

Principios generales de las máquinas eléctricas

2.1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas eléctricas son el resultado de una aplicación inteligente de los principios del electromagnetismo y en particular de la ley de inducción de Faraday. Las máquinas eléctricas se caracterizan por tener circuitos eléctricos y magnéticos entrelazados. Durante todo el proceso histórico de su desarrollo desempeñaron un papel rector, que determinaba el movimiento de toda la ingeniería eléctrica, merced a su aplicación en los campos de la generación, transporte, distribución y utilización de la energía eléctrica. Las máquinas eléctricas realizan una conversión de energía de una forma a otra, una de las cuales, al menos, es eléctrica. En base a este punto de vista, estrictamente energético, es posible clasificarlas en tres tipos fundamentales:

1. **GENERADOR:** que transforma la energía mecánica en eléctrica. La acción se desarrolla por el movimiento de una bobina en un campo magnético, resultando una f.e.m. inducida que al aplicarla a un circuito externo produce una corriente que interacciona con el campo y desarrolla una fuerza mecánica que se opone al movimiento. En consecuencia, el generador necesita una energía mecánica de entrada para producir la energía eléctrica correspondiente.
2. **MOTOR:** que transforma la energía eléctrica en mecánica. La acción se desarrolla introduciendo una corriente en la máquina por medio de una fuente externa, que interacciona con el campo produciendo un movimiento de la máquina; aparece entonces una f.e.m. inducida que se opone a la corriente y que por ello se denomina fuerza contraelectromotriz. En consecuencia, el motor necesita una energía eléctrica de entrada para producir la energía mecánica correspondiente.
3. **TRANSFORMADOR:** que transforma una energía eléctrica de entrada (de c.a.) con determinadas magnitudes de tensión y corriente en otra energía eléctrica de salida (de c.a.) con magnitudes diferentes.

Los generadores y motores tienen un acceso mecánico y por ello son máquinas dotadas de movimiento, que normalmente es de rotación; por el contrario, los transformadores son máquinas eléctricas que tienen únicamente accesos eléctricos y son máquinas estáticas.

Cada máquina en particular cumple el principio de reciprocidad electromagnética, lo cual quiere decir que son reversibles, pudiendo funcionar como generador o como motor (en la práctica, existe en realidad alguna diferencia en su construcción, que caracteriza uno u otro modo de funcionamiento). El estudio de las máquinas eléctricas ha experimentado grandes cambios en su exposición a lo largo de la historia. El análisis tradicional consistía en estudiar

independientemente cada una de las máquinas por separado, destacando las diferencias entre ellas desde el punto de vista de funcionamiento, diseño, construcción, etc.: actualmente, y a partir de los estudios de Park (17) y Kron (13), se han expuesto teorías generalizadas y unificadas, dando lugar a una serie de textos ya clásicos en esta materia debidos a White-Woodson (24), Adkins (1), Jones (12), Gibbs (8), etc., donde se destacaban más las analogías que las diferencias, permitiendo también un análisis transitorio de estas máquinas, a base de ecuaciones de circuito del tipo matricial e incluso tensorial; este enfoque tiene un gran atractivo en cursos de doctorado pero resulta poco físico para aquellos ingenieros cuya formación requiere un conocimiento práctico de las máquinas en cuanto a sus aplicaciones tecnológicas se refiere. Por ello, en este libro sobre máquinas eléctricas se ha preferido seguir un método que se acerca más a la enseñanza tradicional, pero destacando en este capítulo aquellos aspectos que son comunes a todas las máquinas eléctricas, de tal forma que en lecciones posteriores pueda hacerse un análisis particular de cada tipo de máquina, dejando a un lado aquellos aspectos de diseño y construcción que pertenecen a áreas más específicas de la ingeniería.

El capítulo comienza describiendo los elementos básicos que incorporan las máquinas eléctricas rotativas, en sus aspectos eléctricos magnético y mecánico. Se muestran detalles constructivos de la forma del estampado de las chapas magnéticas, ranuras, etc. Se analiza el comportamiento de los colectores de anillos y del colector de delgas o conmutador, haciendo especial hincapié en la forma de ondas que se obtienen en los mismos. A continuación se incluye una descripción sucinta de la forma de los devanados de las máquinas eléctricas, pero sin llegar a estudiar las leyes de los bobinados, que pertenecen a áreas más especializadas de la ingeniería eléctrica. Se analizan los conceptos generales de pérdidas y calentamiento, describiendo los tipos de aislamientos empleados de acuerdo con la Norma UNE EN 60034-1:1995 y CEI-85 (1984). Se indica el concepto de potencia asignada de una máquina, las clases de protección IP y los tipos de servicio a los que se destinan. También se hace un análisis del rendimiento de las máquinas eléctricas, destacando la variación del rendimiento en función de la potencia suministrada.

Comienza luego el análisis de las f.m.m.s. y campo magnético en el entrehierro producido por diferentes configuraciones de los devanados: concentrado y distribuido. Se realiza con gran detalle la exposición del teorema de Ferraris y su importancia en la producción de campos magnéticos giratorios. Se expone el teorema de Leblanc, en el que se identifica un campo alternativo con un doble campo giratorio.

A continuación se hace un análisis general de la f.e.m. inducida en una máquina eléctrica y los factores que intervienen en la mejora de la calidad de la onda producida; en especial se estudian los armónicos de f.e.m. y su eliminación utilizando el acortamiento y distribución de las bobinas. También se estudia la creación del par electromagnético en una máquina eléctrica a partir de los fasores espaciales de f.m.m. Posteriormente, y de acuerdo con la relación entre las frecuencias de inductor e inducido y la velocidad del rotor, se hace una clasificación general de las máquinas y seguidamente se describen de un modo cualitativo los principales tipos de máquinas. En capítulos posteriores se hacen los estudios detallados de cada una de las máquinas eléctricas.

2.2. ELEMENTOS BÁSICOS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

En términos generales, se puede decir que una máquina eléctrica rotativa se compone de dos partes, como se indica esquemáticamente en la Figura 2.1. Hay una parte fija, que se denomi-

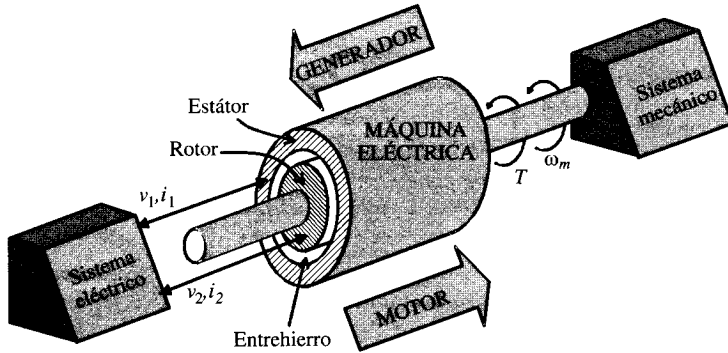


Figura 2.1. La máquina eléctrica como convertidor de energía.

na **estátor** y que tiene forma cilíndrica; en el caso de máquinas de gran velocidad, dicho cilindro es largo en comparación con su diámetro, mientras que para las de pequeña velocidad es relativamente corto. En la cavidad del estátor se coloca el **rotor**, que, como su nombre indica, es la parte giratoria de la máquina. El rotor se monta en un eje que descansa en dos rodamientos o cojinetes; éstos pueden estar montados en sendos pedestales que se apoyan en la bancada, o formar parte de las culatas o tapas que están sujetas a la carcasa del estátor. El espacio de aire que separa el estátor del rotor, necesario para que pueda girar la máquina, se denomina **entrehierro**, siendo el campo magnético existente en el mismo el que constituye el medio de acoplamiento entre los sistemas eléctrico y mecánico.

Normalmente tanto en el estátor como en el rotor existen devanados hechos con conductores de cobre por los que circulan corrientes suministradas o cedidas a un circuito exterior que constituye el **sistema eléctrico**. Uno de los devanados tiene por misión crear un flujo en el entrehierro y por ello se denomina **inductor**, y también **excitación** o **campo**. El otro devanado recibe el flujo del primero y se inducen en él corrientes que se cierran por el circuito exterior y se denomina **inducido**. Lo mismo puede situarse el inductor en el estátor y el inducido en el rotor o viceversa; lo que realmente cuenta es el movimiento relativo entre ambos devanados y teóricamente puede elegirse cualquiera de ambas soluciones, aunque en la práctica su situación la determinan las condiciones tecnológicas de facilidad de construcción, aislamiento, refrigeración, etc. Desde el punto de vista de la construcción, el estátor tiene su parte exterior recubierta por la **carcasa** o culata, estando constituida por un cilindro hueco al que se unen los pies y los dispositivos de fijación de la máquina (Fig. 2.2). En las máquinas pequeñas se construye en forma de un monobloque de fundición de hierro colado y en las máquinas grandes se compone de dos o cuatro partes ensambladas. La forma de la carcasa varía de un constructor a otro, estando condicionada por el sistema de refrigeración y por la protección exigible en el lugar de trabajo (contra objetos sólidos, polvo, agua, antideflagrantes, etc.) En los lados de la carcasa van colocadas las tapas que cerrarán el motor y que tienen un hueco central en su interior para alojar los cojinetes del rotor.

El estátor y el rotor se construyen con material ferromagnético, de tal forma que para evitar pérdidas en el hierro suelen realizarse con chapas magnéticas de acero al silicio, convenientemente ranuradas para alojar en su interior los devanados correspondientes.

En la Figura 2.3 se muestran diversas formas de chapas magnéticas empleadas en la construcción de máquinas eléctricas; se observa que las que configuran el rotor disponen en el centro de un agujero circular, para introducir por el mismo el eje, disponiendo también de su corres-

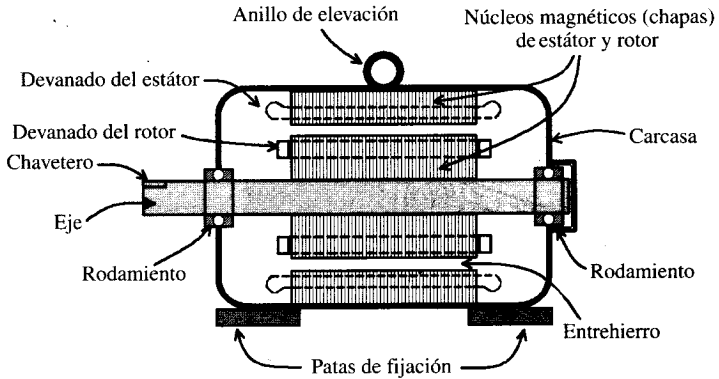


Figura 2.2. Aspectos constructivos de una máquina eléctrica.

pondiente chavetero para que la sujeción sea perfecta. En las máquinas grandes existen también unos agujeros en las chapas distribuidos en su superficie que hacen de conductos de ventilación, para que penetre por ellos el aire producido por un ventilador acoplado al mismo eje, evitándose en gran parte el aumento de temperatura que se obtendría debido a las pérdidas en el hierro.

Las ranuras para alojar los conductores de los devanados pueden ser del tipo abierto, semicerrado y cerrado, como se indica en la Figura 2.4. Exceptuando el caso de las ranuras cerradas, que se emplean casi exclusivamente en la construcción del devanado del rotor de los motores de inducción (asíncronos) en jaula de ardilla, las ranuras suelen presentar una sección del tipo rectangular; las abiertas se utilizan en las grandes máquinas, donde el devanado se prepara con sus bobinas totalmente acabadas en una bobinadora o torno de baja velocidad, de tal forma que permite la colocación de la bobina entera en la ranura, cerrando ésta por medio de un calzo aislante; las ranuras semicerradas se emplean en las máquinas pequeñas, donde el devanado se coloca, haciendo deslizar los hilos conductores de la bobina, uno por uno por la garganta de entrada.

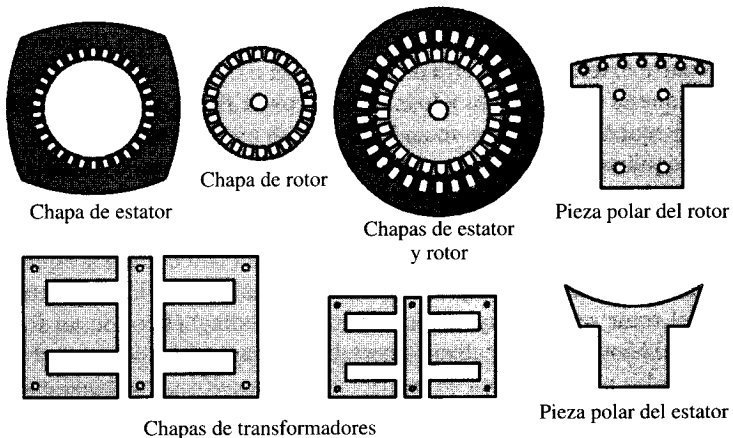


Figura 2.3. Tipos de chapas magnéticas.

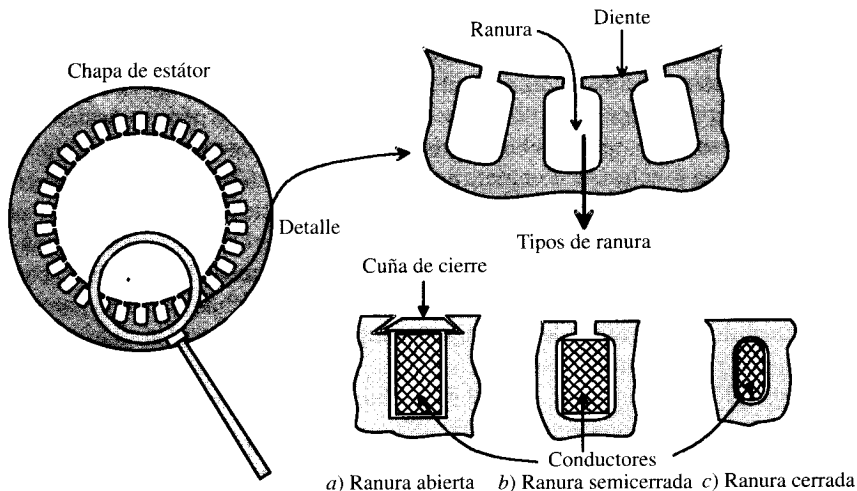


Figura 2.4. Tipos de ranura.

Desde el punto de vista de la configuración física, las máquinas eléctricas adoptan tres formas básicas, como se indica en la Figura 2.5. En el caso *a)* se tienen dos superficies totalmente cilíndricas, con un entrehierro uniforme; esta disposición se encuentra en las máquinas asíncronas, estando situado el inductor en el primario, y también se emplea en los turboalternadores de las centrales térmicas, situando el inductor en el rotor. En los casos *b)* y *c)* la superficie del estátor o del rotor presenta unos «salientes» magnéticos denominados polos que están provistos a su vez de unas expansiones o cuernos polares (Fig. 2.5c); en estos polos se sitúa siempre el devanado inductor, recorrido normalmente por c.c. y creando un campo magnético que puede asimilarse al que produce un imán permanente. La disposición indicada en la Figura 2.5b es la empleada en las máquinas síncronas y la de la Figura 2.5c se utiliza en las máquinas de c.c.

Todos los esquemas de la Figura 2.5 presentan un circuito magnético que forma dos polos; se dice entonces que la máquina es bipolar. La máquina mostrada en la Figura 2.6a es también bipolar, pero existen máquinas con un número superior de polos, denominadas multi-

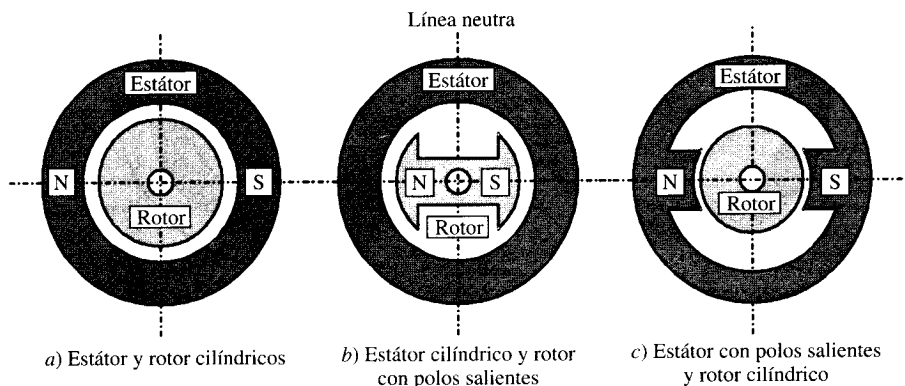


Figura 2.5. Configuraciones básicas de estátor-rotor.

polares, donde los polos N y S se suceden de una forma alternativa; por ejemplo, en la Figura 2.6b se muestra una máquina tetrapolar. La línea media entre un polo y el siguiente se denomina **línea neutra**, y la distancia entre dos polos consecutivos se denomina **paso polar**. En una máquina bipolar, por ejemplo la de la Figura 2.6a, se produce un ciclo completo magnético en una vuelta completa del rotor; sin embargo, para una máquina multipolar con p pares de polos, en una revolución completa del rotor se recorren p ciclos magnéticos completos; por ej., para la máquina representada en la Figura 2.6b, se tiene $p = 2$ (es decir, 4 polos), y una revolución del rotor corresponde a **dos** ciclos magnéticos. Como quiera que una revolución del rotor corresponde a un **ángulo geométrico** de 360° , y un ciclo magnético corresponde a un recorrido de 360° magnéticos, se concluye que para una máquina de p pares de polos un ángulo geométrico α corresponde a un **ángulo magnético** θ dado por la siguiente igualdad:

$$\theta = p \cdot \alpha \tag{2.1}$$

La expresión anterior es muy importante en el estudio de las máquinas eléctricas ya que permite relacionar los ángulos geométricos medidos por un observador con los grados magnéticos que efectivamente vé la máquina. Por ejemplo, para la máquina bipolar ($p = 1$) de la Figura 2.6a, el ángulo geométrico entre los polos N y S es de 180° que corresponde a medio ciclo magnético, es decir a 180° magnéticos, sin embargo para la máquina tetrapolar ($p = 2$) de la Figura 2.6b, el ángulo geométrico entre dos polos N y S consecutivos es de 90° , que corresponde a medio ciclo magnético, es decir, a 180° magnéticos. En lo sucesivo, si no existe una indicación especial, expresaremos los ángulos sólo en grados magnéticos, también llamados **grados eléctricos**, ya que las f.e.m.s. inducidas en las bobinas dependen de la variación entre posiciones magnéticas.

2.3. COLECTOR DE DELGAS Y COLECTOR DE ANILLOS

Se ha indicado en el apartado anterior que una máquina eléctrica rotativa está formada por dos partes denominadas estátor y rotor, que llevan unos devanados que reciben los nombres de

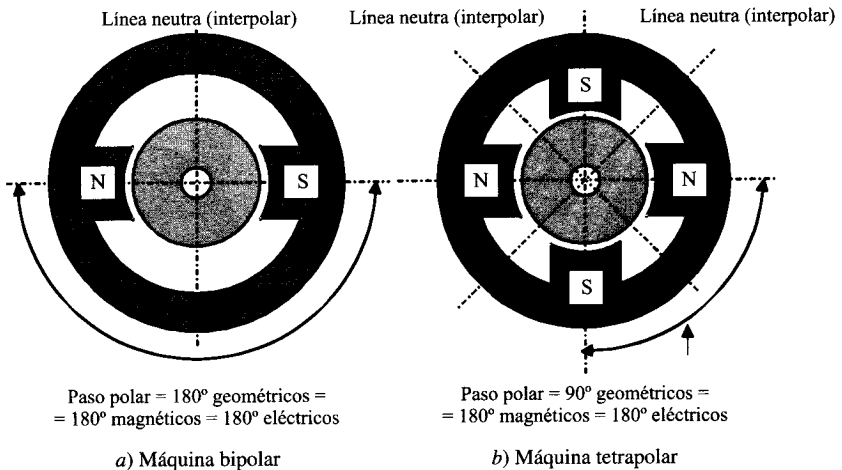


Figura 2.6. Máquinas bipolares y tetrapolares. Ángulos geométricos y eléctricos.

inductor e inducido. Para introducir o sacar corrientes de los bobinados situados en el estátor de la máquina basta con hacer unas conexiones fijas directas desde el sistema exterior a estos devanados; sin embargo, para realizar esta operación con las bobinas del rotor es preciso recurrir a sistemas **colectores**, que difieren entre sí, según sea la máquina de c.a. o de c.c.

Para ver el funcionamiento de estos colectores se va a considerar el estudio de un generador elemental, constituido por un imán en el estátor, que hace de inductor, y una espira en el rotor, que hace de inducido. Consideremos el esquema de la Figura 2.7, donde una espira gira a una velocidad ω_m rad/s dentro del campo magnético B de un imán permanente. Los extremos de la espira van a parar a dos **anillos** de bronce sobre los que rozan unas **escobillas** de grafito, a las cuales se conecta el circuito exterior, compuesto por un receptor de energía, simulado por una resistencia de carga R . Los vectores B , inducción magnética, y S , superficie de la espira, forman en un momento determinado un ángulo eléctrico $p\alpha$, siendo p el número de pares de polos de la máquina y α el ángulo geométrico correspondiente. De acuerdo con la ley de Faraday, la f.e.m. inducida en la espira al girar dentro del campo magnético del imán será:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (B S \cos p\alpha) \tag{2.2}$$

teniendo en cuenta que se cumple:

$$\omega_m = \frac{d\alpha}{dt} = 2\pi \frac{n}{60} \tag{2.3}$$

donde n indica el número de r.p.m. de la espira, y tomando como referencia $p\alpha = 0$ en $t = 0$, se obtendrá la siguiente f.e.m. en el inducido:

$$e = B S p \omega_m \text{ sen } p \omega_m t \tag{2.4}$$

que al comparar con la expresión general de una f.e.m. alterna de pulsación $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia en Hz, expresada por:

$$e = E_m \text{ sen } \omega t \tag{2.5}$$

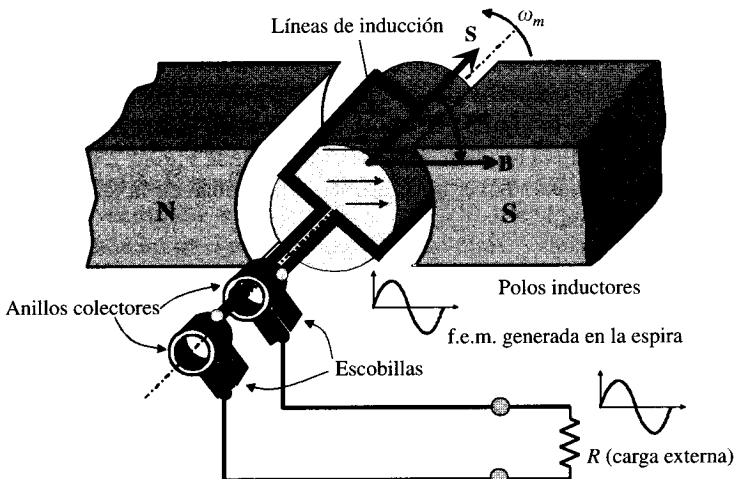


Figura 2.7. Colector de anillos.

se deduce que la relación entre las r.p.m. de la máquina y la frecuencia de la f.e.m. alterna obtenida es:

$$\omega = 2\pi f = p\omega_m = p2\pi \frac{n}{60} \quad (2.6)$$

es decir:

$$f = \frac{np}{60} \quad (2.7)$$

En consecuencia, en la espira se obtiene una f.e.m. alterna, cuya frecuencia es proporcional a la velocidad de giro y al número de pares de polos de la máquina. Por otra parte, al estar las escobillas rozando los anillos colectores, **se consigue que la corriente que circula por el circuito exterior sea de la misma forma que la que se obtiene en la espira del inducido.** Para evitar falsos contactos, existe un muelle que presiona ligeramente la escobilla a la superficie cilíndrica del anillo, como se observa en la Figura 2.8. Las escobillas se hacen modernamente con grafito electrolítico, aunque a veces son metalográficas; la elección de este elemento se debe a su ventaja de poseer buena conductividad eléctrica a la par de no desgastar excesivamente los anillos.

Existe otra forma de enviar la f.e.m. inducida en la espira a un circuito exterior, y es emplear el llamado colector de delgas, cuyo funcionamiento, en el caso más elemental, se puede explicar con ayuda del esquema de la Figura 2.9. Se observa que ahora los extremos de la espira van a parar a un anillo formado por dos segmentos de cobre, denominados **delgas**, aislados entre sí y del eje de la máquina por medio de un cilindro de mica. Sobre las delgas van colocadas unas escobillas, fijas en el espacio, a las cuales se conecta el circuito exterior. La misión del colector de delgas es obligar a que la corriente que atraviesa el circuito exterior circule siempre en el mismo sentido, de tal forma que aunque la f.e.m. inducida en la espira sea senoidal (c.a.), y como ya se ha demostrado en el caso anterior, la corriente que atraviesa el circuito sea unidireccional; esta operación se denomina **rectificación**, y se realiza de una forma automática con el colector de delgas. La posición de las escobillas no es indiferente, ya que para rectificar totalmente la c.a. del inducido es necesario colocar las escobillas tal como muestra la Figura 2.9, es decir, de tal modo que la f.e.m. inducida en la espira sea igual a cero en el momento en el que la escobilla pasa de una delga a la otra. Para ver más claramente el proceso de rectificación, en la Figura 2.10 se ha representado una revolución completa de la espira, habiéndose sustituido la resistencia R del circuito de la Figura 2.9 por un milivoltímetro con el cero en el centro, para hacer más patente la polaridad de la tensión resultante entre las escobillas de la máquina.

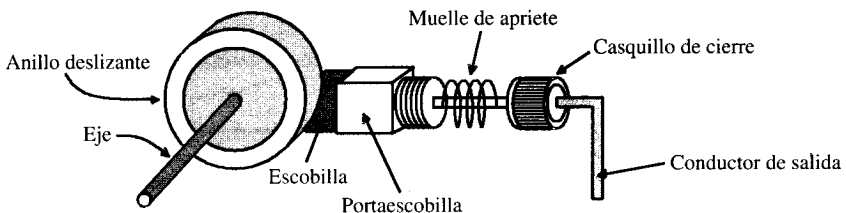


Figura 2.8. Anillo deslizante y escobilla.

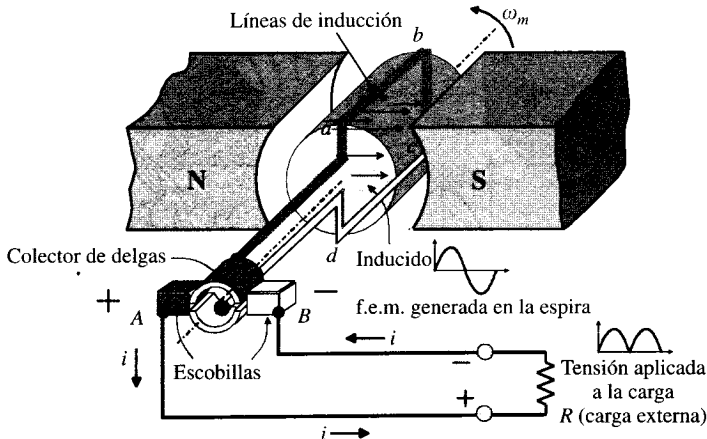


Figura 2.9. Colector de dos delgas.

En la parte inferior de la Figura 2.10 se ha representado la tensión correspondiente en cada instante de tiempo. Para comprender la forma de esta onda generada, debe suponerse que la inducción producida por el imán se distribuye senoidalmente en el entrehierro de la máquina, es decir, *la inducción es máxima debajo de cada polo y nula en la zona de la línea neutra*. La f.e.m. inducida en la espira viene expresada por la ley de Faraday y es una f.e.m. de movimiento:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \oint_{\gamma} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \tag{2.8}$$

En el caso de la Figura 2.10, en el instante t_1 , el plano de la espira es vertical, por lo que el flujo magnético es máximo y en consecuencia la f.e.m. inducida es nula, lo que está de acuerdo con (2.2), que es en definitiva la parte izquierda de (2.8). Al mismo resultado se llega analizando el término integral de (2.8); en este caso en los tramos ab y cd de la espira se inducen unas f.e.m.s. nulas, ya que en esta situación las inducciones en *ambas ramas* de la espira son nulas por estar situadas en la línea neutra, y en consecuencia el voltímetro de la Figura 2.10a señalará cero voltios. Al pasar la espira desde el instante t_1 al instante t_2 , la f.e.m. inducida irá aumentando progresivamente, ya que va elevándose la inducción en las ramas de la espira, al acercarse las mismas al centro de los polos. De hecho, en el instante t_2 la f.e.m. inducida será máxima ya que corresponde a la máxima inducción en las ramas de la espira, la f.e.m. en la parte oscura de la espira se dirigirá de b a a , en el sentido atrás-adelante, que es el sentido del producto vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ que aparece en (2.8), mientras que en la parte clara de la espira la f.e.m. inducida irá de d a c , sentido adelante-atrás, y de ahí el sentido de la desviación que aparece en el voltímetro de la Figura 2.10 en el instante t_2 , que se dirige de la escobilla negra a la escobilla blanca. Como quiera que al moverse la espira, la escobilla *negra/blanca* siempre hace contacto con el conductor que se encuentra bajo el polo *norte/sur*, la polaridad de la escobilla *negra/blanca* será siempre *positiva/negativa*, por lo que la corriente se dirigirá siempre en el circuito exterior desde la escobilla *negra* a la escobilla *blanca*, lo que significa que la tensión de salida tiene carácter unidireccional. De este modo con un colector de delgas **se consigue que la forma de onda que se obtiene en el circuito exterior sea diferente a la forma de onda que existe en el inducido**. En particular, una señal de c.a. en el inducido se transforma en unidireccional (c.c.) en el circuito exterior.

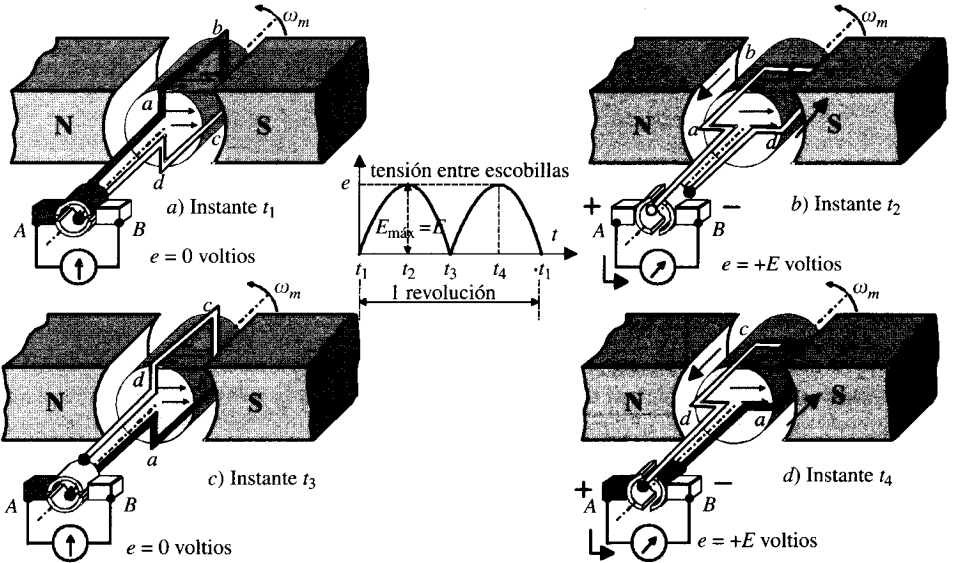


Figura 2.10. Funcionamiento del colector de delgas y tensión obtenida entre escobillas.

En la práctica, para obtener una c.c. que tenga menos rizado (menor oscilación) se aumenta el número de delgas del colector, con más bobinas en el inducido. En la Figura 2.11a se muestra un colector con cuatro delgas y dos bobinas, observándose en la Figura 2.11b que la forma de onda que se obtiene posee menos variación, y se acerca más a una c.c. constante.

En las máquinas reales, con el fin de que las ondulaciones de la f.e.m. se reduzcan aún más y de que la d.d.p. entre las delgas no llegue a ser tan alta que produzca chispas en el colector, se procura que el número de delgas sea relativamente grande. En la Figura 2.12 se muestra un colector de delgas, también llamado **conmutador**. Las delgas son de cobre endurecido a las que se da una forma adecuada para ser montadas en una estructura circular. Cada delga va soldada y remachada con un conductor vertical o talón para que sirva de pieza de contacto con la bobina correspondiente. El remache asegura la resistencia mecánica suficien-

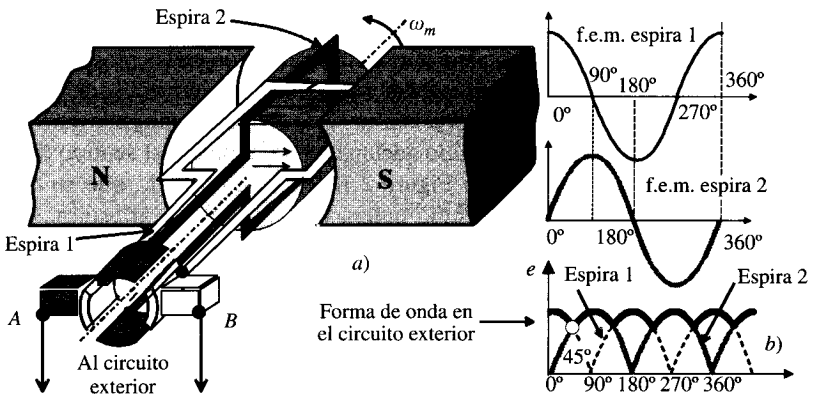


Figura 2.11. Inducido con dos bobinas y colector con cuatro delgas.

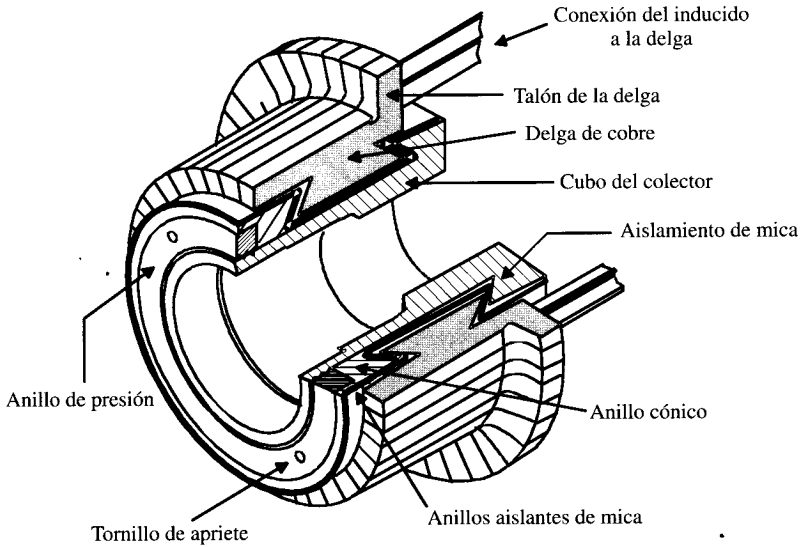


Figura 2.12. Perspectiva y sección de un colector de delgas.

te para la conexión y la soldadura mantiene un buen contacto eléctrico. Para evitar que las delgas puedan salirse del colector por la fuerza centrífuga, se construyen en forma de **cola de milano**. Las delgas van aisladas entre sí por separadores de mica y también están aisladas del cilindro soporte por láminas del mismo dieléctrico.

2.4. DEVANADOS

Se denominan devanados de una máquina eléctrica a los arrollamientos del inductor y del inducido. El material para la realización de las bobinas suele ser el cobre en forma de hilo esmaltado (la misión del aislante es ofrecer una separación eléctrica entre las espiras) en las máquinas pequeñas y en forma de pletina para las máquinas de gran potencia, cuyo aislamiento se realiza recubriéndolas con cinta de algodón. También se emplea el aluminio, pero su aplicación es casi exclusiva de los rotores en jaula de ardilla de los motores asíncronos. Los inductores de las máquinas síncronas y de las máquinas de c.c. se ejecutan en forma de arrollamiento **concentrado**, devanando una bobina alrededor de los polos tal como se señala en la Figura 2.13. Este sistema se emplea también en los transformadores, pero con detalles más específicos que se explicarán en el Capítulo 3.

Los inducidos de las máquinas de c.a. y c.c. se ejecutan en forma de arrollamientos **distribuidos** para cubrir toda la periferia de la máquina, situando las bobinas en las ranuras practicadas al efecto. En los albores de la electricidad estos arrollamientos se ejecutaban en forma de **devanado en anillo**, ejemplo de lo cual fue la célebre dinamo de Gramme (Fig. 2.14a), donde se arrollaba el hilo sobre un anillo cilíndrico recorriendo la periferia del inducido. El defecto de este tipo de bobinado es que sólo se aprovechan los conductores de la periferia exterior para producir f.e.m., ya que los conductores internos no son atravesados por ninguna inducción, debido a que el campo magnético después de saltar el entrehierro se encauza por dentro del anillo ferromagnético, antes de seguir recto, cruzando el cilindro interior del anillo, que presenta mayor reluctancia magnética. Hoy día solamente se emplean los **devanados en tam-**

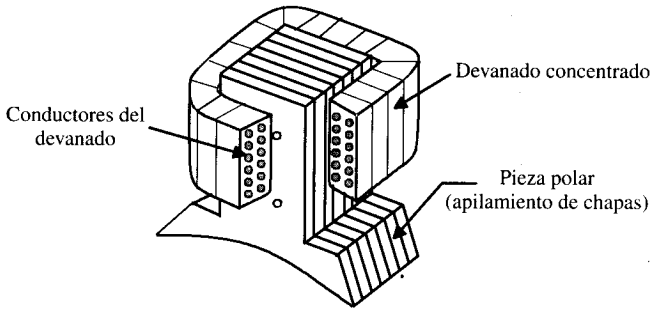


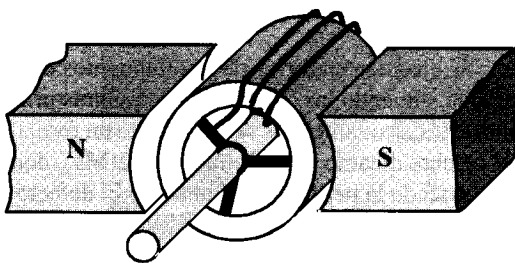
Figura 2.13. Perspectiva y sección del devanado concentrado de un polo.

bor, donde la totalidad de los conductores están colocados en la superficie exterior del cilindro ferromagnético que forma el inducido.

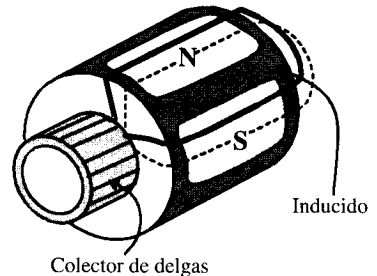
En la Figura 2.14b se muestra un ejemplo de este tipo de bobinado aplicado a un inducido de una máquina de c.c.; se observa en este devanado que, exceptuando las dos partes frontales, todo el cobre del inducido es **activo**, es decir, corta o es atravesado por la inducción y actúa, por lo tanto, como generador de f.e.m. Normalmente las bobinas que forman el devanado suelen construirse fuera de la máquina, y posteriormente son encintadas antes de colocarlas en las ranuras correspondientes, con lo que se consigue una gran rapidez en la formación del inducido.

Dependiendo del número de ramas de bobina existente en una ranura, los devanados se clasifican en arrollamientos de una capa y de dos capas. En el arrollamiento de una capa, en cada ranura se sitúa un solo lado de bobina, mientras que en el de dos capas se sitúan dos lados de bobina por ranura; en este último caso, un lado de la bobina está colocado en la parte superior de una ranura y el otro lado se sitúa en la parte inferior de la otra. Los devanados pueden ser **abiertos** o **cerrados**; los devanados abiertos tienen un principio y un final y se emplean en las máquinas de c.a.; los devanados cerrados no tienen ni principio ni fin, y para sacar la corriente al exterior deben hacerse tomas intermedias (por medio de delgas), y este tipo de devanado es el que se emplea en las máquinas de c.c.

Desde el punto de vista de la forma de las bobinas, los devanados pueden clasificarse en **concéntricos** y **excéntricos** (empleados en c.a.), y también en **ondulados** e **imbricados** (empleados en c.c.). Los devanados concéntricos están formados por bobinas de diferente anchura o paso, que tienen un eje común; un ejemplo de ellos se muestra en la Figura 2.15a. Los devanados excéntricos están constituidos por bobinas de igual paso pero desfasadas entre sí en el espacio, como se indica en la Figura 2.15b.



a) Devanado en anillo



b) Devanado en tambor

Figura 2.14. Tipos de inducidos.

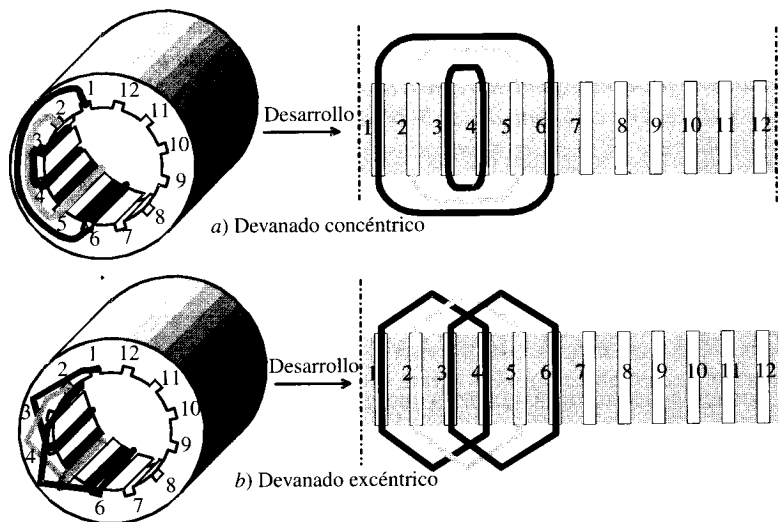


Figura 2.15. Devanados concéntricos y excéntricos.

Los devanados imbricados son análogos en la forma a los excéntricos y se emplean en las máquinas de c.c., haciéndose derivaciones al colector de delgas como indica la Figura 2.16a. Los devanados ondulados se caracterizan porque al bobinar se va recorriendo el inducido y en consecuencia el colector, formando las ramas de las bobinas una figura de onda como se indica en la Figura 2.16b. El estudio de la teoría de los bobinados no se dará en este libro, porque pertenece más a una asignatura de Cálculo y Construcción de Máquinas Eléctricas; sin

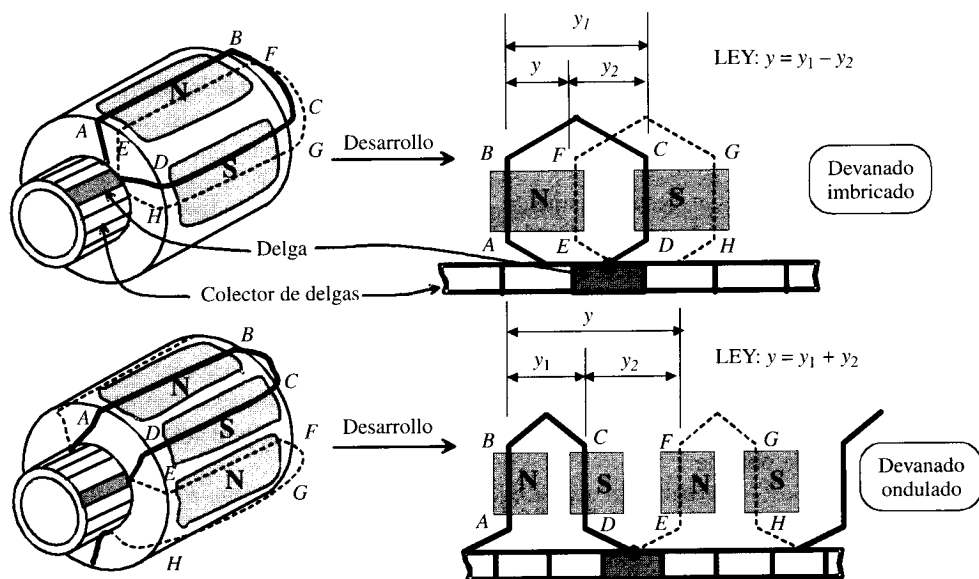


Figura 2.16. Devanado imbricado (arriba). Devanado ondulado (abajo).

embargo, como normas básicas se pueden citar los dos principios generales siguientes: a) la anchura (paso) de cada bobina debe hacerse lo más cercana a un paso polar con objeto de que los dos lados de la bobina queden frente a dos polos adyacentes N y S, para obtener así la máxima f.e.m. inducida en cada una de las bobinas y aprovechar de este modo lo más posible el cobre del arrollamiento; b) en los devanados de los generadores de c.a. es conveniente que el arrollamiento se prevea para que genere una f.e.m. senoidal exenta lo más posible de armónicos, y para ello es preciso distribuir el devanado en las ranuras y emplear acortamientos de paso en las bobinas.

2.5. PÉRDIDAS Y CALENTAMIENTO

En la transformación electromecánica de la energía que tiene lugar en una máquina eléctrica, una fracción de la potencia transformada se convierte en calor y prácticamente no se utiliza, constituyendo el conjunto las llamadas **pérdidas de la máquina**. Desde el punto de vista físico, una máquina tiene un circuito eléctrico, constituido por los devanados del inductor e inducido, donde se producen unas **pérdidas por efecto Joule**, llamadas vulgarmente **pérdidas en el cobre**, por ser éste el material que suele utilizarse para la fabricación de los bobinados (aunque también puede ser el aluminio); por otra parte, los arrollamientos se colocan en una estructura magnética, realizada con chapas de acero al silicio que ofrecen, debido a los campos magnéticos variables, unas pérdidas denominadas **pérdidas en el hierro**; como quiera que además la máquina ofrece un acceso mecánico, aparecen en él unas **pérdidas mecánicas** debidas a los rozamientos o fricciones de las diversas partes del sistema.

El estudio de estas pérdidas es de gran interés, porque influyen sobre dos magnitudes muy importantes en la explotación: el rendimiento y el calentamiento de una máquina eléctrica. Vamos a analizar en consecuencia y más detalladamente cada una de estas pérdidas:

a) Pérdidas en el cobre

Son consecuencia de la inevitable resistencia que presentan los conductores eléctricos, dando lugar a una pérdida en forma de calor por efecto de Joule. En términos generales responden a la ecuación:

$$P_{cu} = \sum R_j i_j^2 \quad (2.9)$$

en donde R_j e i_j representan, respectivamente, la resistencia y corriente que corresponden al devanado j , ya sea del inductor o del inducido. Denominando ρ_j a la resistividad de los conductores, l_j a su longitud y s_j a su sección transversal; sustituyendo en (2.9) la resistencia por su valor $\rho_j l_j / s_j$, resulta:

$$P_{cu} = \sum \rho_j \left(\frac{l_j}{s_j} \right) i_j^2 = \sum \rho_j l_j \left(\frac{i_j}{s_j} \right) s_j^2 \quad (2.10)$$

llamando J_j a la densidad de la corriente, es decir, al cociente: i_j / s_j y al ser el volumen del cobre igual a $l_j s_j$ se obtiene:

$$P_{cu} = \sum \rho \cdot J_j^2 \cdot (\text{volumen}) \quad (2.11)$$

que expresa las pérdidas en el cobre en función de la resistividad, densidad de corriente y volumen del bobinado empleado. Se observa que las pérdidas son proporcionales al volumen del material y a la densidad de corriente que circula por los conductores, y esta densidad suele

tomar un valor que varía entre 5 A/mm² para las máquinas pequeñas a 3 A/mm² en las máquinas grandes.

b) Pérdidas en el hierro

Se producen en todos los órganos de las máquinas que son recorridos por flujos variables. Como ya se ha estudiado en el capítulo anterior, se componen a su vez de las pérdidas por histéresis y las pérdidas por corrientes de Foucault (parásitas), y de acuerdo con (1.61) se tiene:

$$P_{Fe} = P_H + P_F = (k_H f B_m^2 + k_F f^2 B_m^2 a^2 \sigma) \cdot vol \quad (2.12)$$

siendo k_H y k_F constantes; f , la frecuencia; B_m , la inducción máxima; a , el espesor de las chapas magnéticas; σ , la conductividad de las mismas; α , un parámetro, y vol , el volumen de hierro. Como ya se ha indicado en el capítulo anterior, la forma de reducir estas pérdidas es emplear núcleos magnéticos de acero al silicio en forma de chapas; esto disminuye el valor de las pérdidas por histéresis (ya que el ciclo se hace más estrecho) y reduce las pérdidas por corriente de Foucault debido a la adición de silicio y a aislar las chapas entre sí. La laminación puede hacerse en caliente o en frío (granos orientados), resultando unas pérdidas del orden de 0,8 a 1,3 W/kg a 1 Tesla para las chapas ordinarias (laminadas en caliente) y de 0,4 a 0,5 W/kg a 1 Tesla para las de grano orientado. Estas pérdidas se transforman en calor en la masa de hierro.

c) Pérdidas mecánicas

Son debidas a los rozamientos de los cojinetes, a la fricción de las escobillas y a la ventilación (rozamiento con el aire). Como es lógico estas pérdidas sólo existen en las máquinas que disponen de un órgano giratorio. Las pérdidas por rozamiento y fricción son directamente proporcionales a la velocidad, mientras que las pérdidas por ventilación se consideran proporcionales a la 3.^a potencia de la velocidad. En consecuencia:

$$P_m = A n + B n^3 \quad (2.13)$$

La clasificación anterior se ha realizado teniendo en cuenta el lugar donde se producen las pérdidas, pero también puede realizarse teniendo en cuenta la forma en que varían las mismas y así se tienen: a) Pérdidas fijas: P_f ; b) Pérdidas variables: P_v .

Las pérdidas fijas son aquellas que no varían aunque cambie la potencia absorbida o cedida por la máquina. A este respecto se observa que las pérdidas mecánicas, según se ha comentado en los párrafos anteriores, sólo dependen de la velocidad, y como quiera que la mayor parte de las máquinas tienen velocidad constante o sensiblemente constante, se podrán considerar estas pérdidas como constantes. También pueden suponerse fijas las pérdidas en el hierro, ya que las máquinas suelen trabajar con unos valores de B y f constantes y de acuerdo con (2.12) implicarán unas pérdidas constantes. Las pérdidas variables son aquellas que varían según sea la potencia que absorbe o cede la máquina; como quiera que una variación de potencia supone un cambio correspondiente en la corriente (la tensión de una máquina es sensiblemente constante), aparecerá una variación también en las pérdidas por efecto Joule en los devanados.

De los párrafos anteriores se deducen las siguientes igualdades:

$$P_f = P_{Fe} + P_m \quad ; \quad P_v = P_{cu} \quad (2.14)$$

es decir, las pérdidas fijas están constituidas por las pérdidas en el hierro y mecánicas, mientras que las pérdidas variables son debidas al efecto Joule en el cobre.

Todas las pérdidas anteriores son transformadas en calor. Este calor se transmite en parte al ambiente, por radiación y convección, y es absorbido en parte por la estructura de la máquina, elevando su temperatura, elevación que está en relación con su calor específico. Cuando esta temperatura alcanza un determinado valor para el cual la cantidad de calor producida, correspondiente a las pérdidas, se iguala con la cantidad de calor cedida al ambiente, la temperatura permanece constante. Se dice entonces que la máquina ha alcanzado la **temperatura de régimen**.

La temperatura de régimen es una magnitud de gran importancia, ya que mediante la misma se puede determinar si los materiales aislantes con los que está construida la máquina van a trabajar correctamente. En efecto, los aislantes, constituidos en su gran parte por materiales orgánicos, se carbonizan a una determinada temperatura, perdiendo su cualidad de tales; también a temperaturas inferiores sufren un deterioro, siendo éste tanto más rápido cuanto más elevada sea la temperatura a la que están sometidos. Es evidente que al degenerar la función aislante de estos materiales, la máquina no trabaje en buenas condiciones y acabe averiándose al producirse cortocircuitos entre espiras o defectos a tierra. Existe una regla aproximada pero muy ilustrativa, llamada de **Montsinger**, debida a V. M. Montsinger, ingeniero de la *General Electric*, quien en 1930, tras un estudio exhaustivo de nueve años sobre aislantes de transformadores, proporcionó una fórmula empírica conocida como la ley de los 10 °C, lo que significa *que para cada incremento de 10 °C de temperatura sobre el máximo recomendado, la vida del aislante se reduce a la mitad, e inversamente, una disminución de 10 °C doblaría su vida*. Debido a esto, se han establecido normas que especifican aquellas temperaturas máximas que no se deben sobrepasar en los devanados y en las diferentes partes de una máquina; más concretamente, en España las Normas UNE 21-305, UNE EN 60034-1:1995 y CEI-85 (1984) fijan una temperatura ambiente convencional y determinan la máxima temperatura que pueden soportar los aislantes, y en función de ésta se clasifican en:

1. **AISLAMIENTO CLASE A.** *Son aislamientos constituidos por materiales fibrosos a base de celulosa o seda, impregnados con líquidos aislantes; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 105 °C.*
2. **AISLAMIENTO CLASE E.** *Son aislamientos a base de fibras orgánicas sintéticas; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 120 °C.*
3. **AISLAMIENTO CLASE B.** *Son aislamientos formados por materiales a base de poliéster y poliimidos aglutinados con materiales orgánicos o impregnados con éstos; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 130 °C.*
4. **AISLAMIENTO CLASE F.** *Son aislamientos formados por materiales a base de fibra de mica, amianto y fibra de vidrio aglutinados con materiales sintéticos, como siliconas, poliésteres o epóxidos; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 155 °C.*
5. **AISLAMIENTO CLASE H.** *Son aislamientos formados por materiales a base de mica, amianto o fibra de vidrio aglutinados con siliconas de alta estabilidad térmica; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 180 °C.*
6. **AISLAMIENTO CLASE 200.** *Son aislamientos formados por materiales a base de mica, vidrio, cerámica, etc.; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 200 °C.*

7. **AISLAMIENTO CLASE 220.** *Son aislamientos formados por materiales a base de mica, vidrio, cerámica, etc., poliimidas tipo Kapton; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 220 °C.*
8. **AISLAMIENTO CLASE 250.** *Son aislamientos formados por materiales a base de mica, vidrio, cerámica, etc., poliimidas tipo Kapton; la temperatura máxima que en ningún caso debe sobrepasarse en este tipo de aislantes es de 250 °C.*

La temperatura ambiente del fluido refrigerante se toma, de acuerdo con la misma Norma, como 40 °C (para menos de 1.000 m de altitud)*. En consecuencia, los **calentamientos** (elevación de temperatura respecto de la ambiente) admisibles para los aislantes anteriores serán:

- Clase A: 65 °C; Clase E: 80 °C; Clase B: 90 °C; Clase F: 115 °C; Clase H: 140 °C.
- Clase 200: 160 °C; Clase 220: 180 °C; Clase 250: 210 °C.

2.6. POTENCIA ASIGNADA O NOMINAL. TIPOS DE SERVICIO

De acuerdo con la Norma UNE EN 60034-1:1995 referente a *máquinas eléctricas rotativas. Parte 1: Características asignadas y características de funcionamiento*, en su sección 2 de definiciones se señala lo siguiente:

- **Valor asignado:** *valor de una magnitud, asignado generalmente por un fabricante, para una condición de funcionamiento especificada de una máquina.*
- **Potencia asignada:** *valor numérico de la potencia incluido en las características asignadas.*

Se incluyen también en esta sección de la Norma UNE otras magnitudes asignadas para máquinas rotativas, indicándose más adelante que estas magnitudes son atribuidas por el fabricante, el cual debe elegir una de las clases asignadas según el tipo de servicio, y que en muchos casos suele ser el correspondiente al tipo continuo máximo basado en el servicio S1 (servicio continuo). De este modo la potencia asignada es un valor *que señala libremente el fabricante en función de la clase de servicio a que se destine la máquina sin que se produzcan calentamientos inadmisibles para la vida de los aislantes*; por ejemplo, para un motor que vaya a funcionar en servicio continuo el fabricante le puede asignar una potencia de 11 kW, pero si va a funcionar en régimen temporal con grandes períodos de reposo puede asignarle una potencia superior como por ejemplo 15 kW, teniendo en cuenta que los calentamientos previstos van a ser menores. La Norma UNE indicada señala también que las características asignadas de una máquina eléctrica se deben marcar en la placa de características. En definitiva, **la potencia asignada es un concepto más versátil que el antiguo de potencia nominal** (aunque en alguna parte de este libro se tomen como sinónimos debido a que la potencia asignada se marca o *nomina* en la placa de características) y representa la potencia que puede desarrollar una máquina, cuando las restantes condiciones son las asignadas, sin que aparezcan calentamientos en sus diversos órganos que alcancen o sobrepasen las correspondientes temperaturas límites expuestas en el apartado anterior y que dependen de la clase de servicio.

* A grandes alturas la evacuación del calor de la máquina disminuye por ser menor la densidad del aire. Los datos expuestos se refieren a altitudes inferiores a 1.000 m. Para altitudes superiores se deben consultar las Normas (se establecen reducciones en los calentamientos que oscilan entre un 2 y un 5 por 100 por cada 500 m que sobrepasen los 1.000 m).

Se observa de esta definición que la potencia asignada está estrechamente vinculada al problema del calentamiento de sus diversas partes constitutivas y en consecuencia a los aislantes que intervienen en su elaboración. En el epígrafe 8 de la Norma UNE EN 60034-1 se definen además las potencias asignadas de la forma siguiente:

- a) **En generadores de c.c.:** la potencia asignada es la potencia eléctrica en los bornes, y debe expresarse en vatios (W).
- b) **En generadores de c.a.:** la potencia asignada es la potencia eléctrica aparente en los bornes, y debe expresarse en voltamperios (VA) junto con la indicación del factor de potencia. El f.d.p. asignado para los generadores síncronos debe ser 0,8 sobreexcitado, salvo especificación contraria.
- c) **En motores:** la potencia asignada es la potencia mecánica disponible en el eje, y debe expresarse en vatios (W).
- d) **En transformadores:** la potencia asignada es la potencia eléctrica aparente en bornes del primario o del secundario y debe expresarse en voltamperios (VA). (Norma UNE 20-101.)

De acuerdo con la Sección 10 de la Norma UNE EN 60034-1:1995, todas las máquinas eléctricas *deben estar provistas de una o varias placas de características* en las que deben marcarse de forma indeleble los puntos aplicables de la lista siguiente: 1) Nombre o marca del constructor. 2) Número de serie del fabricante o marca de fabricación. 3) Información para identificar el año de fabricación. 4) Código del fabricante para la máquina. 5) Para las máquinas de c.a., el número de fases. 6) Número(s) de las normas aplicables para las características asignadas y las características de funcionamiento. Si se indica 34, quiere decir que se cumplen todas las normas de la serie 34 de la CEI que sean pertinentes. 7) Grado de protección proporcionada por las envolventes (Código IP) de acuerdo con CEI 34-5. 8) Clasificación térmica o el calentamiento admisible. 9) Clase(s) de características asignadas y el(los) servicio(s) tipo(s) si la máquina está diseñada para características asignadas diferentes de las del tipo continuo máximo, servicio tipo S1. 10) Potencia(s) asignada(s). 11) Tensión(es) asignadas(s) o gama de tensiones asignadas. 12) Para las máquinas de c.a., la frecuencia asignada o la gama de frecuencias asignadas. 13) Intensidad(es) asignada(s). 14) Velocidad(es) asignada(s). 15) Para las máquinas trifásicas de c.a. con más de tres puntos de conexión, instrucciones de conexión mediante un diagrama en forma de texto... 26) Para máquinas previstas para funcionar en un solo sentido de giro, el sentido de giro indicado por una flecha.

En la Figura 2.17 se muestra a modo de ejemplo una placa de características típica de un motor asíncrono en el que se señalan las magnitudes asignadas más importantes.

El *grado de protección* de envolventes señalado en el punto 7 de la relación anterior viene definido en las Normas UNE 20.324-93 y CEI 34-5:1991 y se expresa con las letras IP (*Índice de Protección*) seguidas de tres números: el primero indica la protección contra objetos sólidos, el segundo la protección contra el agua y el tercero la protección contra choques mecánicos, de acuerdo con lo indicado en la Tabla 2.1. La clase de protección representa en definitiva las características de la envolvente de la máquina con vistas a:

- 1.º *Proteger a las personas contra el peligro de tocar directamente partes móviles o que estén en contacto con partes bajo tensión. Es lo que se denomina protección contra contactos directos.*
- 2.º *Proteger la máquina contra la entrada de cuerpos sólidos y líquidos desde el medio ambiente exterior.*
- 3.º *Proteger la máquina contra choques mecánicos.*

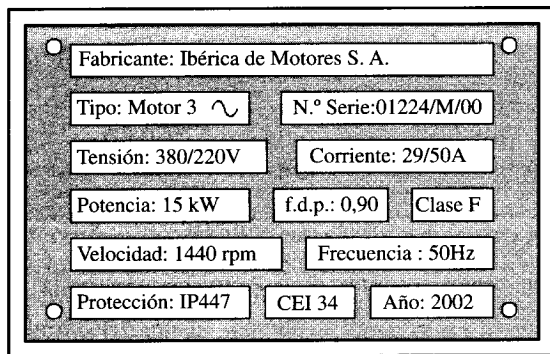


Figura 2.17. Placa de características de un motor eléctrico.

Se pueden obtener tantas clases de protección como combinaciones posibles nos da la tabla, aunque no todas esas posibilidades se realizan en la práctica (por ejemplo, la protección de las máquinas eléctricas contra choque mecánicos tiene en general poca importancia). El tipo de protección que se utiliza con mayor frecuencia en ingeniería civil es el IP447, pero dependiendo de las condiciones en las que se prevea el trabajo de la máquina, el usuario deberá definir el grado IP que más se adapte a sus necesidades. Por ejemplo, los grupos motobomba sumergidos en pozos para suministro de agua a poblaciones tienen una protección IP687. En el caso de cuadros generales y acometidas eléctricas de obras que son de tipo intemperie y de montaje provisional es aconsejable que sean de al menos IP557.

Otro aspecto a considerar en las máquinas eléctricas es el concepto de servicio, y que se define como los períodos de funcionamiento en vacío y reposo a los que está sometida una máquina teniendo en cuenta su duración y secuencia en el tiempo. Las Normas UNE 20-113-7 y UNE-EN 60034-1:1995 definen diez clases de servicios (señalados con la letra S seguida de un dígito, del 1 al 10) y que significan:

1. **Servicio continuo - Servicio tipo S1.** Funcionamiento con carga constante y de una duración suficiente para que se establezca el equilibrio térmico.
2. **Servicio temporal - Servicio tipo S2.** Funcionamiento con carga constante durante un período de tiempo determinado, menor que el requerido para alcanzar el equilibrio térmico, seguido de un período de reposo suficiente para que la temperatura descienda hasta igualarse a la del fluido de refrigeración dentro de un margen de 2 K.
3. **Servicio intermitente periódico - Servicio tipo S3.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de funcionamiento con carga constante y un período de reposo. En este servicio el ciclo es tal que la intensidad de arranque no influye de forma apreciable en el calentamiento.
4. **Servicio intermitente periódico con arranque - Servicio tipo S4.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de tiempo de arranque, un período de funcionamiento con carga constante y un período de reposo.
5. **Servicio intermitente periódico con frenado eléctrico - Servicio tipo S5.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de tiempo de arranque, un período de funcionamiento con carga constante, un período de frenado eléctrico rápido y un período de reposo.

Tabla 2.1. Dígitos para indicar la clase de protección

| CIFRA | | | |
|-------------|---|---|---|
| SIGNIFICADO | | | |
| | 1. ^a CIFRA <i>Protección contra contactos directos y cuerpos extraños</i> | 2. ^a CIFRA <i>Protección contra la penetración de líquidos</i> | 3. ^a CIFRA <i>Protección contra los choques mecánicos</i> |
| 0 | Sin protección | Sin protección | Sin protección |
| 1 | Protección contra contactos directos casuales de grandes superficies, por ejemplo con la mano. Protección contra la penetración de cuerpos sólidos extraños de diámetro superior a 50 mm. | Protección contra la caída vertical de gotas de agua. | Energía de choque: 0,225 julios. |
| 2 | Protección contra contactos directos con los dedos. Protección contra la penetración de cuerpos sólidos extraños de diámetro superior a 12 mm. | Protección contra la caída de gotas de agua inclinadas en cualquier ángulo hasta 15° con la vertical. | |
| 3 | Protección contra contactos directos de herramientas, hilos, etc., mayores de 2,5 mm de diámetro. Protección contra la penetración de cuerpos sólidos extraños de diámetro superior a 2,5 mm. | Protección contra el rociado de agua en un ángulo de hasta 60° con la vertical. | Energía de choque: 0,5 julios. |
| 4 | Protección contra contactos directos con herramientas, hilos, etc., mayores de 1 mm de diámetro. Protección contra la penetración de cuerpos sólidos extraños de diámetro superior a 1 mm. | Protección contra la proyección de agua en todas las direcciones. | |
| 5 | Protección total contra contactos directos. Protección contra depósitos de polvo perjudiciales. | Protección contra chorros de agua en todas las direcciones. | Energía de choque: 2 julios. |
| 6 | Protección total contra contactos directos. Protección total contra la penetración de polvo. | Protección contra inundaciones pasajeras. | |
| 7 | | Protección contra los efectos de inmersión. | Energía de choque: 6 julios. |
| 8 | | Protección contra inmersión prolongada. | |
| 9 | | | Energía de choque: 20 julios |

6. **Servicio ininterrumpido periódico con carga intermitente - Servicio tipo S6.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de funcionamiento con carga constante y un período de vacío. No existe período de reposo.
7. **Servicio ininterrumpido periódico con frenado eléctrico - Servicio tipo S7.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de arranque, un período de funcionamiento con carga constante y un período de frenado eléctrico. No existe período de reposo.
8. **Servicio ininterrumpido periódico con cambios de carga y de velocidad relacionados - Servicio tipo S8.** Sucesión de ciclos de servicios idénticos, comprendiendo cada uno un período de funcionamiento con carga constante correspondiente a una velocidad de giro determinada, seguido de uno o varios períodos de funcionamiento con otras cargas constantes correspondientes a velocidades de giro diferentes (realizados, por ejemplo, por cambio del número de polos en el caso de motores de inducción). No existe período de reposo.
9. **Servicio con variaciones no periódicas de carga y de velocidad - Servicio tipo S9.** Servicio en el cual la carga y la velocidad tienen generalmente una variación no periódica en el margen de funcionamiento admisible. Este servicio incluye frecuentemente sobrecargas aplicadas que pueden ser ampliamente superiores a la plena carga.
10. **Servicio con cargas constantes diferentes - Servicio tipo S10.** Servicio que consiste en un máximo de cuatro valores diferentes de carga, cada uno de los cuales se mantiene un tiempo suficiente para permitir que la máquina alcance el equilibrio térmico. La carga máxima en un ciclo de servicio puede tener un valor cero (vacío o reposo).

Finalmente, otro detalle a destacar en las máquinas son las formas constructivas externas. En España vienen definidas por la Norma UNE-EN 60034-7. Existen dos códigos, el más simple utiliza una letra mayúscula B o V seguida de una o dos cifras, que sirven para definir la posición del eje: horizontal o vertical, si existe brida de sujeción o plato soporte, cojinetes, etc. Por otra parte, para reducir costes y permitir el intercambio de motores procedentes de distintos fabricantes, se ha llevado a cabo una normalización de las principales dimensiones mecánicas relativas al montaje de las máquinas: diámetro y longitud del eje, distancia entre patas, diámetro de la brida de anclaje, alturas de ejes, etc.

2.7. RENDIMIENTO

Como ya se ha indicado en el apartado 2.5, en las máquinas eléctricas, como en cualquier otro dispositivo de transformación de la energía, existen unas pérdidas, de tal forma que solamente se entrega a la salida una parte de la energía absorbida en la entrada. El rendimiento se define como el cociente entre la potencia útil y la potencia absorbida o total, de acuerdo con la expresión:

$$\eta = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia total}} = \frac{P_u}{P_T} \quad (2.15)$$

llamando P_p a la potencia perdida se verifica:

$$P_T = P_u + P_p \quad (2.16)$$

en consecuencia (2.15), toma la forma:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_p} \quad (2.17)$$

En el caso de un generador, la potencia útil es la potencia eléctrica entregada a la carga y en el caso de un motor es la potencia mecánica en el árbol de la máquina. La potencia perdida, teniendo en cuenta el apartado 2.5, es igual a:

$$P_p = P_{Fe} + P_m + P_{cu} \quad (2.18)$$

que teniendo en cuenta (2.14) se puede poner:

$$P_p = P_f + P_v \quad (2.19)$$

donde P_f indica las pérdidas constantes de la máquina y P_v las pérdidas variables con la carga.

Las pérdidas variables son debidas a las pérdidas en el cobre, y en consecuencia son proporcionales a I^2 . Como quiera además que la corriente es proporcional a la potencia aparente ($S = VI$), se podrá escribir:

$$P_v = bS^2 \quad (2.20)$$

Teniendo en cuenta que $P_u = VI \cos \varphi = S \cos \varphi$, la expresión (2.17) se podrá escribir:

$$\eta = \frac{S \cos \varphi}{S \cos \varphi + P_f + bS^2} = \frac{S}{S + (P_f + bS^2)/\cos \varphi} \quad (2.21)$$

lo que indica que para una misma potencia aparente S , el rendimiento es tanto mejor cuanto mayor es el f.d.p. Si el f.d.p. es constante, (2.21) se podrá escribir denominando a al $\cos \varphi$, y resulta:

$$\eta = \frac{aS}{aS + P_f + bS^2} \quad (2.22)$$

Se puede dibujar ahora la curva $\eta = f(S)$, expresada por la ecuación anterior. Se observa que $\eta = 0$ para $S = 0$, y además la función tiene un máximo, definido por la condición:

$$\frac{d\eta}{dS} = 0 \Rightarrow P_f = bS^2 \quad (2.23)$$

es decir, el rendimiento es máximo para una potencia aparente S tal, que coinciden para ese régimen las pérdidas fijas con las variables, esto es, las pérdidas en el cobre (pérdidas variables) son iguales a la suma de las pérdidas mecánicas más las del hierro (pérdidas fijas).

Se denomina **índice de carga** o **factor de utilización**: C , al cociente entre la potencia aparente útil S y la asignada S_N , de tal forma que:

$$C = \frac{S}{S_N} \quad (2.24)$$

El índice de carga es el **óptimo** cuando la potencia útil es la de máximo rendimiento, es decir:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta máx}}{S_N} \quad (2.25)$$

pero teniendo en cuenta (2.23):

$$S_{\eta máx} = \sqrt{\frac{P_f}{b}} \quad (2.26)$$

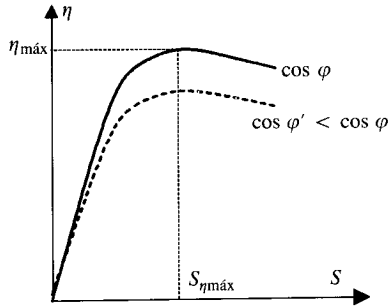


Figura 2.18. Curvas de rendimiento en función de la potencia para diversos f.d.p.

que al sustituir en (2.25) resulta:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_f}{bS_N^2}} = \sqrt{\frac{\text{Pérdidas fijas}}{\text{Pérdidas variables a la potencia nominal}}} \quad (2.27)$$

En la Figura 2.18 se indica la función $\eta = f(S)$, para un f.d.p. constante; se señala también a trazos la misma curva para un f.d.p. menor.

Observando la variación del rendimiento con la potencia, se pueden deducir las siguientes consecuencias prácticas:

- Se debe evitar el funcionamiento con cargas reducidas, ya que el rendimiento sería pequeño.*
- Se debe procurar que la máquina funcione con un índice de carga próximo al óptimo para obtener un mejor rendimiento.*
- Se debe rechazar toda máquina cuya potencia asignada sea demasiado elevada respecto al servicio a que se destina, pues trabajaría con carga reducida y su rendimiento sería pequeño. En consecuencia, para un mismo trabajo, la energía absorbida y pagada sería mayor.*

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2.1

Una máquina eléctrica de 40 kVA tiene unas pérdidas en el hierro de 750 W, las pérdidas en el cobre a plena carga o asignada son de 2.000 W y las pérdidas mecánicas son de 1.000 W. Calcular: a) Potencia aparente de máximo rendimiento. b) Pérdidas en el cobre en el caso anterior. c) Rendimiento máximo para un f.d.p. unidad. d) Rendimiento a plena carga con f.d.p. 0,8. e) Rendimiento a media carga con f.d.p. 0,6.

SOLUCIÓN

- a) El índice de carga óptimo de acuerdo con (2.27) es:

$$C = \sqrt{\frac{750 + 1.000}{2.000}} = 0,9354$$

lo que indica una potencia aparente de máximo rendimiento, según (2.25):

$$S_{\eta\text{máx}} = 0,9354 \cdot 40 = 37,41 \text{ kVA}$$

- b) Cuando trabaja la máquina con máximo rendimiento, de acuerdo con (2.23) las pérdidas fijas y variables coinciden, es decir:

$$P_V = P_f = P_{Fe} + P_m = 750 + 1.000 = 1.750 \text{ W}$$

- c) El rendimiento máximo será:

$$\eta = \frac{S_{\eta\text{máx}} \cos \varphi}{S_{\eta\text{máx}} \cos \varphi + 2P_f} = \frac{37,41 \cdot 1}{37,41 \cdot 1 + 2 \cdot 1,75} = 91,44 \%$$

- d) A plena carga el rendimiento tendrá por expresión:

$$\eta = \frac{S_N \cos \varphi}{S_N \cos \varphi + P_f + P_V} = \frac{40.000 \cdot 0,8}{40.000 \cdot 0,8 + 1.750 + 2.000} = 89,51 \%$$

- e) A media carga, es decir, mitad de potencia, las pérdidas del cobre, de acuerdo con (2.20) se reducirán a la 4.^a parte, esto es, serán de 500 W y el rendimiento valdrá:

$$\eta = \frac{(S_N/2) \cos \varphi}{(S_N/2) \cos \varphi + P_f + P_V} = \frac{20.000 \cdot 0,6}{20.000 \cdot 0,6 + 1.750 + 500} = 84,21 \%$$

2.8. F.M.M. Y CAMPO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO DE UNA MÁQUINA ELÉCTRICA

El campo magnético en el entrehierro de una máquina eléctrica es el resultado de las f.m.m.s. combinadas de los devanados inductor e inducido que actúan en esa región. En principio, es el devanado inductor el que produce el campo en el entrehierro, creando f.e.m.s. en el devanado del inducido, que dan lugar a corrientes cuando se cierra el circuito por un sistema exterior (generador). Al circular una intensidad por el devanado del inducido, se crea una f.m.m. de **reacción de inducido**, que al combinarse con la f.m.m. del inductor origina, de acuerdo con la ley de Ampère, el campo magnético resultante en el entrehierro de la máquina. Teniendo en cuenta además que, de acuerdo con la ley de Faraday, la f.e.m. inducida es función de la inducción, se podrá comprender la importancia de la distribución del campo magnético en la forma de onda de la f.e.m.

Se van a analizar en este apartado las formas de las f.m.m.s. y campos producidos por diferentes tipos de devanados para poder estudiar posteriormente las f.e.m.s. que se obtienen en el inducido y los pares electromagnéticos a que dan lugar. Con objeto de hacer más sencillo el cálculo, para destacar más claramente los principios físicos involucrados, se supondrá una máquina rotativa cilíndrica, es decir, sin polos salientes tanto en el estátor como en el rotor, lo que representa la existencia de un entrehierro de espesor uniforme. Se admitirá asimismo que la permeabilidad del hierro es infinita, lo que da lugar a considerar que la reluctancia del hierro es despreciable, por lo que no se requiere ninguna f.m.m. para producir la inducción en esta parte del circuito magnético. Para simplificar las figuras se supondrá también que la máquina es bipolar, coincidiendo en este caso, de acuerdo con (2.1), el número de grados geométricos con los magnéticos.

2.8.1. Campo magnético y f.m.m. producida por un devanado concentrado de paso diametral

Consideramos en primer lugar una bobina de N espiras representada por el esquema simplificado de la Figura 2.19a. (Por motivos didácticos, se han alargado las cabezas de bobina para facilitar la visión de la misma. En la práctica constructiva real, estas cabezas se doblan adaptando su recorrido a la periferia del estátor para no impedir así el movimiento del rotor). Se trata de determinar la forma de la distribución tanto del campo magnético como de la f.m.m. a lo largo del entrehierro. La bobina está recorrida por una corriente de i amperios, que en principio supondremos que es de c.c.

En la Figura 2.19a se han representado las líneas de campo magnético que produce la bobina; estas líneas atraviesan radialmente el entrehierro y se cierran por los núcleos ferromagnéticos de estátor y rotor (*campo solenoidal*). El sentido de las líneas de inducción viene determinado por la regla de Ampère de la mano derecha y van de la cara izquierda a la cara derecha de la bobina. Debe destacarse que desde el punto de vista del entrehierro de la máquina, la parte izquierda del estátor se comporta como un *polo norte*, ya que las líneas de inducción magnética se dirigen del material ferromagnético del estátor al entrehierro pasando después al rotor, mientras que la parte derecha del estátor es un *polo sur* porque las líneas de inducción magnética pasan del entrehierro a la parte derecha del estátor. El retorno de las líneas de campo se realiza por el núcleo ferromagnético del estátor. En la Figura 2.19b se muestra el modelo magnético equivalente de la Figura 2.19a, en el que se representa un estátor con unos imanes imaginarios norte y sur que simulan el campo magnético equivalente de la bobina. En el esquema de la Figura 2.19 se ha considerado que la bobina tiene una anchura de 180° magnéticos, lo cual indica, para el caso de que la máquina tenga dos polos, que el paso de bobina es **diametral***.

En la Figura 2.20 se representa en la parte superior izquierda la sección transversal de la máquina de la Figura 2.19a, en la que se muestran las líneas de inducción B producidas por la

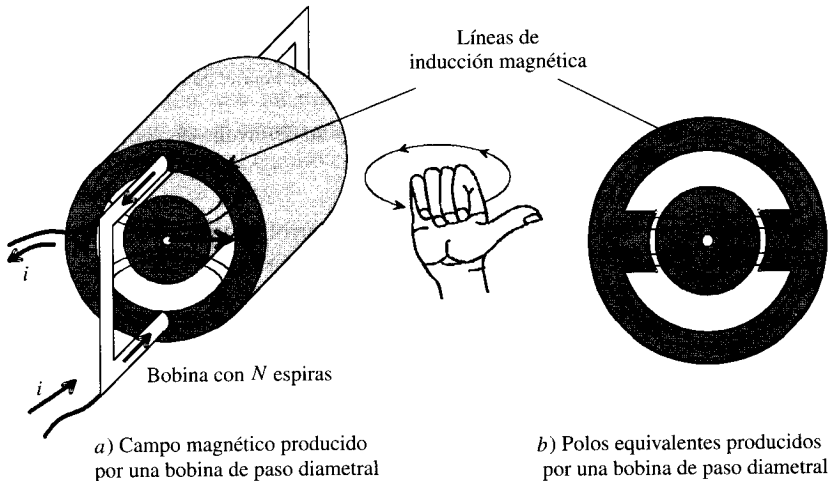


Figura 2.19. Bobina de paso diametral y sentido del campo magnético que produce.

* La denominación diametral se emplea también para definir bobinas cuya anchura sea de un paso polar (180° magnéticos) aunque la máquina tenga cualquier número de polos. También se utiliza la expresión de paso completo o polar.

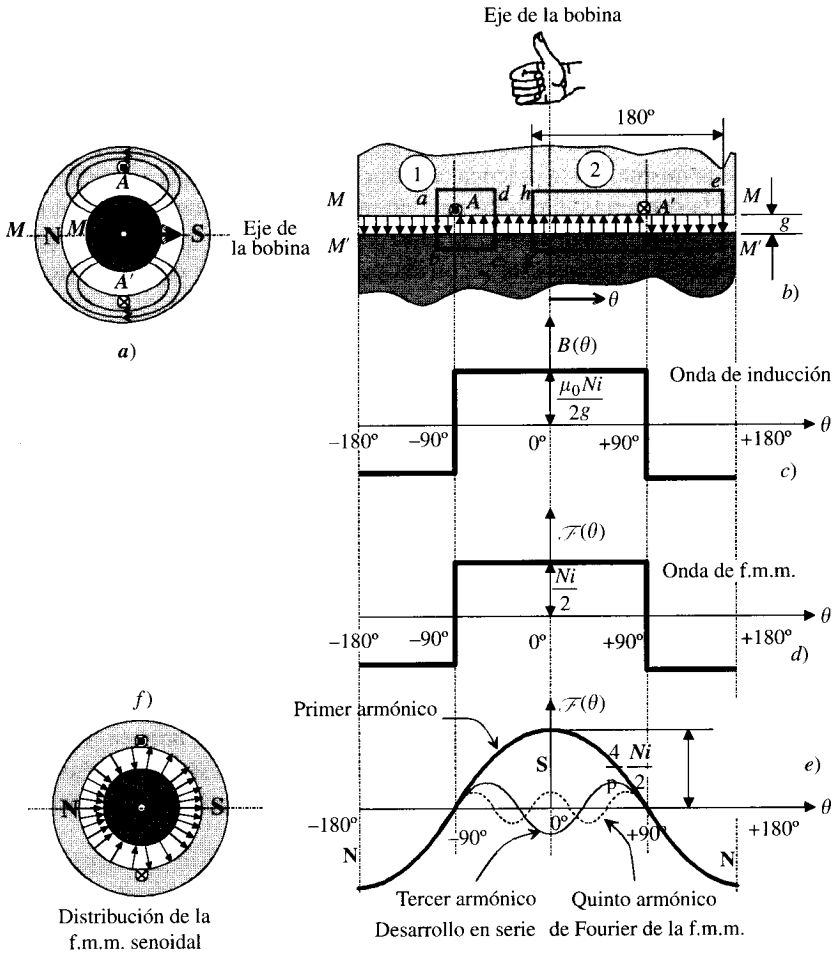


Figura 2.20. Inducción y f.m.m. de una bobina y su desarrollo en serie de Fourier.

bobina. A su derecha se ha dibujado un esquema desarrollado de la máquina al cortar el conjunto por la sección MM' . El eje de la bobina se toma como referencia de posiciones angulares ($\theta = 0$). En la Figura 2.20b se han señalado el sentido de las líneas de inducción en el entrehierro (para dar claridad a la figura se ha evitado dibujar el cierre de las líneas de B en el estátor y el rotor). Se han asignado los sentidos de las líneas de inducción en el entrehierro de la Figura 2.20b teniendo en cuenta la regla de la mano derecha; entre A y A' aparece un polo sur, mientras que entre A' y A se obtiene un polo norte, lo que está de acuerdo con el sentido dibujado en la Figura 2.20a.

Para poder determinar la magnitud de la inducción en cada punto del entrehierro será necesario aplicar al circuito magnético de la Figura 2.20b la ley de Ampère en forma integral:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \tag{2.28}$$

Para utilizar la ley anterior es preciso recordar que si se considera infinita la permeabilidad del hierro tanto en el estátor como en el rotor, la diferencia de potencial magnético en estas zonas, definida por la ecuación (1.21) del capítulo anterior, será igual a cero, o de otro modo: la f.m.m. necesaria en la bobina para producir una inducción en el hierro es despreciable. Por consiguiente, toda la f.m.m. aplicada a la bobina se requiere únicamente para crear el campo magnético en el entrehierro. El recinto γ indicado en la ley de Ampère (2.28) puede ser cualquiera siempre que sea cerrado. Considérese, por ejemplo, que se ha elegido el circuito 1 (que coincide con una línea de inducción) de la Figura 2.20b; al aplicar (2.28) resultará:

$$\oint_{\gamma} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_{b(\text{rotor})}^c \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_c^d \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_{d(\text{estátor})}^a \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Ni \quad (2.29)$$

y teniendo en cuenta que la f.m.m. necesaria, tanto en el rotor como en el estátor, es igual a cero, se obtiene:

$$\int_a^b H \cdot dl + \int_c^d H \cdot dl = Ni \quad (2.30)$$

Para deducir las ecuaciones (2.29) y (2.30) debe comprobar el lector que el circuito 1 de la Figura 2.20b se ha recorrido a izquierdas, por lo que son positivas las corrientes que atraviesan este circuito en sentido saliente al plano del papel. En nuestro caso, como existen N conductores llevando una corriente i cada uno en la ranura A, se obtiene un valor $+Ni$ (ya que las corrientes « i » son salientes).

Otro aspecto a considerar en la ecuación (2.30) es que en general, si no se elige el recinto de integración γ aprovechando algún tipo de simetría del circuito magnético, no resulta inmediato el cálculo de los campos H a lo largo del entrehierro. Por ejemplo, en el circuito 1 elegido, los campos H de « a » a « b » y de « c » a « d » pueden no ser iguales, por lo que en la ecuación (2.30) se tienen dos campos incógnitas, lo que haría necesario aplicar la ley de Ampère a un nuevo circuito para poder resolver el problema.

Se hace necesario, por consiguiente, saber elegir el recinto de integración γ de un modo más inteligente. Debe destacarse entonces el hecho de que cualquier máquina eléctrica rotativa tiene simetría circular con un número par de polos, y es por ello que sea cual sea la distribución del devanado, el campo magnético en el entrehierro para un ángulo θ tiene siempre la misma magnitud que el campo en $\theta + 180^\circ$ (magnéticos), pero de sentido opuesto; es decir, se cumple:

$$\mathbf{H}(\theta) = -\mathbf{H}(\theta + \pi) \quad (2.31)$$

Es evidente, por lo tanto, que si se elige un recinto de integración con una anchura de 180° , se simplificará enormemente el problema. En la Figura 2.20b el recinto 2 se ha elegido cumpliendo esta condición. Si se aplica a este circuito el teorema de Ampère resultará:

$$\int_e^f H \cdot dl + \int_g^h H \cdot dl = Ni \quad (2.32)$$

pero teniendo en cuenta (2.31) dará lugar a:

$$H \cdot g + H \cdot g = Ni \Rightarrow H = \frac{Ni}{2g} \quad (2.33)$$

donde g representa el espesor del entrehierro. Es indudable la ventaja obtenida, ya que nos ha permitido obtener de un modo inmediato el campo en las zonas « ef » y « gh ». Si se desea ahora

determinar el campo en cualquier punto del entrehierro, lo más conveniente será tomar el circuito 2 e irlo trasladando hacia la izquierda o derecha para ir *barriendo* todos los puntos del entrehierro. En nuestro caso, en el que se dispone de una única bobina, no se obtiene información adicional alguna, ya que para cualquier posición del circuito 2 siempre se obtiene la misma ecuación (2.32). El campo es en consecuencia uniforme y su valor es el expresado en (2.33). El valor de la inducción en el entrehierro se obtiene de una forma inmediata, resultando ser:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 Ni}{2g} \quad (2.34)$$

En la Figura 2.20c se ha representado la distribución de la inducción B en el entrehierro en función de θ . Es una onda rectangular cuya amplitud viene definida por (2.34) y que invierte su signo en los puntos donde se localizan los conductores. La onda es positiva en aquellas zonas en las que las líneas de campo se dirigen del rotor al estátor (**polo sur**), mientras que es negativa en la región en que las líneas de campo van del estátor al rotor (**polo norte**).

En el estudio de las máquinas eléctricas resulta más interesante representar la distribución de la f.m.m. en el entrehierro que la onda de inducción, y esto es debido a que la onda de f.m.m. (realmente la onda de tensión magnética en el entrehierro) es independiente del espesor de entrehierro. Otra ventaja adicional es que la f.m.m. es una función lineal de la corriente, por lo que **puede aplicarse el principio de superposición a una combinación de f.m.m.s.**; de hecho es la f.m.m. total la que origina la inducción resultante en el entrehierro. Sin embargo, debido a que la curva de imanación de un material magnético es no lineal, **no puede aplicarse el principio de superposición a las inducciones**. Es por ello que a partir de ahora en los ejemplos que se tratarán posteriormente únicamente se estudiará la distribución de la f.m.m. en el entrehierro. Para el caso que nos ocupa, se define como **f.m.m. o tensión magnética** en un punto del entrehierro de referencia angular θ a:

$$\mathcal{F}(\theta) = \int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.35)$$

El cálculo de la f.m.m. anterior se realiza de un modo similar al del campo magnético ya estudiado, ya que se cumple una relación similar a (2.31), es decir:

$$\mathcal{F}(\theta) = -\mathcal{F}(\theta + \pi) \quad (2.36)$$

y eligiendo el circuito 2 de la Figura 2.20b, que tiene una anchura de 180° , y aplicando al mismo la ley de Ampère se obtiene la relación (2.32), y teniendo en cuenta (2.35), resulta:

$$\mathcal{F}(\theta) = -\mathcal{F}(\theta + \pi) = Ni \quad (2.37)$$

pero de acuerdo con (2.36) se transforma en:

$$2\mathcal{F}(\theta) = Ni \Rightarrow \mathcal{F}(\theta) = \frac{Ni}{2} \quad (2.38)$$

El resultado (2.37) se obtiene teniendo en cuenta que al igual que las inducciones, se considerarán como f.m.m.s. positivas las que van de rotor al estátor y negativas las que se dirigen de estátor al rotor. Moviendo el recinto de integración 2 se obtendrá el valor de $\mathcal{F}(\theta)$ en cualquier punto del entrehierro. En la Figura 2.20d se ha dibujado la distribución de f.m.m., que es una onda rectangular de valor máximo $Ni/2$ y que es positiva entre -90° y $+90^\circ$ y negativa entre 90° y -90° . La onda de f.m.m. (y también la de inducción) es una función periódica que

se puede descomponer en serie de Fourier. El lector puede demostrar que el desarrollo es de la forma:

$$\mathcal{F}(\theta) = \mathcal{F}_1 \cos \theta + \mathcal{F}_3 \cos 3\theta + \dots + \mathcal{F}_h \cos h\theta + \dots \quad (2.39)$$

donde los valores \mathcal{F}_h vienen definidos por:

$$\mathcal{F}_h = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{F}(\theta) \cos h\theta \, d\theta \quad (2.40)$$

y teniendo en cuenta el valor de $\mathcal{F}(\theta)$ expresado en (2.38), la integral anterior da lugar a:

$$\mathcal{F}_h = \frac{4}{\pi} \frac{1}{h} \frac{Ni}{2} \operatorname{sen} \frac{h\pi}{2} \quad (2.41)$$

que al llevar a (2.39) nos da:

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \left[\cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta + \dots \right] \quad (2.42)$$

En definitiva, la onda rectangular de f.m.m. es la suma de una onda **fundamental** senoidal que responde a la expresión:

$$\mathcal{F}(\theta)_1 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta \quad (2.43)$$

y de armónicos impares cuya amplitud es $1/h$ veces el fundamental. En la Figura 2.20e se han representado las componentes: fundamental, tercero y quinto armónico de la onda de f.m.m. El dibujo está hecho a escala para que se aprecien claramente las relaciones entre las amplitudes de las tres ondas. El lector puede comprobar además que la distribución espacial del armónico h tiene h máximos en un ciclo completo. Si se consideran despreciables los armónicos, entonces la distribución de f.m.m. se puede suponer que obedece a la expresión:

$$\mathcal{F}(\theta) = \mathcal{F}(\theta)_1 = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \cos \theta \quad (2.44)$$

que es una onda distribuida senoidalmente en el entrehierro de la máquina y cuyo valor de pico está alineado con el eje magnético de la bobina. Esta f.m.m. producirá una inducción en el entrehierro de la misma forma, ya que de acuerdo con (2.35) resulta:

$$H(\theta) = \frac{\mathcal{F}(\theta)}{g} \quad ; \quad B(\theta) = \mu_0 H(\theta) \quad (2.45)$$

es decir:

$$B(\theta) = \mu_0 \frac{\mathcal{F}(\theta)}{g} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{Ni}{2g} \cos \theta \quad (2.46)$$

que corresponde a la componente fundamental de inducción de la onda de la Figura 2.20c. En la Figura 2.20f se ha representado esta distribución senoidal de campo magnético en el entrehierro por unas componentes de líneas de fuerza que están más concentradas en el eje de la bobina y se van separando a medida que llegan a las posiciones de $\pm 90^\circ$ respecto del eje. Es una forma gráfica de hacer patente que el campo es mayor (está más concentrado) en la zona correspondiente al eje de la bobina. Para evitar la incomodidad de tener que dibujar la distribución de inducción o en general de f.m.m. de la forma mostrada en la Figura 2.20f se utiliza

en Ingeniería Eléctrica el concepto de **fasor espacial***. Es un concepto análogo en cierto modo al de los *fasores temporales* que se emplea con acierto en el estudio de los circuitos de c.a. Para mostrarlo de un modo gráfico, considérese la distribución de f.m.m. senoidal (2.44), que se puede escribir:

$$\mathcal{F}(\theta) = F_m \cos \theta \quad \text{donde} \quad F_m = \frac{4 Ni}{\pi 2} \tag{2.47}$$

En la Figura 2.21 se ha vuelto a dibujar en la parte izquierda el esquema de la Figura 2.20f que representaba la onda de distribución espacial de f.m.m. definida en (2.47). Se observa que esta distribución queda definida completamente si se conoce su amplitud F_m y la posición espacial del máximo positivo de la onda (eje de la onda). Para esa información basta dibujar un *segmento orientado apuntando hacia la región del espacio donde la onda presenta su máximo positivo y cuyo módulo sea igual a la amplitud de la onda*. Este segmento orientado se ha dibujado en la parte derecha de la Figura 2.21 y representa el *fasor espacial de la f.m.m.* señalada a la izquierda. En definitiva el fasor espacial corresponde en este caso a una onda estacionaria de f.m.m. cuya distribución espacial por la periferia del entrehierro la describe la función $\cos \theta$; su máximo coincide con el eje magnético de la bobina. Este modo de representar distribuciones senoidales de f.m.m.s. en el entrehierro es muy útil en la descripción de los fenómenos magnéticos en las máquinas eléctricas.

Si, partiendo de la ecuación (2.47), se supone que se alimenta la bobina con una corriente senoidal: $i = I_m \cos \omega t$, entonces la f.m.m. producida será:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{4 NI_m}{\pi 2} \cos \omega t \cos \theta = [F_m \cos \omega t] \cos \theta \tag{2.48}$$

donde se ha denominado F_m a:

$$F_m = \frac{4 NI_m}{\pi 2} \tag{2.49}$$

Para ver el significado de la expresión (2.48), en la Figura 2.22 se ha dibujado el fasor espacial $\mathcal{F}(\theta, t)$ en diferentes instantes de tiempo. En la parte superior de la figura se ha vuelto a representar la bobina en sección transversal. En la parte central se muestra la forma de la corriente alterna $i = I_m \cos \omega t$ y en la parte inferior se observa el fasor espacial de f.m.m.

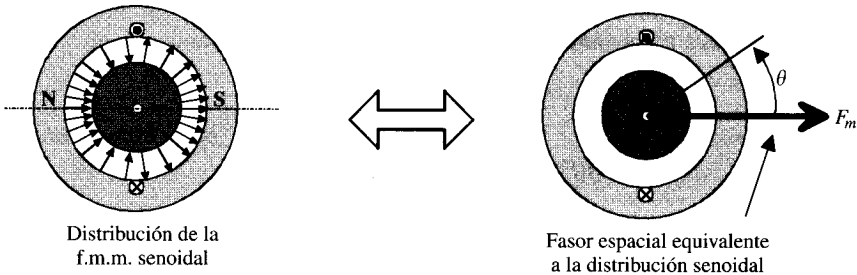


Figura 2.21. Distribución senoidal de f.m.m. y fasor de f.m.m. equivalente.

* El lector interesado en el tema de fasores espaciales puede consultar el libro *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*, de Luis Serrano Iribarnegaray (Ed. Marcombo, Barcelona, 1989).

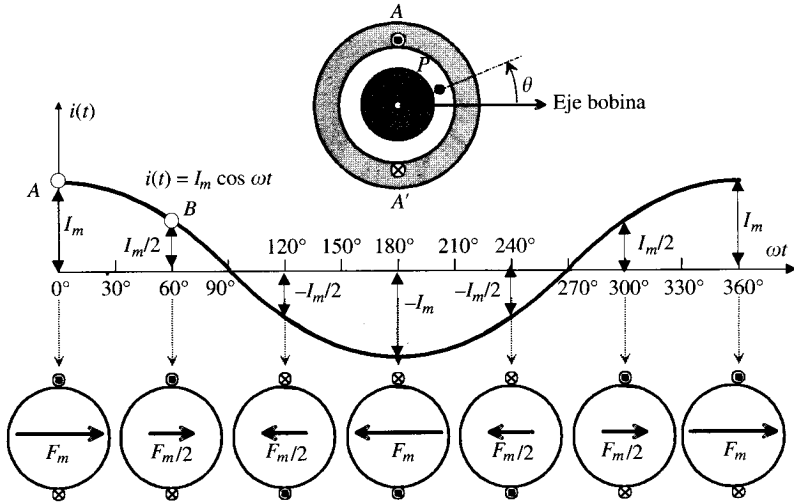


Figura 2.22. F.m.m. producida por un devanado concentrado alimentado con c.a.

en el entrehierro que está orientado con el eje de la bobina y cuya amplitud es proporcional al valor de la corriente en cada instante.

Por ejemplo, si se considera el instante inicial ($t = 0, \omega t = 0$), la corriente es I_m y el valor de la f.m.m. de acuerdo con (2.48), será igual al valor señalado en (2.49), que es una onda de f.m.m. de amplitud F_m y que está distribuida senoidalmente por el entrehierro y cuyo fasor espacial correspondiente se muestra en el primer esquema de la parte inferior de la Figura 2.22. A medida que evoluciona el tiempo, la corriente que circula por la bobina sigue una distribución senoidal, lo que hace modificar la amplitud de f.m.m., por lo que el fasor correspondiente va cambiando su amplitud tal como se señala en la parte inferior de la Figura 2.22. En definitiva, la onda de f.m.m. y su fasor espacial permanecen fijos en el espacio pero su *amplitud varía senoidalmente con el tiempo*. Se dice entonces que la onda estacionaria de f.m.m. es **alternativa o pulsante**.

2.8.2. F.m.m. producida por un devanado distribuido

En la práctica constructiva habitual de las máquinas eléctricas, con objeto de aprovechar toda la periferia tanto del estátor como del rotor, las bobinas se distribuyen en ranuras, lo que permite no solamente una utilización más óptima de la máquina sino también una mejora en la calidad de la onda de f.m.m. e inducción, que se traducirá en una f.e.m. inducida en las bobinas de carácter más senoidal. Para comprobar de un modo más fehaciente este hecho se va a considerar el esquema de la Figura 2.23, que representa un devanado constituido por tres bobinas de N espiras cada una llevando una corriente de i amperios (las bobinas están conectadas en serie).

La determinación de la f.m.m. resultante se muestra en la Figura 2.24. En la Figura 2.24a se ha representado el esquema desarrollado de la máquina de la Figura 2.23. En la parte inferior derecha de la Figura 2.24 se han dibujado las ondas de f.m.m. de cada una de las bobinas, cuyos ejes no están alineados y que responden a lo estudiado en el epígrafe anterior. En la Figura 2.24b se ha obtenido la f.m.m. resultante aplicando simplemente el principio de superposición. Es una onda escalonada que obviamente se parece más a una senoide. Cada

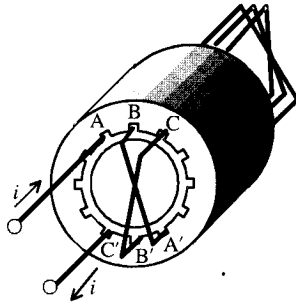


Figura 2.23. Devanado distribuido y formado por tres bobinas.

vez que se atraviesa una ranura se tiene un salto $Ni/2$ en la f.m.m. La obtención de la onda de f.m.m. puede hacerse también aplicando la ley de Ampère. En la Figura 2.24a se ilustra el procedimiento. Se ha elegido un recinto de integración $abcd$ de 180° magnéticos de anchura. Si denominamos F_1 a la tensión magnética existente en el entrehierro en la zona correspondiente a la línea ad , el valor correspondiente en cb será el mismo pero de sentido contrario

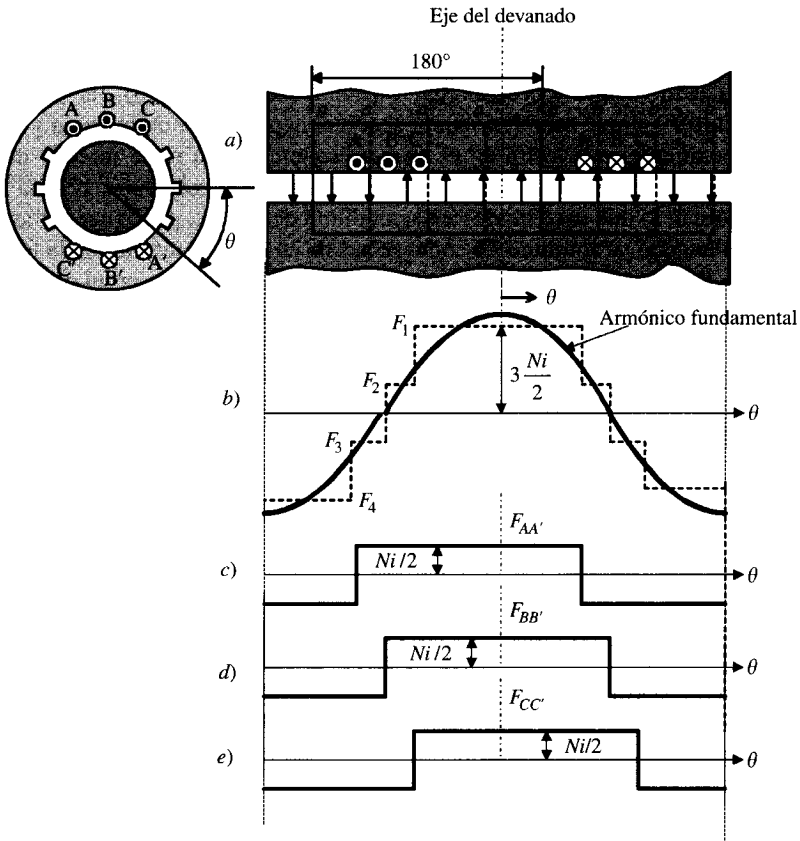


Figura 2.24. Distribución de f.m.m. producida por un devanado distribuido de tres bobinas.

debido a la simetría del sistema y que se expresó mediante la ecuación (2.36). Si se aplica la ley de Ampère a este recinto resultará:

$$2F_1 = Ni + Ni + Ni = 3Ni \quad (2.50)$$

es decir:

$$F_1 = 3 \frac{Ni}{2} \quad (2.51)$$

Como ya se ha indicado en el epígrafe anterior, si se desea calcular las f.m.m.s. o tensiones magnéticas en el entrehierro en otros puntos, se deberá hacer un barrido con el recinto de integración, y así resulta:

$$\begin{aligned} \text{Contorno } a'b'c'd': \quad 2F_2 = 2Ni - Ni = Ni &\Rightarrow F_2 = + \frac{Ni}{2} \\ \text{Contorno } a''b''c''d'': \quad 2F_3 = Ni - 2Ni = -Ni &\Rightarrow F_3 = - \frac{Ni}{2}. \\ \text{Contorno } a'''b'''c'''d''': \quad 2F_4 = -3Ni &\Rightarrow F_4 = -3 \frac{Ni}{2} \end{aligned} \quad (2.52)$$

En las expresiones anteriores se han considerado las tensiones magnéticas positivas en aquellas zonas en las que las líneas de campo magnético se dirigen del rotor al estátor. Como era de esperar, los resultados obtenidos son acordes con los logrados aplicando el principio de superposición.

Un análisis de Fourier de la onda escalonada de la Figura 2.24b da como resultado para el fundamental de f.m.m., y que puede considerarse como aproximación de la onda real escalonada, siendo:

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4}{\pi} K_d 3F_m \cos \theta = \frac{4}{\pi} K_d 3 \frac{Ni}{2} \cos \theta \quad (2.53)$$

El factor K_d tiene en cuenta el efecto de la distribución del devanado (en el epígrafe 2.9.2 se demostrará su valor aplicado al cálculo de f.e.m.s. de devanados distribuidos). La onda de f.m.m. sigue siendo una onda pulsatoria o estacionaria de amplitud constante y que se distribuye senoidalmente por el entrehierro. Si se alimenta el devanado con una c.a. $i = I_m \cos \omega t$ el valor de la f.m.m. será de la forma:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = F_m \cos \omega t \cos \theta \quad ; \quad F_m = \frac{4}{\pi} K_d \frac{3NI_m}{2} \quad (2.54)$$

que es análoga a la expresada en (2.47).

En general los devanados de las máquinas eléctricas están distribuidos en diferentes fases y polos. Si se considera una máquina de $2p$ polos y N_f espiras por fase distribuidas en varias bobinas, la f.m.m. resultante equivalente a (2.53) será:

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4}{\pi} K_d \frac{N_f i}{2p} \cos \theta \quad (2.55)$$

Téngase en cuenta, para obtener este resultado, que si en cada fase hay b bobinas en serie por cada par de polos y es N el número de espiras que integran cada bobina, se podrá escribir:

$$N_f = b \cdot N \cdot p \Rightarrow bN = \frac{N_f}{p} \quad (2.56)$$

En (2.53) b era igual a 3, por lo que se puede pasar de (2.53) a (2.55) simplemente sustituyendo $3N$ por N_f/p .

2.8.3. F.m.m. producida por un devanado trifásico. Campos giratorios. Teorema de Ferraris

Vamos a estudiar ahora un caso que tiene una gran utilidad práctica en el funcionamiento de las máquinas eléctricas. Consideremos un sistema formado por tres devanados, colocados bien sea en el estátor o en el rotor, de tal forma que **estén desfasados entre sí 120° eléctricos** en el espacio, como se indica de una forma esquemática en la Figura 2.25. Se señalan tres grupos de bobinas cuyos principios son A, B, C (corrientes salientes del plano de la página) y sus finales son A', B', C' (corrientes entrantes).

Interesa calcular la f.m.m. que existe en un punto del entrehierro, determinado por el ángulo θ , respecto al eje del devanado AA' (fase a), debido a la contribución de los tres arrollamientos, al circular por ellos un sistema de **corrientes trifásicas equilibradas**, a saber:

$$i_a = I_m \cos \omega t \quad ; \quad i_b = I_m \cos (\omega t - 120^\circ) \quad ; \quad i_c = I_m \cos (\omega t + 120^\circ) \quad (2.57)$$

Suponiendo, como ya se ha indicado en los casos anteriores, que la distribución de la f.m.m. de cada devanado sea senoidal en el espacio [véanse expresiones (2.47) y (2.54)], cada devanado producirá una f.m.m. pulsatoria o alternativa orientada en su eje respectivo. Como quiera que los ejes magnéticos están desfasados 120° eléctricos en el espacio, las f.m.m.s. que producen cada devanado en el punto P del entrehierro serán:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_a &= F_m \cos \omega t \cos \theta \quad ; \quad \mathcal{F}_b = F_m \cos (\omega t - 120^\circ) \cos (\theta - 120^\circ) \\ \mathcal{F}_c &= F_m \cos (\omega t + 120^\circ) \cos (\theta + 120^\circ) \end{aligned} \quad (2.58)$$

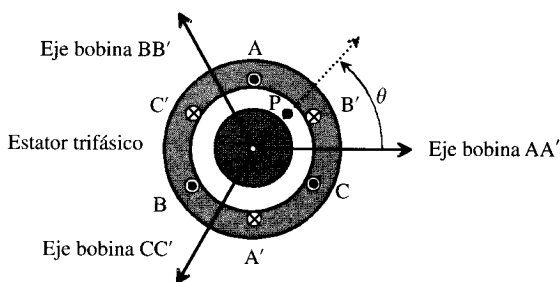


Figura 2.25. Tres devanados desfasados en el espacio 120° eléctricos.

Debe recalarse que los devanados *llevan corrientes desfasadas 120° en el tiempo y que los bobinados están desfasados 120° eléctricos en el espacio*. En consecuencia la onda de f.m.m. resultante en el punto P será igual a la suma de las tres ondas pulsatorias anteriores:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \mathcal{F}_a + \mathcal{F}_b + \mathcal{F}_c \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\theta, t) = F_m [\cos \omega t \cos \theta + \cos (\omega t - 120^\circ) \cos (\theta - 120^\circ) + \\ + \cos (\omega t + 120^\circ) \cos (\theta + 120^\circ)] \end{aligned} \quad (2.60a)$$

Si se hace uso de la igualdad trigonométrica:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos (A - B) + \cos (A + B)] \quad (2.60b)$$

la ecuación (2.59) se convierte en:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\theta, t) = \frac{3}{2} F_m \cos (\omega t - \theta) + \frac{F_m}{2} [\cos (\omega t + \theta) + \\ + \cos (\omega t + \theta - 120^\circ) + \cos (\omega t + \theta + 120^\circ)] \end{aligned} \quad (2.61)$$

Los tres sumandos contenidos entre corchetes representan tres fasores simétricos desfasados 120°, por lo que su resultante es nula. De este modo el resultado final es:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{3}{2} F_m \cos (\omega t - \theta) = \frac{3}{2} F_m \cos (\omega t - p\alpha) \quad (2.62)$$

que representa la f.m.m. resultante en el entrehierro. Obsérvese que en un mismo punto del espacio ($\alpha = \text{constante}$) la f.m.m. varía en función del tiempo según una senoide de amplitud $(3/2)F_m$ y en el mismo instante de tiempo ($t = \text{constante}$) está distribuida sinusoidalmente en el entrehierro. En consecuencia (2.62) tiene el carácter de una onda que se mueve alrededor del entrehierro, es una f.m.m. giratoria.

Para comprender el significado físico de esta f.m.m., en la parte superior de la Figura 2.26 se ha representado la evolución con el tiempo de las tres corrientes. En la parte inferior se ha efectuado la suma haciendo uso de los fasores espaciales, lo que representa una gran ventaja didáctica, ya que se hacen más visibles las componentes de las f.m.m.s. individuales. Para comprender el *mensaje* de la Figura 2.26 vamos a considerar dos tiempos de estudio de los seis representados. Para $t = 0$, es decir, $\omega t = 0$, los valores de las corrientes en las bobinas, de acuerdo con (2.57), son:

$$i_a = I_m \quad ; \quad i_b = I_m \cos (-120^\circ) = -I_m/2 \quad ; \quad i_c = I_m \cos (+120^\circ) = -I_m/2 \quad (2.63)$$

Estos valores se pueden comprobar en las curvas de corrientes instantáneas de la parte superior de la Figura 2.26. De acuerdo con estos valores, se observa que en este tiempo $t = 0$, la f.m.m. \mathcal{F}_a vale F_m y está orientada hacia el eje positivo de la fase a , mientras que las f.m.m.s. \mathcal{F}_b y \mathcal{F}_c valen $-F_m/2$ y por ser negativas están orientadas hacia los ejes negativos de las fases b y c . Se comprueba que el módulo de la suma de estos tres fasores es:

$$F_m + 2\left(\frac{F_m}{2}\right) \cos 60^\circ = \frac{3}{2} F_m \quad (2.64)$$

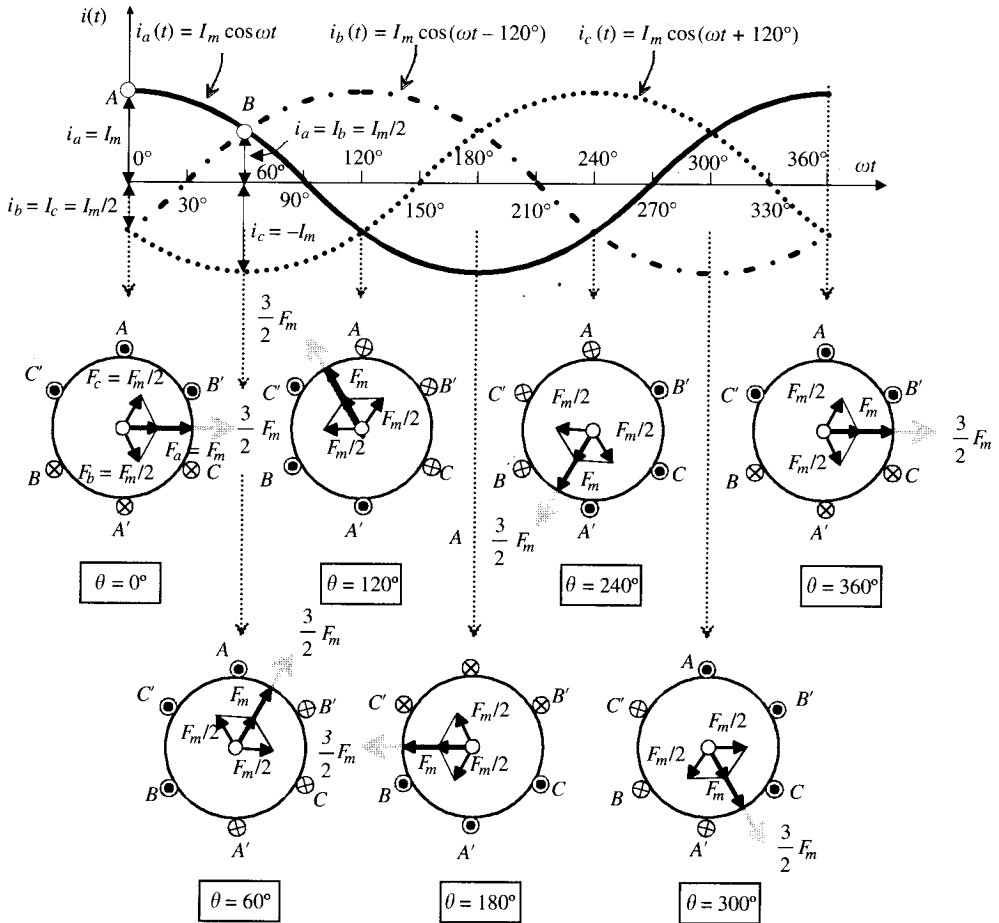


Figura 2.26. F.m.m. de un devanado trifásico alimentado con corrientes trifásicas

El primer sumando de la ecuación representa el valor de la amplitud de F_a , mientras que el segundo evidencia la ley del paralelogramo para sumar F_b y F_c , que tienen una amplitud $F_m/2$ y forman 60° con la dirección de F_a . Evidentemente, la suma se orienta hacia el ángulo $\theta = 0^\circ$. Si se pasa al instante $t = T/6$, es decir, $\omega t = 60^\circ$, los valores de las corrientes son ahora:

$$i_a = i_b = \frac{I_m}{2} \quad ; \quad i_c = -I_m \tag{2.65}$$

Es por ello que las ondas de f.m.m. de las fases a y b son positivas (se orientan en el sentido positivo del eje de sus bobinas) y tienen una amplitud $F_m/2$, mientras que la f.m.m. de la fase c , de acuerdo con (2.65), será negativa y de magnitud F_m . Tal situación se ha plasmado en el segundo esquema de la parte inferior de la Figura 2.26. Se observa que la suma sigue siendo $3F_m/2$ pero que el máximo de la onda se produce ahora en $\theta = 60^\circ$, valor que coincide con el lapso de tiempo transcurrido de $T/6$ segundos (es decir, $\omega t = 60^\circ$).

En la Figura 2.26 se ha representado un ciclo completo de las corrientes en el tiempo y se observa gráficamente que corresponde a un ciclo completo de rotación del fasor de f.m.m. resultante. Es interesante destacar en esta figura que *el valor máximo de la f.m.m. resultante*

coincide con el eje del devanado que está llevando en ese momento la corriente máxima o de pico (sea ésta positiva o negativa). Se dice entonces que se ha producido un **campo magnético giratorio** que presenta dos características fundamentales: **1) tiene una amplitud constante**, y **2) gira a velocidad constante**.

Si la máquina es bipolar, que es el caso representado en la Figura 2.26, se observa que una variación de 360° eléctricos en el tiempo corresponde a un giro de 360° magnéticos en el espacio. Como quiera que para una máquina bipolar coinciden los grados magnéticos con los geométricos o mecánicos, cada ciclo de variación de la corriente provoca una revolución completa de la f.m.m. Si se realiza el devanado para cuatro polos, entonces serán necesarios dos ciclos de variación de la corriente para obtener una revolución en la f.m.m. En general, si la máquina tiene $2p$ polos la velocidad de giro del fasor espacial de f.m.m. será:

$$\omega_m = \frac{\omega}{p} \quad (2.66)$$

y como quiera que si se denomina n a la velocidad de giro de la f.m.m. en r.p.m. y f a la frecuencia de las corrientes se cumple:

$$\omega_m = 2\pi \frac{n}{60} ; \quad \omega = 2\pi f \quad (2.67)$$

al sustituir en (2.66) resultará:

$$n = \frac{60f}{p} \quad (2.68)$$

que se denomina **velocidad de sincronismo** del campo giratorio y que es función directa de la frecuencia y función inversa del número de pares de polos de la máquina.

Existe una forma alternativa (más analítica) para demostrar que la onda de f.m.m. expresada en (2.62) es giratoria. Como quiera que la ecuación de la f.m.m. producida por un devanado trifásico es:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{3}{2} F_m \cos(\omega t - \theta) \quad (2.69)$$

al considerar un observador que viaje con la onda en un punto de fase constante θ_0 , que para ser más concretos puede ser incluso la cresta de la onda, en la que se cumple $\theta_0 = 0$, la posición de tal observador viene definida por la condición:

$$\omega t - \theta = \theta_0 = 0 \Rightarrow \mathcal{F}(\theta, t) = (3/2)F_m \text{ (cresta de la onda)} ; \quad \theta = \omega t \quad (2.70)$$

lo que significa que el punto álgido de la onda en la que se encuentra el observador se *desplaza alrededor de la circunferencia del entrehierro*, ya que su posición θ depende del tiempo*. La velocidad de la onda se puede obtener derivando la última expresión (2.70) respecto del tiempo, y así resulta:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (2.71)$$

* Para mayor claridad y a modo de comparación: es como cuando un windsurfista se monta con su tabla en la cresta de una ola del mar: la ola (onda) se mueve hacia la playa, sin embargo el windsurfista (si es lo suficientemente hábil) varía su posición absoluta respecto de la playa, pero conservando su situación encima de la cresta de la ola, es decir, sobre el mismo punto de ella.

Como quiera además que según (2.1) el ángulo magnético $\theta = p\alpha$, siendo α el ángulo geométrico o mecánico, resultará:

$$\omega - p \frac{d\alpha}{dt} = 0 \quad (2.72)$$

pero como quiera que la derivada de la ecuación anterior representa la velocidad angular mecánica de movimiento de la onda, se tendrá:

$$\omega_m = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{p} \quad (2.73)$$

y teniendo en cuenta (2.67) se obtiene una velocidad en r.p.m.:

$$n = \frac{60f}{p} \quad (2.74)$$

que es el mismo valor que se calculó en (2.68). Si se considera el caso de España, donde la frecuencia es de 50 Hz, las velocidades de sincronismo que se obtienen según sea el número de polos (2, 4, 6, 8, etc.) son 3.000, 1.500, 1.000, 750, etc., respectivamente.

El estudio anterior constituye la demostración del **teorema de Ferraris**, e indica la posibilidad de producir un **campo magnético giratorio**, a partir de un sistema de tres devanados fijos desfasados **120° eléctricos** en el espacio, por los que se introducen corrientes desfasadas **120° en el tiempo**. (Obsérvese la coincidencia de los grados de desfase tanto en el espacio como en el tiempo.)

El teorema es válido y se puede generalizar para un sistema de m arrollamientos desfasados en el espacio **$2\pi/m$ radianes** eléctricos, por los que circulan corrientes desfasadas **$2\pi/m$ radianes** en el tiempo. El resultado que se obtiene, equivalente a (2.62), es ahora:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{m}{2} F_m \cos(\omega t - \theta) \quad (2.75)$$

Para el caso particular de sistemas bifásicos, se dispone de dos devanados a 90° eléctricos en el espacio con corrientes desfasadas 90° en el tiempo. El resultado (2.75) es válido haciendo $m = 2$.

Es muy importante que el lector asimile con profundidad el teorema de Ferraris, ya que es la base del funcionamiento de las máquinas eléctricas de c.a. Es indudable que el resultado es sorprendente: *con tres devanados que cada uno de ellos produce un campo alternativo se ha logrado, al combinarlos adecuadamente en el espacio y con corrientes apropiadas en el tiempo, un campo magnético de amplitud constante (circular) y que es giratorio, o de otro modo, el fenómeno es equivalente en cierta manera a un imán permanente que se moviera a la velocidad de sincronismo.*

Otro aspecto a destacar en este teorema es que el sentido del campo giratorio puede invertirse, si se permutan entre sí las corrientes de dos cualesquiera de las fases que constituyen el sistema trifásico. Por ejemplo, si en el caso de la Figura 2.24 se intercambian las corrientes de los devanados b y c expresadas en (2.57) se tendrá ahora:

$$i_a = I_m \cos \omega t \quad ; \quad i_b = I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \quad ; \quad i_c = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (2.76)$$

y operando de un modo similar al demostrado anteriormente se obtiene una f.m.m. total análoga a (2.62) y que obedece a la ecuación:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{3}{2} F_m \cos(\omega t + \theta) = \frac{3}{2} F_m \cos(\omega t + p\alpha) \quad (2.77)$$

que representa un campo magnético giratorio de amplitud constante $3F_m/2$ y que gira a una velocidad:

$$\omega_m = \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{\omega}{p} ; \quad n = -\frac{60f}{p} \quad (2.78)$$

es decir, de sentido contrario al original y de la misma magnitud.

Experiencia práctica. En un laboratorio de Electrotecnia se puede comprobar fácilmente la existencia del campo giratorio de una forma muy simple si se dispone de un motor asíncrono trifásico. Para ello debe desmontarse el motor y separar el rotor del estátor. Se introduce a continuación una bola de acero (por ejemplo, de un viejo cojinete) dentro del estátor y se aplica a éste una tensión trifásica alterna regulable mediante un autotransformador trifásico (la tensión aplicada debe ser del orden de 1/10 a 1/5 de la tensión asignada). Se observará que la bola empieza a rodar dentro de la periferia del estátor siguiendo al campo magnético giratorio que se forma. Al invertir una fase de la red trifásica, se comprobará que la bola rueda en sentido inverso. Este fenómeno, que suele causar un fuerte impacto a los estudiantes, se emplea en los talleres de reparación de devanados eléctricos para comprobar que el rebobinado se ha hecho correctamente. La bola de cojinete se puede sustituir por un bote metálico al que previamente se le ha incorporado un eje, y se comprobará que el bote gira arrastrado por el campo magnético giratorio. Éste es el principio de funcionamiento del motor asíncrono trifásico, que se estudia con detalle en el Capítulo 4. *Nota adicional:* Si se realiza la experiencia de la bola y a continuación la del bote, se observa que éste se mueve en sentido inverso al de la bola; esto se debe a que la bola *rueda* sobre la periferia del estátor, mientras que el bote *gira* sobre su eje.

2.8.4. Relación entre un campo alternativo y un campo giratorio. Teorema de Lebanc

Una vez conocido el funcionamiento de un campo giratorio podemos dar una nueva interpretación al campo alternativo producido por una bobina. Si se parte de la expresión (2.47) de la f.m.m. producida por un devanado concentrado alimentado con corriente alterna:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = F_m \cos \omega t \cos \theta = F_m \cos \omega t \cos p\alpha \quad (2.79)$$

teniendo en cuenta la igualdad trigonométrica (2.60), la ecuación anterior se transforma en:

$$\mathcal{F}(\theta, t) = \frac{F_m}{2} \cos(\omega t - p\alpha) + \frac{F_m}{2} \cos(\omega t + p\alpha) \quad (2.80)$$

El primer sumando anterior, que es similar a (2.62), corresponde a una onda de f.m.m. rotativa de amplitud $F_m/2$ que gira en sentido directo (es decir, para el ángulo α positivo de la Figura 2.25 y que corresponde al contrario a las agujas del reloj) a velocidad angular $\omega_m = +\omega/p$ (es decir, $n = +60f/p$). El segundo sumando de (2.80) es una onda de f.m.m. rotativa de amplitud $F_m/2$ que gira en sentido inverso a velocidad angular $\omega_m = -\omega/p$ (es decir, $n = -60f/p$).

En definitiva, la f.m.m. pulsatoria (2.79) producida por una bobina recorrida por c.a. puede representarse por dos f.m.m.s. rotativas que giran en sentidos contrarios a velocidades:

$$\omega_m = \pm \frac{\omega}{p} \Rightarrow n = \pm \frac{60f}{p} \tag{2.81}$$

La definición anterior constituye el **teorema de Leblanc**. El hecho de que la f.m.m. de un devanado monofásico excitado por c.a. se pueda descomponer en dos f.m.m.s. rotativas de sentidos contrarios es un paso conceptual importante para comprender el funcionamiento del motor de inducción monofásico, como el lector comprobará al estudiar el Capítulo 4.

2.9. F.E.M. INDUCIDA EN UN DEVANADO DE UNA MÁQUINA ELÉCTRICA

2.9.1. Generalidades

En los devanados de las máquinas eléctricas se inducen f.e.m.s. debidas a las variaciones del flujo enlazado por los arrollamientos. Estos cambios son el resultado de:

- a) La variación con el tiempo de la magnitud del flujo, lo que da lugar a la llamada **f.e.m. de pulsación o de acción transformadora**: e_p .
- b) Del movimiento del circuito inducido, respecto del flujo, resultando una **f.e.m. de rotación**, velocidad o movimiento: e_r .
- c) De la combinación de los dos casos anteriores, apareciendo las f.e.m.s. e_p y e_r .

El cálculo de la f.e.m. se realiza en cada caso, aplicando la ley de Faraday, y para analizar este problema de generación se va a considerar el prototipo de máquina eléctrica que se indica en la Figura 2.27, constituido por un devanado inductor 1, y un arrollamiento inducido 2, que consiste en un bobinado de N_2 espiras concentradas de paso diametral. Ambos devanados están situados en el estátor y en el rotor, respectivamente, girando éste a una velocidad ω_m rad/s. Se van a considerar además las siguientes hipótesis:

- 1) El flujo inductor Φ_1 varía senoidalmente con el tiempo; para ello se introduce en el estátor una corriente alterna de frecuencia f_1 y pulsación ω_1 .

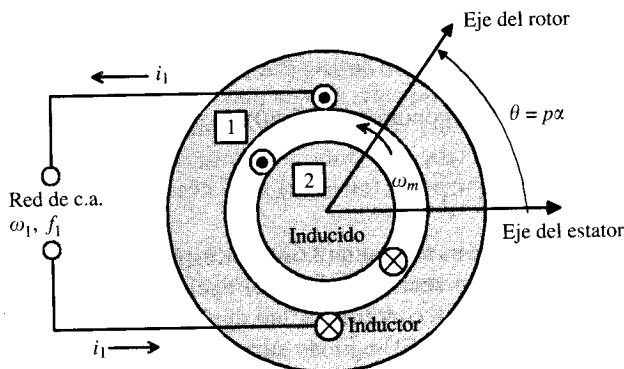


Figura 2.27. Máquina eléctrica elemental con dos devanados.

- 2) El flujo inductor se distribuye senoidalmente por la periferia del entrehierro.
- 3) El eje del devanado del rotor tiene una posición respecto del eje de flujo del estátor, definido por la expresión $\alpha = \omega_m t$, es decir, en $t = 0$ se tiene $\alpha = 0$ (α es el número de grados geométricos).
- 4) El bobinado del inducido está en circuito abierto, para considerar únicamente el efecto de generación de f.e.m.; la frecuencia de la señal obtenida se denominará f_2 , que corresponde a una pulsación ω_2 .

De acuerdo con las hipótesis anteriores, y teniendo en cuenta la expresión (2.47) de la onda de f.m.m. producida por un devanado concentrado, si para simplificar suponemos que la reluctancia del circuito magnético es constante, al aplicar la ley de Hopkinson se obtendrá una expresión para el flujo distribuido en el entrehierro similar a la de la f.m.m., es decir:

$$\Phi_1 = \Phi_m \cos \omega t \cos p\alpha \quad (2.82)$$

donde Φ_m expresa el valor máximo de flujo. En consecuencia, la f.e.m. inducida será:

$$e_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \omega_1 \Phi_m \sin \omega_1 t \cos p\alpha + N_2 p \omega_m \Phi_m \cos \omega_1 t \sin p\alpha \quad (2.83)$$

El primer término del segundo miembro corresponde a la f.e.m. debida a la **pulsación** de flujo, mientras que el segundo término corresponde a la f.e.m. debida a la **rotación** del inducido.

La expresión (2.83) se puede escribir de la siguiente manera:

$$e_2 = \frac{N_2 \omega_1 \Phi_m}{2} [\sin (\omega_1 + p\omega_m)t + \sin (\omega_1 - p\omega_m)t] + \frac{N_2 p \omega_m \Phi_m}{2} [\sin (\omega_1 + p\omega_m)t - \sin (\omega_1 - p\omega_m)t] \quad (2.84)$$

expresión que responde a la forma general:

$$e_2 = \frac{N_2 \Phi_m}{2} [(\omega_1 + p\omega_m) \sin (\omega_1 + p\omega_m)t + (\omega_1 - p\omega_m) \sin (\omega_1 - p\omega_m)t] \quad (2.85)$$

La ecuación anterior indica que la f.e.m. inducida en el rotor, e_2 , contiene pulsaciones de valor ω_2 que responden a la expresión general:

$$\omega_2 = \omega_1 \pm p\omega_m \quad (2.86)$$

y teniendo en cuenta que:

$$\omega_1 = 2\pi f_1 \quad ; \quad \omega_2 = 2\pi f_2 \quad ; \quad \omega_m = 2\pi \frac{n}{60} \quad (2.87)$$

la expresión (2.86) se transforma en:

$$f_2 = f_1 \pm \frac{np}{60} \quad (2.88)$$

ecuación muy importante que relaciona las frecuencias de los circuitos inductor e inducido con la velocidad del rotor y el número de polos. Esta expresión permitirá en el apartado 2.10 realizar una clasificación general de las máquinas eléctricas.

La ecuación general de la f.e.m. definida por (2.83) permite analizar los dos casos particulares siguientes:

a) Inducido fijo. Flujo variable

En este caso $\omega_m = 0$, ya que el devanado del rotor es estacionario, y de acuerdo con (2.83) la f.e.m. resultante, debida a la **pulsación** del flujo, será:

$$e_2 = N_2 \omega_1 \Phi_m \text{ sen } \omega_1 t \text{ cos } p\alpha \quad (2.89)$$

Esta situación corresponde a una máquina denominada **regulador de inducción monofásico**; existe un rotor cuya posición se puede variar respecto al estátor, y se observa que cuando $p\alpha = \pi/2$ la f.e.m. resultante es nula, lo cual puede comprobarse en la Figura 2.27, ya que el rotor no abraza ningún flujo.

También corresponde al caso del **transformador** para el cual $p\alpha = 0$; es decir, todo el flujo producido por el inductor, que ahora se denomina **primario**, es abrazado por el inducido, que recibe el nombre **secundario**. En el caso real, no es necesario recurrir a la disposición de la Figura 2.27, y ambos devanados están arrollados sobre el mismo núcleo magnético sin necesidad de entrehierros. La f.e.m. inducida tendrá una expresión instantánea definida por:

$$e_2 = N_2 \omega_1 \Phi_m \text{ sen } \omega_1 t \quad (2.90)$$

que corresponde a la (2.89) cuando $p\alpha = 0$. El valor eficaz de la f.e.m. será:

$$E_2 = \frac{N_2 \omega_1 \Phi_m}{\sqrt{2}} \quad (2.91)$$

que teniendo en cuenta (2.87) da lugar a:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_2 f_1 \Phi_m = 4,44 N_2 f_1 \Phi_m \quad (2.92)$$

expresión importante y que se empleará en el estudio de los transformadores. De acuerdo con (2.88) se observa que las frecuencias de las corrientes del inducido f_2 coinciden con las del inductor f_1 , es decir, $f_2 = f_1$.

b) Inducido móvil. Flujo constante

En este caso $\omega_1 = 0$, lo que indica que el devanado inductor está alimentado por una c.c.; de acuerdo con la expresión general (2.83), la f.e.m. resultante, debida al **movimiento** del inducido, será:

$$e_2 = N_2 p \omega_m \Phi_m \text{ sen } p\alpha \quad (2.93)$$

y teniendo en cuenta que $\alpha = \omega_m t$ es:

$$e_2 = N_2 p \omega_m \Phi_m \text{ sen } p \omega_m t \quad (2.94)$$

que expresa una f.e.m. de valor eficaz:

$$E_2 = \frac{N_2 p \omega_m \Phi_m}{\sqrt{2}} \quad (2.95)$$

y cuya pulsación vale:

$$\omega_2 = p \omega_m \Rightarrow f_2 = \frac{np}{60} \quad (2.96)$$

que está de acuerdo con la ecuación general (2.88), que relaciona las frecuencias del inductor e inducido. Las máquinas que responden a estas consideraciones se denominan **síncronas**, y deben su nombre a que según (2.96) la frecuencia del inducido es proporcional a la velocidad del rotor (como ya se verá más tarde, las máquinas de c.c. pertenecen también a esta clasificación, pero debido a la rectificación mecánica del colector de delgas, la expresión de la f.e.m. difiere de la expresada aquí).

La expresión (2.95) de la f.e.m. para las máquinas síncronas puede tomar otra forma si se tiene en cuenta que $\omega_m = 2\pi n/60$, resultando:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{pn}{60} N_2 \Phi_m = 4,44 \frac{pn}{60} N_2 \Phi_m \quad (2.97)$$

y teniendo en cuenta la identidad (2.96), resulta:

$$E_2 = 4,44 N_2 f_2 \Phi_m \quad (2.98)$$

En realidad las expresiones anteriores vienen afectadas por unos coeficientes que tienen en cuenta la forma real del flujo y la distribución del devanado, como se demostrará en el epígrafe 2.9.2.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2.2

Se tiene un transformador monofásico, constituido por dos devanados, primario y secundario, colocados en un núcleo magnético de sección uniforme $S = 10 \text{ cm}^2$, como indica la Figura 2.28. Los devanados primario y secundario tienen 400 y 639 espiras, respectivamente. El primario se conecta a una red de 127 V, 50 Hz. En el supuesto de despreciar la caída de tensión del primario, calcular: 1) Densidad de flujo máxima existente en el núcleo. 2) F.e.m. inducida en el secundario.

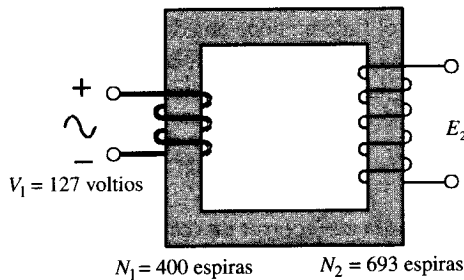


Figura 2.28.

SOLUCIÓN

- Al despreciar la caída de tensión en el devanado primario se cumple $V_1 = E_1$, y de acuerdo con la expresión (2.92) aplicada al primario, se cumplirá: $V_1 = E_1 = 4,44 N_1 f_1 \Phi_m$, de donde se deduce:

$$\Phi_m = \frac{127}{4,44 \cdot 50 \cdot 400} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}$$

y como quiera que $\Phi_m = B_m \cdot S$, se tendrá:

$$B = \frac{1,43 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,43 \text{ Teslas}$$

2. Al aplicar (2.92) al secundario se obtiene: $E_2 = 4,44 N_2 f_1 \Phi_m$, que al sustituir valores, resulta:

$$E_2 = 4,44 \cdot 693 \cdot 50 \cdot 1,43 \cdot 10^{-3} = 220 \text{ V}$$

2.9.2. Factores que afectan a la f.e.m. inducida en un devanado

En el epígrafe anterior se ha demostrado la expresión general de la f.e.m. que aparece en un devanado; el análisis ha partido de unas hipótesis que facilitaban el cálculo, pero que en la realidad no son correctas. Las máquinas eléctricas rotativas reales, a diferencia del prototipo de máquina indicado en la Figura 2.27, muestran las siguientes diferencias:

- El flujo inductor no se reparte siempre de una forma senoidal por el entrehierro.
- El devanado no se encuentra concentrado, sino que está distribuido en ranuras a lo largo de la periferia de la máquina.
- Los arrollamientos no son siempre de paso diametral, sino que presentan acortamientos de paso, con objeto de mejorar la onda de f.e.m. inducida.

Cada uno de estos *inconvenientes* que aparecen en las máquinas reales introduce un factor, por el cual la f.e.m. inducida, en la práctica, es menor que la calculada anteriormente. De acuerdo con las diferencias apuntadas aparecen los factores de reducción correspondientes, denominados: factor de forma, factor de distribución y factor de paso o acortamiento. Veamos el significado y cálculo de cada uno de ellos:

1. Factor de forma

Este factor aparece debido a que el flujo no tiene una distribución senoidal en el entrehierro. Si se considera el prototipo de máquina de la Figura 2.27, en el supuesto de que el flujo inductor sea constante y de valor máximo Φ_m , aparecerá una f.e.m. cuyo valor medio vendrá expresado por:

$$E_m = N_2 \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N_2 \frac{\Phi_m - (-\Phi_m)}{T/2} = 4 N_2 f_2 \Phi_m \quad (2.99)$$

donde T indica el tiempo que tarda en recorrer un ciclo magnético completo (en una máquina con $2p = 2$ coincide con el tiempo de una revolución completa del rotor). El cálculo expresado en (2.99) se ha realizado observando el flujo que barre el inducido en un semiperíodo. Se observa que la expresión anterior no tiene en cuenta la forma de este flujo para calcular el valor medio de la f.e.m.; sin embargo, para calcular el valor eficaz de la misma deberá multiplicarse (2.99) por un coeficiente que sí tiene en cuenta esta forma de onda, que se denomina **factor de forma** y que se define como:

$$K_f = \frac{\text{valor eficaz}}{\text{valor medio}} \quad (2.100)$$

De este modo, teniendo en cuenta (2.99) y (2.100), la expresión de la f.e.m. eficaz inducida será:

$$E = 4 K_f N_2 f_2 \Phi_m \quad (2.101)$$

y en el caso de que la onda de flujo se reparta senoidalmente por el entrehierro, se cumplirá:

$$K_f = \frac{\left[\frac{1}{\sqrt{2}} B_{\text{máx}} \right]}{\left[\frac{2}{\pi} B_{\text{máx}} \right]} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11 \quad (2.102)$$

donde se ha tenido en cuenta las expresiones del valor medio y eficaz de una onda alterna y que conoce el lector de un Curso de Teoría de Circuitos.

En la práctica se consigue que la distribución sea senoidal aumentando la curvatura de los polos inductores frente a la superficie del inducido. En las máquinas con inductor cilíndrico se emplean técnicas de distribución del devanado, como ya se ha indicado en el epígrafe 2.8.2.

2. Factor de distribución

En el epígrafe anterior se ha calculado la f.e.m. producida por un devanado concentrado y de paso diametral. En la práctica el arrollamiento está distribuido en ranuras a lo largo de toda la periferia de tal forma que las f.e.m.s. del bobinado van desfasadas y su suma no es aritmética sino vectorial.

Si denominamos q al número de ranuras por polo y fase de la máquina, m al número de fases y $2p$ al número de polos, el número de ranuras de la máquina designado por K será:

$$K = q m 2p \quad (2.103)$$

El ángulo geométrico entre dos ranuras consecutivas será:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{K} \quad (2.104)$$

que corresponde a un ángulo eléctrico $p\gamma$.

Supongamos que se trata de calcular la f.e.m. debida a las tres bobinas de la misma fase que se indican en la Figura 2.29, donde cada bobina tiene N espiras.

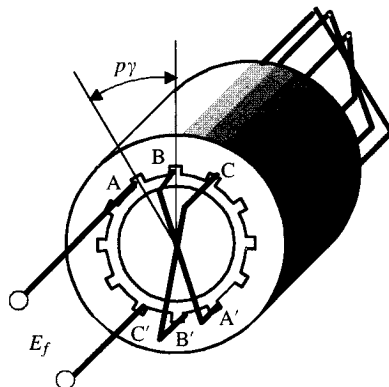


Figura 2.29. Devanado distribuido de tres bobinas por fase.

Las f.e.m.s. de cada bobina serán iguales pero irán desfasadas en el tiempo, lo mismo que van en el espacio, resultando el diagrama fasorial de la Figura 2.30; el número de bobinas existentes es en general q y las f.e.m.s. parciales están representadas por vectores iguales $E_{\text{bob}} = |AB| = |BC| = |CD|$.

Todos los extremos de los vectores que representan las f.e.m.s. se encuentran situados sobre una circunferencia de radio genérico R . La f.e.m. resultante E_f debida a todo el devanado está representada por el vector AD y su magnitud es:

$$E_f = |AD| = 2|QD| = 2R \operatorname{sen} \frac{qp\gamma}{2} \tag{2.105}$$

Si se llega a considerar que el devanado está concentrado, la f.e.m. teórica hubiera sido:

$$E_t = qE_{\text{bobina}} = q|AB| = q2|AP| = 2qR \operatorname{sen} \frac{p\gamma}{2} \tag{2.106}$$

El coeficiente o factor de distribución se define como cociente de la f.e.m. geométrica E_f y la teórica E_t , y se designa con el símbolo K_d , resultando:

$$K_d = \frac{E_f}{E_t} = \frac{\operatorname{sen} \frac{qp\gamma}{2}}{q \cdot \operatorname{sen} \frac{p\gamma}{2}} \tag{2.107}$$

En consecuencia, y de acuerdo con la fórmula anterior, la f.e.m. producida por un devanado distribuido se podrá calcular como si estuviera concentrado, como ya se hizo en el epígrafe anterior, y el resultado habrá que multiplicarlo por K_d para obtener la f.e.m. real, que tiene en cuenta la diferencia de fase entre las f.e.m.s. parciales de cada bobina.

Si el número de ranuras es muy elevado puede considerarse que forman un arco continuo; si se denomina $\gamma_t = q\gamma$ el ángulo geométrico total que abarca todo el bobinado, se tendrá:

$$K_d = \lim_{q \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} \frac{p\gamma_t}{2}}{q \cdot \operatorname{sen} \frac{p\gamma_t}{2q}} = \frac{\operatorname{sen} \frac{p\gamma_t}{2}}{\frac{p\gamma_t}{2}} \tag{2.108}$$

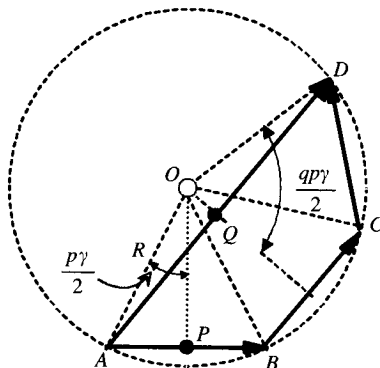


Figura 2.30. Composición geométrica o fasorial de f.e.m.s.

que puede obtenerse también como cociente de la cuerda al arco que subtiende (devanado uniformemente distribuido).

Para una máquina trifásica se cumple: $p\gamma_t = \pi/3$, y en consecuencia el coeficiente de distribución valdrá:

$$K_d = \frac{\text{sen } \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = 0,955$$

y para una máquina de c.c. se tiene: $p\gamma_t = \pi$, y en consecuencia:

$$K_d = \frac{\text{sen } \frac{p\gamma_t}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi} = 0,637$$

3. Factor de paso o acortamiento

Los devanados reales tienen un paso acortado en vez de un paso diametral, ya que de esta forma se eliminan armónicos. Para una bobina de paso diametral le corresponde una anchura de 180° eléctricos, lo cual quiere decir que si una rama está situada frente a un polo norte, (véase rama A de la Fig. 2.31a), la otra parte de la bobina está situada frente al polo sur (rama A'). En el caso de la Figura 2.31a, si una rama de la bobina está situada en A y la otra en A' se ha acortado el paso en un ángulo $p\alpha$ eléctrico. Si se denomina E_r la f.e.m. de cada rama, la f.e.m. real de la bobina vendrá expresada por la suma vectorial indicada en la Figura 2.31b, cuyo valor es:

$$E_{\text{bob}} = |PR| = 2|PS| = 2E_r \cos \frac{p\alpha}{2} \tag{2.109}$$

Si las f.e.m.s. llegan a sumarse aritméticamente, que es lo que sucede con las bobinas de paso diametral, se obtendrá una f.e.m. teórica E_t dada por:

$$E_t = 2E_r \tag{2.110}$$

El coeficiente de **acortamiento** K_a define el cociente:

$$K_a = \frac{E_{\text{bob}}}{E_t} = \cos \frac{p\alpha}{2} \tag{2.111}$$

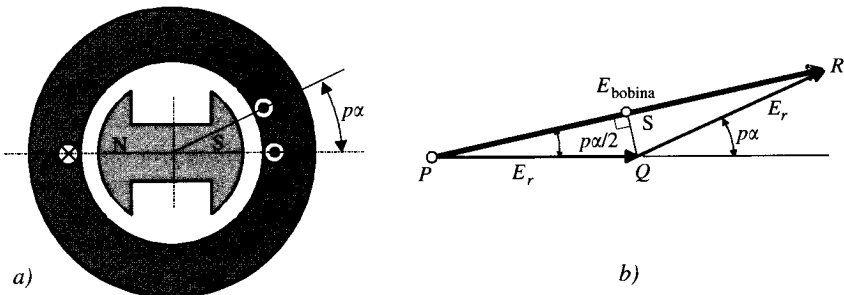


Figura 2.31. Bobina con paso acortado.

En consecuencia, y teniendo en cuenta todos los coeficientes de devanado: distribución y paso y el de forma, la f.e.m. de un devanado en su forma más general posible, teniendo en cuenta (2.101), (2.107) y (2.111), será:

$$E = 4 K_f K_d K_a N_2 \Phi_m \quad (2.112)$$

En el caso particular de distribución senoidal de flujo en el entrehierro, $K_f = 1,11$, resultando:

$$E = 4,44 K_d K_a N_2 f_2 \Phi_m \quad (2.113)$$

En consecuencia, las expresiones demostradas en el epígrafe 2.9.1 deberán aplicarse multiplicadas por el factor de **devanado** $K_w = K_d K_a$, para tener en cuenta la distribución y acortamiento del mismo. Las expresiones (2.107) y (2.111) pueden utilizarse para calcular las f.e.m.s. debidas a los armónicos de f.m.m., de tal forma que si h es el orden de un armónico los coeficientes K_d y K_a vienen expresados por:

$$K_d = \frac{\text{sen} \frac{qhp\gamma}{2}}{q \cdot \text{sen} \frac{h p \gamma}{2}} ; \quad K_a = \cos \frac{ph\alpha}{2} \quad (2.114)$$

ya que para un armónico de orden h , el ángulo es h veces mayor. Esta afirmación es fácil de comprender si se observa el gráfico de la Figura 2.20e, en el que se mostraban las f.m.m.s. fundamental, de tercero y quinto armónico que aparecían en el entrehierro para el caso de un devanado concentrado. Se advierte que mientras la onda fundamental cubre un ciclo en 360° eléctricos, en el mismo espacio el tercer armónico da tres ciclos exactos. O de otro modo, un ángulo eléctrico de 360° para la onda fundamental es observado como un ángulo de $3 \cdot 360 = 1.080^\circ$ para el tercer armónico y de $5 \cdot 360 = 1.800^\circ$ para el quinto armónico. *De este modo un ángulo de θ grados para el fundamental es interpretado como un ángulo $h\theta$ para el armónico de orden h .*

EJEMPLO DE APLICACIÓN 2.3

Una máquina eléctrica tiene un devanado trifásico distribuido en 36 ranuras. Cada bobina está acortada un ángulo de 30° eléctricos y está formada por 40 espiras, devanadas en una sola capa. La máquina tiene 4 polos y gira a una velocidad de 1.500 r.p.m. El flujo por polo es de 0,2 Wb y está distribuido senoidalmente por el entrehierro. Calcular la f.e.m. inducida por fase.

SOLUCIÓN

La f.e.m. vendrá expresada por: $E = 4,44 K_d K_a f_2 N_2 \Phi_m$; N_2 es el número de espiras por fase, cuyo valor es:

$$N_2 = \frac{36 \cdot 40}{2 \cdot 3} = 240 \text{ espiras/fase}$$

La frecuencia f_2 vale:

$$f_2 = \frac{np}{60} = \frac{1.500 \cdot 2}{60} = 50 \text{ Hz}$$

El coeficiente de distribución es:

$$K_d = \frac{\text{sen } \frac{qp\gamma}{2}}{q \cdot \text{sen } \frac{p\gamma}{2}}$$

El ángulo geométrico entre dos ranuras es:

$$\gamma = \frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$$

y el número de ranuras por polo y fase es:

$$q = \frac{K}{2pm} = \frac{36}{4 \cdot 3} = 3$$

en consecuencia:

$$K_d = \frac{\text{sen } \frac{3 \cdot 2 \cdot 10}{2}}{3 \text{ sen } \frac{2 \cdot 10}{2}} = 0,960$$

el coeficiente de acortamiento será:

$$K_a = \cos \frac{pa}{2} = \cos 15^\circ = 0,966$$

y la f.e.m. por fase tendrá una magnitud:

$$E = 4,44 \cdot 0,960 \cdot 0,966 \cdot 50 \cdot 240 \cdot 0,2 = 9.882 \text{ voltios}$$

2.9.3. Armónicos de f.e.m.: origen y eliminación

Al estudiar en los epígrafes 2.8.1. y 2.8.2. la distribución de f.m.m. producida por un devanado, bien sea concentrado o distribuido, se demostró (véase Figs. 2.20 y 2.23) que la f.m.m. no era senoidal y que por lo tanto contenía armónicos. Se demostró asimismo (véase ecuación 2.41) que debido a la simetría del circuito magnético solamente se producían armónicos impares. Las f.m.m.s. combinadas de inductor e inducido dan lugar a la inducción en el entrehierro y que a su vez es el origen de las f.e.m.s inducidas en la máquina. En definitiva, lo que sucede es que los diferentes armónicos presentes en la onda de f.m.m. estarán presentes (en principio) en la f.e.m. inducida de la máquina. Si como es evidente se desea conseguir un tipo de onda de forma senoidal, será necesario proceder a la eliminación de los armónicos. Desgraciadamente, una anulación total es imposible, pero dado que de acuerdo con (2.40) y (2.41) las amplitudes de los armónicos son inversamente proporcionales a su orden, es decir, el armónico tercero tiene una amplitud 1/3 del fundamental, el armónico quinto tienen una amplitud 1/5 del fundamental, etc., con llegar a anular hasta el quinto o séptimo armónico se habrá conseguido una onda prácticamente senoidal.

Para comprender el proceso de eliminación de armónicos se va a considerar que se dispone de una máquina con inducido trifásico (por ejemplo, una máquina síncrona o alternador),

vamos a prestar atención primero a las f.e.m.s. de tercer armónico. Si las f.e.m.s. de primer armónico o fundamental de cada una de las fases son de la forma:

$$e_{a1} = E_{1m} \cos \omega t \quad ; \quad e_{b1} = E_{1m} \cos (\omega t - 120^\circ) \quad ; \quad e_{c1} = E_{1m} \cos (\omega t + 120^\circ) \quad (2.115)$$

y las f.e.m.s. de tercer armónico son:

$$\begin{aligned} e_{a3} &= E_{3m} \cos 3\omega t \quad ; \quad e_{b3} = E_{3m} \cos (3\omega t - 3 \cdot 120^\circ) = E_{3m} \cos 3\omega t \\ e_{c3} &= E_{3m} \cos (3\omega t + 3 \cdot 120^\circ) = E_{3m} \cos 3\omega t \end{aligned} \quad (2.116)$$

para comprender las expresiones anteriores hay que tener en cuenta que un ángulo eléctrico θ para el primer armónico corresponde a un ángulo eléctrico $h\theta$ para el armónico de orden h . Se observa en (2.116) que las f.e.m.s. de tercer armónico inducidas en las tres fases son iguales en módulo y fase. Si los devanados se conectan en estrella (véase Fig. 2.32a), y se denomina E_3 al fasor de f.e.m. de tercer armónico, que teniendo en cuenta (2.116) es la misma para las tres fases, las tensiones compuestas de tercer armónico serán:

$$\begin{aligned} E_{ab3} &= E_{a3} - E_{b3} = E_3 - E_3 = 0 \quad ; \quad E_{bc3} = E_{b3} - E_{c3} = E_3 - E_3 = 0 \\ E_{ca3} &= E_{c3} - E_{a3} = E_3 - E_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.117)$$

que nos indica que aunque las tensiones de tercer armónico están presentes en cada una de las fases, **no aparecerán** en los terminales de la máquina. En la Figura 2.32, Z_3 representa la impedancia de cada fase a las corrientes de tercer armónico.

Si se considera ahora que los devanados se conectan en triángulo (Fig. 2.32b), aun funcionando la máquina en vacío, es decir, sin conectar una carga entre los terminales, se obtendrá una corriente de circulación de tercer armónico en los bobinados de la máquina, de valor:

$$I_3 = \frac{3E_3}{3Z_3} = \frac{E_3}{Z_3} \quad (2.118)$$

y las tensiones de tercer armónico que aparecerán entre los terminales externos serán:

$$E_{ab3} = E_3 - Z_3 I_3 = 0 \quad ; \quad E_{bc3} = E_3 - Z_3 I_3 = 0 \quad ; \quad E_{ca3} = E_3 - Z_3 I_3 = 0 \quad (2.119)$$

En consecuencia, independientemente de que los devanados se conecten en estrella o triángulo, no aparecerán tensiones de tercer armónico en los terminales de línea. El mismo resultado se obtiene para todos los armónicos múltiplos de 3 tales como el 9, 15, 21, etc. (no se han incluido en esta relación los armónicos pares múltiplos de 3, que como ya sabemos, por razones de simetría no existen). Generalmente los alternadores de las centrales eléctricas se

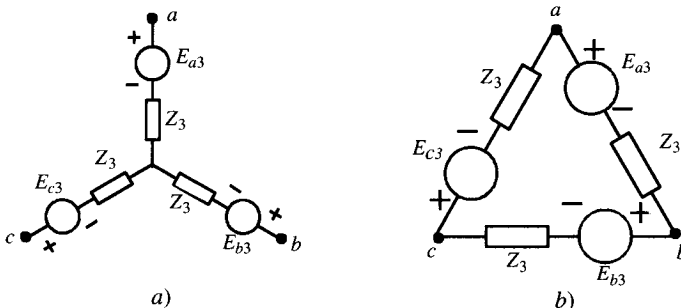


Figura 2.32. Tercer armónico en conexiones estrella y triángulo.

conectan en estrella para evitar la circulación de corriente de tercer armónico que estarían presentes si los devanados se conectaran en triángulo. En resumen, los armónicos presentes en la f.e.m. de una máquina trifásica son:

$$h = 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, \text{ etc.} \quad (2.120)$$

Si se desea eliminar más armónicos, será preciso recurrir, como se ha explicado en el epígrafe 2.9.2, al acortamiento y distribución de las bobinas. En las ecuaciones (2.114) se dan las expresiones de los coeficientes de acortamiento y distribución en función del orden del armónico. Si se desea eliminar el quinto armónico actuando sobre el acortamiento de las bobinas será necesario proceder a acortar las bobinas $1/5$ del paso polar; es decir, según la Figura 2.31, se tomará:

$$p\alpha = \frac{1}{5} 180^\circ = 36^\circ \quad (2.121)$$

En esta situación, de acuerdo con (2.114), resultará un coeficiente de acortamiento para el 5.º armónico:

$$K_{a5} = \cos \frac{hp\alpha}{2} = \cos \frac{5 \cdot 36^\circ}{2} = \cos 90^\circ = 0 \quad (2.122)$$

En general, para eliminar por acortamiento de bobina una f.e.m. del armónico de orden h , será necesario elegir un ángulo $p\alpha$, de valor $1/h$ del paso polar. Así, para el 7.º armónico el ángulo eléctrico de acortamiento deberá ser:

$$p\alpha = \frac{1}{7} 180^\circ = 25,71^\circ \quad (2.123)$$

Es evidente que si se desean eliminar simultáneamente los armónicos 5.º y 7.º, deberá elegirse un ángulo de acortamiento comprendido entre los valores calculados en (2.121) y (2.123); por ejemplo, si se toma $p\alpha = 30^\circ$, resultarán los siguientes coeficientes de acortamiento:

$$K_{a5} = \cos \frac{5 \cdot 30^\circ}{2} = 0,259 \quad ; \quad K_{a7} = \cos \frac{7 \cdot 30^\circ}{2} = -0,259 \quad (2.124)$$

que no logra una anulación completa de ninguno de los dos armónicos pero donde se ha conseguido una reducción ostensible de ambos. (El signo menos en K_{a7} indica la inversión de fase en el 7.º armónico).

Si se aprovecha simultáneamente la distribución de las bobinas en diferentes ranuras, se podrá lograr una reducción adicional. Supóngase, por ejemplo, un devanado trifásico con tres ranuras por polo y fase (devanado de 1 capa). El ángulo eléctrico entre ranuras será:

$$p\gamma = \frac{\text{paso polar}}{\text{ranuras/polo}} = \frac{180^\circ}{3 \cdot 3} = 20^\circ \quad (2.125)$$

y al ser $q = 3$, aplicando (2.114) resultará:

$$K_{d5} = \frac{\text{sen } \frac{3 \cdot 5 \cdot 20}{2}}{3 \cdot \text{sen } \frac{5 \cdot 20}{2}} = \frac{\text{sen } 150^\circ}{3 \text{ sen } 50^\circ} = 0,218 ; K_{d7} = \frac{\text{sen } \frac{3 \cdot 7 \cdot 20}{2}}{3 \cdot \text{sen } \frac{7 \cdot 20}{2}} = \frac{\text{sen } 210^\circ}{3 \text{ sen } 70^\circ} = -0,177 \quad (2.126)$$

De este modo los factores de devanado resultantes para los armónicos 5.º y 7.º serán:

$$K_5 = K_{d5} K_{a5} = 0,259 \cdot 0,218 = 0,0565$$

$$K_7 = K_{d7} K_{a7} = (-0,259)(-0,177) = 0,0458 \quad (2.127)$$

que nos indica una reducción bastante efectiva de estos armónicos.

Deben destacarse dos aspectos adicionales: 1) Al efectuar un acortamiento y distribución de las bobinas se reducirán los armónicos no sólo de tensión sino también de f.m.m., lo que se traducirá en una mayor pureza de la onda de f.e.m. de salida. 2) La realización de tales medidas también reduce el valor de la f.e.m. fundamental, pero esta disminución se ve compensada con creces por la perfección en la senoide de salida.

Así, por ejemplo, en la situación aquí estudiada con:

$$p\alpha = 30^\circ ; q = 3 ; p\gamma = 20^\circ \quad (2.128)$$

los coeficientes de devanado para la onda fundamental, de acuerdo con (2.107) y (2.111), serán:

$$K_a \cos \frac{30^\circ}{2} = 0,966 ; K_d = \frac{\text{sen } 30^\circ}{3 \text{ sen } 10^\circ} = 0,960 \quad (2.129)$$

lo que representa un factor de reducción:

$$K_1 = K_a K_d = 0,966 \cdot 0,96 = 0,927 \quad (2.130)$$

que prácticamente no modifica la magnitud de la f.e.m. fundamental (representa una reducción inferior al 8 por 100).

2.10. PAR ELECTROMAGNÉTICO EN LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

En el epígrafe 1.8 del Capítulo 1 se estudió la creación de un par electromagnético en un sistema de rotación desde el punto de vista del acoplamiento magnético entre bobinas, es decir, basado en las variaciones que sufren las inductancias de los devanados al cambiar la posición del rotor. Este enfoque tiene la gran ventaja didáctica de que al considerar las bobinas como arrollamientos concentrados no es necesario profundizar sobre cómo están constituidos los devanados: distribución en ranuras, acortamiento de bobinas, etc., y solamente se presta atención a los fenómenos implicados en la producción del par: posición de reluctancia mínima, alineamiento entre ejes, etc.

Existe un procedimiento alternativo para demostrar cómo se genera el par electromagnético en una máquina eléctrica que se basa en la interacción de las f.m.m.s. producidas por los

devanados situados en el estátor y en el rotor. Se ha estudiado en el epígrafe 2.8 de este capítulo la producción de f.m.m.s. por diversos devanados; por ejemplo, cuando el estátor tiene polos salientes y se sitúa un devanado concentrado alimentado con c.c., la f.m.m. correspondiente es de amplitud constante y fija en el espacio; en el caso de que los polos estén colocados en el rotor y si éste se mueve a velocidad angular mecánica ω_m , la f.m.m. aunque es constante en amplitud se mueve con una velocidad angular eléctrica $p\omega_m$. En el caso de que se disponga en el estátor de un devanado trifásico (o en general polifásico) alimentado por corrientes trifásicas (en general polifásicas) de pulsación $\omega_1 = 2\pi f_1$, la f.m.m. resultante es, según (2.62), de amplitud constante, se distribuye senoidalmente por el entrehierro y además es de naturaleza rotativa, por lo que para su representación se debe utilizar el concepto de *fasor espacial*. El fasor espacial es una generalización del fasor temporal utilizado en el estudio de los circuitos de c.a. y es *un vector cuyo módulo es igual a la magnitud que representa: campo magnético, f.m.m., etc., y que apunta hacia el lugar del entrehierro en el que su valor es máximo positivo*; en el caso de que se trate de magnitudes fijas en el espacio, el fasor espacial también tendrá una posición fija en el espacio (lo que significa que no se trata de un fasor sino de un vector espacial), pero si representa un campo magnético o f.m.m. rotativa, el correspondiente fasor espacial también girará a la velocidad correspondiente a la magnitud que representa. Cuando el devanado trifásico se sitúa en el rotor, el fasor espacial de f.m.m. se moverá respecto al propio rotor a una velocidad angular correspondiente a su frecuencia; si ésta es f_2 , la velocidad angular será $\omega_2 = 2\pi f_2$, pero a la que habrá que sumar o restar en su caso la velocidad angular eléctrica del rotor $p\omega_m$; si se considera que ambos sentidos son coincidentes, la velocidad angular eléctrica total de la f.m.m. del rotor será igual a $\omega_2 + p\omega_m$ y que de acuerdo con (2.86) es igual a ω_1 . Esto significa que si, por ejemplo, se dispone de devanados trifásicos tanto en el estátor como en el rotor (lo que se cumple si se trata de una máquina asíncrona o de inducción), las f.m.m.s. se mueven a la misma velocidad angular eléctrica correspondiente a la pulsación de las corrientes estatóricas ω_1 . Esta coincidencia entre ambas velocidades es un principio fundamental en todas las máquinas eléctricas; por ejemplo, en las máquinas síncronas el rotor o inductor se alimenta con c.c. $\omega_1 = 0$, y al girar a una velocidad angular mecánica ω_m , la velocidad angular eléctrica correspondiente de su f.m.m. será igual a $p\omega_m$; si se considera que en el estátor se ha colocado un devanado trifásico, la pulsación de sus corrientes ω_1 debe ser igual al valor anterior, es decir, se cumple $\omega_2 = p\omega_m$, lo que está de acuerdo con la expresión general (2.86).

Para poder comprender cómo se combinan las f.m.m.s. de una máquina eléctrica para engendrar un par electromagnético se va a considerar una máquina con simetría cilíndrica tal como se muestra en la Figura 2.33a. Se va a suponer que tanto en el estátor como en el rotor se sitúan sendos devanados trifásicos (polifásicos) por los que circulan corrientes trifásicas (polifásicas) de tal manera que las f.m.m.s. producidas se distribuyen senoidalmente por el entrehierro y girando, como ya se ha indicado en el párrafo anterior, a la misma velocidad angular eléctrica ω_1 (esta configuración corresponde realmente a una máquina asíncrona, pero el análisis es similar para cualquier tipo de máquina eléctrica). Debe destacarse que para simplificar el dibujo, en la Figura 2.33a no se han representado los devanados reales de la máquina sino unos arrollamientos equivalentes que producen las f.m.m.s. de los devanados del estátor F_1 y del rotor F_2 (que de un modo simplificado equivalen a la aparición de sendos polos norte y sur, tanto en el estátor como en el rotor). En la Figura 2.33b se muestran los fasores espaciales correspondientes, que giran a la misma velocidad angular eléctrica ω_1 y que están desfasados entre sí un ángulo eléctrico δ , que se denomina *ángulo de par o ángulo de potencia* porque su valor depende de la carga aplicada a la máquina.

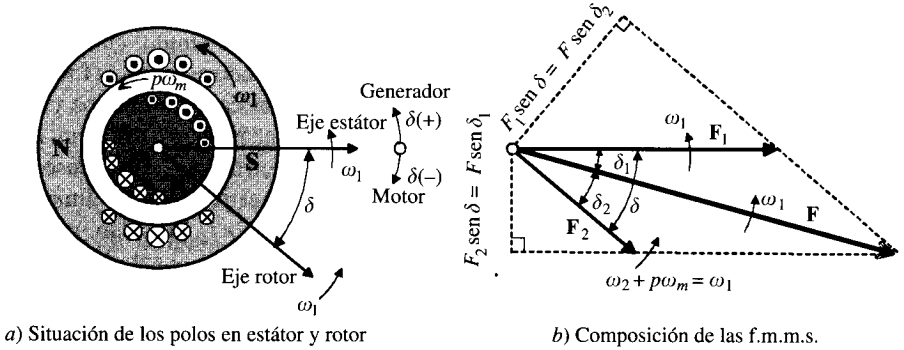


Figura 2.33. Máquina eléctrica de polos lisos

El par electromagnético que aparece entre el estátor y el rotor es en definitiva **consecuencia de la acción que tiene lugar entre ambas ondas de f.m.m. para intentar alinear sus ejes magnéticos** (en su versión con los polos o imanes equivalentes, lo que sucede es que el polo norte/sur del rotor intentará seguir al polo sur/norte móvil del estátor). En régimen permanente el ángulo δ es constante; en otras palabras, los fasores espaciales de f.m.m. se mueven a la misma velocidad angular ω_1 y están desfasados un ángulo eléctrico δ , dando lugar a una f.m.m. resultante F en el entrehierro que al igual que sus componentes tiene una evolución senoidal en el espacio. La relación entre F_1 , F_2 y F se obtiene de la diagonal del paralelogramo y se puede escribir:

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \delta \tag{2.131}$$

donde F_1 , F_2 y F son los **valores máximos o de pico** de las ondas de f.m.m. Suponiendo la permeabilidad del hierro infinita y el campo magnético radial, la ley de Ampère permite calcular el valor de la intensidad de campo magnético H en el entrehierro y que viene expresada por:

$$H = \frac{F}{g} \tag{2.132}$$

donde g es el espesor del entrehierro y H se expresa en valores máximos (al igual que F). Si el circuito magnético es lineal, coinciden los valores de la energía y coenergía magnética almacenadas en el entrehierro por unidad de volumen y cuyos valores, de acuerdo con (1.44), son:

$$w_m = w'_m = \frac{1}{2} \mu_0 H_{med}^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{H^2}{2} = \frac{\mu_0 F^2}{4g^2} \tag{2.133}$$

En la ecuación anterior se ha tenido en cuenta que al ser el campo H senoidal, el valor medio del cuadrado de una onda de este tipo es igual a la mitad del cuadrado de su valor máximo. Si se considera que el diámetro medio del entrehierro es D y que la longitud axial de la máquina es ℓ , la coenergía magnética almacenada en el entrehierro será entonces:

$$W'_m = w'_m (\text{volumen del entrehierro}) = \frac{\mu_0 F^2}{4g^2} (\pi D \ell g) \tag{2.134}$$

y al sustituir el valor de F calculado en (2.130) en la ecuación anterior (2.134) resulta:

$$W'_m = \frac{\mu_0 \pi D \ell}{4g} (F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \delta) \quad (2.135)$$

De acuerdo con (1.129), el par electromagnético es la derivada de la coenergía magnética respecto a la posición geométrica del rotor, cuyo valor en grados eléctricos es $\theta = \delta$ y que equivale a δ/p en grados mecánicos o geométricos, siendo p el número de pares de polos de la máquina. De este modo se puede escribir:

$$T = \frac{\partial W'_m}{\partial(\delta/p)} = -p \frac{\mu_0 \pi D \ell}{2g} F_1 F_2 \text{ sen } \delta = -K F_1 F_2 \text{ sen } \delta \quad (2.135)$$

donde $K = p \frac{\mu_0 \pi D \ell}{2g}$ es una constante que depende de las dimensiones físicas de la máquina.

La ecuación anterior indica que el par electromagnético es proporcional a los valores máximos o de pico de las f.m.s. del estátor F_1 y del rotor F_2 y también al seno del ángulo δ que forman ambos fasores espaciales. El signo menos significa que las f.m.s. tienden a alinearse reduciendo el ángulo δ que forman ambas ondas. Debe destacarse que el par anterior aparece tanto en el estátor como en el rotor, siendo contrarios entre sí. Si la máquina funciona como motor, el par anterior provocará el movimiento del rotor (y si funciona como generador tenderá a frenarlo). En ambos casos el par en el estátor se transmitirá a la cimentación de la máquina.

Se pueden escribir fórmulas alternativas a (2.135) teniendo en cuenta que, según la Figura 2.33b, se cumplen las siguientes igualdades:

$$F_1 \text{ sen } \delta = F \text{ sen } \delta_2 \quad ; \quad F_2 \text{ sen } \delta = F \text{ sen } \delta_1 \quad (2.136)$$

por lo que (2.135) admite también las siguientes expresiones equivalentes:

$$T = -K F F_1 \text{ sen } \delta_1 \quad ; \quad T = -K F F_2 \text{ sen } \delta_2 \quad (2.137)$$

En cada una de las ecuaciones anteriores interviene la f.m.m. resultante F e incluyen en cada caso solamente una de las f.m.m.s. parciales, bien sea F_1 o F_2 y el seno del ángulo que forman cada una de ellas con la f.m.m. resultante F . Si se desprecia la saturación magnética, para que se considere que hay proporcionalidad entre f.m.m. y flujo se puede obtener otra fórmula del par en función del flujo magnético por polo. Téngase en cuenta para ello que la inducción magnética máxima en el entrehierro B producida por la f.m.m. resultante F , teniendo en cuenta (2.132), es igual a:

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 F}{g} \quad (2.138)$$

y por consiguiente el flujo medio por polo tendrá un valor:

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot B \cdot (\text{área del polo}) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\mu_0 F}{g} \cdot \left(\frac{\pi D}{2p} \ell \right) \quad (2.139)$$

El factor $2/\pi$ de la expresión anterior procede de expresar el valor medio de la senoide de inducción en función de su valor máximo; se ha tenido también en cuenta que un polo cubre $1/2p$ de la circunferencia total del entrehierro, que es de espesor g , y que la máquina tiene una

profundidad en sentido axial igual a ℓ . De este modo la expresión (2.135) se puede escribir en función del flujo del siguiente modo:

$$T = -\frac{\pi}{2} p^2 \Phi F_1 \sin \delta_1 = \frac{\pi}{2} p^2 \Phi F_2 \sin \delta_2 \quad (2.140)$$

donde el flujo magnético Φ es consecuencia de la f.m.m. resultante F producida por ambos devanados.

2.11. CLASIFICACIÓN GENERAL DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

En la expresión (2.88) se han relacionado las frecuencias del inductor e inducido de una máquina eléctrica por medio del número de polos y las r.p.m. del rotor, de acuerdo a la ecuación general:

$$f_2 = f_1 \pm \frac{np}{60} \quad (2.141)$$

Los diferentes tipos de máquinas se pueden clasificar (véase Fig. 2.34) atendiendo a una serie de criterios selectivos y ordenados que tienen en cuenta la existencia de órganos móviles, el tipo de corriente aplicada al inductor y la forma de las conexiones externas, de acuerdo con el siguiente proceso:

PRIMER CRITERIO: Movimiento del inductor o inducido.

- a) Si no existen órganos móviles, $n = 0$, lo que indica, de acuerdo con (2.141), que:

$$f_2 = f_1 \quad (2.142)$$

es decir, coinciden las frecuencias del inductor e inducido, resultando las llamadas **máquinas estáticas**.

- b) En el caso en que $n \neq 0$, se sigue conservando la expresión general:

$$f_2 = f_1 \pm \frac{np}{60} \quad (2.143)$$

dando origen a las **máquinas rotativas**.

SEGUNDO CRITERIO: Características del flujo inductor.

- a) Si el flujo inductor es constante, es decir, independiente del tiempo, indica que la frecuencia de la corriente que alimenta este devanado es $f_1 = 0$. En el caso de máquinas estáticas, teniendo en cuenta (2.142) se cumpliría:

$$f_2 = f_1 = 0 \quad (2.144)$$

no existiendo ninguna máquina que cumpla esta condición, ya que al no aparecer variaciones de flujo en el inducido no se tiene conversión de energía.

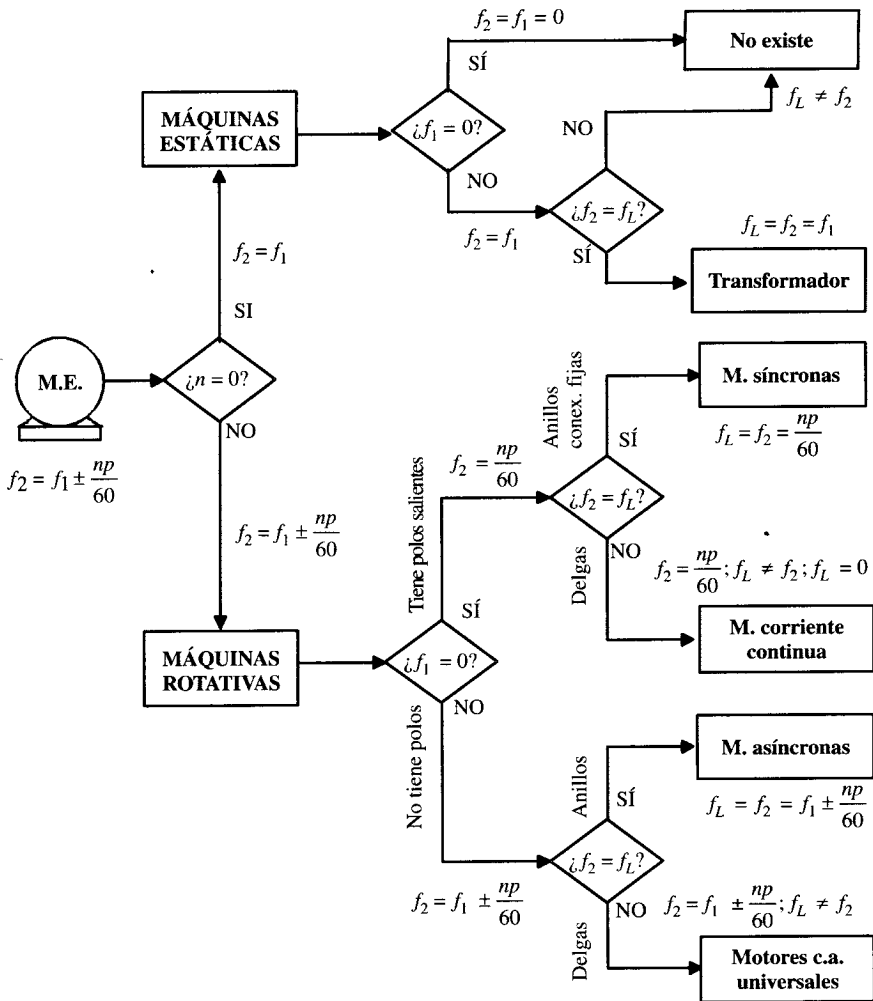


Figura 2.34. Cuadro de clasificación general de las máquinas eléctricas.

Para las máquinas dotadas de movimiento, la condición $f_1 = 0$, teniendo en cuenta (2.143), da lugar a la expresión general:

$$f_2 = \pm \frac{np}{60} \tag{2.145}$$

es decir, la frecuencia del inducido es función directa de la velocidad del rotor. Normalmente cuando el inductor está recorrido por una c.c. ($f_1 = 0$), la máquina tiene una estructura física en forma de **polos salientes**, tal como se observa en las Figuras 2.5b y c, sobre los cuales van arrolladas las bobinas inductoras.

- b) Si el flujo inductor es variable, es $f_1 \neq 0$, lo cual indica, en el caso de máquinas estáticas, y de acuerdo con (2.142), que:

$$f_2 = f_1 \neq 0 \tag{2.146}$$

y para las máquinas rotativas se sigue cumpliendo la expresión general (2.141).

TERCER CRITERIO: Dispositivo de conexión al circuito exterior.

- a) Si la máquina tiene un inducido cuya unión con el circuito exterior se realiza por medio de conexiones fijas (caso en que el inducido está situado en el estátor) o por anillos (inducido en el rotor), de acuerdo con lo explicado en el epígrafe 2.3, la frecuencia en el circuito exterior definida por f_L es igual que la frecuencia del inducido f_2 , es decir:

$$f_L = f_2 \quad (2.147)$$

en el caso de máquinas estáticas se obtiene el **transformador y el regulador de inducción monofásico**. En el caso de máquinas móviles con $f_1 = 0$, teniendo en cuenta (2.141), se cumplirá:

$$f_L = f_2 = \pm \frac{np}{60} \quad (2.148)$$

que dan origen a las **máquinas síncronas** constituidas por el **generador síncrono o alternador y el motor síncrono**.

En el caso de máquinas móviles con $f_1 \neq 0$, teniendo en cuenta que responden a la expresión general (2.141), se cumplirá:

$$f_L = f_2 = f_1 \pm \frac{np}{60} \quad (2.149)$$

que dan lugar a las **máquinas asíncronas o de inducción**, constituidas por el **generador asíncrono, el motor asíncrono y los convertidores asíncronos**.

- b) Si la máquina tiene un inducido cuya unión con el circuito exterior se realiza por medio de colector de delgas, de acuerdo con lo explicado en el epígrafe 2.3, la frecuencia en el circuito exterior es de diferente valor que la del inducido, es decir:

$$f_L \neq f_2 \quad (2.150)$$

el colector de delgas se coloca siempre en el rotor, y por ello en las máquinas estáticas esta combinación no existe.

En las máquinas móviles en que $f_1 = 0$, de acuerdo con (2.145) se cumplirá:

$$f_L \neq f_2 \pm \frac{np}{60} \quad (2.151)$$

que dan origen a las **máquinas de c.c.** (denominadas así porque en ellas se cumple: $f_L = 0$); estas máquinas incluyen: **el generador de c.c. o dinamo, el motor de c.c., la conmutatriz y otras máquinas especiales como la amplidina, la metadina, el rototrol, etc.**

En las máquinas móviles en las que $f_1 \neq 0$, teniendo en cuenta que responden a la expresión general (2.141), se cumplirá:

$$f_L \neq f_2 = f_1 \pm \frac{np}{60} \quad (2.152)$$

que dan lugar a los **motores de c.a. con conmutador o con colector de delgas**.

En el cuadro de clasificación general de las máquinas eléctricas de la Figura 2.33, los cuadros en forma de rombos indican los interrogantes a cada uno de los criterios comentados. Con este diagrama se puede estudiar de forma cualitativa y general el funcionamiento y