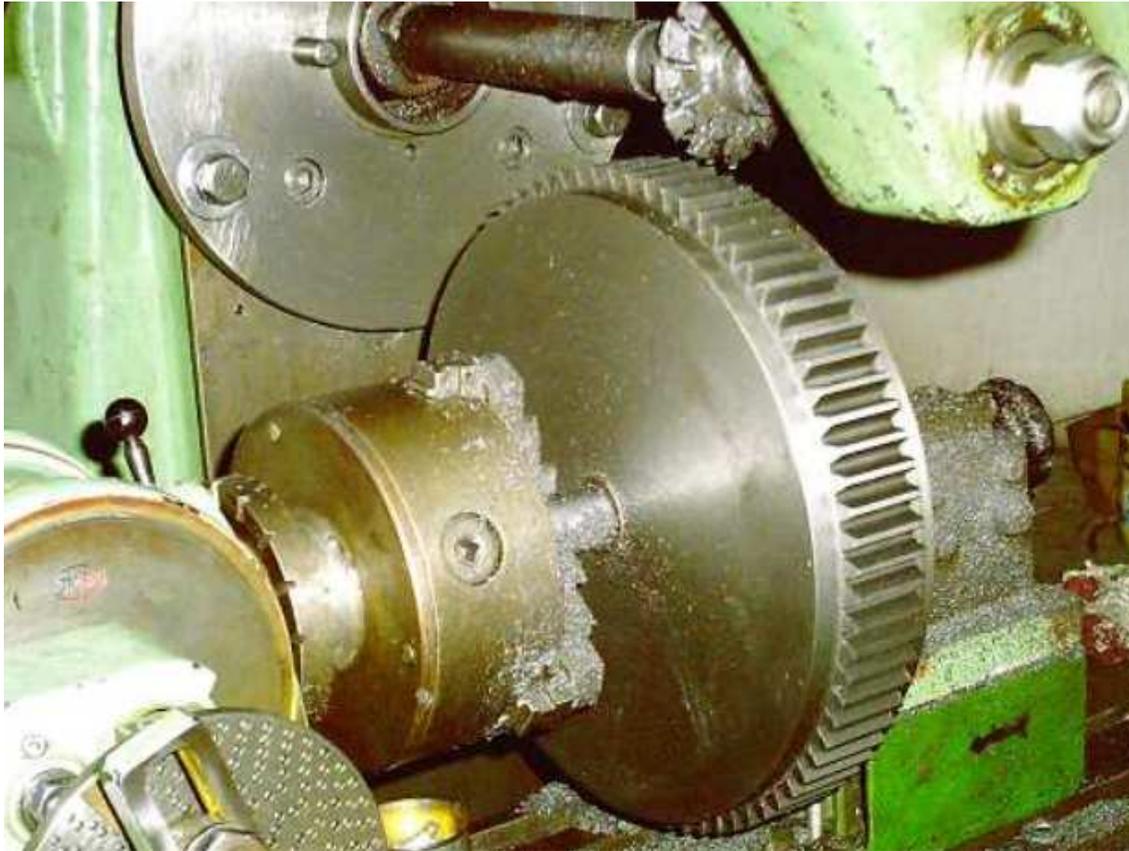
$$m = \frac{N_G}{N_P}$$

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas

- Fundición (arena, moldeo de cascara, centrifuga, etc.)
- Pulvimetalurgia .
- Extrusión.
- Corte formador.
- Corte generador.

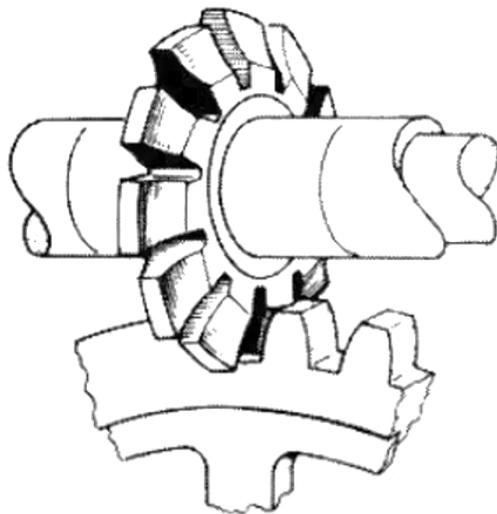
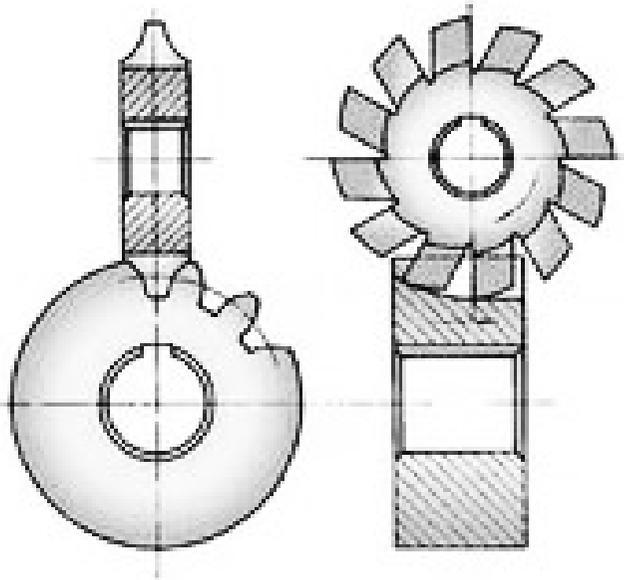
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Formación)



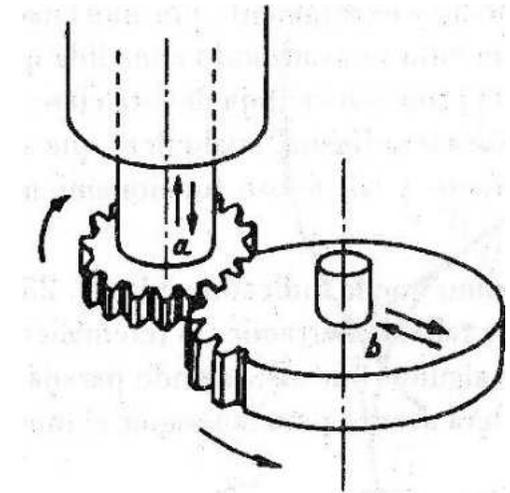
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas



Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Generación)

Cortadora por Piñón Fellows



talladora de engranajes sistema fellows

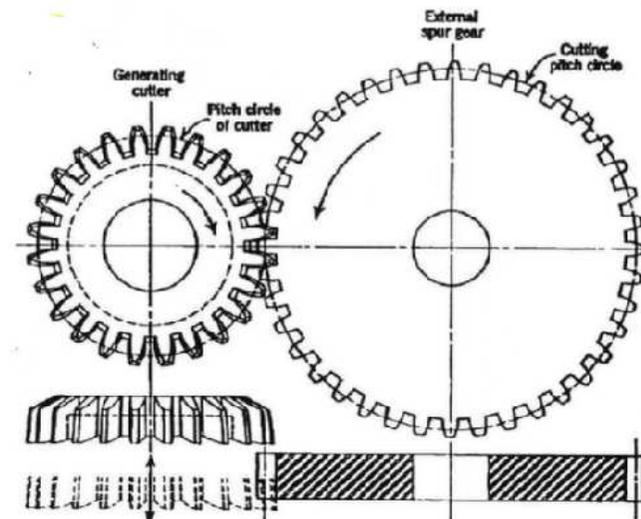
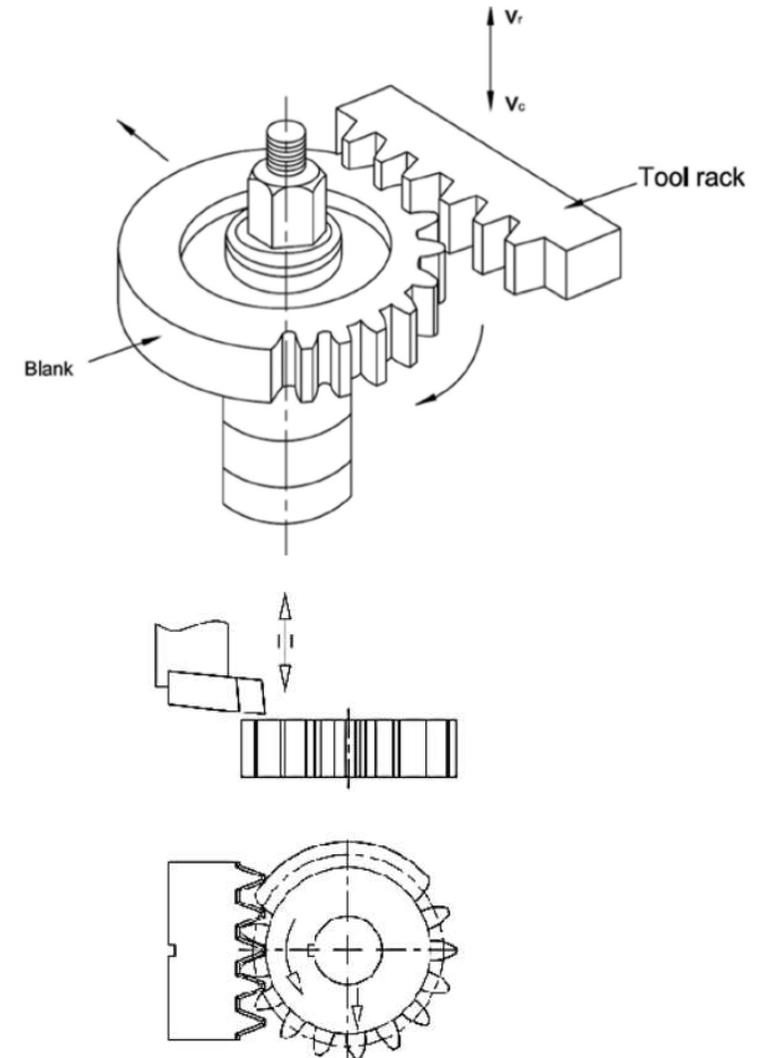


FIGURE 4.16a Fellows method of gear generating. (Courtesy of Fellows Corporation.)

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Generación)

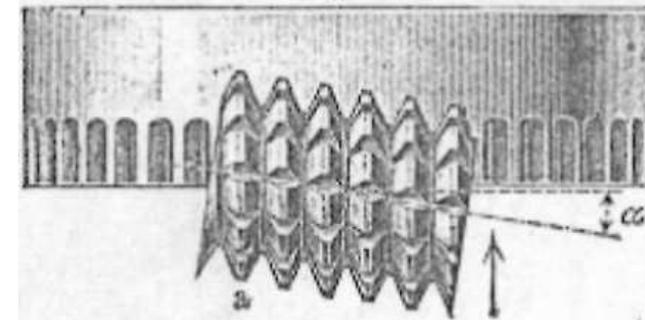
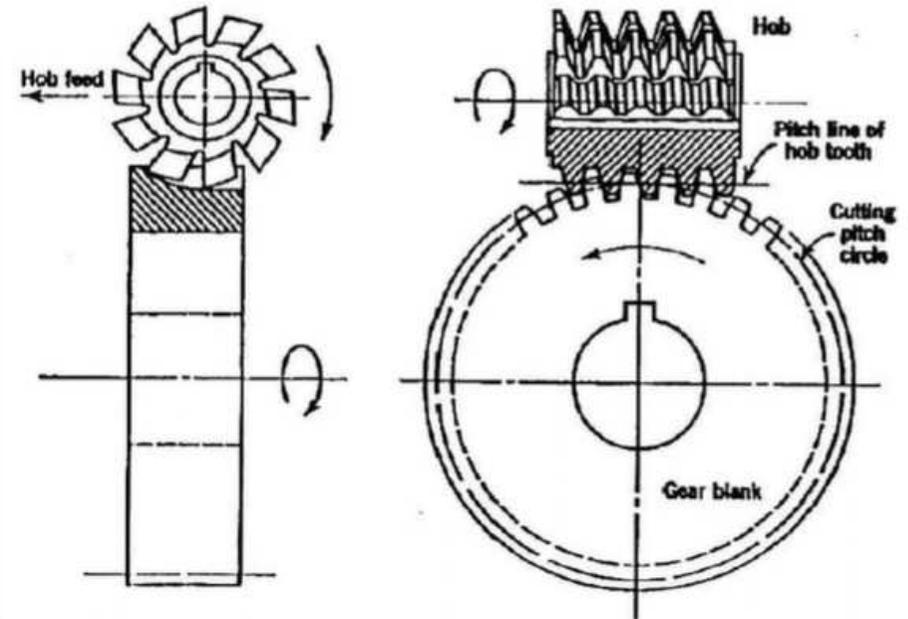
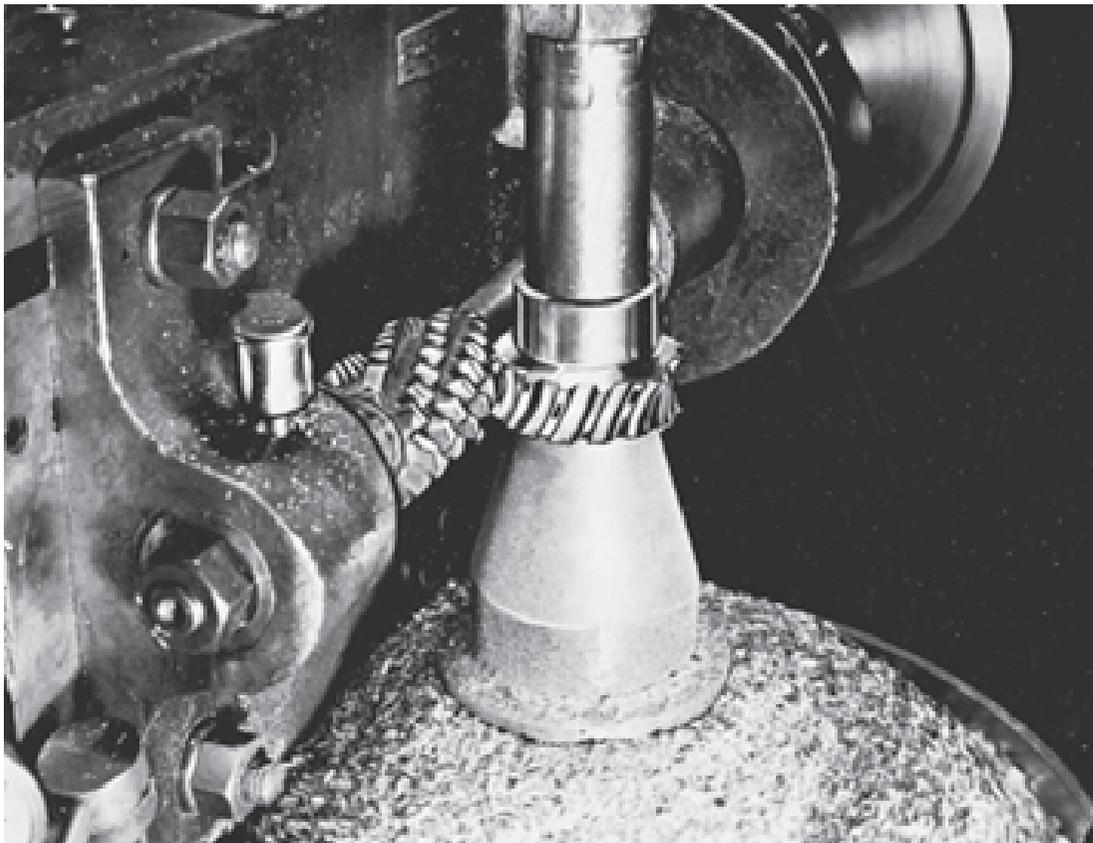
Cortadora por Piñón Maag



Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Generación)

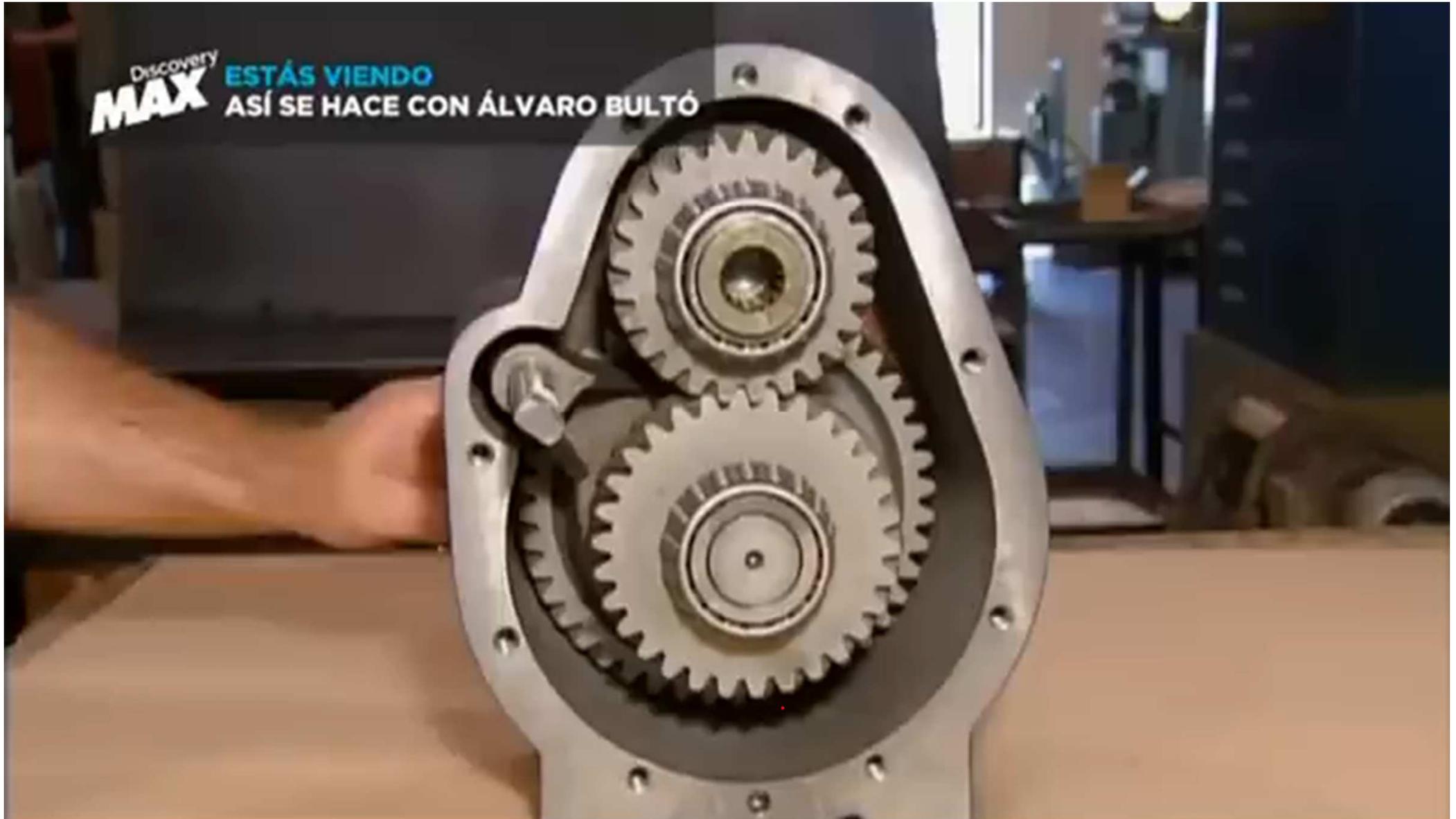
Generación con fresa madre o dentadora Pfauter



tallado de engranajes rectos

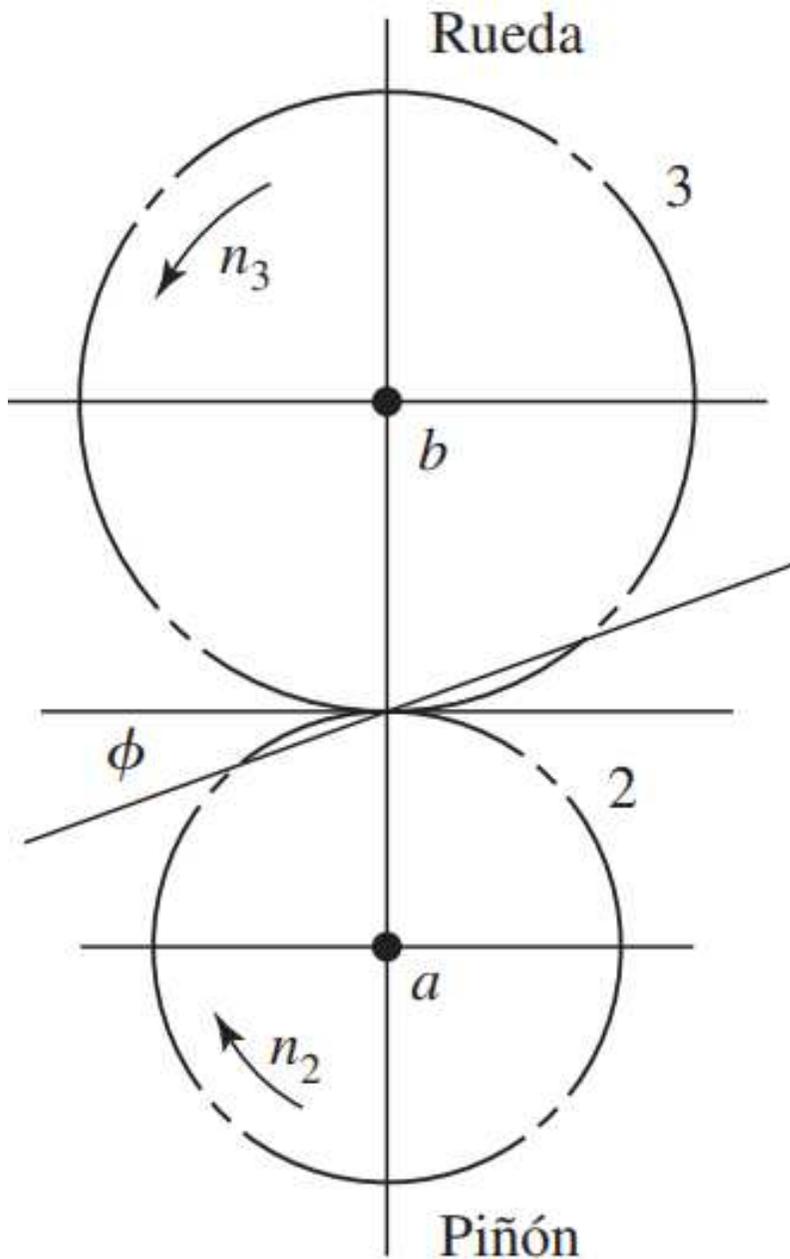
Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas



Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Análisis de Fuerzas Par de Dientes Embonados



Notación:

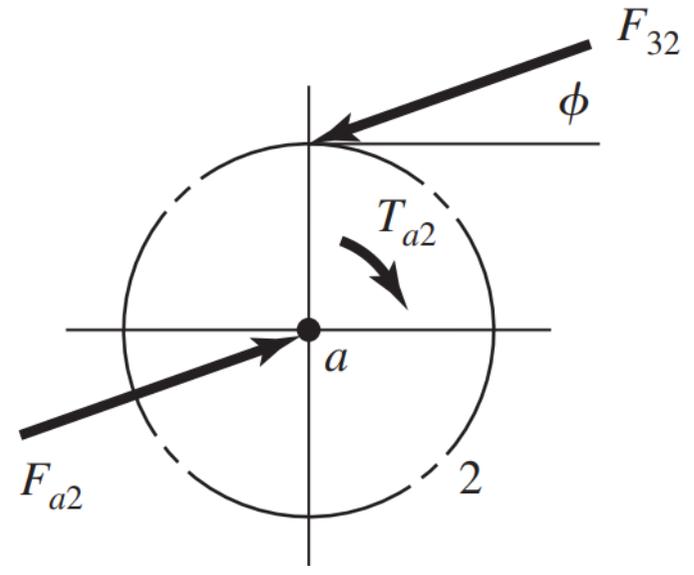
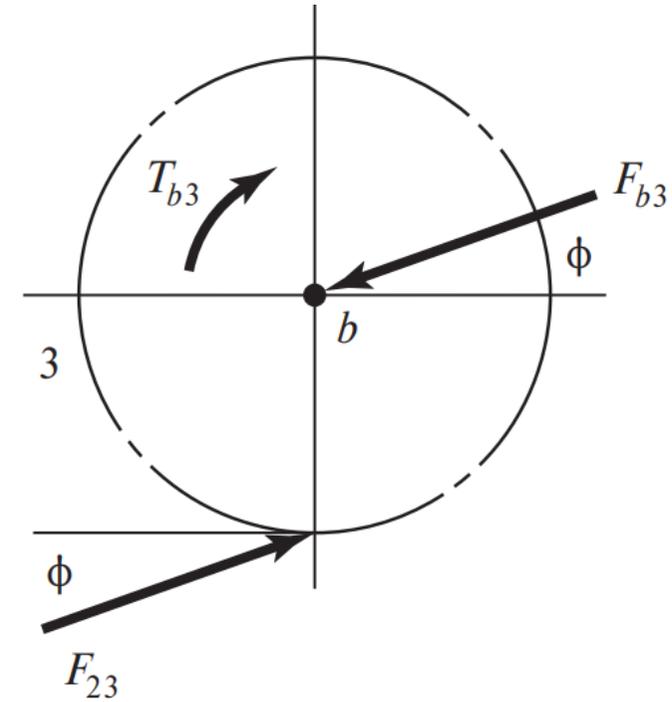
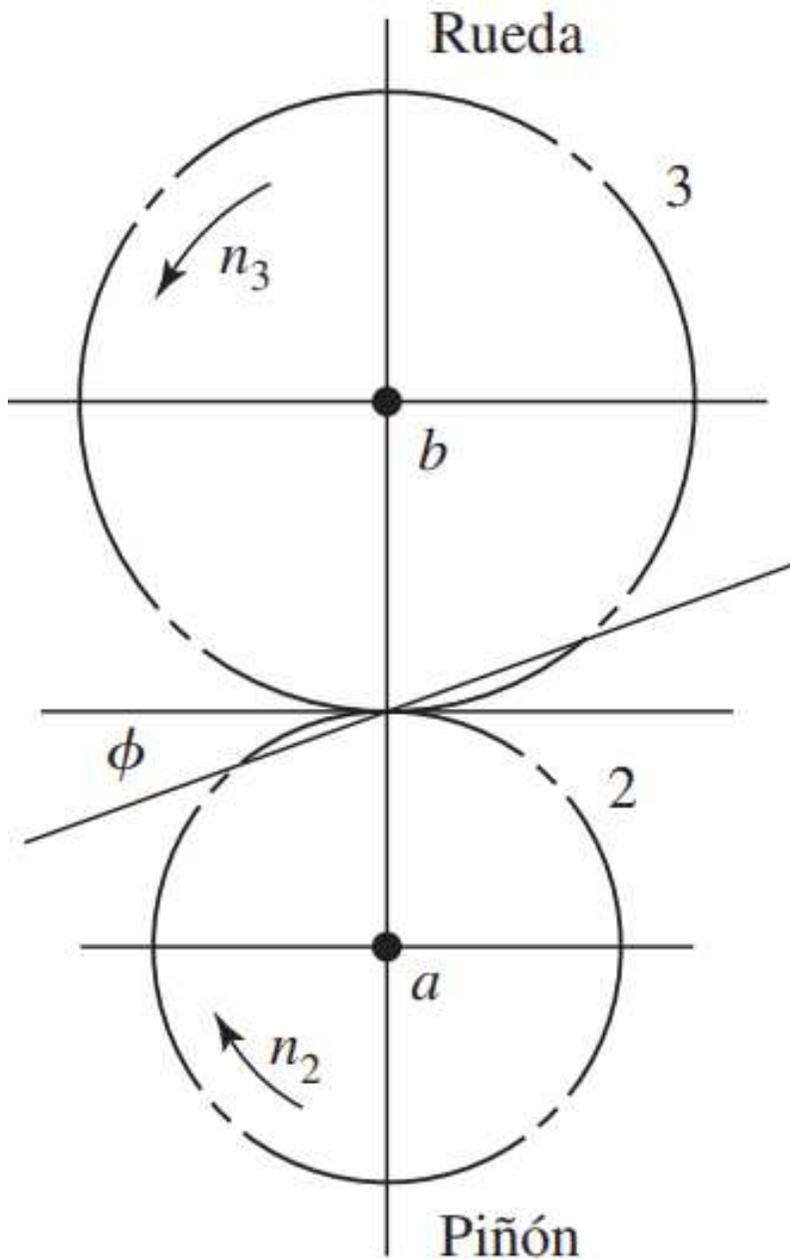
Ruedas: 2,3,4, etc.

Ejes: a,b, etc.

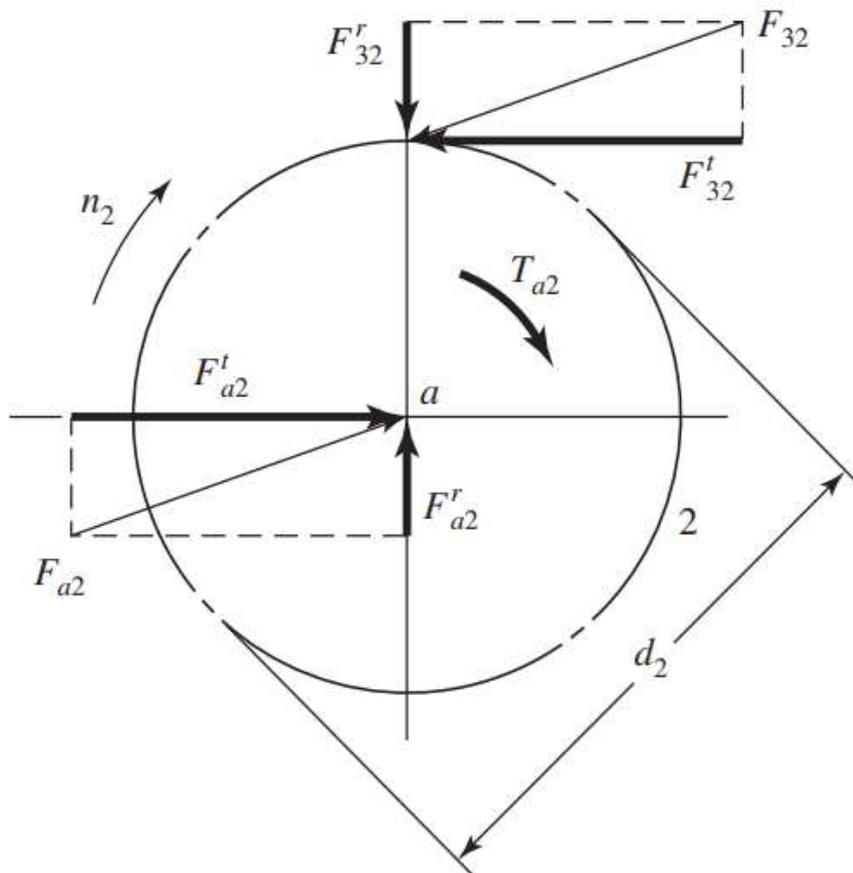
Fuerzas: F_{23} , F_{a2}

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Análisis de Fuerzas Par de Dientes Embonados



Análisis de Fuerzas Par de Dientes Embonados



$$W_t = F_{32}^t \quad (\text{Carga Transmitida})$$

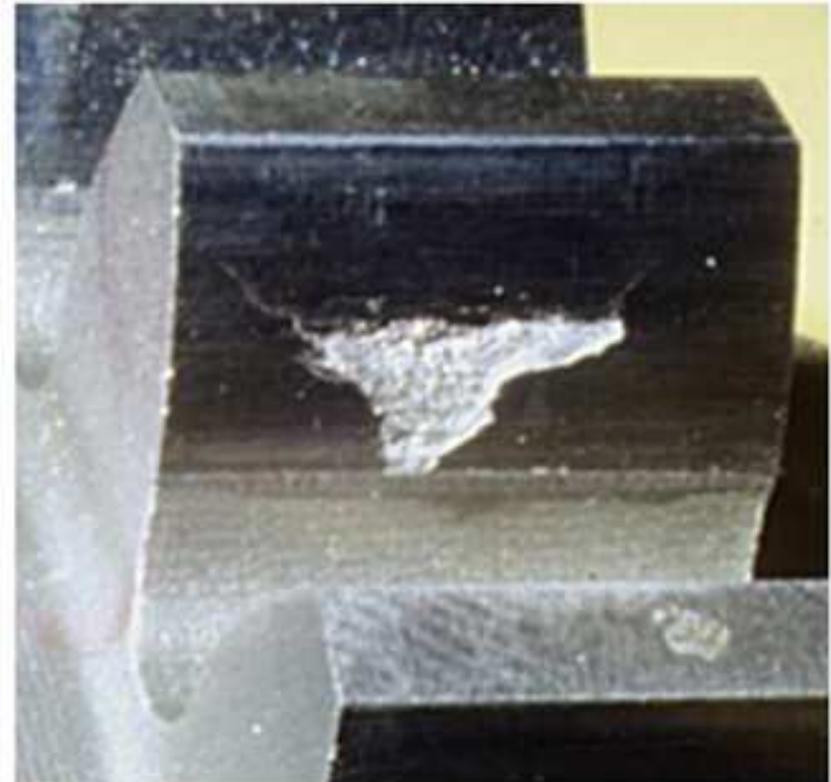
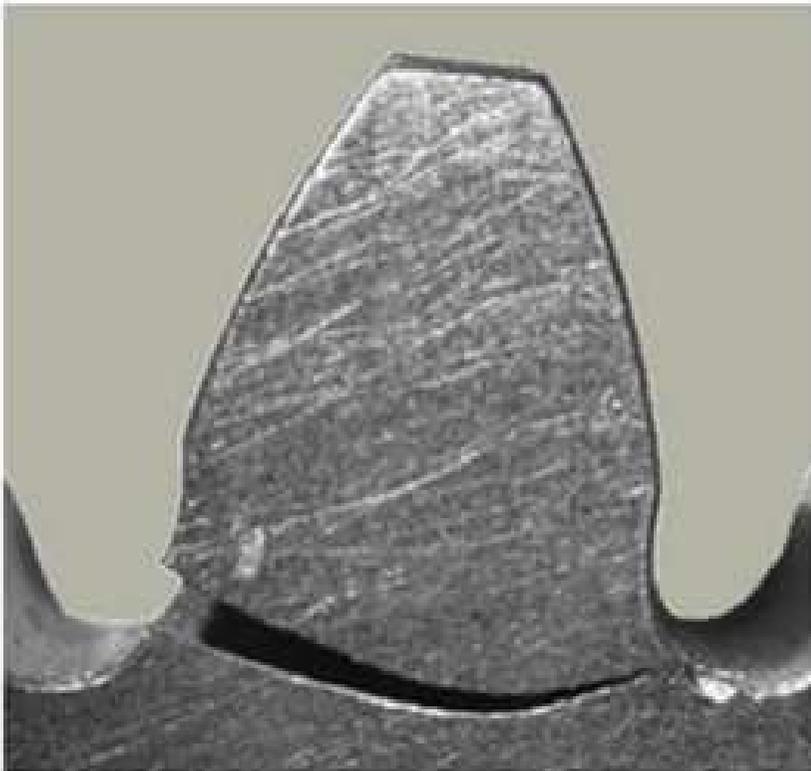
$$T = \frac{d}{2} W_t \quad (\text{Par de Torsión})$$

$$H = T \omega = (W_t d / 2) \omega \quad (13-33)$$

$$W_t = \frac{60\,000 H}{\pi d n} \quad (13-36)$$

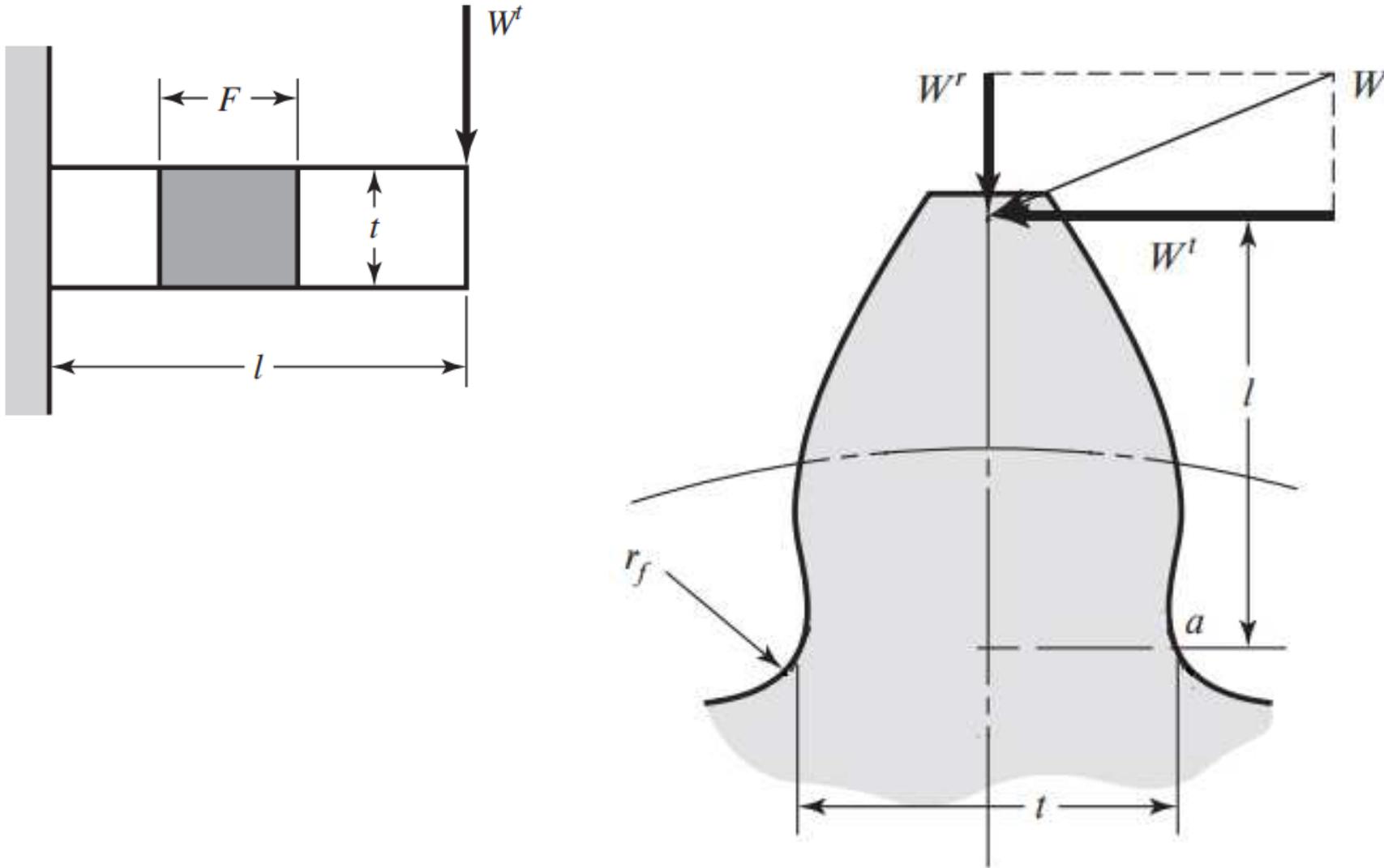
Fallas en Ruedas Dentadas

La **falla por flexión** ocurrirá cuando el esfuerzo significativo del diente es igual o excede la resistencia a la fluencia o el límite de resistencia a la fatiga por flexión. Una **falla superficial** ocurre cuando el esfuerzo significativo de contacto es igual o excede el límite de resistencia a la fatiga de la superficie.



Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Ecuación de Flexión de Lewis



Ecuación de Flexión de Lewis

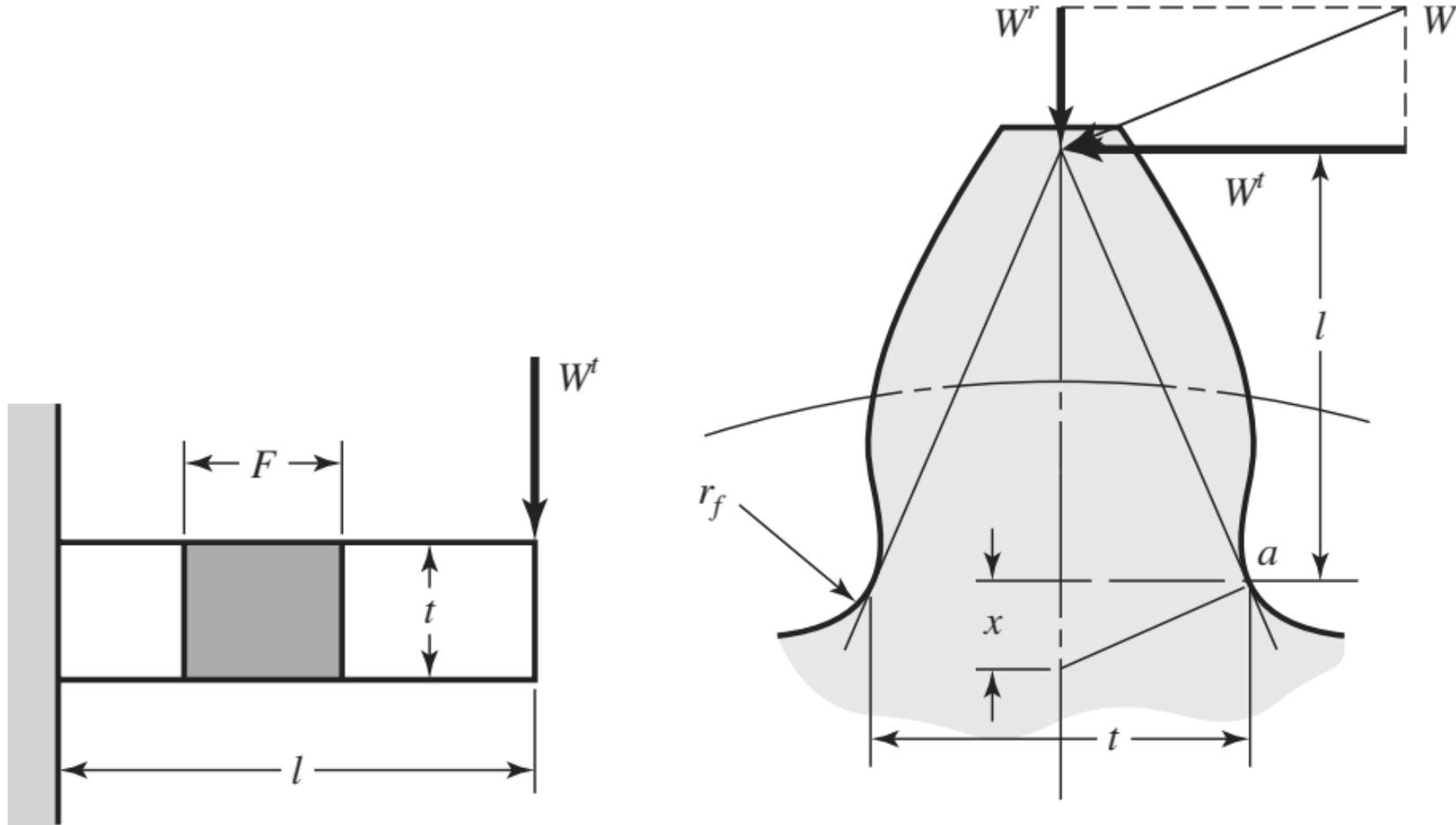
Ecuación para estimar el esfuerzo de flexión en dientes de engranes en la que interviene la forma de los mismos.

Suposiciones:

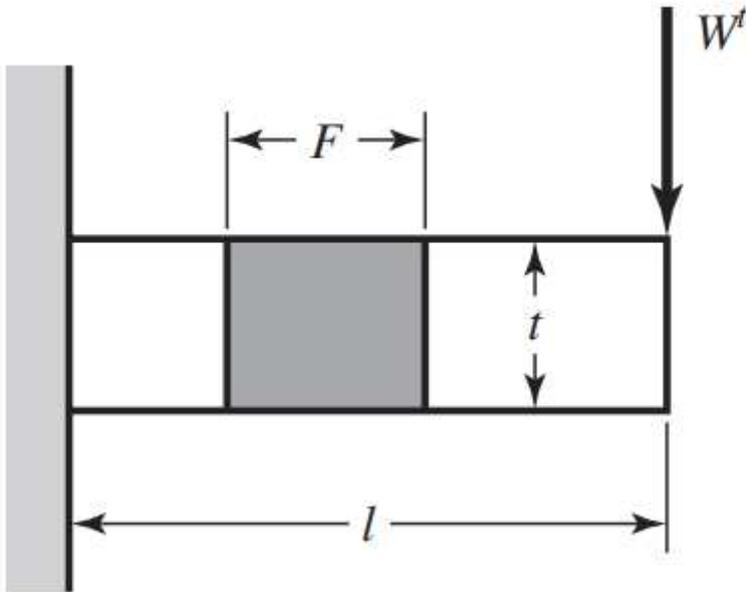
- El diente se comporta como una viga en voladizo de resistencia constante.
- El efecto de cargas radiales es despreciable.
- La carga es soportada por un solo diente.
- La carga es aplicada en el extremo del diente.
- La carga está uniformemente repartida.
- No existen concentraciones de esfuerzos.
- Las fuerzas debidas a la fricción por deslizamiento en los dientes son despreciables

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Ecuación de Flexión de Lewis



Ecuación de Flexión de Lewis



$$\sigma = \frac{M \times c}{I}$$

$$M = W_t \times l$$

$$c = \frac{t}{2}$$

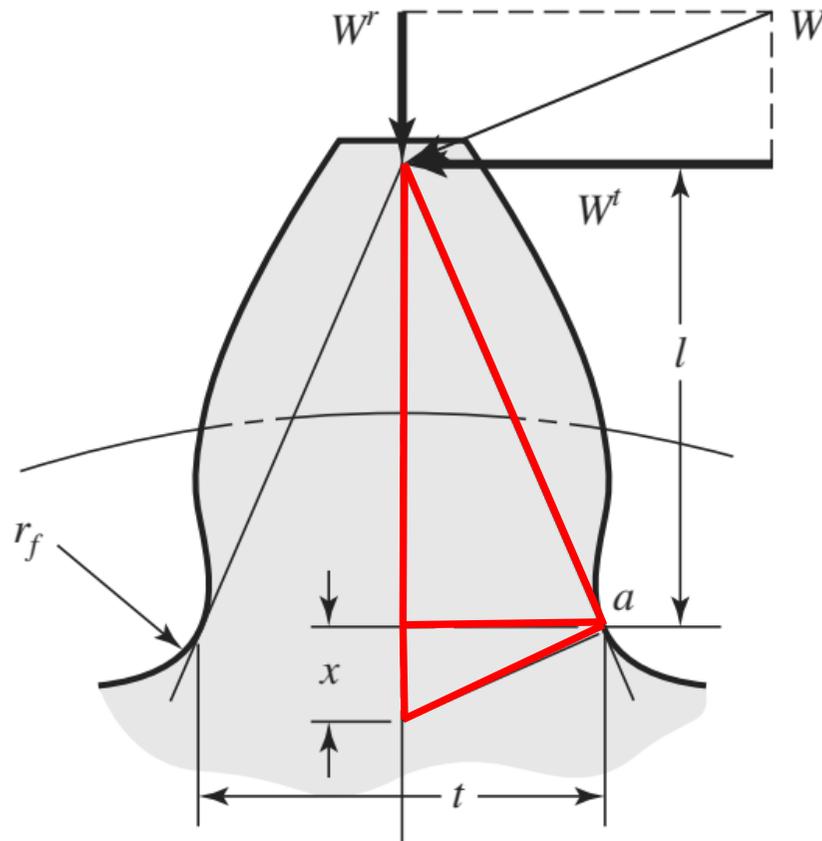
$$I = \frac{1}{12} \times F \times t^3$$

$$\sigma = \frac{M \times c}{I} = \frac{W_t \times l \times \frac{t}{2}}{\frac{1}{12} \times F \times t^3} = \frac{6 \times W_t \times l}{F \times t^2}$$

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Ecuación de Flexión de Lewis

$$y = \frac{2x}{3p}$$



sustituir tanto a $P = \pi/p$ como a $Y = \pi y$

Factor de forma de Lewis

$$Y = \frac{2xP}{3} \quad (14-3)$$

$$\sigma = \frac{3W_t}{2Fx} \times \frac{p_c}{p_c} = \frac{W_t}{Fp_c y}$$

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY} \quad (14-2)$$

Ecuación de Flexión de Lewis

Tabla 14-2

Valores del factor de forma de Lewis Y (estos valores son para un ángulo normal de presión de 20° , dientes de altura completa y paso diametral igual a la unidad, en el plano de rotación)

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Cremallera	0.485

$$Y = \frac{2xP}{3} \quad (14-3)$$

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY} \quad (14-2)$$

Ecuación de Flexión de Lewis y Efectos dinámicos

El **efecto dinámico** se refiere al **aumento de la carga efectiva** que actúa sobre los dientes de engranajes cuando están en movimiento, en comparación con la carga estática o teórica

Se produce debido a:

- Inexactitudes en el perfil de los dientes
- Error de montaje y alineación
- Velocidad de operación
- Elasticidad del sistema

Ruedas Dentadas Dientes Rectos



Ecuación de Flexión de Lewis y Efectos dinámicos

El incremento de los esfuerzos en los dientes es considerado aplicando un factor dinámico K_v en la ecuación de Lewis.

$$\sigma = \frac{K_v W^t P}{F Y} \quad (14-7)$$

$$K_v = \frac{600 + V}{600} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado})$$

$$K_v = \frac{1\,200 + V}{1\,200} \quad (\text{perfil cortado o fresado})$$

$$K_v = \frac{50 + \sqrt{V}}{50} \quad (\text{perfil generado con fresa madre o cepillado})$$

$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{V}}{78}} \quad (\text{perfil cepillado o esmerilado})$$

V es la velocidad en la línea de paso en pies por minuto

Ruedas Dentadas Dientes Rectos



Ecuación de Flexión de Lewis y Efectos dinámicos

El incremento de los esfuerzos en los dientes es considerado aplicando un factor dinámico K_v en la ecuación de Lewis.

$$\sigma = \frac{K_v W^t}{F m Y} \quad (14-8)$$

En unidades SI

$$K_v = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado})$$

$$K_v = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad (\text{perfil cortado o fresado})$$

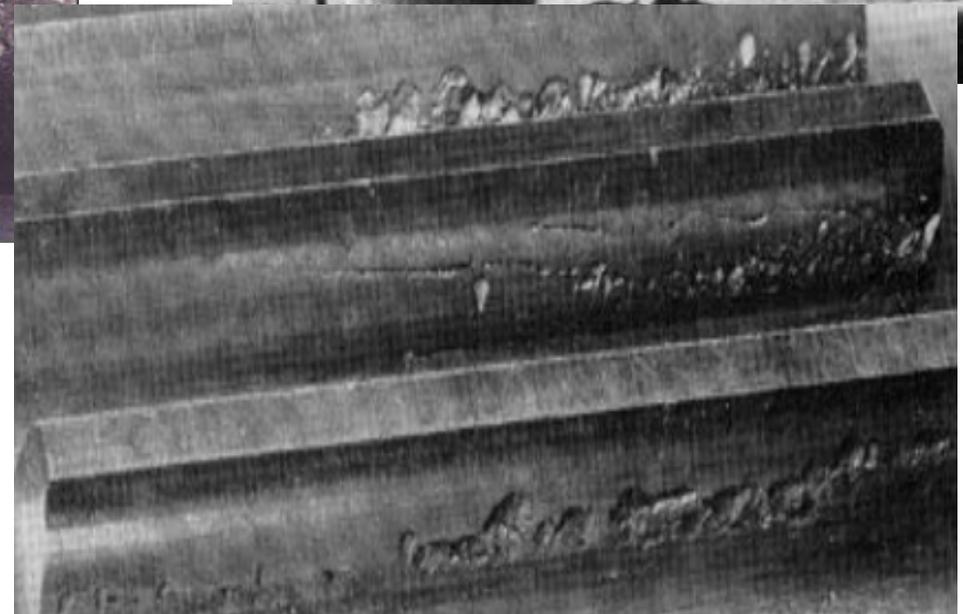
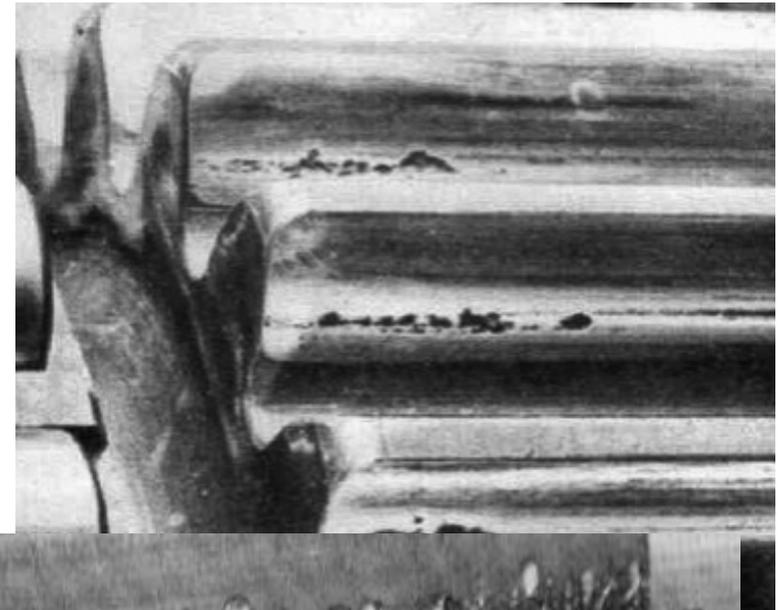
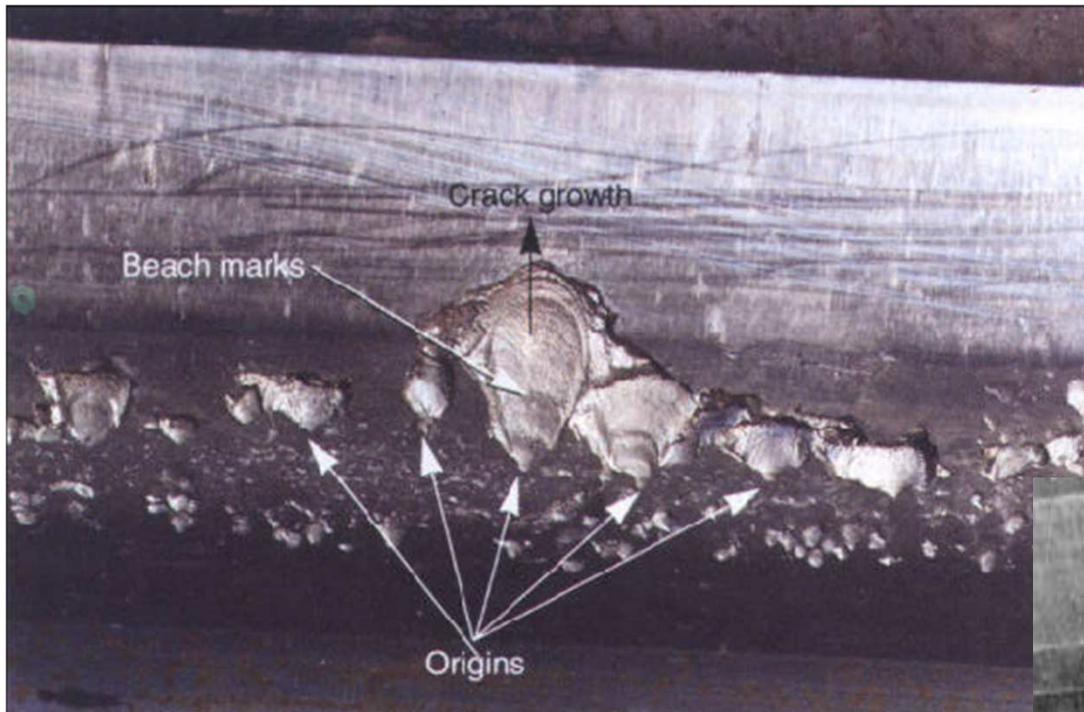
$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad (\text{perfil generado con fresa madre o cepillado})$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{V}}{5.56}} \quad (\text{perfil cepillado o esmerilado})$$

V está en metros por segundo (m/s)

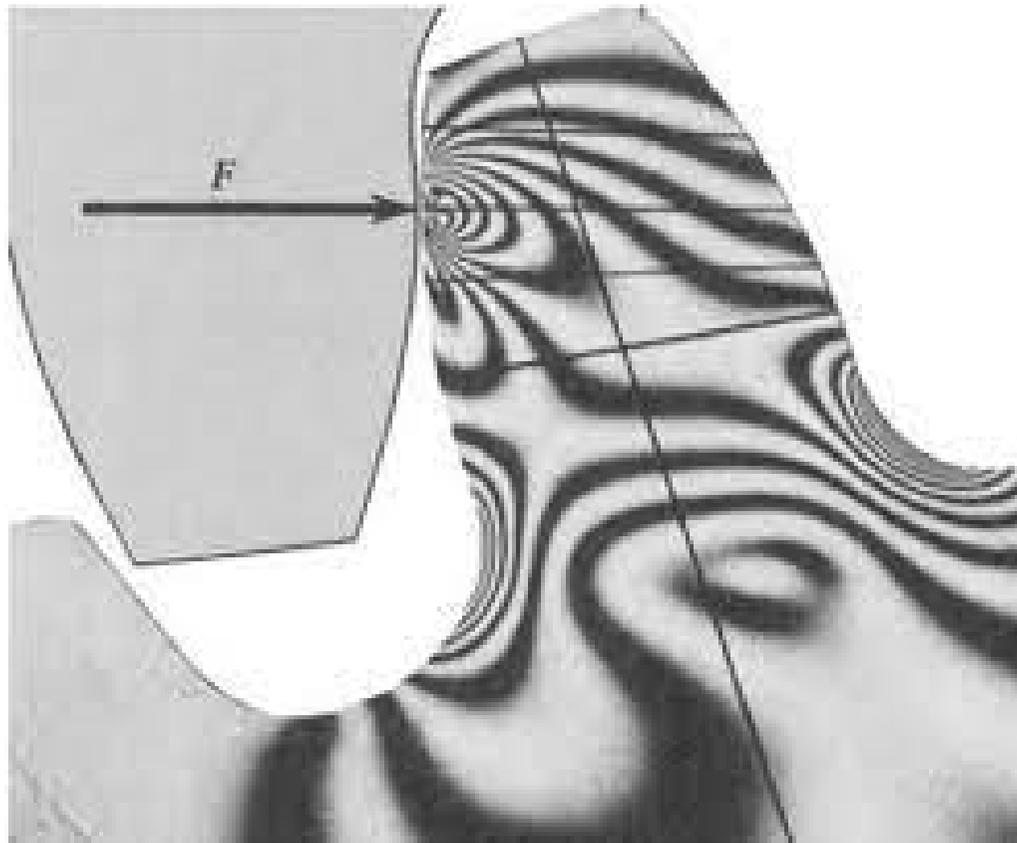
Durabilidad de la Superficie

Una picadura es una falla superficial por fatiga debida a muchas repeticiones de esfuerzo de contacto elevado.



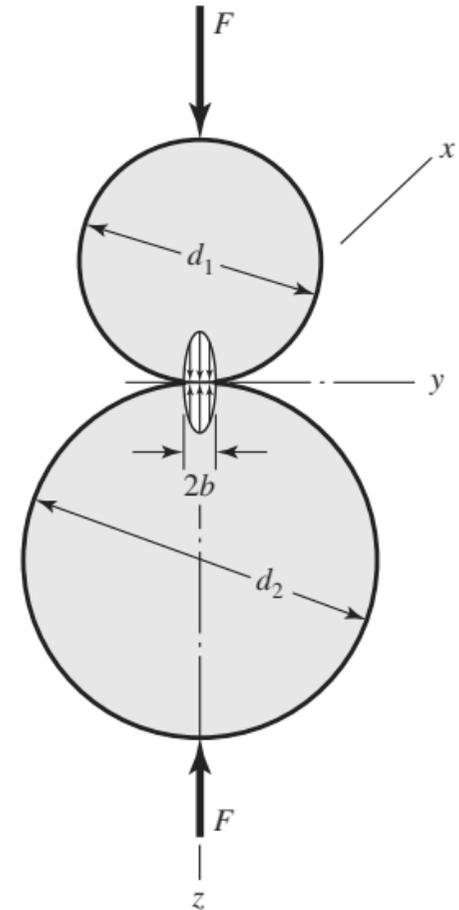
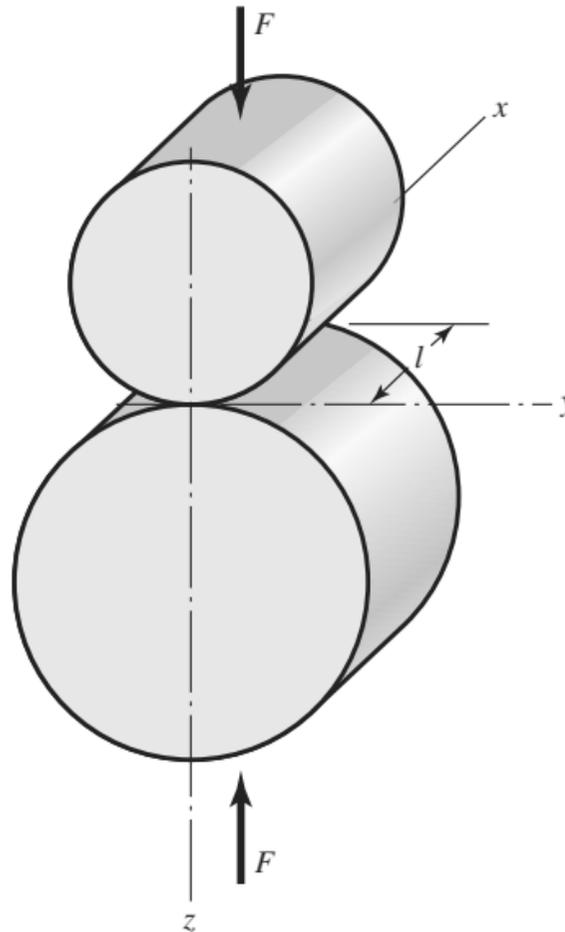
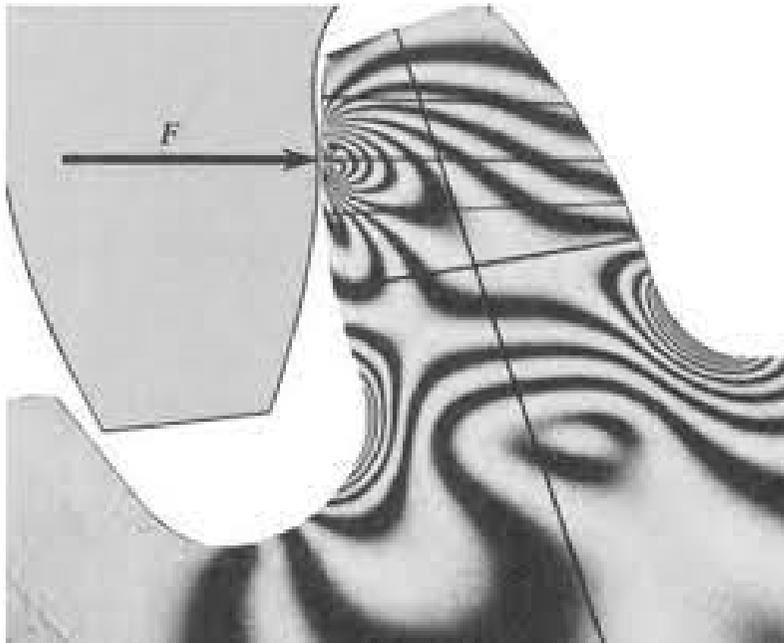
Durabilidad de la Superficie

Una picadura es una falla superficial por fatiga debida a muchas repeticiones de esfuerzo de contacto elevado.



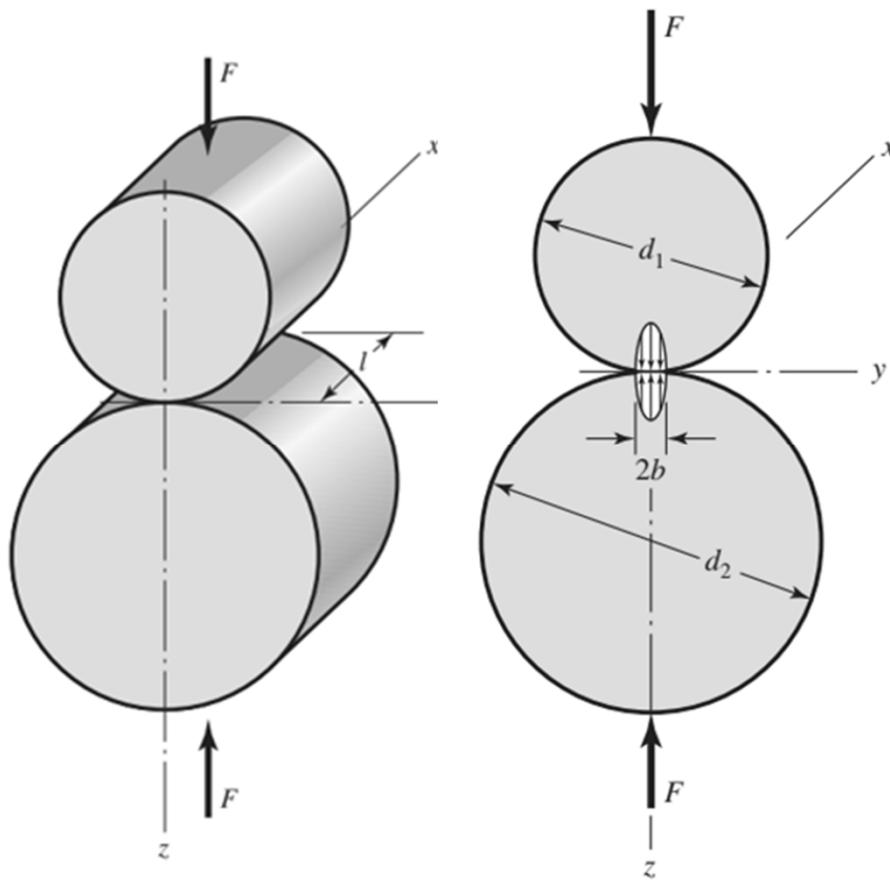
Durabilidad de la Superficie

Una picadura es una falla superficial por fatiga debida a muchas repeticiones de esfuerzo de contacto elevado.



Durabilidad de la Superficie

Una picadura es una falla superficial por fatiga debida a muchas repeticiones de esfuerzo de contacto elevado.



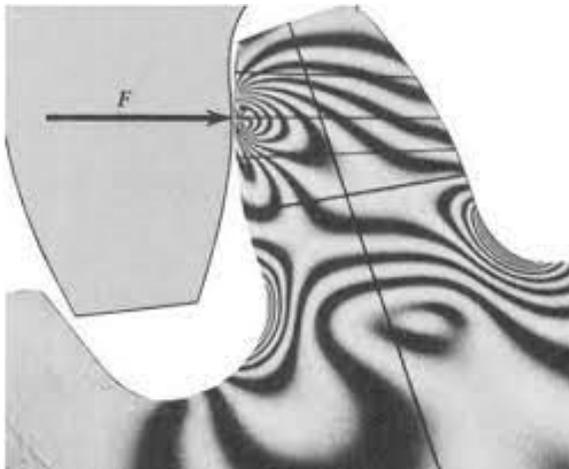
$$p_{\text{máx}} = \frac{2F}{\pi b l}$$

$$b = \left\{ \frac{2F \left[\frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} \right] + \left[\frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \right]}{\pi l \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)} \right\}^{1/2}$$

$p_{\text{máx}}$ = presión superficial máxima
 F = fuerza que presiona los dos cilindros
 l = longitud de los cilindros

Durabilidad de la Superficie

Reemplazando $p_{\text{máx}}$ por σ_c , se determina el esfuerzo de compresión en la superficie (esfuerzo hertziano)



Coeficiente elástico C_P

$$\sigma_c = -C_P \left[\frac{K_v W^t}{F \cos \phi} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right]^{1/2} \quad (14-14)$$

$$C_P = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_P^2}{E_P} + \frac{1 - \nu_G^2}{E_G} \right)} \right]^{1/2} \quad (14-13)$$

r_1 y r_2 son los valores instantáneos de los **radios de curvatura** en los perfiles de los dientes del piñón y la corona en el **punto de paso**

$$r_1 = \frac{d_P \text{ sen } \phi}{2} \quad r_2 = \frac{d_G \text{ sen } \phi}{2} \quad (14-12)$$

Método AGMA Cálculo Flexión Engranés Rectos

Ecuación
Esfuerzo
flexionante
AGMA

$$\sigma = W^t K_0 K'_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

Ec. Límite de
durabilidad
en flexión

$$\sigma_{perm} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

Factor de
seguridad
en Flexión

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

F = ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

J = factor geométrico D Rectos

P_d = paso diametral

K_0 = Factor carga

K'_v = Factor velocidad

K_s = Factor Tamaño

K_m = factor distribución carga

K_B = factor espesor aro

Ruedas Dentadas Dientes Rectos

Método AGMA Cálculo Desgaste Engranajes Rectos

Ecuación del
Esfuerzo de
contacto
AGMA

$$\sigma_c = C_p \sqrt{W^t K_o K_v K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I}}$$

Límite de
durabilidad
por contacto
AGMA

$$\sigma_{c,perm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Factor de
seguridad
al desgaste

$$S_H = \frac{S_c Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

F = ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

J = factor geométrico DRectos

P_d = paso diametral

K_o = Factor sobrecarga

K'_v = Factor velocidad

K_s = Factor Tamaño

K_m = factor distribución carga

C_p = coeficiente elástico

C_f = coeficiente acabado superficie

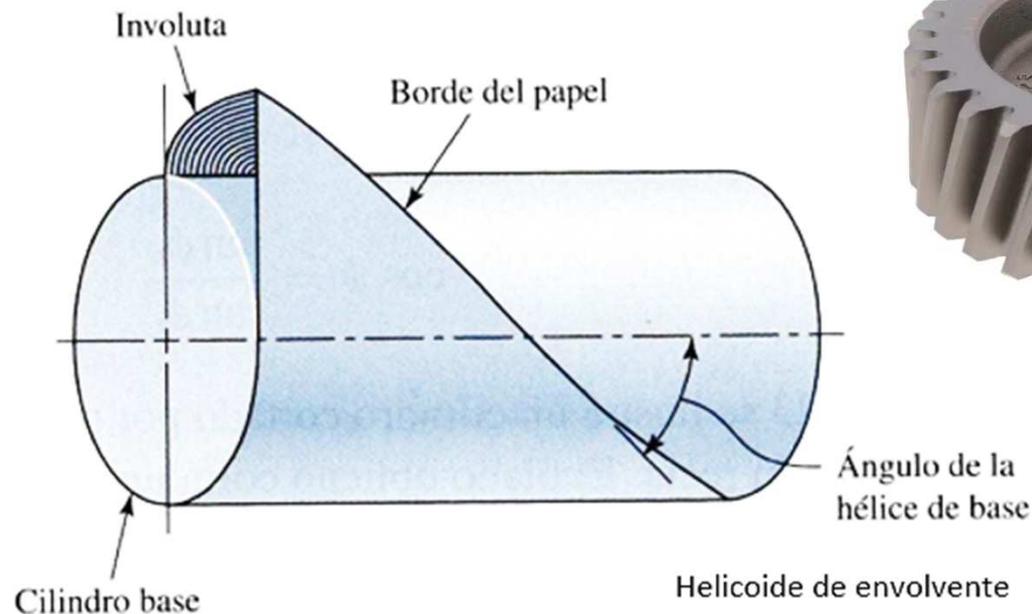
I = factor geométrico

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Los engranajes helicoidales son un tipo de engranaje cilíndrico cuyos dientes están tallados en forma de hélice alrededor de la superficie del cilindro primitivo. A diferencia de los engranajes rectos, en los helicoidales el contacto entre dientes comienza de manera progresiva, lo que permite una transmisión de potencia más suave y silenciosa.

Características Principales

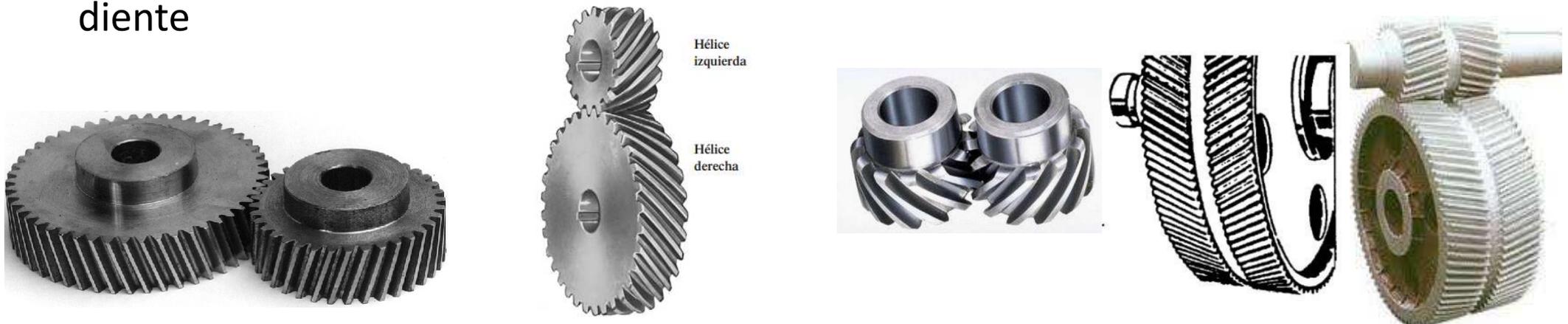
- Los dientes están inclinados respecto al eje del engranaje.
- Los dientes tienen forma de helicoide de envolvente



Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Características Principales

- El contacto se inicia en un punto que se va convirtiendo en una línea diagonal a través de la cara del diente, a medida que los engranes se van embonando
- El embonado gradual y la transferencia uniforme de la carga, hace que los engranajes helicoidales sean muy buenos para transmitir grandes esfuerzos a elevadas velocidades.
- En el funcionamiento de los engranajes helicoidales aparecen cargas radiales y cargas axiales en los apoyos de los ejes, es por ellos que muchas veces se utilizan engranajes helicoidales dobles, del tipo espina de pescado, con esto se originan reacciones de empuje opuestas que eliminan la carga axial.
- El ángulo de hélice es igual en cada uno de los engranes del engranaje, pero uno con hélice a la derecha y el otro con hélice a la izquierda
- Menor tamaño de los dientes ó mayor potencia transmitida por igual tamaño de diente



Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Nomenclatura

$$p_n = p_t \cos \psi$$

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

$p_n =$ paso normal

$p_t =$ paso transversal

$p_x =$ paso axial

$\psi =$ ángulo de hélice

$$P_n p_n = \pi$$

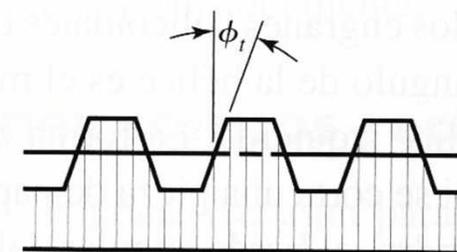
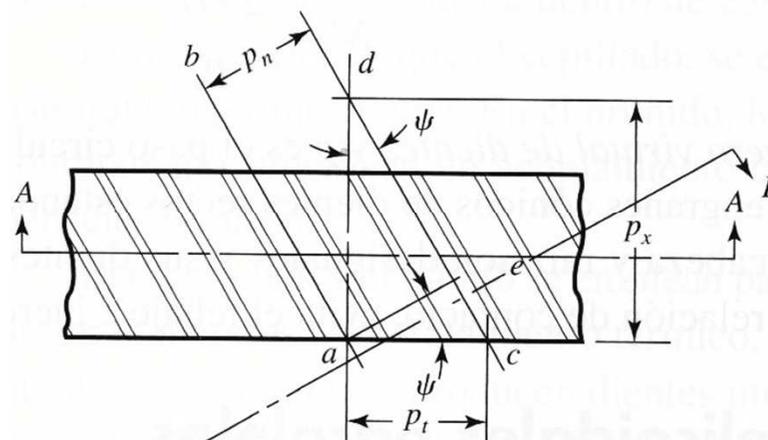
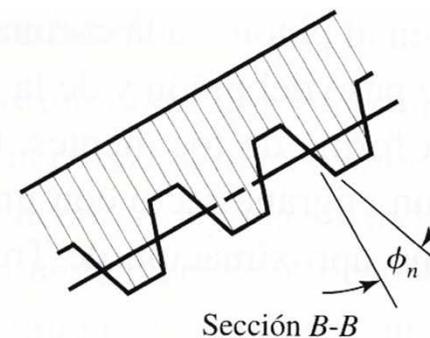
$$P_t p_t = \pi$$

$$P_x p_x = \pi$$

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

$\phi_n =$ ángulo de presión normal

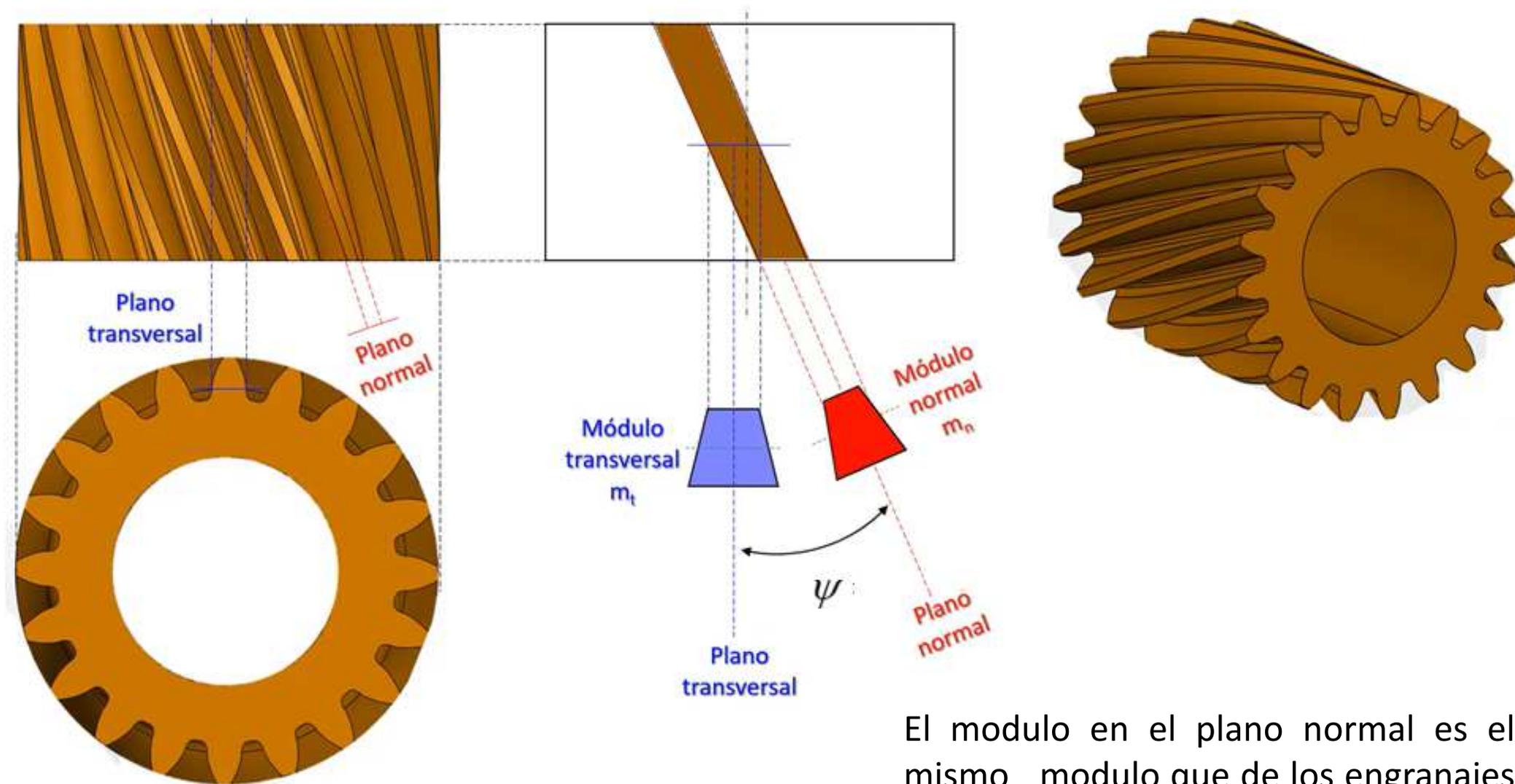
$\phi_t =$ ángulo de presión transversal



Sección A-A

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Nomenclatura



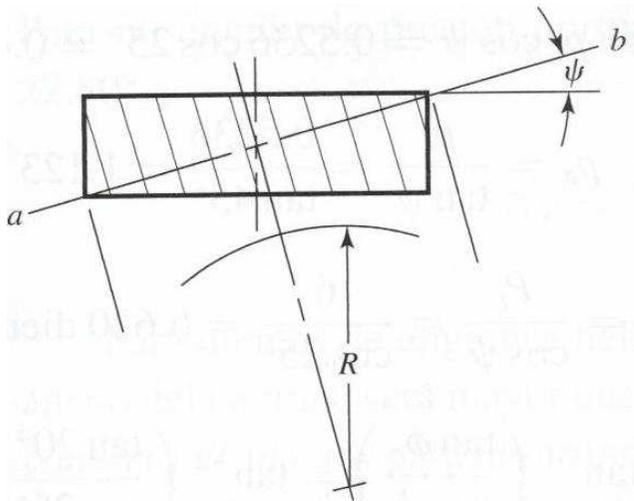
$\psi = \text{ángulo de hélice}$

El modulo en el plano normal es el mismo modulo que de los engranajes rectos. Para la fabricación del diente se debería utilizar este modulo

Nomenclatura

Número virtual de dientes (también llamado *número de dientes equivalente* o *número de dientes formativo*) en un engranaje helicoidal es un concepto geométrico que se utiliza para poder aplicar la **misma teoría de engranajes rectos** a los engranajes helicoidales

El número virtual de dientes es el **número de dientes que tendría un engranaje recto** (de perfil involuta) con el mismo ángulo de presión y módulo, si se desarrollara sobre el **plano normal** al diente helicoidal.



$$N' = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

N' = número virtual dientes

N = número real dientes

ψ = ángulo de hélice

Formación de Dientes de Ruedas Dentadas helicoidales

- Fundición
- Pulvimetalurgia .
- Corte formador.
- Corte generador.

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

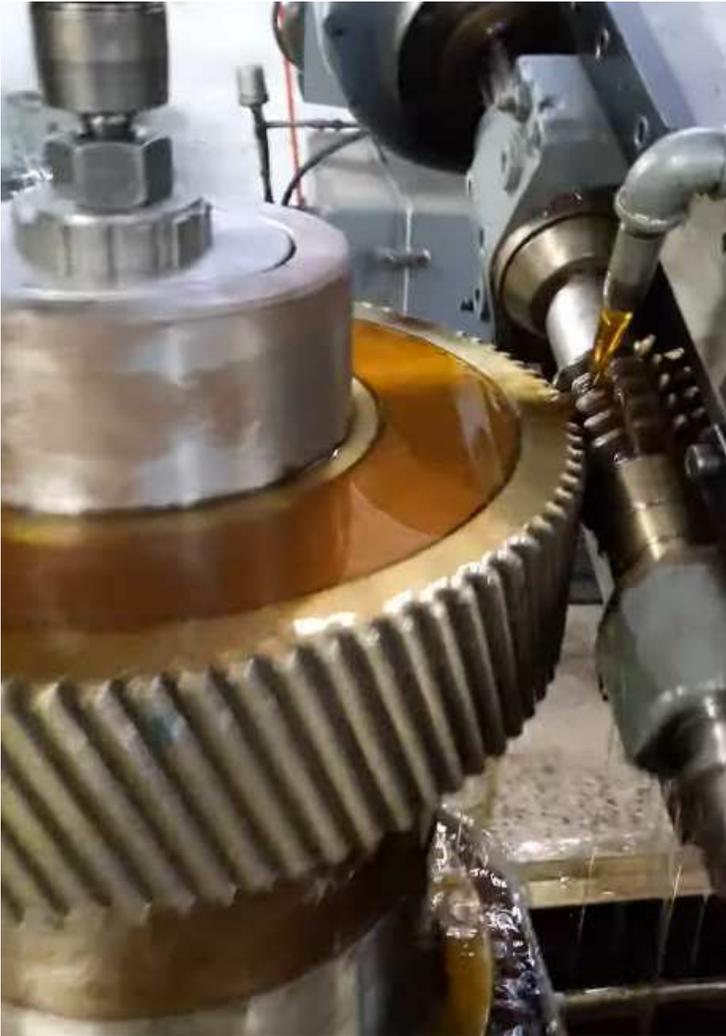
Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Formación)



Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

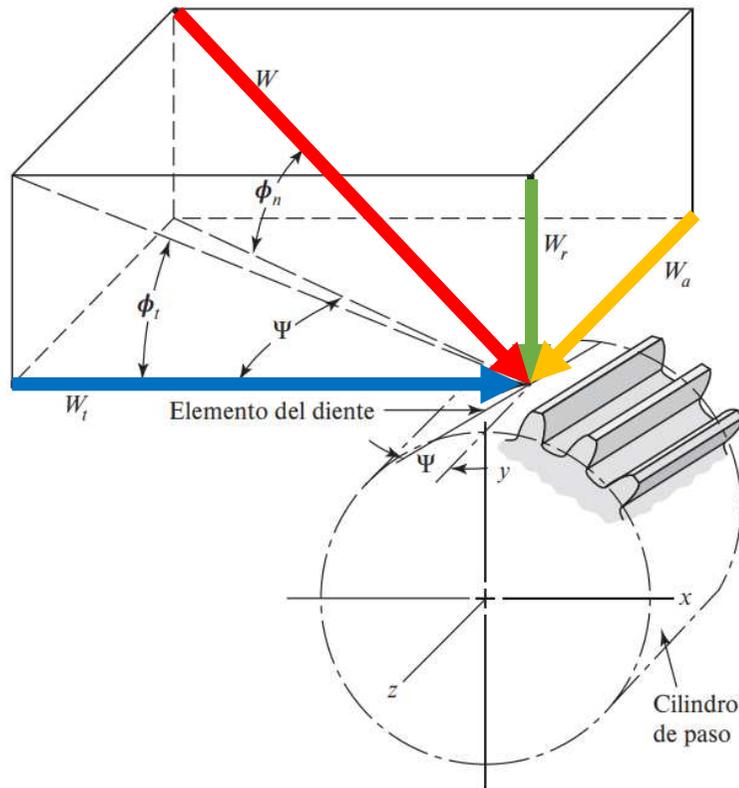
Formación de Dientes de Ruedas Dentadas (Generación)

Generación con fresa madre o dentadora Pfauter



Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Análisis de Fuerzas



$\phi_t =$ ángulo de presión transversal
 $\phi_n =$ ángulo de presión normal
 $\psi =$ ángulo de hélice

$W_r =$ componente radial
 $W_t =$ componente tangencial
 $W_a =$ componente axial
 $W =$ Fuerza total

$W_r = W \sin \phi_n$
 $W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$
 $W_a = W \cos \phi_n \sin \psi$

$W_r = W_t \tan \phi_t$
 $W_a = W_t \tan \psi$
 $W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Análisis de Fuerzas

El diámetro de paso de una rueda dentada de diente helicoidal :

$$d = m_t N = \frac{m_n N}{\cos \psi}$$

El ángulo de presión en el plano transversal es:

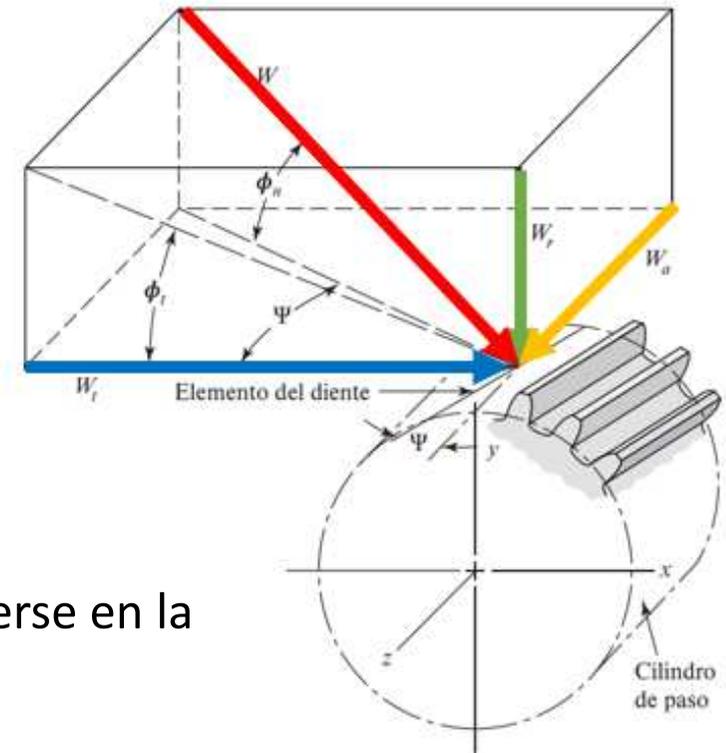
$$\phi_t = \tan^{-1} \left[\frac{\tan \phi_n}{\cos \psi} \right]$$

La fuerza normal en el flanco del diente W debe descomponerse en la dirección tangencial (W_t), radial (W_r) y axial (W_a) :

$$F_t = \frac{2T}{d} = \frac{2T \cos \psi}{mN}$$

$$F_r = F_t \frac{\tan \phi_n}{\cos \psi}$$

$$F_a = F_t \tan \psi$$



N = número de dientes

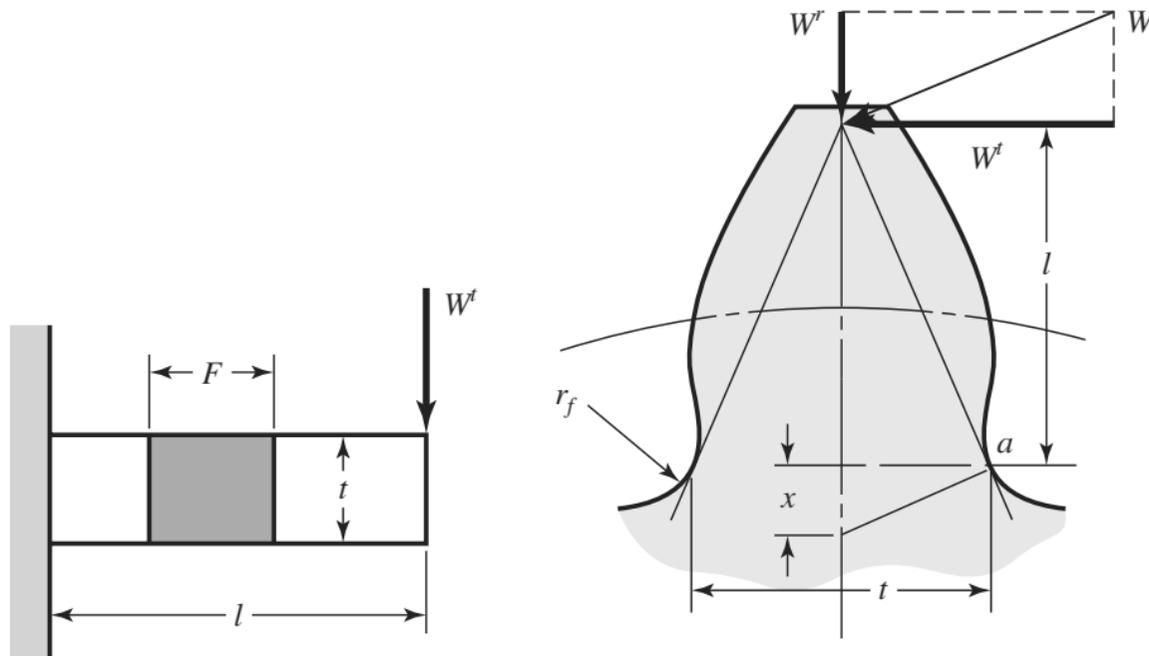
d = diámetro de paso, pulg o mm

m_t = módulo transversal, mm

m_n = modulo normal, mm

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales

Análisis de Fuerzas



Fuerza Lewis

$$F_l = \frac{SbY}{P_n}$$

W^t = Componente Tangencial de la carga

W^r = Componente Radial de la carga

W = Carga total

F = Ancho de la rueda (en la fórmula equivale a b)

t = Espesor del diente

P_n = Paso diametral normal

S = Resistencia

Y = Factor de forma

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales



Cálculo Clásico

Fuerza
Lewis

$$F_l = \frac{SbY}{P_n}$$

Fuerza
Dinámica

$$F_d = F_t + \frac{0.05V_m(bC \cos^2 \psi + F_t) \cos \psi}{0.05V_m + \sqrt{bC \cos^2 \psi + F_t}}$$

Fuerza
Desgaste

$$F_w = \frac{bDQK_g}{\cos^2 \psi}$$

$$F_t = \frac{33000N}{V_m}$$

b = ancho de la rueda

$$V_m = \pi Dn$$

Y = factor de forma

P_n = paso diametral normal

$$Q = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

ψ = ángulo hélice

$$F_l \geq F_d$$

$$F_w \geq F_d$$

Z_1, Z_2 : números de dientes de las ruedas conductoras y conducidas

Método de Calculo AGMA- Flexión en engranajes ANSI / AGMA 2001- C95

Ecuación Esfuerzo
flexionante AGMA

$$\sigma = W^t K_0 K'_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

Ecuación Esfuerzo
flexionante permisible

$$\sigma_{perm} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

Factor de seguridad
en Flexión

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

F = ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

J = factor geometrico D Rectos

P_d = paso diametral

K_0 = Factor carga

K'_v = Factor velocidad

K_s = Factor Tamaño

K_m = factor distribución carga

K_B = factor espesor aro

Ruedas Dentadas Dientes Helicoidales



Método de Calculo AGMA- Desgaste en engranajes ANSI / AGMA 2001- C95

Ecuación del
Esfuerzo de
contacto AGMA

$$\sigma_c = C_p \left(W^t K_0 K_v' K_s \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)$$

Limite de durabilidad
por contacto AGMA

$$\sigma_{c,perm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Factor de seguridad
al desgaste

$$S_H = \frac{S_c Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

F = ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

J = factor geometrico DRectos

P_d = paso diametral

K_0 = Factor sobrecarga

K_v' = Factor velocidad

K_s = Factor Tamaño

K_m = factor distribución carga

C_p = coeficiente elástico

C_f = coeficiente acabado superficie

I = factor geométrico

Ruedas Dentadas Cónicas

Se fabrican a partir de un tronco de cono, formándose los dientes por fresado de su superficie exterior. Estos dientes pueden ser rectos, helicoidales o curvos. Esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan.

Se clasifican en:

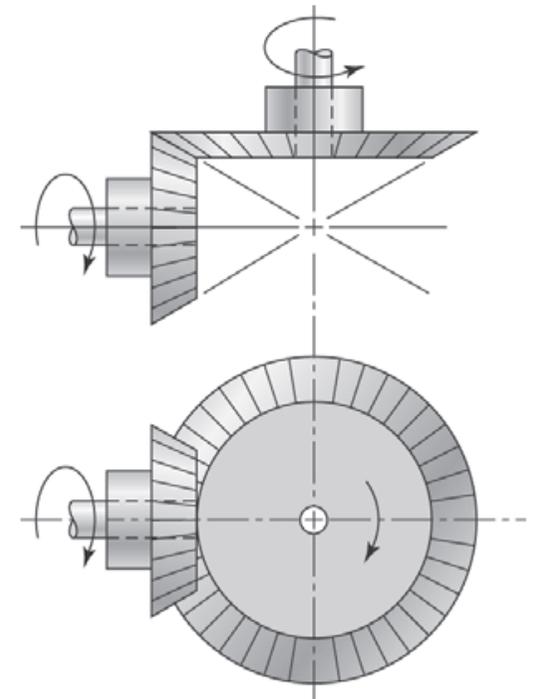
Engranés cónicos comunes (dientes rectos)

Engranés cónicos espirales

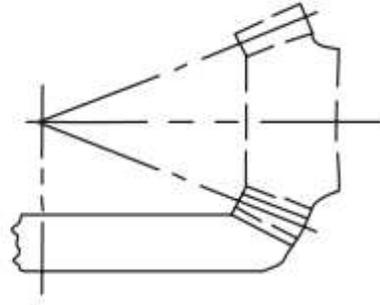
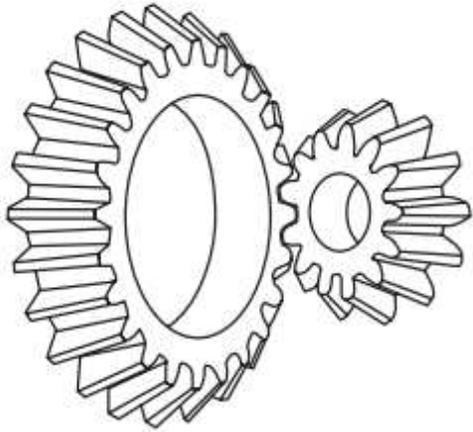
Engranés cónicos Zerol

Engranés hipoidales

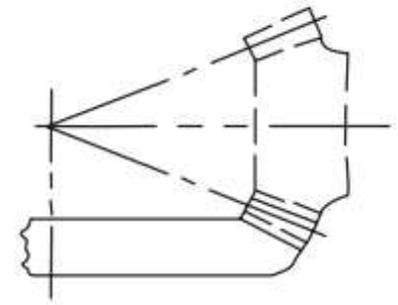
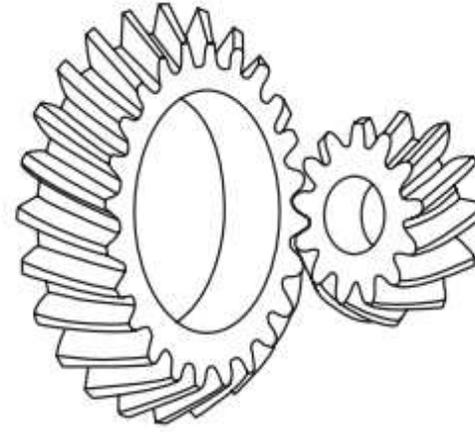
Engranés espiroidales.



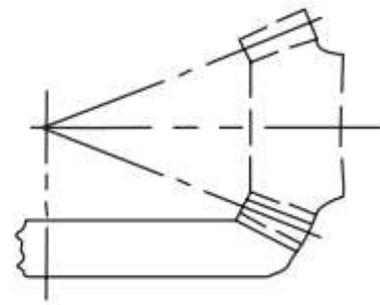
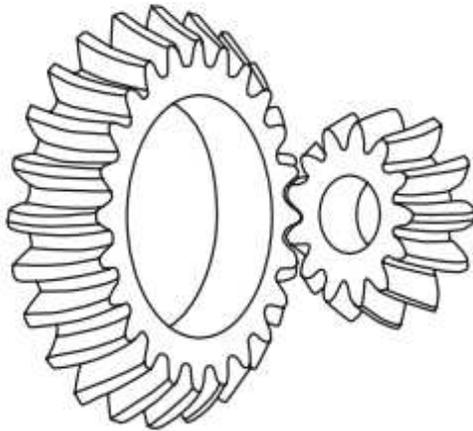
Ruedas Dentadas Cónicas



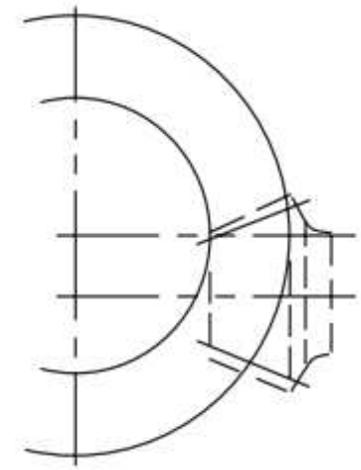
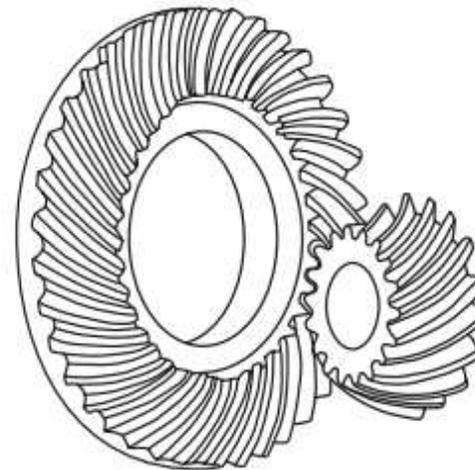
Cónicos dientes rectos



Cónicos espirales

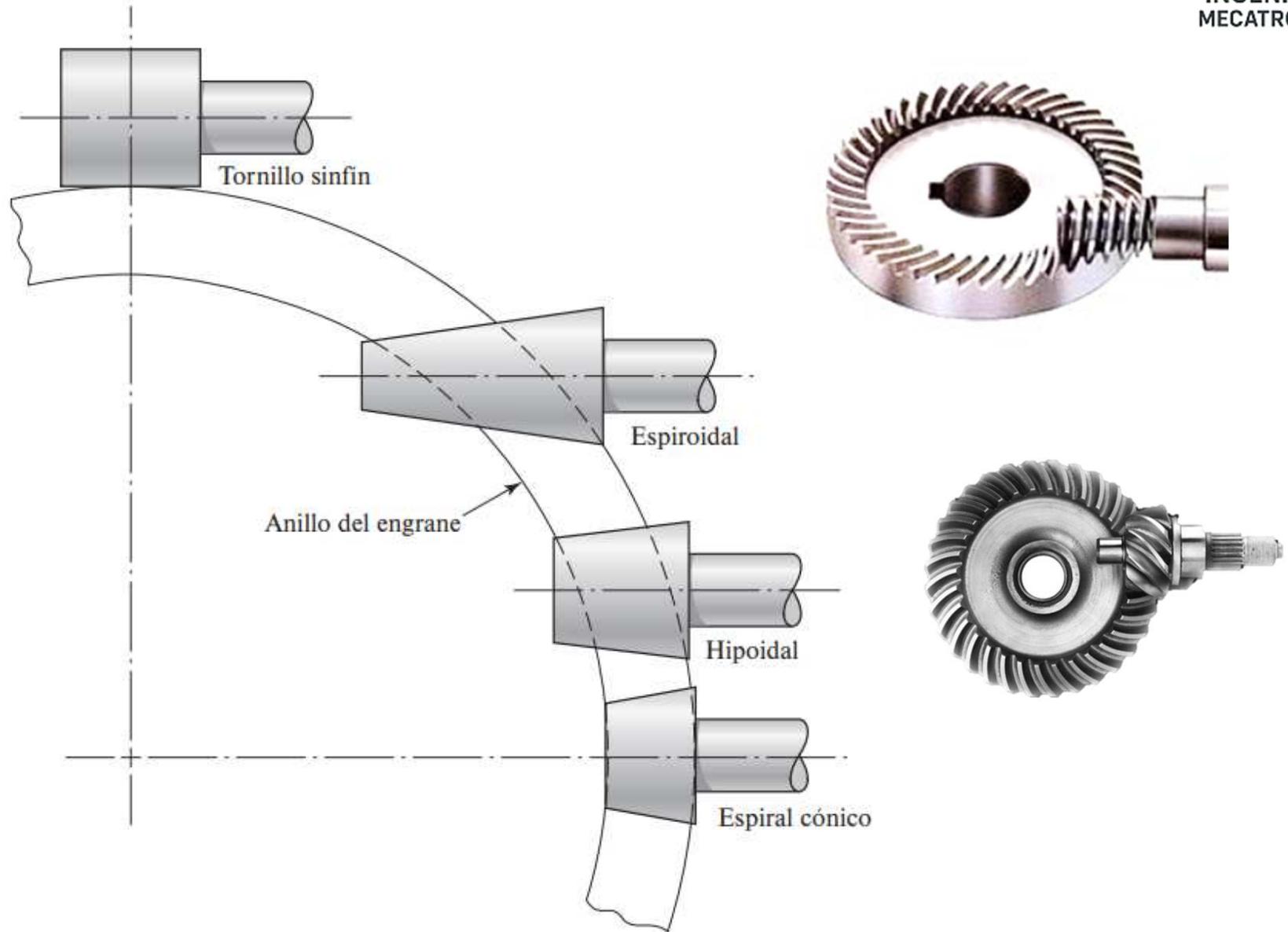


Cónicos Zerol



Hipoidales

Ruedas Dentadas Cónicas



Clasificación de acuerdo a la posición relativa de los ejes

Ruedas Dentadas Cónicas

Engranajes cónicos de dientes rectos

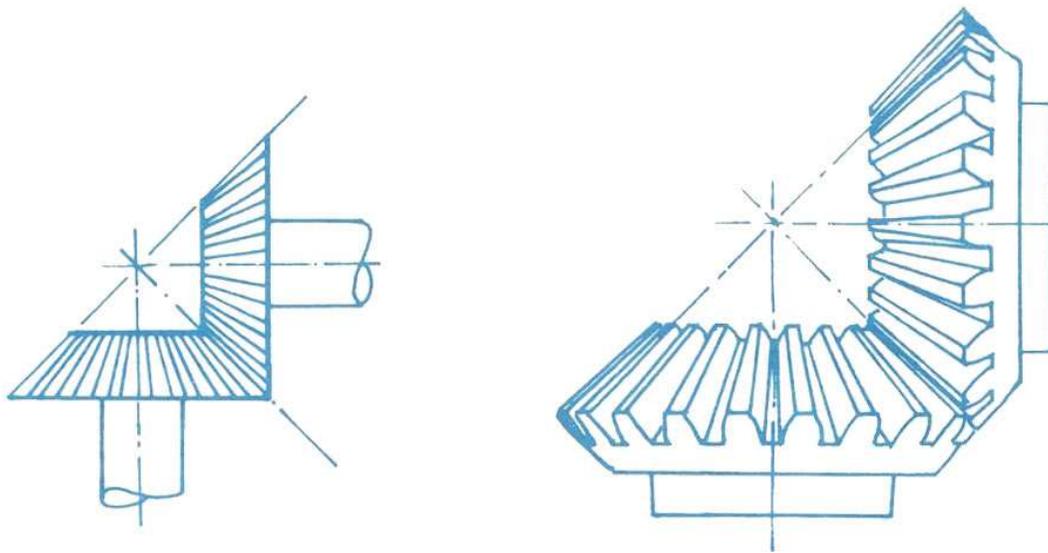
Efectúan la transmisión de movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas.

Los dientes convergen en el punto de intersección de los ejes.

Son utilizados para efectuar reducción de velocidad con ejes en 90° .

Son utilizados para velocidades en la línea de paso de hasta 5m/seg cuando el ruido no es una consideración importante.

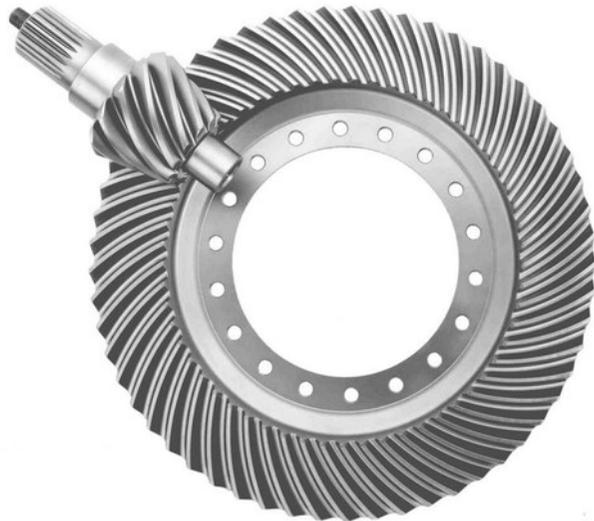
Estos engranajes generalmente son “ruidosos”. Se utilizan en transmisiones antiguas y lentas. En la actualidad se usan muy poco.



Engranés cónicos espirales

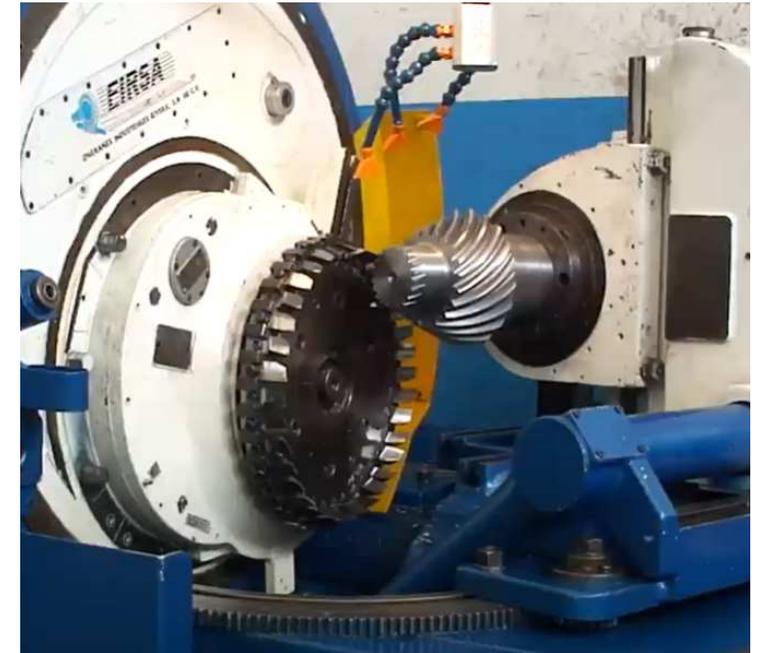
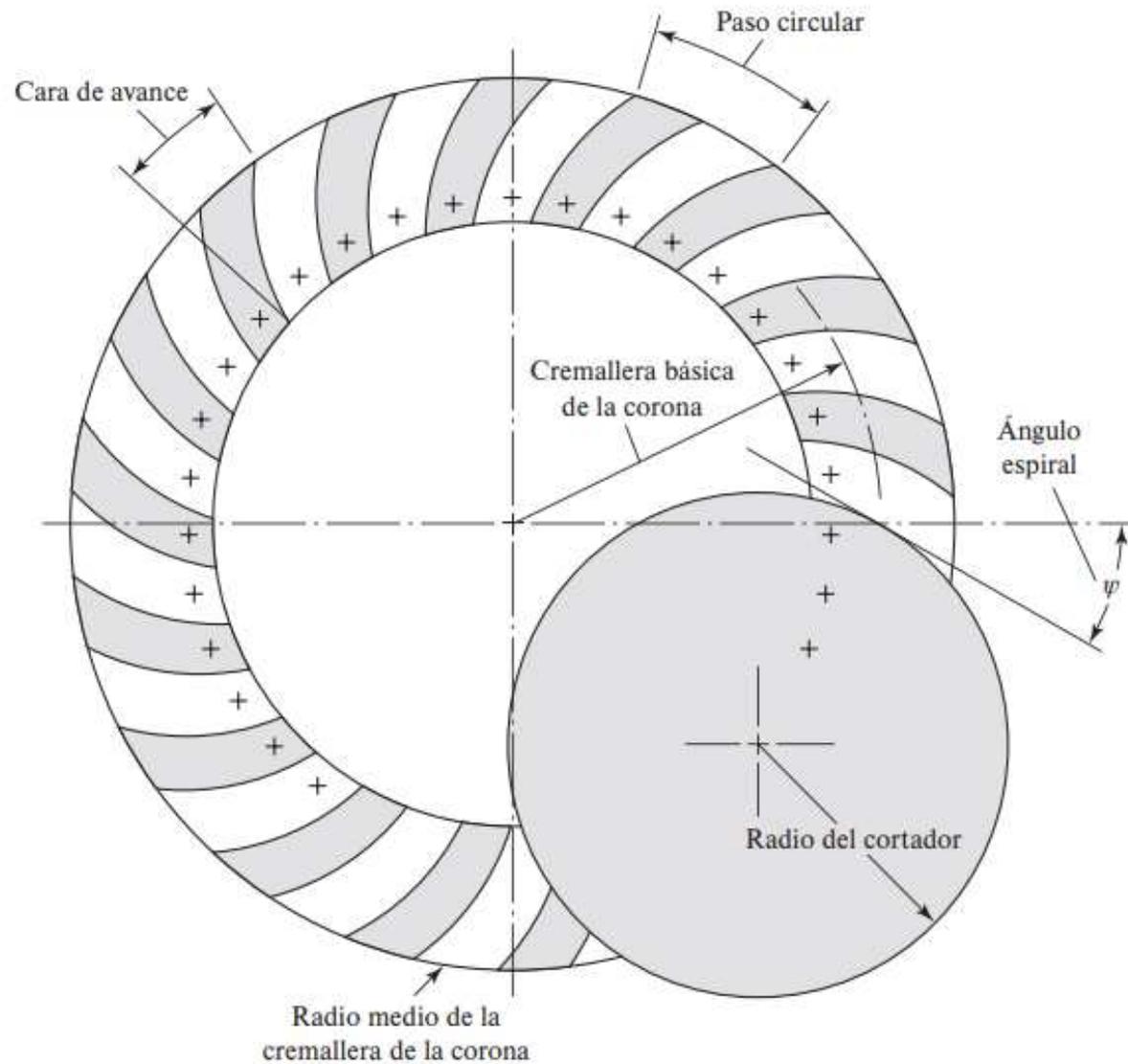
Estos engranes se recomiendan para desarrollar velocidades mayores y donde el nivel de ruido sea un elemento de consideración.

Los engranes cónicos espirales representan la contraparte cónica del engrane helicoidal; se puede observar en la que las superficies de paso y la naturaleza del contacto son las mismas que en los engranes cónicos comunes, excepto por las diferencias que inducen los dientes en forma de espiral.



Ruedas Dentadas Cónicas

Engranajes cónicos espirales

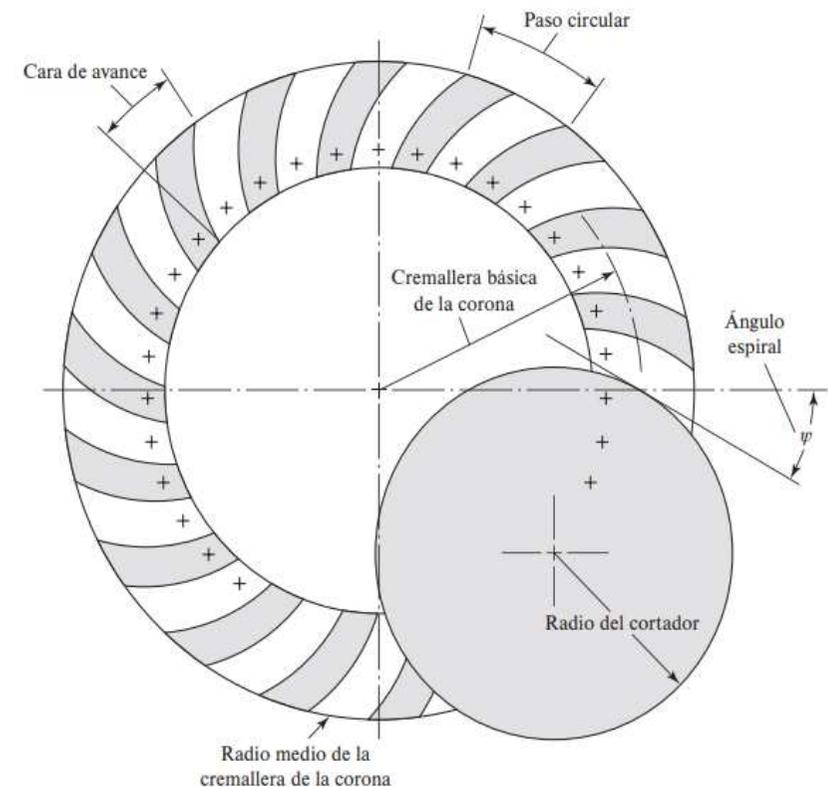


Engranés cónicos Zerol

Estos engrane patentado con dientes curvos pero con un ángulo de espiral con valor de cero.

Las cargas de empuje axial permisibles para los engranes Zerol no son tan grandes como para el engrane cónico espiral, y por ello a menudo se utilizan en lugar de los engranes cónicos rectos.

El engrane cónico Zerol se genera mediante la misma herramienta empleada para los engranes cónicos en espiral normales.



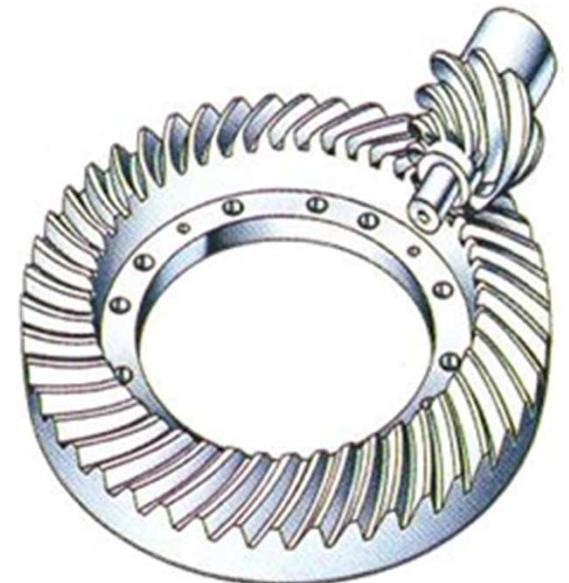
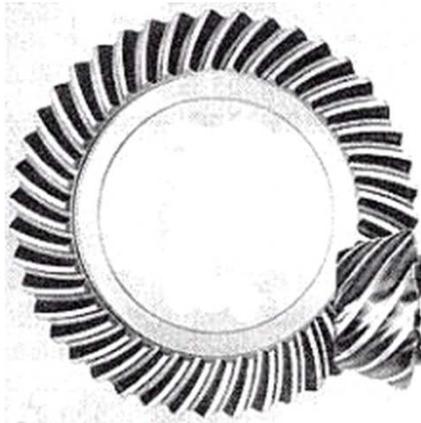
Engranajes Hipoidal

Un engranaje hipoide es un grupo de engranajes cónicos helicoidales formados por un piñón reductor de pocos dientes y una rueda de muchos dientes.

Tiene la ventaja de ser muy adecuado para las carrocerías de tipo bajo, ganando así mucha estabilidad el vehículo.

Por otra parte la disposición helicoidal del dentado permite un mayor contacto de los dientes del piñón con los de la corona, obteniéndose mayor robustez en la transmisión.

Su mecanizado es muy complicado y se utilizan para ello máquinas talladoras especiales (Gleason)



Engranajes Espiroidal

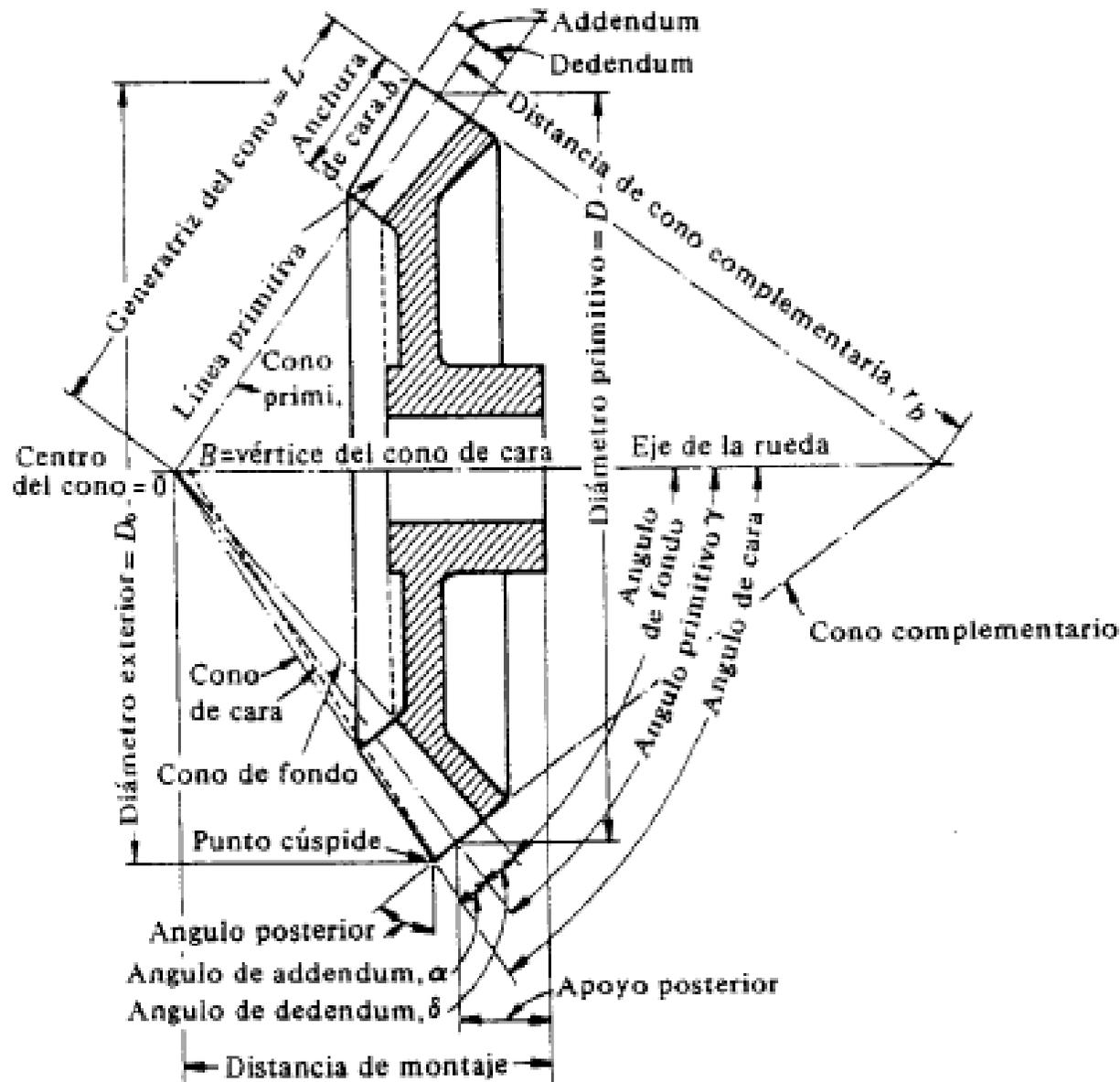
Sus dientes tienen forma helicoidal con mayor ángulo de inclinación que en los engranajes cónicos espirales, lo que permite una acción de deslizamiento combinada con rodadura, logrando altas relaciones de reducción

Permite mayor capacidad de carga debido a un mejor reparto del contacto entre dientes



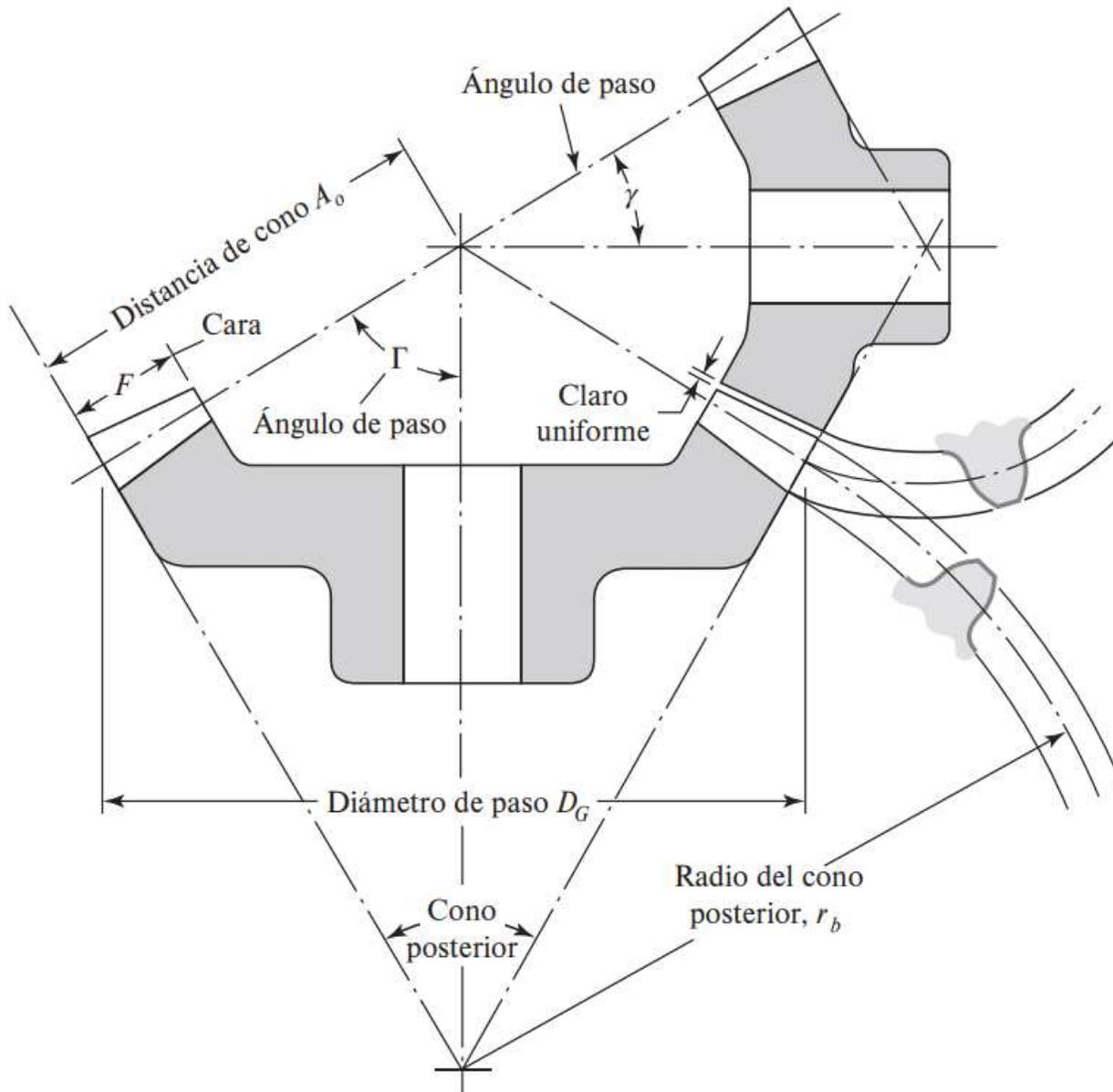
Ruedas Dentadas Cónicas

Nomenclatura



Ruedas Dentadas Cónicas

Nomenclatura



γ : ángulo paso cono menor
 Γ : ángulo paso cono mayor
 N_P : número diente del piñón
 N_G : número diente de rueda



Ruedas Dentadas Cónicas



Nomenclatura

El paso en los engranes cónicos se mide en el extremo grande del diente.

Los ángulos de paso están definidos por los conos de paso

$$\tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G}$$

γ : ángulo paso cono menor
 Γ : ángulo paso cono mayor
 N_P : número diente del piñón
 N_G : número diente de rueda

El número virtual de dientes

$$N' = \frac{2\pi r_b}{p}$$

r_b = radio del cono posterior
 p = paso circular en extremo..mayor

Nomenclatura

Tabla 13-3

Proporciones de dientes de
dientes de engranes cónicos
rectos a 20°

Elemento	Fórmula										
Profundidad de trabajo	$h_k = 2.0/P$										
Claro	$c = (0.188/P) + 0.002 \text{ pulg}$										
Cabeza (addendum) del engrane	$a_G = \frac{0.54}{P} + \frac{0.460}{P(m_{90})^2}$										
Relación de engranes	$m_G = N_G/N_P$										
Relación equivalente a 90°	$m_{90} = m_G \text{ cuando } \Gamma \neq 90^\circ$										
	$m_{90} = \sqrt{m_G \frac{\cos \gamma}{\cos \Gamma}} \text{ cuando } \Gamma \neq 90^\circ$										
Ancho de la cara	$F = 0.3A_0 \text{ o } F = \frac{10}{P}, \text{ el que sea menor}$										
Número mínimo de dientes	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>Piñón</td> <td>16</td> <td>15</td> <td>14</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>Corona</td> <td>16</td> <td>17</td> <td>20</td> <td>30</td> </tr> </tbody> </table>	Piñón	16	15	14	13	Corona	16	17	20	30
Piñón	16	15	14	13							
Corona	16	17	20	30							

Ruedas Dentadas Cónicas



Nomenclatura

$$\text{Paso diametral} = P_d = N_P/d = N_G/D$$

siendo N_P = número de dientes en el piñón

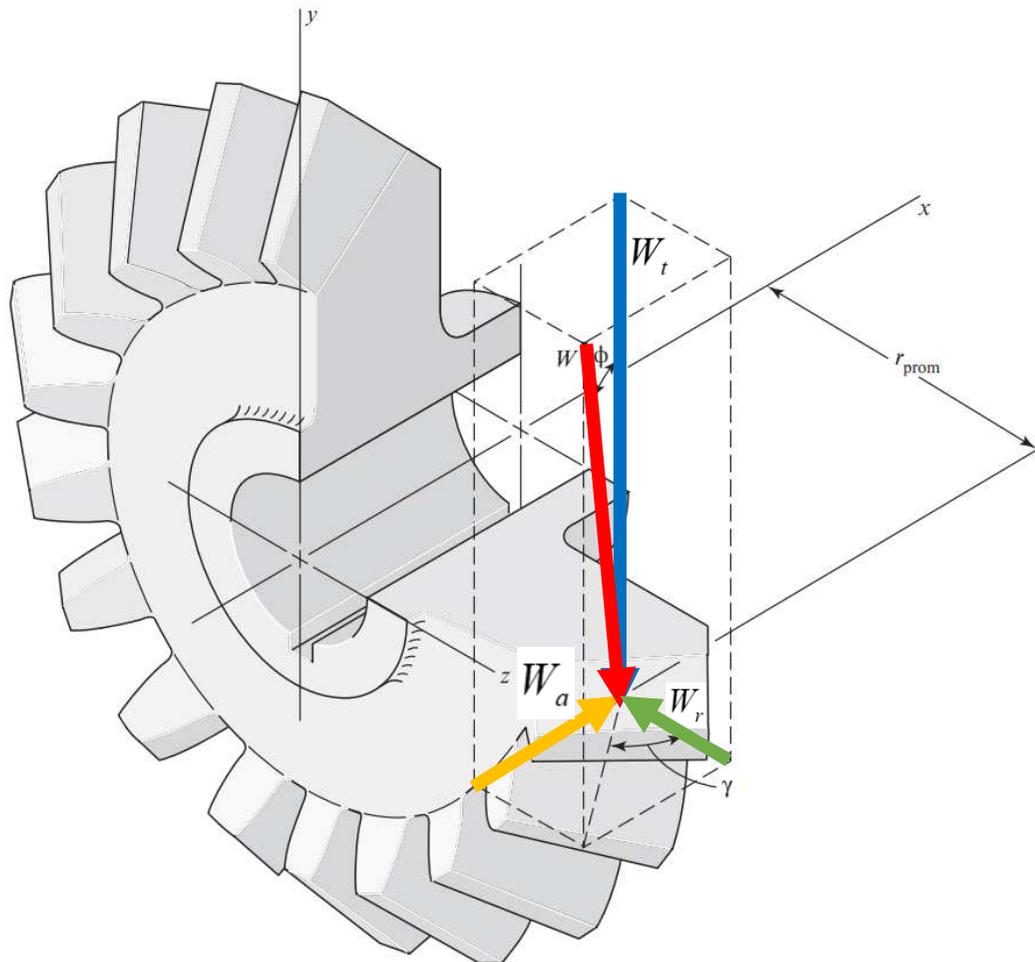
N_G = número de dientes en el engrane

Dimensión	Fórmula
Relación de engranaje	$m_G = N_G/N_P$
Diámetros de paso:	
Piñón	$d = N_P/P_d$
Engrane	$D = N_G/P_d$
Diámetros de paso del cono:	
Piñón	$\gamma = \tan^{-1}(N_P/N_G)$ (<i>gamma</i> minúscula griega)
Engrane	$\Gamma = \tan^{-1}(N_G/N_P)$ (<i>gamma</i> mayúscula griega)
Distancia exterior en el cono	$A_o = 0.5D/\text{sen}(\Gamma)$
Se debe especificar el ancho de la cara	$F =$
Ancho nominal de la cara	$F_{\text{nom}} = 0.30A_o$
Ancho máximo de la cara	$F_{\text{máx}} = A_o/3$ o $F_{\text{máx}} = 10/P_d$ (use la menor)
Distancia media del cono	$A_m = A_o - 0.5F$ (Nota: A_m se define para el engrane y también se llama A_{mG})
Paso circular medio	$p_m = (\pi/P_d)(A_m/A_o)$
Profundidad media de trabajo	$h = (2.00/P_d)(A_m/A_o)$
Holgura	$c = 0.125h$
Profundidad media total	$h_m = h + c$

Ruedas Dentadas Cónicas

Análisis de Fuerzas

Al determinar las cargas en el eje o árbol y en los cojinetes de apoyo, la práctica usual consiste en utilizar la carga tangencial o transmitida que ocurriría si todas las fuerzas se concentraran en el centro o punto medio del diente



$W_r = \text{componente radial}$
 $W_t = \text{componente tangencial}$
 $W_a = \text{componente axial}$
 $W = \text{Fuerza total}$

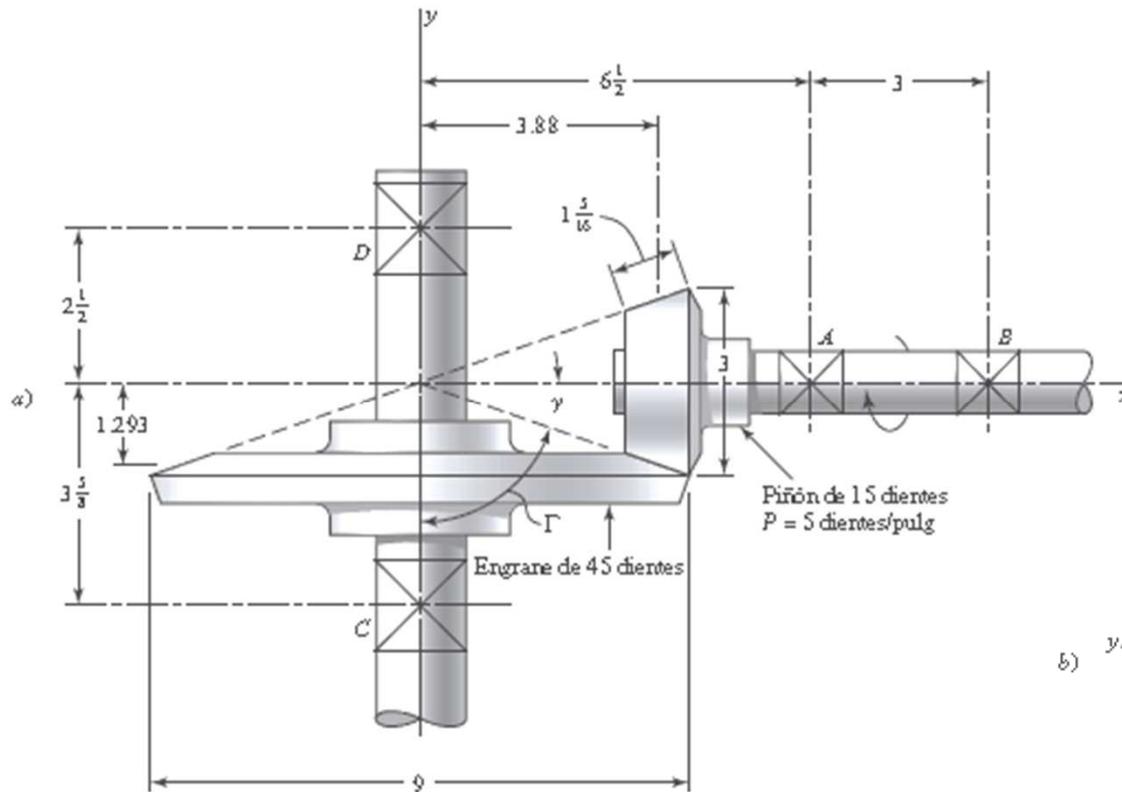
$$W_t = \frac{T}{r_{med}}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \gamma$$

Ruedas Dentadas Cónicas

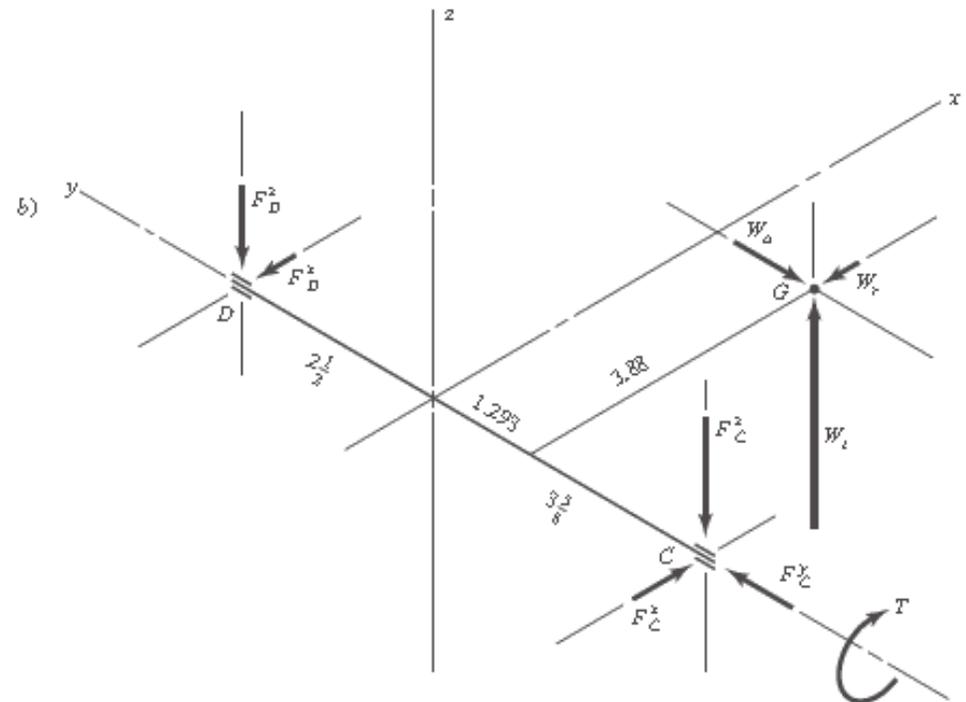
Análisis de Fuerzas



$$W_t = \frac{T}{r_{med}}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \operatorname{sen} \gamma$$



Ruedas Dentadas Cónicas



Método AGMA Cálculo Flexión Engranés Cónicos Rectos

Basado en ANSI/AGMA 2003-B97 (Diseño en Ingeniería mecánica de Shigley, Budynas y Nisbett- Decima Edición)

(Unidades inglesas)

Esfuerzo por flexión

$$\sigma = \frac{W^t}{F} P_d K_0 K_v \frac{K_m K_s}{K_x J}$$

Esfuerzo por flexión permisible

$$S_{wt} = \sigma_{perm} = \frac{S_{at} K_L}{S_F K_T K_R}$$

$$S_F = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma}$$

K_0 : factor de sobrecarga

K_v : Factor dinámico

K_s : Factor de tamaño por flexión

K_m : Factor de distribución de carga

K_x : Factor de curvature en sentido longitudinal

J : Factor geométrico

P_d : Paso diametral

F : Ancho de cara

K_L : Factor de duración

K_T : Factor de temperatura

K_R : Factor de confiabilidad

S_{at} : Número de esfuerzo por flexión permisible de los engranes de aceros

SF : Factor de seguridad a la flexión

Ruedas Dentadas Cónicas

Método AGMA Cálculo Desgaste Engranés Cónicos Rectos

Basado en ANSI/AGMA 2003-B97 (Diseño en Ingeniería mecánica de Shigley, Budynas y Nisbett- Decima Edición)



(Unidades inglesas)

Esfuerzo de contacto

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_0 K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2}$$

Esfuerzo de contacto permisible

$$S_{wc} = (\sigma_c)_{perm} = \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$

$$S_H = \frac{(\sigma_c)_{perm}}{\sigma_c}$$

K₀: factor de sobrecarga

K_v: Factor dinámico

C_s: Factor de tamaño por resistencia a la picadura

C_{xc}: Factor de coronamiento por picadura

K_m : Factor de distribución de carga

I: Factor geométrico

F: Ancho de cara

C_L: Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura

K_T: Factor de temperatura

C_H: Factor de relación de dureza

C_P: Coeficiente elástico de resistencia a la picadura

d_p : diámetro de paso

C_R: factor de confiabilidad

S_{ac}: Número de esfuerzo de contacto

S_H: Factor de seguridad por desgaste

S_{wc}: Resistencia al desgaste AGMA

Bibliografía

Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett.- “DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA”- Ed. Mc-Graw hill. Décima edición

SHIGLEY- MISCKE.- “DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA”- Ed. McGraw Hill.

MOTT, Robert L.- “DISEÑO DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS”.- 4Ed. Prentice-Hall.

JUVINALL, Robert c.- “FUNDAMENTOS DE DISEÑO PARA INGENIERÍA MECÁNICA”.- Ed. LIMUSA.

Robert R Norton- “DISEÑO DE MÁQUINAS”.- 4Edición