

CENTRALES DE EMBALSE (Hu)

TRABAJO PRACTICO N°6 – EJEMPLOS RESUELTOS

Enunciado:

1. "Para la información de un período de 22 meses de Caudales (Tabla 1) en un recurso hídrico: Determinar la Capacidad útil del embalse para regular al Caudal módulo (DEMANDA)."

Datos:

DEFINICIONES

Capacidad de un Embalse y sus Componentes: Un embalse almacena agua en su "vaso". Su función principal es regular las escorrentías, guardando agua de épocas húmedas para las secas (Guía p. 2-3). Es crucial entender los volúmenes característicos como el Volumen Muerto (VM), Volumen Útil (VU) o Capacidad Reguladora (CR), y los niveles operativos como el Nivel Mínimo de Operación (NMOP) y el Nivel Normal de Operación (NAM) (Guía p. 4-7).

Curvas Características del Embalse: Las curvas Elevación-Área y, especialmente, Elevación-Volumen son herramientas esenciales. Se obtienen de estudios topográficos y nos permiten saber cuánta agua hay almacenada (volumen) y qué superficie inunda (área) para cualquier nivel (elevación) del agua en el embalse (Guía p. 12-16).

Regulación de Caudales (Diagrama de Masas o Rippl): Para determinar la capacidad de un embalse necesaria para satisfacer una demanda de agua (o regular el caudal a un valor constante como el "caudal módulo"), se utiliza el análisis de la curva de masa de volúmenes. En este TP, lo aplicaremos de forma tabular, calculando los aportes y demandas acumuladas (Guía p. 9-11).

Meses	Q (m ³ /s)
1	262
2	314
3	227
4	214
5	188
6	179
7	177
8	183
9	183
10	195
11	240
12	250
13	273
14	367
15	462
16	334
17	226
18	208
19	200
20	190
21	184
22	199

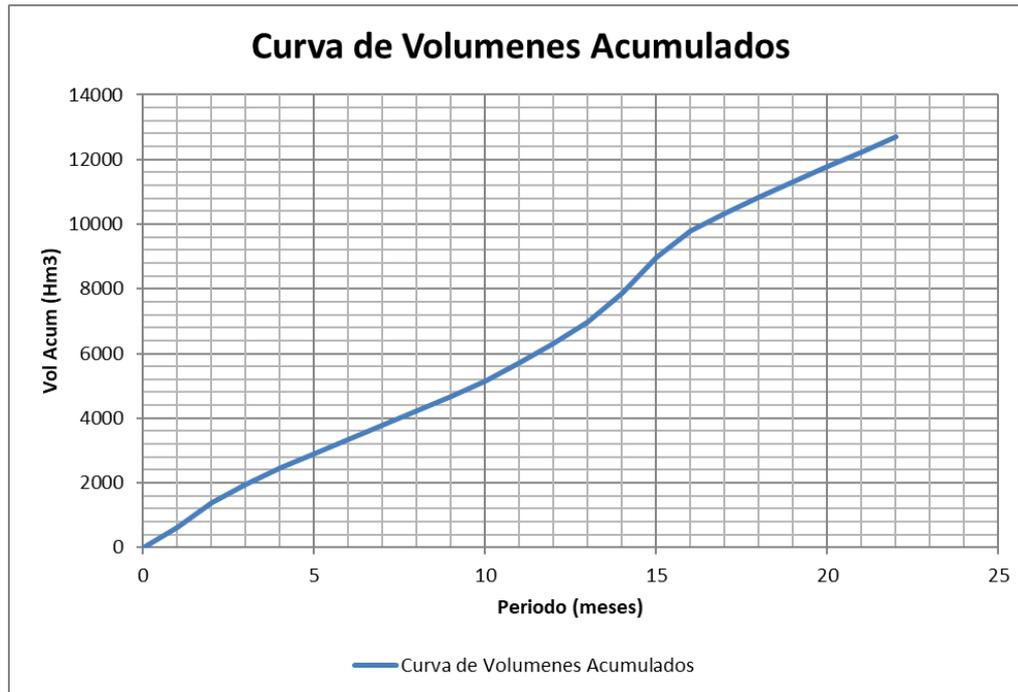
Consideraciones Importantes para los Cálculos:

- Duración del Período ("MES"): Serie de caudales para 22 "MESES" (según la tabla de datos provista). Para realizar los cálculos de volumen, asumiremos que cada uno de estos períodos tiene una duración de 28 días (4 semanas).
- Segundos en 28 días = 28 días · 24 horas/día · 3600 segundos/hora = 2,419,200 segundos.
- Por lo tanto, el factor para convertir Caudal Q (m³/s) a Volumen V (hm³) por período es: $V(\text{hm}^3) = Q(\text{m}^3/\text{s}) \cdot 2.4192$

Conceptos Clave de la Guía:

- **Caudal Módulo:** Es el caudal medio del río durante el período total de análisis. Regular al módulo significa que se busca una salida constante del embalse igual a este caudal medio (Guía p. 10, "Capacidad Reguladora Total").
- **Capacidad Útil (Cu o VU):** Es el volumen de almacenamiento necesario en el embalse para transformar el régimen natural variable del río en un régimen de salida constante igual al caudal módulo.
- **Método del Almacenamiento Relativo Acumulado (Si):** Se calcula $S_i = V_{ac,ap,i} - V_{ac,d,i}$, donde $V_{ac,ap,i}$ es el volumen de aporte acumulado y $V_{ac,d,i}$ es el volumen de demanda acumulada. La capacidad útil es $C_u = S_{i,max} - S_{i,min}$.

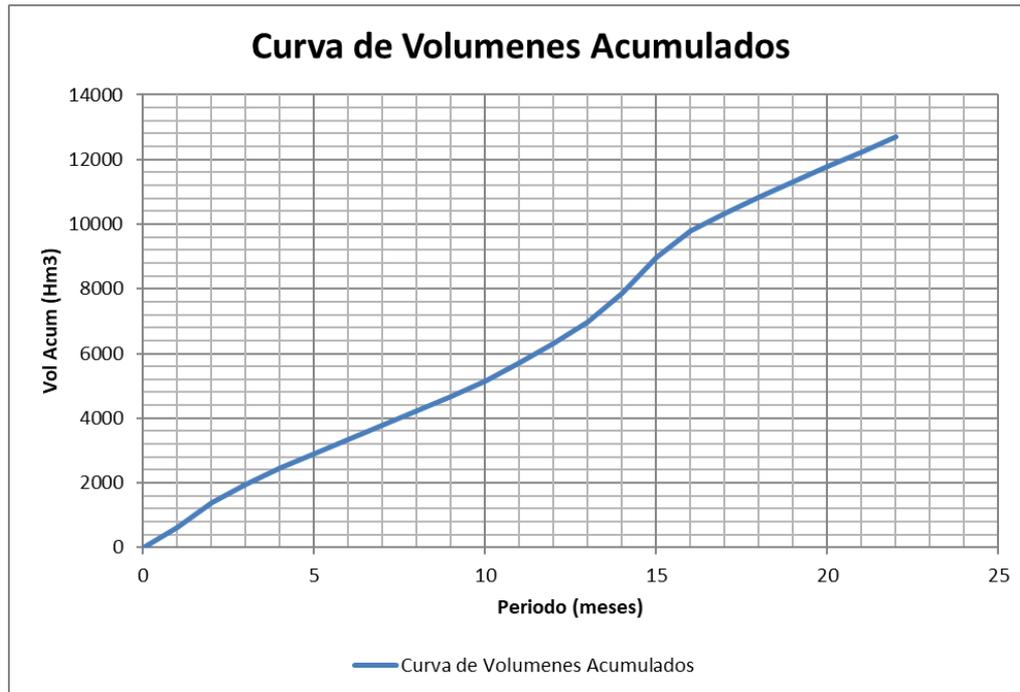
Paso 1.1: Calcular Volúmenes de Aporte por Período ($V_{ap,i}$) y Aportes Acumulados ($V_{ac,ap,i}$) Usamos los 22 caudales Q_i de la Tabla 1 del TP y el factor de conversión 2.4192.



Período (i)	Q_i (m ³ /s)	$V_{ap,i}$ (= $Q_i \cdot 2.4192$, hm ³)	$V_{ac,ap,i}$ (hm ³)
0	-	-	0
1	262	633,83	633,83
2	314	759,63	1393,46
3	227	549,16	1942,62
4	214	517,71	2460,33
5	188	454,81	2915,14
6	179	433,04	3348,17
7	177	428,20	3776,37
8	183	442,71	4219,08
9	183	442,71	4661,80
10	195	471,74	5133,54
11	240	580,61	5714,15
12	250	604,80	6318,95
13	273	660,44	6979,39
14	367	887,85	7867,24
15	462	1117,67	8984,91
16	334	808,01	9792,92
17	226	546,74	10339,66
18	208	503,19	10842,85
19	200	483,84	11326,69
20	190	459,65	11786,34
21	184	445,13	12231,48
22	199	481,42	12712,90
Suma		12712,90	

Volumen Total Aportado en 22 períodos =
12712.90 hm³

Paso 1.2: Calcular la Demanda Uniforme por Período ($V_d = \text{Caudal Módulo en volumen/período}$) $V_d = \text{Volumen Total Aportado} / \text{Número de períodos}$

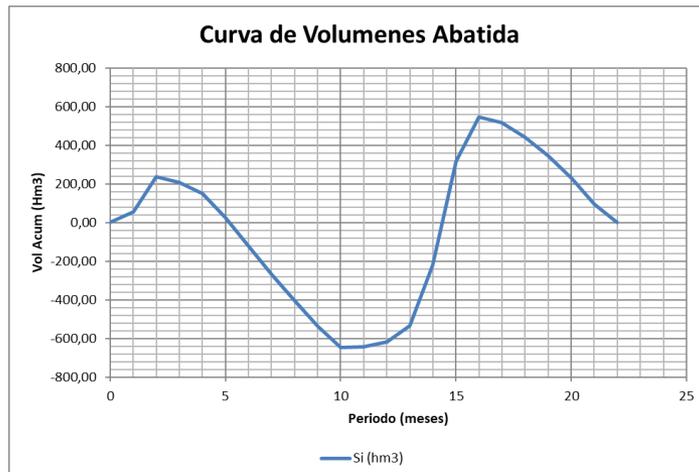
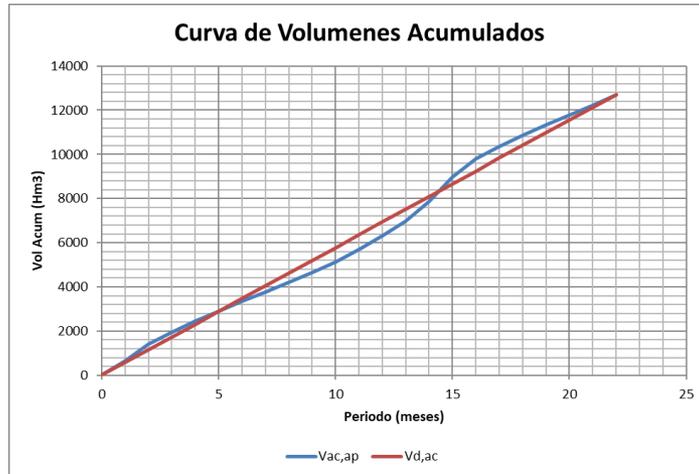


Período (i)	Q_i (m3/s)	$V_{ap,i}$ ($=Q_i \cdot 2.4192$, hm3)	$V_{ac,ap,i}$ (hm3)
0	-	-	0
1	262	633,83	633,83
2	314	759,63	1393,46
3	227	549,16	1942,62
4	214	517,71	2460,33
5	188	454,81	2915,14
6	179	433,04	3348,17
7	177	428,20	3776,37
8	183	442,71	4219,08
9	183	442,71	4661,80
10	195	471,74	5133,54
11	240	580,61	5714,15
12	250	604,80	6318,95
13	273	660,44	6979,39
14	367	887,85	7867,24
15	462	1117,67	8984,91
16	334	808,01	9792,92
17	226	546,74	10339,66
18	208	503,19	10842,85
19	200	483,84	11326,69
20	190	459,65	11786,34
21	184	445,13	12231,48
22	199	481,42	12712,90
Suma		12712,90	

Vol Total Ap	12712,90	Hm3
Periodos	22,00	1/1
V_d	577,86	Hm3/período

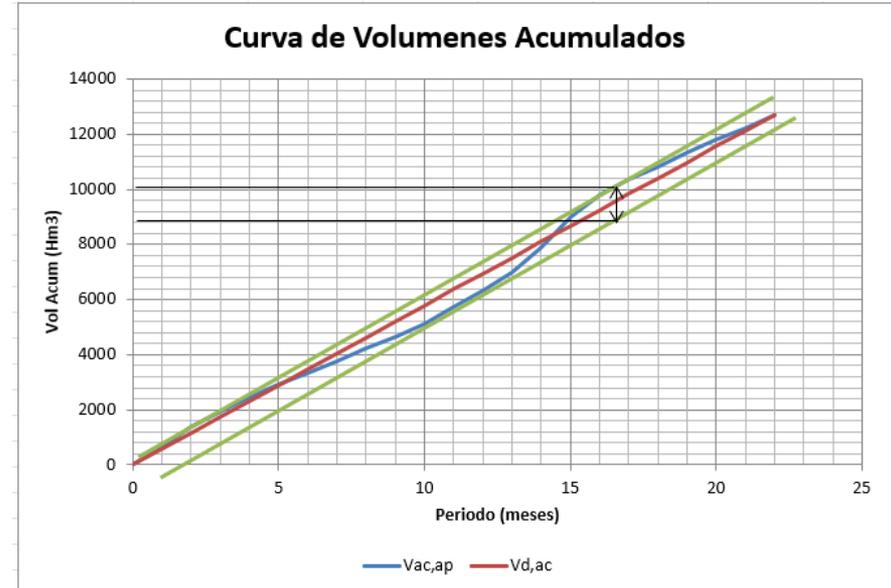
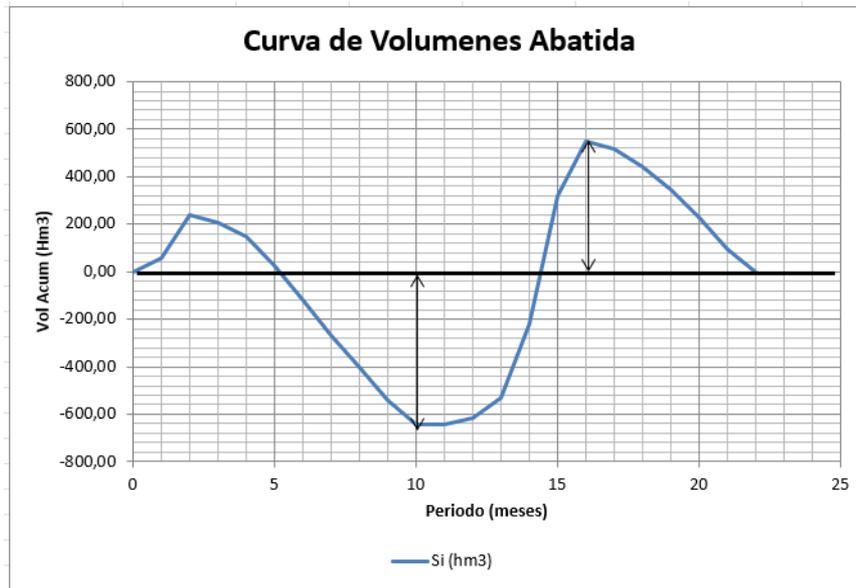
Paso 1.3: Construir la Tabla de Almacenamiento Relativo Acumulado (Si)

$$S_i = \text{Vac}_{ap,i} - (i \cdot V_d)$$



Período (i)	Vac,ap,i (hm3)	Vac,d,i(=i·Vd, hm3)	Si (hm3)
0	0,00	0,00	0,00
1	633,83	577,86	55,97
2	1393,46	1155,72	237,74
3	1942,62	1733,58	209,04
4	2460,33	2311,44	148,89
5	2915,14	2889,29	25,84
6	3348,17	3467,15	-118,98
7	3776,37	4045,01	-268,64
8	4219,08	4622,87	-403,79
9	4661,80	5200,73	-538,93
10	5133,54	5778,59	-645,05
11	5714,15	6356,45	-642,30
12	6318,95	6934,31	-615,36
13	6979,39	7512,17	-532,77
14	7867,24	8090,02	-222,79
15	8984,91	8667,88	317,03
16	9792,92	9245,74	547,18
17	10339,66	9823,60	516,06
18	10842,85	10401,46	441,39
19	11326,69	10979,32	347,38
20	11786,34	11557,18	229,16
21	12231,48	12135,04	96,44
22	12712,90	12712,90	0,00

Paso 1.4: Determinar la Capacidad Útil del Embalse (Cu)



Si,max	547,18	Hm3
Si,min	-645,05	Hm3
Rango	1192,23	Hm3

Respuesta para Pregunta 1: La Capacidad útil del embalse para regular al Caudal módulo es **1192.23 hm3**

Enunciado:

2. "Operar el embalse en el periodo de 22 meses, si regulamos al caudal módulo, sin considerar el almacenamiento inicial. Identificar los meses de FALLA." (Se utiliza la misma Tabla 1 de caudales)."

Conceptos de la Guía:

Simulación de embalse (Balance de Masas): Se calcula el volumen almacenado al final de cada período considerando el volumen inicial, los aportes y la demanda. La fórmula básica es $V_{alm,fin} = V_{alm,ini} + V_{ap} - V_d$. (Guía p. 9, aunque allí se usa para determinar capacidad, el principio de balance es el mismo).

Falla: Ocurre cuando el volumen que se necesitaría extraer para satisfacer la demanda (V_d) es mayor que el agua disponible (volumen inicial + aportes). Esto resulta en un $V_{alm,antes_ajuste} < 0$. El embalse se vacía y no puede entregar toda la demanda.

Capacidad del Embalse (C_u): En esta simulación, el embalse tiene una capacidad máxima. Si el agua almacenada supera esta capacidad, hay vertimiento.

Almacenamiento Inicial ($V_{alm,ini,1}$): El enunciado especifica "sin considerar el almacenamiento inicial", lo que se interpreta como $V_{alm,ini,1} = 0$ hm³.

Paso 2.1: Establecer los Datos para la Simulación

Vap,i: Volúmenes de aporte por período calculados en el Paso 1.1 (ver tabla anterior).

Vd,i: Demanda uniforme (caudal módulo) $Vd \approx 577.86 \text{ hm}^3/\text{período}$ (calculado en Paso 1.2).

Capacidad del Embalse (Cu): 1192.23 hm^3 (calculada en Paso 1.4, es la capacidad necesaria para regular al módulo).

Almacenamiento Inicial para el primer período (Valm,ini,1): 0 hm^3 .

Paso 2.2: Realizar la Simulación del Embalse Período a Período Se construye una tabla de balance de masas. Para cada período i :

1. $V_{alm,antes_ajuste,i} = V_{alm,ini,i} + V_{ap,i} - V_{d,i}$
2. Déficit ($V_{def,i}$): Si $V_{alm,antes_ajuste,i} < 0$, entonces $V_{def,i} = |V_{alm,antes_ajuste,i}|$. Sino, $V_{def,i} = 0$.
3. Vertimiento ($V_{vert,i}$): Si $V_{alm,antes_ajuste,i} > C_u$, entonces $V_{vert,i} = V_{alm,antes_ajuste,i} - C_u$. Sino, $V_{vert,i} = 0$.
4. $V_{alm,fin,i}$:
Si $V_{alm,antes_ajuste,i} < 0 \Rightarrow V_{alm,fin,i} = 0$ (FALLA).
Si $V_{alm,antes_ajuste,i} > C_u \Rightarrow V_{alm,fin,i} = C_u$ (Embalse lleno, vierte).
Sino ($0 \leq V_{alm,antes_ajuste,i} \leq C_u$), $V_{alm,fin,i} = V_{alm,antes_ajuste,i}$.
5. $V_{alm,ini,i+1} = V_{alm,fin,i}$.

Paso 2.2: Realizar la Simulación del Embalse Período a Período Se construye una tabla de balance de masas. Para cada período i:

Per.	Valm,ini (hm3)	Vap (hm3)	Vd (hm3)	Valm,antes_ajuste (hm3)	Vdef (hm3)	Vvert (hm3)	Valm,fin (hm3)	Falla?
1	0,00	633,83	577,86	55,97	0,00	0,00	55,97	No
2	55,97	759,63	577,86	237,74	0,00	0,00	237,74	No
3	237,74	549,16	577,86	209,04	0,00	0,00	209,04	No
4	209,04	517,71	577,86	148,89	0,00	0,00	148,89	No
5	148,89	454,81	577,86	25,84	0,00	0,00	25,84	No
6	25,84	433,04	577,86	-118,99	-118,99	0,00	0,00	Si
7	-118,99	428,20	577,86	-268,65	-268,65	0,00	0,00	Si
8	-268,65	442,71	577,86	-403,80	-403,80	0,00	0,00	Si
9	-403,80	442,71	577,86	-538,94	-538,94	0,00	0,00	Si
10	-538,94	471,74	577,86	-645,06	-645,06	0,00	0,00	Si
11	-645,06	580,61	577,86	-642,31	-642,31	0,00	0,00	Si
12	-642,31	604,80	577,86	-615,37	-615,37	0,00	0,00	Si
13	-615,37	660,44	577,86	-532,79	-532,79	0,00	0,00	Si
14	-532,79	887,85	577,86	-222,80	-222,80	0,00	0,00	Si
15	-222,80	1117,67	577,86	317,01	0,00	0,00	317,01	No
16	317,01	808,01	577,86	547,16	0,00	0,00	547,16	No
17	547,16	546,74	577,86	516,04	0,00	0,00	516,04	No
18	516,04	503,19	577,86	441,37	0,00	0,00	441,37	No
19	441,37	483,84	577,86	347,35	0,00	0,00	347,35	No
20	347,35	459,65	577,86	229,14	0,00	0,00	229,14	No
21	229,14	445,13	577,86	96,42	0,00	0,00	96,42	No
22	96,42	481,42	577,86	-0,02	-0,02	0,00	0,00	Si

Paso 2.3: Identificar los Períodos de Falla

Los períodos de falla son aquellos donde la columna "Falla?" indica "Sí" (o donde $V_{def} > 0$). Según la tabla, los períodos de falla son: **6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 22**

Respuesta para Pregunta 2: Los períodos de falla, bajo las condiciones dadas (regulación al módulo, $V_{alm,ini,1}=0$, $C_u=1192.23 \text{ hm}^3$), son los períodos **6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 22**

Enunciado:

3. "Si almacenamos el volumen del balance de los dos primeros meses, operar el embalse considerando el Almacenamiento Inicial. Identificar los meses de FALLA." (Se utiliza la misma Tabla 1 de caudales).

Conceptos de la Guía:

Simulación de embalse: Similar a la Pregunta 2, se realiza un balance de masas período a período.

Almacenamiento Inicial ($V_{alm,ini,1}$): La clave aquí es interpretar "el volumen del balance de los tres primeros meses". Esto se refiere al Almacenamiento Relativo Acumulado (S_i) al final del segundo período (S_2), calculado en la Pregunta 1 (Paso 1.3). Este valor representa el volumen que se habría acumulado en un embalse por encima de la demanda, partiendo de un $S_0=0$.

Falla: Ocurre cuando el embalse no puede satisfacer la demanda ($V_{alm,antes_ajuste} < 0$).

Capacidad del Embalse (C_u): Se sigue utilizando la capacidad calculada en la Pregunta 1 (1192.23 hm³), ya que el objetivo es ver cómo se comporta el sistema con esa capacidad pero con un diferente volumen inicial.

Paso 3.1: Calcular el Almacenamiento Inicial ($V_{alm,ini,1}$) De la tabla del Paso 1.3 (Pregunta 1), el Almacenamiento Relativo Acumulado al final del segundo período es: $S_2=237,74 \text{ hm}^3$.

Este será nuestro almacenamiento inicial para la simulación de la Pregunta 3: $V_{alm,ini,1}=237.74 \text{ hm}^3$. Es importante verificar que este volumen inicial no exceda la capacidad del embalse: **$237.74 \text{ hm}^3 \leq 1192.23 \text{ hm}^3$** , lo cual se cumple.

Paso 3.2: Establecer los Datos para la Simulación

V_{ap,i}: Volúmenes de aporte por período (del Paso 1.1).

V_{d,i}: Demanda uniforme (caudal módulo) $V_d \approx 577.86 \text{ hm}^3/\text{período}$.

Capacidad del Embalse (C_u): 1192.23 hm³.

Almacenamiento Inicial para el primer período (V_{alm,ini,1}): 237.74 hm³.

Paso 3.3: Realizar la Simulación del Embalse Período a Período Se construye la tabla de balance de masas, similar a la de la Pregunta 2, pero con el nuevo Valm,ini,1.

Per.	Valm,ini (hm3)	Vap (hm3)	Vd (hm3)	Valm,antes_ajuste (hm3)	Vdef (hm3)	Vvert (hm3)	Valm,fin (hm3)	Falla?
1	273,74	633,83	577,87	329,70	0,00	0,00	329,70	No
2	329,70	759,63	577,87	511,47	0,00	0,00	511,47	No
3	511,47	549,16	577,87	482,76	0,00	0,00	482,76	No
4	482,76	517,71	577,87	422,60	0,00	0,00	422,60	No
5	422,60	454,81	577,87	299,55	0,00	0,00	299,55	No
6	299,55	433,04	577,87	154,72	0,00	0,00	154,72	No
7	154,72	428,20	577,87	5,05	0,00	0,00	5,05	No
8	5,05	442,71	577,87	-130,10	-130,10	0,00	0,00	Si
9	-130,10	442,71	577,87	-265,26	-265,26	0,00	0,00	Si
10	-265,26	471,74	577,87	-371,38	-371,38	0,00	0,00	Si
11	-371,38	580,61	577,87	-368,64	-368,64	0,00	0,00	Si
12	-368,64	604,80	577,87	-341,70	-341,70	0,00	0,00	Si
13	-341,70	660,44	577,87	-259,13	-259,13	0,00	0,00	Si
14	-259,13	887,85	577,87	50,85	0,00	0,00	50,85	No
15	50,85	1117,67	577,87	590,66	0,00	0,00	590,66	No
16	590,66	808,01	577,87	820,81	0,00	0,00	820,81	No
17	820,81	546,74	577,87	789,68	0,00	0,00	789,68	No
18	789,68	503,19	577,87	715,01	0,00	0,00	715,01	No
19	715,01	483,84	577,87	620,98	0,00	0,00	620,98	No
20	620,98	459,65	577,87	502,76	0,00	0,00	502,76	No
21	502,76	445,13	577,87	370,03	0,00	0,00	370,03	No
22	370,03	481,42	577,87	273,58	0,00	0,00	273,58	No

Paso 3.4: Identificar los Períodos de Falla

Los períodos de falla son aquellos donde la columna "Falla?" indica "Sí" (o donde $V_{def} > 0$). Según la tabla, los períodos de falla son: 8, 9, 10, 11, 12 y 13

Respuesta para Pregunta 3: Los períodos de falla, bajo las condiciones dadas (regulación al módulo, $V_{alm,ini,1} = S_2 = 237.74 \text{ hm}^3$, $C_u = 1192.23 \text{ hm}^3$), son los períodos **8, 9, 10, 11, 12 y 13.**

Enunciado:

4. "Dadas las curvas área-elevación determinar las curvas de volumen-elevación de un embalse. En la Tabla se encuentran datos de información topográfica de la cuenca hidrográfica.

$$\Delta V1=(A1+0)/2 \cdot \Delta h1; \Delta V2=(A2+A1)/2 \cdot \Delta h2; \text{etc}$$

Elevación (Ei) (m)	Área (Ai) (Ha)
1158	0,00
1160	3,50
1162	12,50
1164	23,00
1166	36,00
1168	65,50
1170	93,00
1172	121,50
1174	167,80
1176	190,40
1178	240,80
1180	365,30

1 hm³=10⁶ m³.

1 Ha=10,000 m².

1 Ha·m(Hecta´rea-metro)=10,000 m³=0.01 hm³.

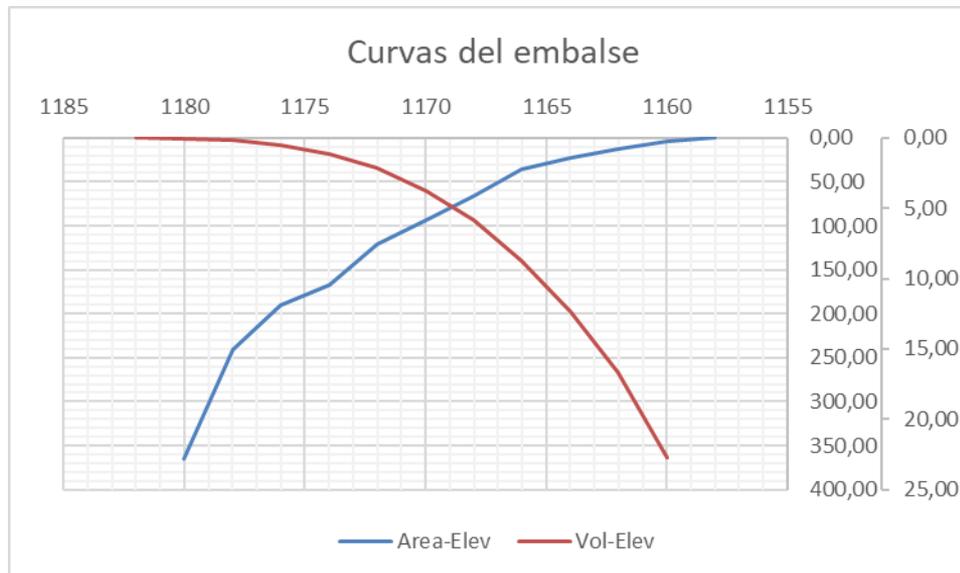
Paso 4.1: Preparar la Tabla de Cálculo

Columnas: Elevación (E_i), Área (A_i en Ha), Δh_i (m), Área Media ($A_{m,i}$ en Ha), ΔV_i (Volumen del estrato en Ha·m), ΔV_i (Volumen del estrato en hm³), Volumen Acumulado ($V_{ac,i}$ en hm³).

E_i (m)	A_i (Ha)	Δh_i (m)	$A_{m,i}$ (Ha) $= (A_i + A_{i-1}) / 2$	ΔV_i (Ha·m) $= A_{m,i} \cdot (\Delta h_i)$	ΔV_i (hm ³) $= \{ \text{Ha} \cdot \text{m} \} \cdot 0.01$	$V_{ac,i}$ (hm ³)
1158	0,00	-	-	-	0	0,00
1160	3,50	2	1,75	3,5	0,035	0,04
1162	12,50	2	8,00	16	0,160	0,20
1164	23,00	2	17,75	35,5	0,355	0,55
1166	36,00	2	29,50	59	0,590	1,14
1168	65,50	2	50,75	101,5	1,015	2,16
1170	93,00	2	79,25	158,5	1,585	3,74
1172	121,50	2	107,25	214,5	2,145	5,89
1174	167,80	2	144,65	289,3	2,893	8,78
1176	190,40	2	179,10	358,2	3,582	12,36
1178	240,80	2	215,60	431,2	4,312	16,67
1180	365,30	2	303,05	606,1	6,061	22,73

Paso 4.1: Preparar la Tabla de Cálculo

Columnas: Elevación (E_i), Área (A_i en Ha), Δh_i (m), Área Media ($A_{m,i}$ en Ha), ΔV_i (Volumen del estrato en Ha·m), ΔV_i (Volumen del estrato en hm³), Volumen Acumulado ($V_{ac,i}$ en hm³).



E_i (m)	A_i (Ha)	Δh_i (m)	$A_{m,i}$ (Ha) $= (A_i + A_{i-1}) / 2$	ΔV_i (Ha·m) $= A_{m,i} \cdot \Delta h_i$	ΔV_i (hm ³) $= \{ \text{Ha} \cdot \text{m} \} \cdot 0,001$	$V_{ac,i}$ (hm ³)
1158	0,00	-	-	-	0	0,00
1160	3,50	2	1,75	3,5	0,035	0,04
1162	12,50	2	8,00	16	0,160	0,20
1164	23,00	2	17,75	35,5	0,355	0,55
1166	36,00	2	29,50	59	0,590	1,14
1168	65,50	2	50,75	101,5	1,015	2,16
1170	93,00	2	79,25	158,5	1,585	3,74
1172	121,50	2	107,25	214,5	2,145	5,89
1174	167,80	2	144,65	289,3	2,893	8,78
1176	190,40	2	179,10	358,2	3,582	12,36
1178	240,80	2	215,60	431,2	4,312	16,67
1180	365,30	2	303,05	606,1	6,061	22,73

Enunciado:

5. "A partir de la información topográfica se pide:
Determinar las curvas características Altura-
Volumen."

Cota (Ei) (m)	Área (Ai) (m ²)
2311	0,00
2312	29,76
2313	150,85
2314	811,06
2315	2108,77
2316	3887,76
2317	9407,97
2318	14307,17
2319	19814,17
2320	25838,51
2321	32660,35
2322	41806,93
2323	52247,75
2324	62190,03
2325	74165,52
2326	86544,44
2327	98576,56
2328	113838,91

Conceptos Clave de la Guía "Centrales de Embalse - Hu":

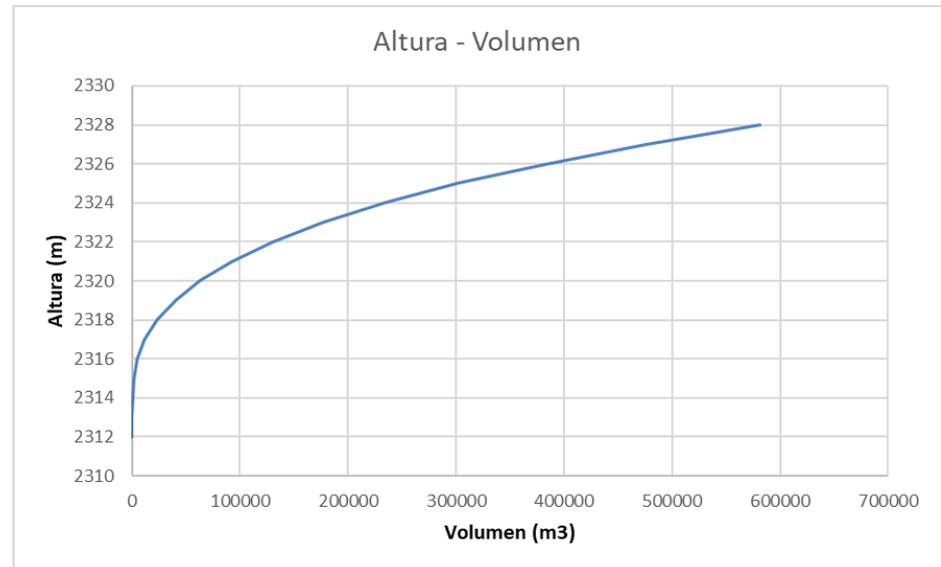
Curvas Características de Embalses (p. 12): La información topográfica es la base.

Curva Volumen-Elevación (p. 15): Se obtiene integrando la curva Área-Elevación. El TP especifica el Método del Área Media: $\Delta V = 2A_i + A_s \cdot \Delta h$.

Paso 5.1: Preparar la Tabla de Cálculo

Columnas: Cota (Ei), Área (Ai en m²), Δh_i (m), Área Media (Am,i en m²), ΔV_i (Volumen del estrato en m³), Volumen Acumulado (Vac,i en m³).

Cota (Ei) (m)	Área (Ai) (m ²)	Δh_i (m)	Am,i (m ²) =(Ai+Ai-1)/2	ΔV_i (m ³) =(Am,i· Δh_i)	Vac,i (m ³)
2311	0,00	-	-	-	
2312	29,76	1	14,88	14,88	14,88
2313	150,85	1	90,31	90,31	105,19
2314	811,06	1	480,96	480,96	586,14
2315	2108,77	1	1459,92	1459,92	2046,06
2316	3887,76	1	2998,27	2998,27	5044,32
2317	9407,97	1	6647,87	6647,87	11692,19
2318	14307,17	1	11857,57	11857,57	23549,76
2319	19814,17	1	17060,67	17060,67	40610,43
2320	25838,51	1	22826,34	22826,34	63436,77
2321	32660,35	1	29249,43	29249,43	92686,20
2322	41806,93	1	37233,64	37233,64	129919,84
2323	52247,75	1	47027,34	47027,34	176947,18
2324	62190,03	1	57218,89	57218,89	234166,07
2325	74165,52	1	68177,78	68177,78	302343,84
2326	86544,44	1	80354,98	80354,98	382698,82
2327	98576,56	1	92560,50	92560,50	475259,32
2328	113838,91	1	106207,74	106207,74	581467,06



Enunciado:

6. "A partir de la curva anterior:

Nivel Mínimo de Operación (NMOP) = Cota 2319 m.

Nivel Normal de Operación (NAM) = Cota 2326 m.

Calcular el Volumen Útil ($VU = V_{NAM} - V_{NMOP}$) en hm^3 ."

Componentes del Vaso de un Embalse (p. 4-7): La guía define varios volúmenes y niveles. **Volumen Útil (VU):** Es el volumen de agua que puede ser efectivamente utilizado para los fines del embalse (generación, riego, etc.). Está comprendido entre el Nivel Mínimo de Operación (**NMOP**) y el Nivel Normal de Operación (**NAM**) o Nivel de Aguas Máximas Ordinarias (**NAMO**).

Según la guía (p. 6), **VU** es el "**VOLÚMEN DE OPERACIÓN**" o "**VOLÚMEN ÚTIL**".
Matemáticamente: $VU = V_{NAM} - V_{NMOP}$, donde V_{NAM} es el volumen total almacenado hasta el NAM y V_{NMOP} es el volumen total almacenado hasta el NMOP.

el Nivel Mínimo de Operación (**NMOP**) se establece en la cota 2319 m.
De la tabla de la Pregunta 5, el Volumen Acumulado (V_{ac}) a la cota 2319 m (que corresponde a C9) es $V_{NMOP} = V_{C9} = 40610.428 \text{ m}^3$.

el Nivel Normal de Operación (**NAM**) se establece en la cota 2326 m.
De la tabla de la Pregunta 5, el Volumen Acumulado (V_{ac}) a la cota 2326 m (que corresponde a C16) es $V_{NAM} = V_{C16} = 382698.823 \text{ m}^3$.

Paso 6.2: Calcular el Volumen Útil (VU) en m³

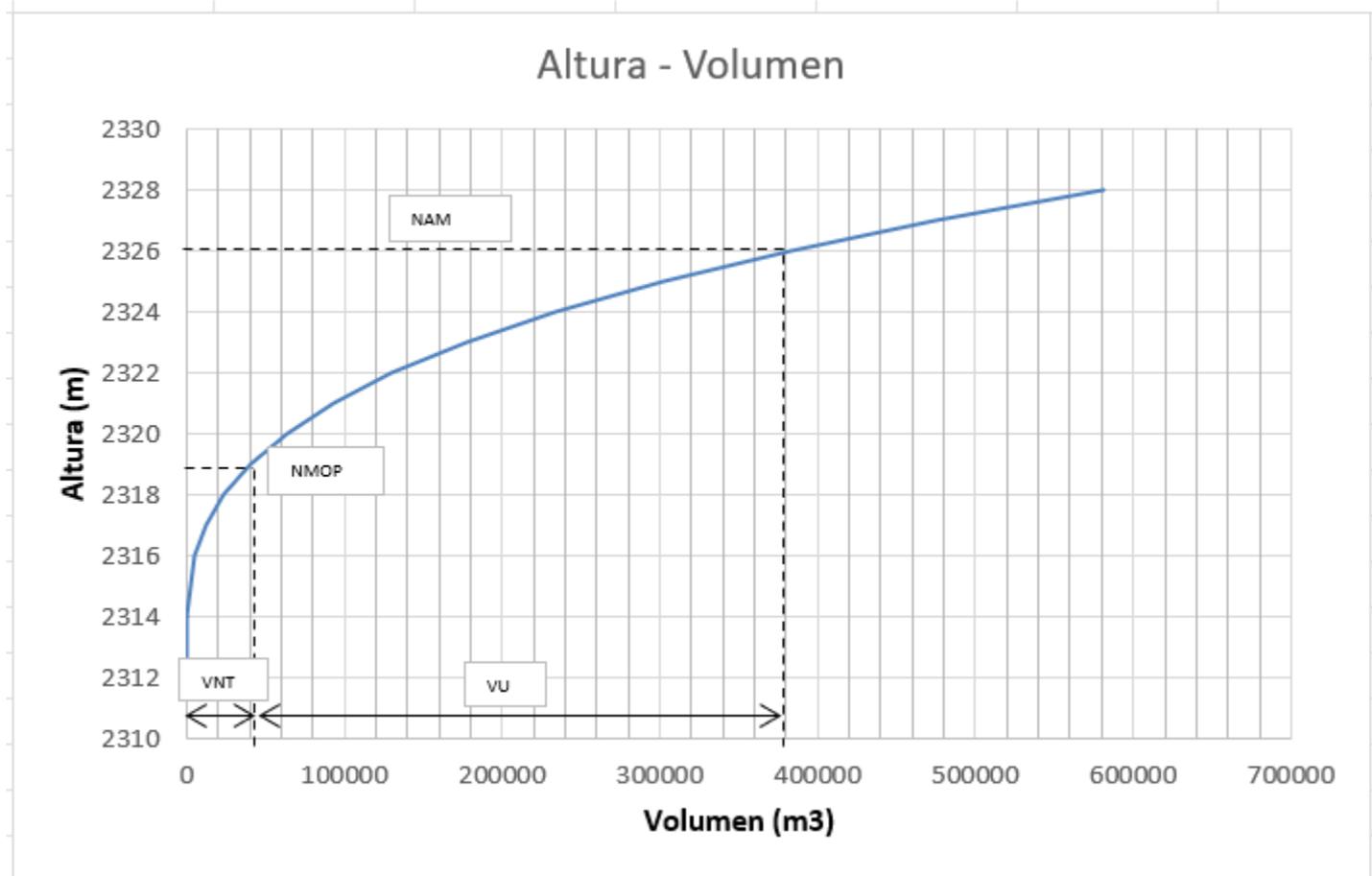
Una vez definidos los volúmenes correspondientes a NAM y NMOP:

$$VU = V_{NAM} - V_{NMOP} \quad VU = 382698.823 \text{ m}^3 - 40610.428 \text{ m}^3 = 342088.395 \text{ m}^3.$$

Paso 6.3: Convertir el Volumen Útil a hm³

La pregunta pide el resultado en hm³. $1 \text{ hm}^3 = 10^6 \text{ m}^3$.

$$VU(\text{hm}^3) = 342088.395 \text{ m}^3 / 10^6 \text{ m}^3/\text{hm}^3 = \mathbf{0.342 \text{ hm}^3}.$$



6. Enunciado del Problema:

Se está estudiando la factibilidad de construir una central hidroeléctrica de embalse para regular el caudal de un río y generar energía. Se han realizado los siguientes estudios y estimaciones:

1. Estudios Hidrológicos y de Regulación:

Se ha determinado que el caudal regularizado (Q_r) que se puede obtener de forma constante a lo largo del año, gracias a la regulación del embalse, es de 50 m³/s. Este será el caudal turbinado constante.

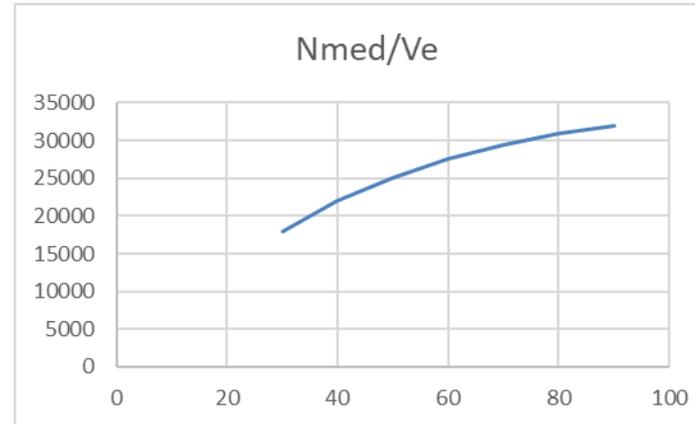
2. Curva Característica Volumen Embalsado (V_e) vs. Potencia Media (N_{med}):

A través de simulaciones del movimiento del embalse para diferentes capacidades de almacenamiento útil (V_u) y considerando la variación de la altura útil (H_u) con el nivel del embalse, se ha obtenido la siguiente relación entre el Volumen Embalsado Total ($V_e = V_{NT} + V_u$) y la Potencia Media Anual (N_{med} en kW) que se puede generar con el $Q_r = 50$ m³/s.

Se asume un Volumen No Turbinable (V_{NT}) base de 10 hm³.

La curva N_{med} vs V_e (donde V_e es el volumen total hasta el Nivel Normal de Operación - NAM) se ha aproximado por la siguiente tabla (utilizaremos esta tabla para obtener dV_e/dN_{med}):

Ve (Hm ³)	Nmed (Kw)	NAM (m.s.n.m.)
10		100
30	18000	115,00
40	22000	120,00
50	25000	124,00
60	27500	127,00
70	29500	129,00
80	31000	130,00
90	32000	130,50



3, Costos de la Presa: El volumen de la estructura de la presa (V_p en m³ de hormigón o material) varía linealmente con el volumen total de agua embalsada (V_e en hm³) según la ecuación:

$V_p(\text{m}^3) = V_0 + V_1 \cdot V_e(\text{hm}^3)$ Donde:

$V_0 =$	500000	m ³	(volumen base de la presa para $V_e = 0$, fundaciones, etc.)
$V_1 =$	15000	m ³ /hm ³	m ³ de presa / hm ³ de agua embalsada (coeficiente angular)
$C_u =$	120	USD/m ³	Costo unitario del material de la presa (C_u)

4, Parámetros Económicos y Otros Costos:

$r =$	12	%	Tasa de servicio anual del capital invertido en la presa (incluye amortización e interés)
$CAE =$	800000	USD/año	Costos anuales de explotación (A) + Costos anuales del servicio del capital invertido en las obras excepto la presa (B): Se estima que la suma (A+B) es constante
$T =$	8760	hs	Número de horas de operación al año (T)

Se Pide:

Determinar la Altura Económica de la Presa. Esto implica encontrar el Volumen Embalsado (V_e^*) y la Potencia Media (N_{med}^*) que hacen mínimo el Costo Unitario de la Energía (CUE) producida. Utilizando el criterio diferencial presentado en la guía.

Concepto Clave de la Guía (p. 53): La altura económica (o el volumen embalsado económico V_e^* y la potencia media económica N_{med}^*) se encuentra cuando se cumple la condición: $dN_{med}/dV_e = N^*_{med}/(V_0/V_1 + V_e^*)$

Donde:

dN_{med}/dV_e es la derivada de la potencia media respecto al volumen embalsado (la pendiente de la curva N_{med} vs V_e).

N^*_{med} y V_e^* son los valores en el punto de costo mínimo.

V_0 y V_1 son los coeficientes de la ecuación del volumen de la presa.

Paso 1: Calcular el término constante V_0/V_1

$$V_0/V_1 = 33,33 \quad \text{Hm}^3$$

Paso 2: Calcular las derivadas $\Delta N_{\text{med}}/\Delta V_e$ a partir de la tabla N_{med} vs V_e

Aproximaremos la derivada como el incremento de potencia media por cada incremento de volumen embalsado, calculado para el punto medio de cada intervalo de V_e .

V_e (hm ³)	N_{med} (kW)	ΔV_e (hm ³)	ΔN_{med} (kW)	$\Delta n_{\text{med}}/\Delta V_e$ (kW/hm ³) (Pendiente)	$V_{e,\text{medio}}$ (hm ³)
30	18000				
		10	4000	400	35
40	22000				
		10	3000	300	45
50	25000				
		10	2500	250	55
60	27500				
		10	2000	200	65
70	29500				
		10	1500	150	75
80	31000				
		10	1000	100	85
90	32000				

Paso 3: Calcular el término $N_{med}/[33.333+V_e]$ para cada punto de la tabla original.

Usaremos los valores de V_e y N_{med} de la tabla original.

V_e (hm ³)	N_{med} (kW)	$33.333+V_e$ (hm ³)	$N_{med}/[33.333+V_e]$ (kW/hm ³)
30	18000	63,33	284,21
40	22000	73,33	300,00
50	25000	83,33	300,00
60	27500	93,33	294,64
70	29500	103,33	285,48
80	31000	113,33	273,53
90	32000	123,33	259,46

Paso 4: Encontrar el punto donde $\Delta N_{med}/\Delta V_e \approx N_{med}/[33.333+V_e]$

Comparamos los valores de la columna "Pendiente" (Paso 2) con los de la última columna (Paso 3).

Para el intervalo $V_e=[40,50]$ ($V_{e,medio}=45$), la pendiente $\Delta V_e \Delta N_{med}=300.0$.

Para $V_e=40$, el término $N_{med}/[33.333+V_e] \approx 300.0$.

Para $V_e=50$, el término $N_{med}/[33.333+V_e] \approx 300.0$.

Parece que la condición se cumple muy cerca del intervalo donde V_e está entre 40 y 50 hm^3 .

Si tomamos la pendiente calculada en $V_{e,medio}=45$ hm^3 (que es 300.0 kW/ hm^3).

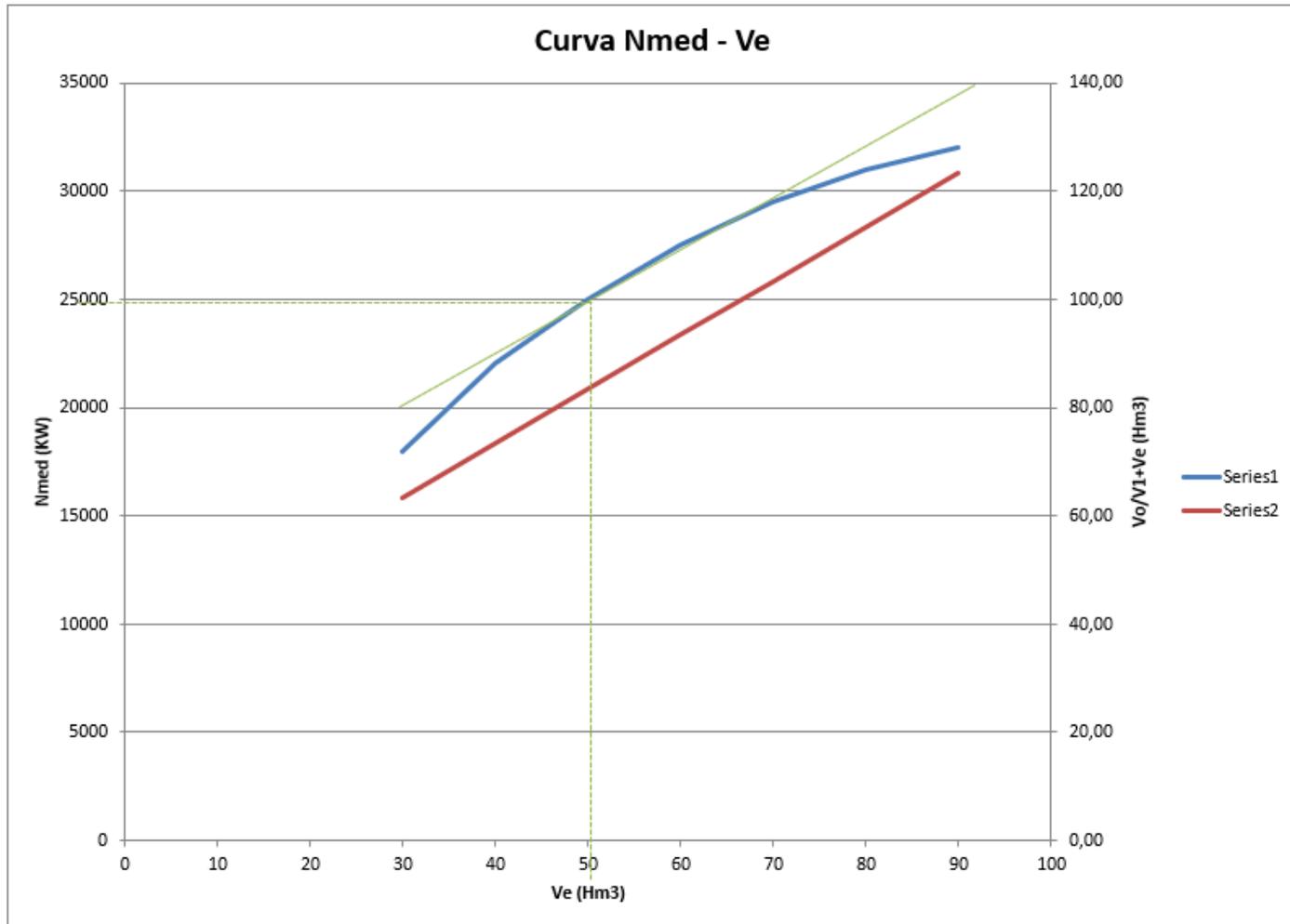
En $V_e=40$ hm^3 , $N_{med}/[33.333+V_e]=300.0$ kW/ hm^3 .

En $V_e=50$ hm^3 , $N_{med}/[33.333+V_e]=300.0$ kW/ hm^3 .

Esto indica que la solución económica V_e^* está en el rango de 40 hm^3 a 50 hm^3 . Dado que la pendiente $\Delta N_{med}/\Delta V_e$ para el intervalo [40, 50] es 300, y el valor de $N_{med}/[33.333+V_e]$ es 300 tanto para $V_e=40$ como para $V_e=50$ (esto es una coincidencia por los números elegidos, usualmente se buscaría una interpolación donde los dos términos se cruzan), podemos decir que la condición se satisface en este rango.

Si la pendiente de la curva N_{med} vs V_e fuera lineal en el tramo [40, 50] con pendiente 300, y la curva $N_{med}/[33.333+V_e]$ también fuera aproximadamente 300 en ese tramo, cualquier punto intermedio sería una solución matemática.

Paso 4: Gráficamente (como lo muestra la guía en p. 55):



Paso 5: Determinar la Altura Económica (H^*):

Cota base (Nivel de Embalse Muerto, NEM, donde $VVNT=10 \text{ hm}^3$): 100.0 msnm (Este es el volumen hasta el NMOP si el VNT es el único volumen bajo NMOP).

Para $V_e=30 \text{ hm}^3$ (que incluye 10 hm^3 de VNT y 20 hm^3 de V_u), la cota del NAM es 115.0 msnm.

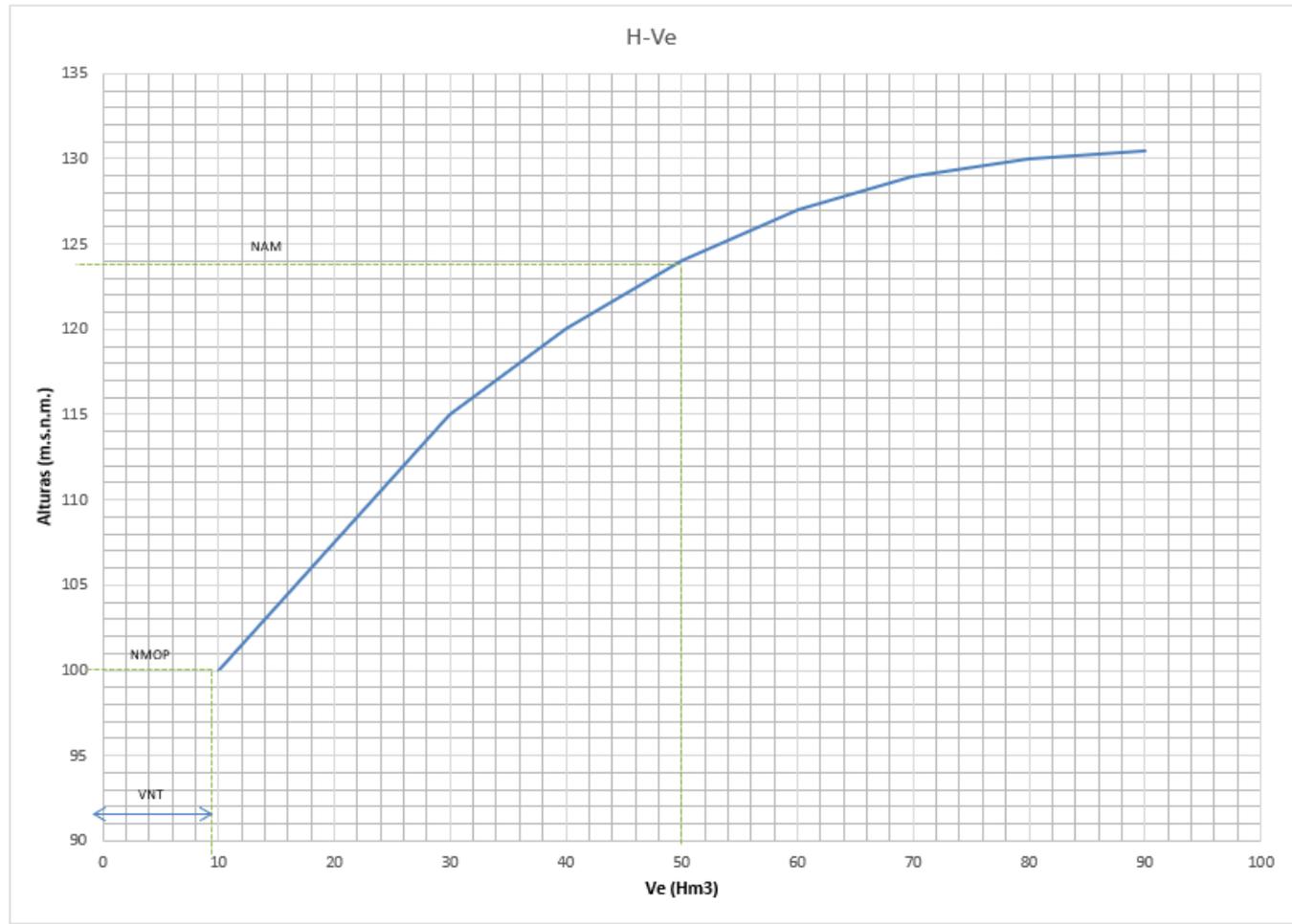
Para $V_e=40 \text{ hm}^3$ (que incluye 10 hm^3 de VNT y 30 hm^3 de V_u), la cota del NAM es 120.0 msnm.

Para $V_e^*=50 \text{ hm}^3$ (que incluye 10 hm^3 de VNT y 40 hm^3 de V_u), la cota del NAM es 124.0 msnm.

Con esta curva, si el Volumen Embalsado Económico (V_e^*) es 50 hm^3 , la Cota del Nivel Normal de Operación (NAM) económico sería 124.0 msnm. La "Altura Económica de la Presa" se referiría a la altura estructural necesaria para alcanzar esta cota de NAM (considerando el NEM y el borde libre), o más directamente, la altura de agua desde el nivel de restitución hasta el nivel medio de operación en el embalse económico. Dado que H_u (salto neto) es una función de los niveles del embalse y de restitución, y la N_{med} ya considera esta H_u variable, la "Altura Económica" se refiere a la altura del Nivel Normal de Operación ($ENAM^*$) correspondiente al V_e^* o la altura de la presa necesaria para lograr ese V_e^* .

Para nuestro ejemplo, con $V_e^*=50 \text{ hm}^3$, la cota del NAM económico es 124.0 msnm. Si el nivel de restitución (o el nivel de referencia para el salto útil medio) estuviera, por ejemplo, en la cota 85 msnm y las pérdidas fueran de X metros, la H_u media que da la N_{med}^* estaría relacionada con la diferencia entre el nivel medio de operación del embalse y el nivel de restitución. La "Altura Económica" es la altura de presa que da el V_e^* y N_{med}^* . En este caso, es la altura que permite embalsar 50 hm^3 y operar con una N_{med} de 25000 kW. Si la base de la presa (fundación) está en la cota, digamos, 70 msnm, y el coronamiento necesita estar unos metros por encima de 124 msnm (NAM económico) más el nivel de crecidas, la altura estructural sería $(120 + \text{Borde Libre} + \text{Revancha por Crecida}) - 70$. Pero conceptualmente, la "Altura Económica" es aquella que define el V_e^* y N_{med}^* .

Paso 5: Determinar la Altura Económica (H*):



Paso 6: Calcular el Costo Unitario de la Energía (CUE) en el punto económico:

Ve*=	50	Hm ³	
Nmed*=	25000	Kw	
Cpresa*=	\$ 150.000.000,00	USD	$C_{presa} = C_u \cdot (V_0 + V_e^* \cdot V_1)$
Gasto Anual Presa=	\$ 18.000.000,00	USD	Gasto anual por la presa $Sc = r \cdot C_{presa}^*$
Ea=	219000000	Kw/año	Energía Anual $Ea = N_{med}^* \cdot T$
Costo por presa	0,0822	USD/Kwh	Costo por presa C(\$/kWh)
Costo (A+B)	0,0037	USD/Kwh	Costo por (A+B) por kWh
CUE*	0,0858	USD/Kwh	CUE*(en el punto económico)

Respuesta del Ejercicio: La solución económica (que minimiza el CUE) se encuentra en:

Volumen Embalsado Económico (Ve*): 50 hm³

Potencia Media Económica (Nmed*): 25,000 kW

La Altura Económica de la Presa es aquella que permite almacenar $V_e^* = 50$ hm³ y operar para generar $N_{med}^* = 25,000$ kW. Con la curva Elevación-Volumen, esto corresponde a un Nivel Normal de Operación (NAM) de 124.0 msnm.

La altura física de la estructura de la presa dependerá de la cota de fundación y los requerimientos de borde libre sobre este NAM.