III.1.4 TRABAJO PRÁCTICO: CONJUNTOS NUMÉRICOS

1. Representar los siguientes números en la recta numérica: $\frac{3}{5}\,;-0{,}6\,;\frac{8}{4}\,;\frac{0}{3}\,;-\frac{4}{2}$

2. Ordenar de menor a mayor los números $0{,}\overset{\frown}{6}\,;-\frac{8}{5}\,;-\frac{3}{2}\,;0{,}59\,;-1\,;\frac{6}{10}$

3. Resolver sin pasar a fracción

   a) $(0{,}5 + 2{,}\overset{\frown}{3} - 1{,}\overset{\frown}{1})\ 10 =$

   b) $(-1{,}2\overset{\frown}{5} - 3{,}4 + 0{,}\overset{\frown}{1})\ 100 =$

4. Escribir un cociente de números enteros que tenga como resultado $\frac{0{,}2}{1{,}05}$. ¿Es una fracción decimal? ¿por qué?.

5. Resolver los siguientes ejercicios combinados:

   a) $-2.\left[\left(3^{138}:3^{137}+2\right):5-1\right]+\sqrt[3]{-125}=$

   b) $(-2)^{20}.(-2)^{5}:(-2)^{21}+\sqrt[4]{(-3)^{2}.9}-24:\left[2.(-3)-6\right]=$

   c) $-2^{2}.(3-5)+2\left[3^{2}-4(-2)+9:(-3)\right]-(-4)^{3}:(-2-6)=$

   d) $-\sqrt[3]{-24-3}-(1+5)^{2}-5^{2}+\sqrt{10^{4}}:2=$

   e) $(-2)^{2}(-2)(-2)^{3}-(-3)^{6}:(-3)^{3}+\left[(-1)^{3}\right]^{2}=$

   f) $(-5)^{7}:(-5)^{3}:(-5)+\left\{\left[(-5)^{2}\right]^{0}\right\}^{4}-(-5)(-5)^{2}=$

   g) $\sqrt[4]{2^{3}.2}-\sqrt[5]{(-2)^{6}:(-2)}+\sqrt[3]{(-4)^{2}.(-4)}=$

   h) $3+\dfrac{\frac{6}{5}:3+\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}:\frac{5}{6}-\frac{1}{4}}=$

   i) $\sqrt{1-\frac{8}{9}}\ (-3)^{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}:\frac{3}{2}=$

   j) $\sqrt{\frac{1}{16}}\ \sqrt[3]{-27}:\frac{3}{4}-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}=$

6. Completar el siguiente cuadro:

x	y	z	w	$(x^2 + z)\ y^w$	$y : z + x\ .\ w$	$z^{-1}\ .\ y - x$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{3}$	-1			
$-0{,}2$	$1{,}02$	$1{,}3$	0			

7. Verificar las igualdades

a) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ b) $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{-81} = 3\sqrt[3]{-3}$

8. Efectuar los cálculos siguientes, teniendo en cuenta el ejercicio anterior y sin aproximar los números irracionales.

a) $\frac{1}{2}\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18} =$ b) $\left(\sqrt{8} + 3\right)^2 =$

c) $\sqrt[3]{81} - 3\sqrt[3]{24} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{3} =$ d) $\left(\sqrt{8} + \sqrt{2}\right)^2 =$

9. Aplicar las propiedades convenientes para resolver los siguientes ejercicios:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{(-2)^5(-2)}} =$ b) $\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{3} : \sqrt[3]{36} =$

c) $\sqrt[3]{2}.\left(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{108}\right) =$ d) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{0{,}1.10^{-5}}.\sqrt[4]{0{,}1.10^{-5}}} =$

10. Verificar las siguientes igualdades:

a) $\left(a + \sqrt{18}\right)^2 = a^2 + 6.\left(a\sqrt{2} + 3\right)$ b) $\frac{26}{5}\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{\frac{2}{125}}$

11. Obtener otra expresión equivalente con denominador racional.

a. $\frac{3 + \sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ b. $\frac{4}{\sqrt[5]{16}}$ c. $\frac{2\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ d. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ e. $\frac{-2\sqrt{3}}{\sqrt{12} - \sqrt{2}}$

f. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ g. $\frac{2}{\sqrt[3]{7}}$ h. $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ i. $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$ j. $\frac{\sqrt[5]{2}}{3\sqrt[5]{4}}$ k. $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

12. Indicar en cuáles de las siguientes expresiones no es posible racionalizar el denominador:

a. $\frac{3}{\phi}$, siendo ϕ el número de oro b. $\frac{1}{\pi}$ c. $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ d $\frac{-3}{\sqrt{\sqrt{5}}}$

13. Considerar los números $x = 2\sqrt{3}$ e $y = -2+\sqrt{3}$, realizar los siguientes cálculos y escribir los resultados sin radicales en el denominador:

a. x^{-1} b. y^{-2} c. $y^{-1} - x^{-1}$ d. $(x+y)^{-1}$ e. $x + x^{-1}$

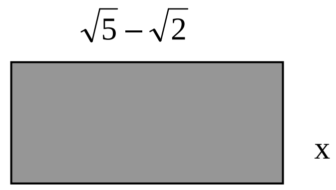
14. Para resolver los siguientes cálculos, racionalizar primero el denominador de cada término.

a. $\frac{1}{3}\sqrt{2} - \frac{2}{1-\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}+1}$ b. $\frac{4}{\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

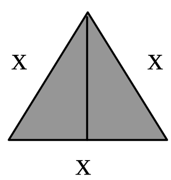
15. Hallar la medida en centímetros del perímetro de un triangulo equilátero de $\frac{2}{\sqrt{3}}$ cm. de lado y expresar sin radicales en el denominador.

16. Todas estas figuras tienen área 1. Hallar las incógnitas indicadas con *x*. Expresar todos los resultados sin radicales en el denominador.

a)

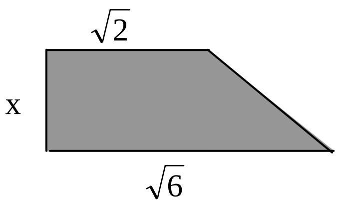


b)



altura del triángulo: $\sqrt{7}$

c)



17. Resolver y, cuando sea posible, simplificar.

a. $\sqrt[5]{5 : \sqrt{5}}$ b. $\left(\sqrt[4]{2^{-3}}\right)^2$ c. $\frac{10}{\sqrt{\frac{1}{5} . \sqrt[3]{2}}}$ d. $\sqrt{2.\sqrt{8.\sqrt{16}}}$

18. Resolver aplicando las propiedades de la potenciación

a. $2^{\frac{3}{4}} : 2^{\frac{-1}{2}} . \left[2^{\frac{1}{5}} : 2\right]^{\frac{5}{4}}$ b. $\left[0{,}1^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{9}{5}} : 10 : 100^{\frac{-11}{10}}$

19. Expresar en forma de radical las siguientes expresiones:

a) $4^{\frac{1}{3}}$ b) $7^{\frac{-3}{5}}$ c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$ d) $0{,}4^{\frac{-1}{3}}$

20. Expresar en forma de potencias los siguientes radicales:

a. $\sqrt[3]{6}$ b. $\sqrt[10]{2^5}$ c. $\frac{1}{\sqrt[5]{3^2}}$ d. $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$ e. $\sqrt[3]{\sqrt{81}}$ f. $\sqrt[4]{\sqrt[3]{10^2}}$

21. Expresar las medidas con potencias de exponente racional:

a. El volumen de un cubo de $7\sqrt{7}$ cm. de arista.

b. La diagonal de un cuadrado de $\sqrt[3]{4}$ cm. de perímetro

22. Transformar las siguientes expresiones en potencias de base 3:

a. $9^{\frac{-5}{2}}$ b. $81^{\frac{-3}{4}}$ c. $\frac{1}{\sqrt[5]{81}}$ d. $\frac{1}{\sqrt[3]{243}}$

23. Expresar los radicales como potencias y resolver.

a. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ b. $5.\sqrt[3]{5} : \sqrt{\left(\frac{1}{5}.\sqrt[5]{25}\right)^{\frac{-1}{3}}}$ c. $\left(\sqrt{6}.\sqrt[4]{12}\right)^3 : 18^{\frac{1}{2}}$ d. $\frac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{10 : \sqrt{0{,}001}}}$

24. Simplificar todo lo posible la expresión: Después, hallar su valor para $x = 0{,}0001$

$$\left[\left(x^{\frac{-2}{3}}\right)^{\frac{3}{5}}\right]^{\frac{5}{4}}$$

25. Resolver las ecuaciones con módulos

a) $x + |-2| = |2|$ b) $|-3x| + |x| = 4$

26. Analizar la validez de las siguientes afirmaciones:

a) No existen logaritmos de números negativos

b) Los logaritmos están definidos para bases positivas

c) Las potencias de un número positivo son todas positivas

27. Hallar y verificar los siguientes logaritmos aplicando la definición

a) $\log_2\left(\frac{1}{16}\right) =$ b) $\log_2 \sqrt{2} =$ c) $\log 0{,}001 =$

d) $\log_{\sqrt{3}} 9 =$ e) $\log_{0,5} 4 =$ f) $\log_8 \sqrt[5]{64} =$

g) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} =$ h) $\log_2 \frac{75}{16} - 2\log_2 \frac{5}{9} + \log_2 \frac{32}{243} =$

i) $\log_3 \sqrt[4]{1/9}\ 81 =$ j) $\log_3 0 =$ k) $2^{\log_2 6} =$

l) $\log_2(4^{0,5}) =$ m) $25^{\log_{25} 8} =$ n) $\log_2 2 =$

o) $\log_2 \frac{2^5\sqrt{2^3}}{2^3} =$ p) $\log_{1/2} 1/16 =$ q) $\log_{(a^2)}(a^5) =$

28. i) Sabiendo que log 2 = 0.3 y log 3 = 0.48 calcular sin recurrir a la calculadora

a) log 6 b) log 0,18 c) $\log \sqrt[4]{0.00036}$

ii) Sabiendo que log 23 = 1,3617 y log 18 = 1,2553 calcular sin recurrir a la calculadora

a) $\frac{\log 0{,}23}{4}$ b) $\frac{\log 0{,}018}{3}$

iii) Sabiendo que log 2 = 0,301030 calcular sin recurrir a la calculadora

a) $\log\left(\sqrt[3]{2} \div 2^5\right) =$ b) $\log\left(\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}}}\right) =$

29. Completar con = ó ≠ según corresponda en cada caso y justificar:

a. $\log_3 (9 + 3 + 27)$ ....$\log_3 9 + \log_3 3 + \log_3 27$

b. $\log_2 5 + \log_2 8 - \log_2 40$ 0

c. ln 2 + ln 5 ....ln (2. 5)

d. $\log_2 (9 - 5)$ .... $\frac{\log_2 9}{\log_2 5}$

e. $\log_2(32\ \sqrt[5]{4})$ .... $\frac{27}{5}$

f. $\frac{\log 625}{4}$ ....log 5

g. log 98 – log 4........................log 24.5

30. Indicar si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas:

a) $(\log_3 4)^{1/2} = \frac{1}{2}\log_3 4$

b) $\log_3 4^{1/2} = \frac{1}{2}\log_3 4$

c) $\log_3(-x) = -\log_3 x$

d) $\log_3 x^{-1} = -\log_3 x$

e) $\frac{\log_3 2}{\log_3 5} = \log_3 2 - \log_3 5$

f) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

g) $3^{\log_3 2} = 3$

h) $3^{\log_3 2} = 2$

31. Resolver sin usar calculadora:

a) $\log_a a^2 - \log_4 (0{,}25)^2 =$

b) $\log_{1/2} 4 + b^{-1} \log_{(a+b)} (a+b)^{3b} =$

c) $\log_5 (125^{-1} \cdot 0{,}5) + \log_5 2 =$

d) $\log_2 (12+4) - \log_2 4 + \log_{a^2} a^{-4} =$

e) $\frac{\log_{11}(1/11)}{\log_b b^{-2}} - \log_3 \sqrt{3} =$

f) $\frac{4 \log_2 4}{3 \log_3 3} \cdot (\log_5 25)^{-1} - \frac{1}{3} =$

g) $\log_8 2 \cdot \log_2 (4+4) + \frac{7^{\log_7 x}}{\log_3 3^x} - \ln(e^2) =$

h) $\frac{(\log_2 8)^2}{\log_2 \sqrt{2} + 1/2} =$

i) $\log_3 (3a+9) + \log_3 \left(\frac{a^3}{3+a} \right) + \log_3 a^{-3} =$

j) $\frac{\log_2 (4+4) - \log_2 \left(\frac{4}{4} \right)}{\log_2 \sqrt{2} + \frac{1}{2}} =$

k) $\log_4 \frac{1}{4} + \log_5 (5a) + \frac{1}{2} \log_5 a^{-2} + \ln e =$

l) $\log_3 27^{\frac{2}{3}} - 3\log_{4^3} 4 =$

32. Representar los siguientes números complejos

$z_1 = \frac{2}{3} - i$ $\quad z_2 = 4$ $\quad z_3 = 6\,i$ $\quad z_4 = -2 + \frac{3}{5}\,i$

33. Con los mismos números complejos representados en el punto anterior, efectuar las siguientes operaciones trabajando con los números expresados en forma de par ordenado y también en forma binómica.

a) $(z_1 - z_2) \cdot z_3 =$ $\quad$ b) $z_1 \div z_4 + z_3 =$ $\quad$ c) $z_4^2 - z_2 =$