

Máquinas asíncronas

4.1. INTRODUCCIÓN

El principio de funcionamiento de las máquinas asíncronas se basa en el concepto de campo magnético giratorio, ya explicado en el Capítulo 2. El descubrimiento original fue publicado en 1888 por el profesor Galileo Ferraris en Italia y por Nikola Tesla en los EE.UU. Ambos diseños de motores asíncronos se basaban en la producción de campos magnéticos giratorios con sistemas bifásicos, es decir, utilizando dos bobinas a 90° alimentadas con corrientes en cuadratura. Desgraciadamente, el motor bifásico de Ferraris tenía un circuito magnético abierto y un rotor en forma de disco de cobre, por lo que desarrollaba una potencia muy baja y no tenía interés comercial. Sin embargo, Tesla, que dio a conocer su motor dos meses más tarde que Ferraris, utilizó devanados concentrados tanto en el estátor como en el rotor, logrando con ello un motor más práctico, y de ahí que se considere a Tesla el inventor de este tipo de máquinas. Las patentes de Tesla fueron adquiridas por G. Westinghouse, quien construyó en sus fábricas motores bifásicos que puso en el mercado alrededor de 1890. En este mismo año el ingeniero de la AEG Dolivo Dobrowolsky inventó el motor asíncrono trifásico, empleando un rotor en forma de jaula de ardilla y utilizando un devanado distribuido en el estátor. En el año 1891 Dobrowolsky presentó en la Exposición de Electricidad de Frankfurt un motor asíncrono con rotor devanado que disponía de un reóstato de arranque a base de resistencias líquidas. En el año 1893 Dobrowolsky había desarrollado también motores asíncronos con doble jaula de ardilla, que poseían mejores cualidades de arranque que el motor en cortocircuito convencional (sin embargo, fue el francés P. Boucherot quien más investigó con este tipo de rotor). A principios del siglo XX se impuso el sistema trifásico europeo frente al bifásico americano, por lo que las máquinas asíncronas empezaron a ser (y son) trifásicas.

La diferencia de la máquina asíncrona con los demás tipos de máquinas se debe a que no existe corriente **conducida** a uno de los arrollamientos. La corriente que circula por uno de los devanados (generalmente el situado en el rotor) se debe a la f.e.m. inducida por la acción del flujo del otro, y por esta razón se denominan **máquinas de inducción**. También reciben el nombre de **máquinas asíncronas** debido a que la velocidad de giro del rotor no es la de sincronismo impuesta por la frecuencia de la red. La importancia de los motores asíncronos se debe a su construcción simple y robusta, sobre todo en el caso del rotor en forma de jaula, que les hace trabajar en las circunstancias más adversas, dando un excelente servicio con pequeño mantenimiento. Hoy en día se puede decir que más del 80 por 100 de los motores eléctricos industriales emplean este tipo de máquina, trabajando con una frecuencia de alimentación constante. Sin embargo, históricamente su inconveniente más grave ha sido la limitación para regular su velocidad, y de ahí que cuando esto era necesario, en diversas

aplicaciones como la tracción eléctrica, trenes de laminación, etc., eran sustituidos por motores de c.c., que eran más idóneos para este servicio. Desde finales del siglo XX y con el desarrollo tan espectacular de la electrónica industrial, con accionamientos electrónicos como inversores u onduladores y cicloconvertidores, que permiten obtener una frecuencia variable a partir de la frecuencia constante de la red, y con la introducción del microprocesador en la electrónica de potencia, se han realizado grandes cambios, y los motores asíncronos se están imponiendo poco a poco en los accionamientos eléctricos de velocidad variable. En el Capítulo 7 se estudian estos convertidores electrónicos y su aplicación en la regulación de velocidad de motores eléctricos tanto de c.c. como de c.a.

En este capítulo comenzamos analizando los aspectos constructivos de los motores asíncronos. Observando la forma del estátor y los tipos de rotor existentes, se explica con detalle la caja de bornes del motor y sus formas de conexión. Se estudia luego el principio de funcionamiento de los motores asíncronos trifásicos, detallando que la acción de las fuerzas en el rotor se produce en las ranuras, no en los conductores. Se calculan las relaciones de f.e.m.s. y corrientes en los devanados del estátor y del rotor y se define el concepto de deslizamiento. A partir de estos cálculos, se establece el circuito equivalente de la máquina, en la que se aprovecha su gran analogía con el transformador. Se hace especial hincapié en el significado de la resistencia de carga, «responsable» de la energía mecánica que se produce en el árbol de la máquina. Se advierte del riesgo de utilizar circuitos equivalentes aproximados para estudiar estas máquinas debido a que la corriente de vacío es comparativamente más alta que en el caso de transformadores. Se establece con ello un circuito equivalente aproximado con ajuste de tensión, que suele dar buenos resultados en la práctica. A continuación se señalan los ensayos necesarios para determinar los parámetros del circuito equivalente, lo que permite más tarde hacer un estudio analítico del balance de potencias en el motor y su distribución en las diversas partes que componen la máquina, obteniendo una serie de relaciones útiles entre ellos. Se define entonces el concepto de par electromagnético de rotación y se llega a una fórmula analítica que muestra la dependencia con los principales parámetros de la máquina. Se dibuja la curva par-velocidad de la máquina, distinguiendo la característica natural de las artificiales, obteniendo una serie de expresiones que permiten dibujar las características artificiales a partir de la natural, lo que simplifica el trabajo gráfico. Se explican los modos de funcionamiento de la máquina asíncrona, analizando con detalle el trabajo en régimen motor, generador y freno. En cada caso se utilizan figuras que explican con sencillez las transferencias de energía que se producen entre los terminales eléctrico y mecánico.

Se pasa luego a explicar el diagrama del círculo como procedimiento gráfico que permite determinar el comportamiento de la máquina, observando el lugar geométrico de las corrientes del motor, donde puede medirse a escala las diferentes variables que son de interés en el estudio de la máquina. En la actualidad el diagrama del círculo, gracias a los ordenadores y calculadoras existentes en el mercado, ha perdido importancia, pero se ha incluido aquí por su importancia histórica y didáctica. Se estudian más tarde los métodos de arranque de los motores trifásicos según sean en jaula de ardilla o con rotor devanado. Se explican los motores de doble jaula de ardilla, deduciendo de un modo intuitivo el circuito equivalente correspondiente. A continuación se trata el tema de regulación de velocidad, analizando con detalle el motor de dos velocidades, que corresponde a la conexión Dahlander. Se incorpora una pregunta en la que se estudia la dinámica del motor asíncrono y se determinan los tiempos de aceleración y las pérdidas de energía que se producen en el proceso de arranque y frenado. Continúa el capítulo con el estudio de los motores asíncronos monofásicos, en los que se deduce el circuito equivalente de un modo heurístico y en el que se explican los procedimientos de arranque

de estas máquinas. La lección finaliza con un estudio del funcionamiento del motor asíncrono trifásico cuando está alimentado por tensiones trifásicas desequilibradas y la descripción de algunas máquinas asíncronas especiales, tales como el regulador de inducción, los selsyn o ejes eléctricos y el motor de inducción lineal. Se incluye un apéndice dedicado al análisis del par de rotación de un motor asíncrono desde el punto de vista físico.

4.2. ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

La máquina asíncrona o de inducción al igual que cualquier otro dispositivo de conversión electromecánica de la energía de tipo rotativo, está formada por un estátor y un rotor. En el estátor se coloca normalmente el inductor, alimentado por una red mono o trifásica. El desarrollo de este capítulo se dedica a la máquina trifásica, exceptuando el epígrafe 4.13, donde se estudiará el funcionamiento y arranque de los motores monofásicos. El rotor es el inducido, y las corrientes que circulan por él aparecen como consecuencia de la interacción con el flujo del estátor. Dependiendo del tipo de rotor, estas máquinas se clasifican en: *a) rotor en jaula de ardilla o en cortocircuito*, y *b) rotor devanado o con anillos*.

El estátor está formado por un apilamiento de chapas de acero al silicio que disponen de unas ranuras en su periferia interior en las que se sitúa un devanado trifásico distribuido, alimentado por una corriente del mismo tipo, de tal forma que se obtiene un flujo giratorio de amplitud constante (véase epígrafe 2.8.3) distribuido senoidalmente por el entrehierro. El estátor está rodeado por la carcasa, tal como indica la Figura 4.1, disponiéndose en ésta las correspondientes patas de fijación y los anillos o cáncamos de elevación y transporte.

El rotor está constituido por un conjunto de chapas apiladas, formando un cilindro, que tienen unas ranuras en la circunferencia exterior, donde se coloca el devanado. En el tipo en forma de jaula de ardilla se tienen una serie de conductores de cobre o aluminio puestos en cortocircuito por dos anillos laterales (el nombre de jaula proviene del aspecto que tomaría este devanado si se omitiera el apilamiento de hierro); en la actualidad, en las máquinas pequeñas, se aplica un método de fundición de aluminio, con el que se producen al mismo tiempo las barras del rotor y los anillos laterales, resultando un conjunto como el que se muestra en la Figura 4.2. En el caso de rotor devanado o con anillos, se tiene un arrollamiento trifásico similar al situado en el estátor, en el que las tres fases se conectan por un lado en

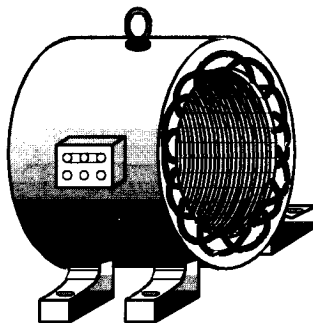


Figura 4.1. Estátor de un motor asíncrono.

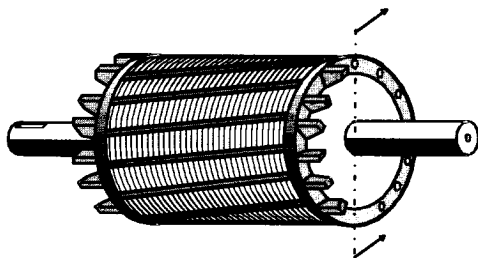


Figura 4.2. Rotor en jaula de ardilla.

estrella y por el otro se envían a unos anillos aislados entre sí, como muestra la Figura 4.3. Esta disposición hace posible la introducción de resistencias externas por los anillos para limitar las corrientes de arranque, mejorar las características del par y controlar la velocidad.

La máquina asíncrona, además de disponer de un estátor y un rotor, está dotada de otros elementos mecánicos necesarios para su funcionamiento: tapas o cubos, rodamientos, carcasa, etc. En los motores de mediana y gran potencia existe un ventilador en el eje, cuya misión es producir una refrigeración forzada de la máquina. A veces la carcasa tiene forma ondulada para mejorar la evacuación del calor que se produce como consecuencia de las pérdidas que aparecen en el motor.

Un detalle importante a considerar en los motores asíncronos trifásicos es la disposición de los terminales del devanado del estátor en la llamada **caja de bornes** de la máquina. A esta caja o placa se llevan los extremos de los bobinados, en la forma que se muestra en la Figura 4.4a. De acuerdo con la Norma UNE-EN 60034-8, los principios de los arrollamientos se designan con las letras U_1 , V_1 y W_1 (antiguamente U , V y W) y los extremos finales con U_2 , V_2 y W_2 (antiguamente X , Y , Z), respectivamente.

Debe destacarse que los terminales de la misma fase no están enfrentados en la regleta de bornes, y esto se debe a que esta disposición facilita el conexionado de la máquina, haciendo uso de unas láminas de latón adecuadas, tal como muestran las Figuras 4.4b y c. Se observa que en la conexión en triángulo se unen los terminales U_1 con W_2 , V_1 con U_2 y W_1 con V_2 , mientras que en la conexión en estrella se unen entre sí los terminales W_2 con U_2 y U_2 con V_2 (en este caso, solamente serían necesarias dos láminas de latón para hacer los *puentes* correspondientes, pero se utilizan los tres, dos de ellos superpuestos, para poder disponer de las tres láminas cuando se necesite hacer la conexión en triángulo del motor).

Los esquemas desarrollados de ambas conexiones se muestran en la Figura 4.5. **La conexión en estrella se emplea cuando la máquina ha de conectarse a la tensión más elevada**

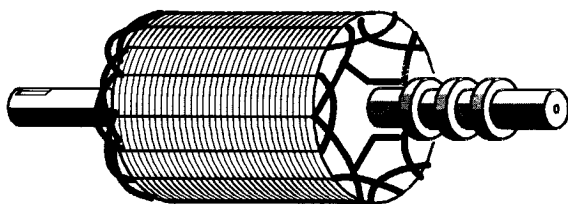


Figura 4.3. Rotor devanado o con anillos.

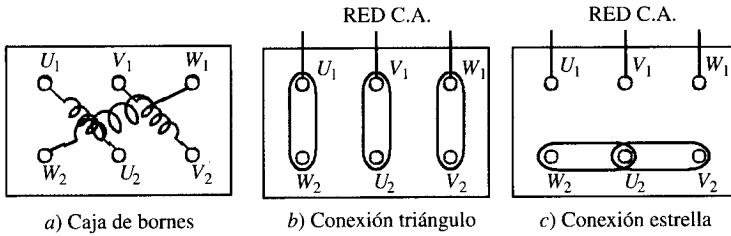


Figura 4.4. Placa de bornes. Conexiones estrella y triángulo.

indicada en su placa de características, utilizando la conexión en triángulo para la tensión más baja. Por ejemplo, si se tiene un motor asíncrono en cuya placa aparecen los valores 30 CV, 220/380 V, 69,2/40 A, 1.450 r.p.m., quiere decir que la potencia asignada es de 30 CV, girando a plena carga a 1.450 r.p.m., se puede conectar a una red de 220 V, disponiendo sus terminales en **triángulo** (tensión más baja), y entonces absorbe a plena carga una corriente de línea de 69,2 A, también se puede alimentar por una red de 380 V, pero para ello han de conectarse los devanados en **estrella** (tensión más alta), de tal forma que entonces la máquina consume una corriente (a plena carga) de 40 A. Los cambios en las conexiones anteriores se justifican por la necesidad de que la máquina trabaje en ambos casos con las mismas tensiones en los arrollamientos.

Para invertir el giro del motor es preciso cambiar el sentido de movimiento del campo giratorio, lo cual se logra intercambiando entre sí dos cualesquiera de los cables que se unen a la red de alimentación. En la Figura 4.6 se muestran una serie de conexiones típicas, indicando los sentidos de giro correspondientes.

La posición de trabajo de estos motores puede ser con eje horizontal o vertical. La Norma DIN 42950 da una relación de posibles versiones en función de ello y según que la máquina posea patas o bridas y que la fijación se haga sobre el suelo, pared o techo. Las Normas americanas NEMA (Publicación MGI-1963) especifican varias clases de diseño, definidas por las letras A, B, C, D y F, dependiendo de las relaciones: par arranque/par asignado, corriente de arranque/corriente asignada. Las potencias asignadas de fabricación varían en un amplio rango. En la Tabla 4.1 se muestra un cuadro de características técnicas de motores asíncronos trifásicos con rotor de jaula de ardilla para una velocidad de sincronismo de 1.500 r.p.m. La potencia asignada mecánica se expresa tanto en CV como en kW (1 CV = 736 W).

Las tensiones de trabajo de los motores de la serie anterior oscilan entre 220, 380 y 500 V. Cuando las potencias necesarias son más elevadas es conveniente emplear máquinas alimen-

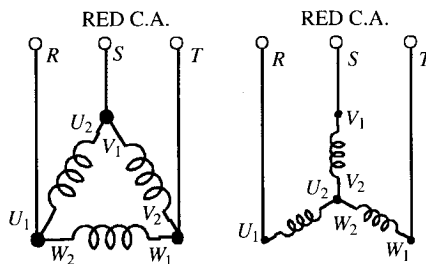


Figura 4.5. Conexiones de la placa de bornes y sentidos de rotación que se obtienen.

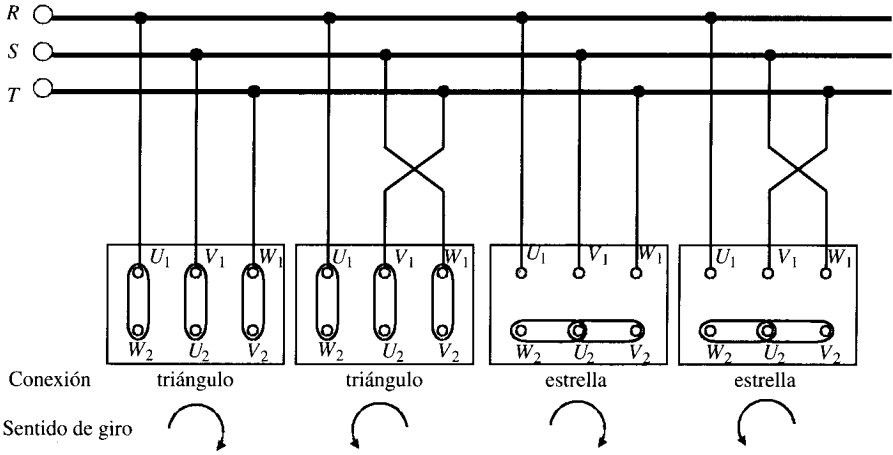


Figura 4.6. Esquemas desarrollados de las conexiones estrella y triángulo.

tadas por redes de A.T., y es frecuente en grandes motores utilizar tensiones del orden de 3 kV a 6 kV, cubriendo una gama de potencias entre 200 y 20.000 kW.

4.3. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Generalmente la máquina asíncrona suele funcionar como motor, y a este régimen de funcionamiento nos referimos en lo sucesivo, mientras no se diga lo contrario. El devanado del estátor está constituido por tres arrollamientos desfasados 120° en el espacio y de 2p polos; al introducir por ellos corrientes de una red trifásica de frecuencia f₁, se produce una onda rotativa de f.m.m. distribuida senoidalmente por la periferia del entrehierro, que produce un flujo giratorio cuya velocidad viene expresada, de acuerdo con (2.68), por:

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} \quad (\text{r.p.m}) \tag{4.1}$$

que recibe el nombre de **velocidad de sincronismo**. Este flujo giratorio inducirá f.e.m.s. en los conductores del rotor, y si está su circuito eléctrico cerrado, aparecerán corrientes que reaccionarán con el flujo del estátor. En la Figura 4.8a se muestra en un determinado instante el sentido de la inducción **B** en el entrehierro producida por el devanado del estátor, cuya distribución es senoidal, lo que se representa por medio de una diferencia en la concentración de líneas de **B**. De acuerdo con la ley de Faraday, la f.e.m. inducida en un conductor de longitud **L** que se mueve a la velocidad **v** dentro de un campo **B** tiene un valor:

$$e = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{L} \tag{4.2}$$

Para determinar su sentido debe considerarse que el rotor gira en sentido contrario al campo para tener en cuenta el movimiento relativo mutuo entre ambos sistemas; en la Figura 4.7 se ha señalado, de este modo, el sentido *saliente* de las corrientes en los conductores del rotor.

Tabla 4.1. Características técnicas de motores asíncronos trifásicos con rotor en jaula de ardilla

CARACTERÍSTICAS DE MOTORES TRIFÁSICOS DE INDUCCIÓN CON ROTOR EN JAULA Y REFRIGERADOS POR SUPERFICIE Velocidad de sincronismo: 1.500 r.p.m. Tensiones: 220/380 V (para > 7.5 CV también a 500 V). Aislamiento clase B (F). Protección IP44											
CV	kW	Peso (kg)	M.d.i. $J = GD^2/4$ (kg m ²)	Valores de servicio					Relaciones		
				Velocid. r.p.m.	Rend. η	cos ϕ	I_n a 380 V	Par T_n N.m	T_d/T_n	I_d/I_n	$T_{m\acute{a}x}/T_n$
1/12	0,06	2,5	0,00016	1.300	54	0,73	0,23	0,44	2,0	2,8	—
1/8	0,09	2,8	0,00019	1.315	57	0,71	0,34	0,66	2,0	3,0	—
1/6	0,12	3,5	0,0003	1.315	56	0,75	0,44	0,88	1,9	3,0	—
1/4	0,18	4,1	0,0004	1.320	60	0,75	0,61	1,3	1,9	3,0	—
1/3	0,25	4,8	0,0006	1.345	64	0,76	0,78	1,8	1,9	3,4	—
1/2	0,37	6,0	0,0008	1.375	66	0,76	1,12	2,5	2,0	3,7	—
3/4	0,55	8,0	0,0015	1.400	71	0,80	1,47	3,7	2,3	4,7	—
1	0,75	9,4	0,0018	1.400	74	0,79	1,95	5,1	2,5	5,0	—
1,5	1,1	12	0,0028	1.400	74	0,81	2,8	7,5	2,1	4,9	2,3
2	1,5	15,6	0,0035	1.410	76	0,81	3,7	10	2,4	5,3	2,6
3	2,2	22	0,0048	1.410	78	0,83	5,2	15	2,3	5,9	2,6
4	3	24	0,0058	1.410	79	0,83	7,0	20	2,6	6,0	2,7
5,5	4	42	0,011	1.435	84	0,82	8,8	27	2,8	7,0	3,0
7,5	5,5	50	0,023	1.450	84	0,85	11,7	36	2,2	7,0	2,8
10	7,5	66	0,028	1.450	86	0,85	15,6	49	2,4	7,9	3,3
15	11	92	0,05	1.460	88	0,86	22	72	2,4	8,0	3,0
20	15	110	0,07	1.460	89	0,88	29	98	2,2	8,0	2,9
25	18,5	170	0,16	1.460	89,5	0,84	37	124	2,6	6,0	2,3
30	22	195	0,16	1.460	90,5	0,85	43	147	2,6	6,0	2,3
40	30	265	0,3	1.470	92	0,87	57	199	2,6	6,0	2,2
50	37	320	0,5	1.470	92,5	0,87	70	245	2,6	6,0	2,2
60	45	350	0,55	1.470	93	0,87	85	298	2,6	6,0	2,2
75	55	470	0,67	1.475	93	0,87	103	363	2,6	6,0	2,1
100	75	630	1,5	1.480	94	0,87	139	494	2,6	6,0	2,1
125	90	700	1,75	1.480	94	0,87	165	593	2,6	6,0	2,1
150	110	850	2,75	1.485	94,5	0,87	205	722	2,6	6,0	2,1
180	132	960	3	1.485	95	0,87	245	867	2,6	6,0	2,0
220	160	1.060	3,2	1.485	95	0,87	295	1.050	2,4	6,5	2,4
270	200	1.410	6,4	1.485	95	0,89	360	1.300	2,4	6,8	2,4
340	250	1.630	7,5	1.485	95,5	0,89	445	1.640	2,4	6,8	2,4
430	315	2.020	13	1.490	95,5	0,89	560	2.060	2,2	7,0	2,4
545	400	2.380	16	1.490	96	0,89	715	2.610	2,2	7,0	2,4

Al circular corriente por los conductores del rotor, aparecerá en los mismos una fuerza cuyo sentido se obtiene aplicando la conocida ley vectorial (ley de Laplace):

$$F = i(L \times B) \tag{4.3}$$

En la Figura 4.8 se muestra el sentido de la fuerza obtenida mediante la aplicación de la ecuación anterior. Obsérvese que físicamente la fuerza se produce como consecuencia de una

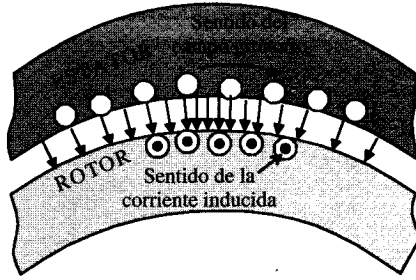


Figura 4.7. Sentido de la corriente inducida en los conductores del rotor.

deformación del campo inductor debido a la corriente que circula por el conductor del rotor. Si se tiene en cuenta este resultado y se lleva a la Figura 4.7, se deduce que el sentido de la fuerza es el de seguir al campo magnético giratorio del estátor. Multiplicando la fuerza anterior por el radio del rotor e integrando esta acción sobre el número total de conductores del rotor se obtendrá el par total de la máquina, que tenderá a mover el rotor siguiendo al campo giratorio del estátor.

El razonamiento anterior, aunque da los **resultados correctos**, no es del todo cierto, debido a que en la realidad, y como muestra la Figura 4.9a, los conductores del rotor están situados dentro de unas ranuras, de tal forma que el campo **B** no atraviesa al conductor y en consecuencia, de acuerdo con la expresión (4.3) la fuerza resultante es nula. La explicación de esta paradoja debe buscarse en la deformación de las líneas de **B** al circular corriente por los conductores.

En la Figura 4.9a se muestra el reparto de la inducción en la ranura y el diente cuando la intensidad en el conductor es cero; se observa que debido a la menor reluctancia de los dientes, las líneas de **B** tienden a concentrarse en ellos sin atravesar apenas al conductor. En la Figura 4.9b se muestra la forma de las líneas de inducción producidas únicamente por el conductor llevando corriente.

En la Figura 4.9c se representa la resultante de ambos campos; se observa que la deformación de las líneas de inducción es similar a la que se obtenía para el caso de un *conductor aislado* (Fig. 4.8), apareciendo una fuerza resultante en el sentido indicado, pero con la diferencia fundamental de que **esta fuerza actúa realmente en los dientes y no en los conductores** (lo que constituye un hecho afortunado, ya que si la fuerza actuara sobre los conductores comprimiría los aislamientos de éstos sobre los dientes, lo que sería perjudicial para la vida de los aislantes).

El momento total de estas fuerzas origina el par de rotación de la máquina, que obliga a girar al rotor siguiendo el movimiento del campo giratorio, de tal forma que cuanto más se

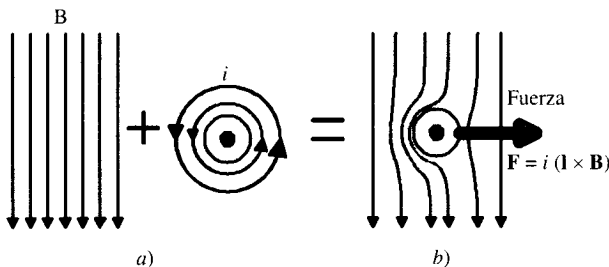


Figura 4.8. Sentido de la fuerza que se produce en un conductor del rotor.

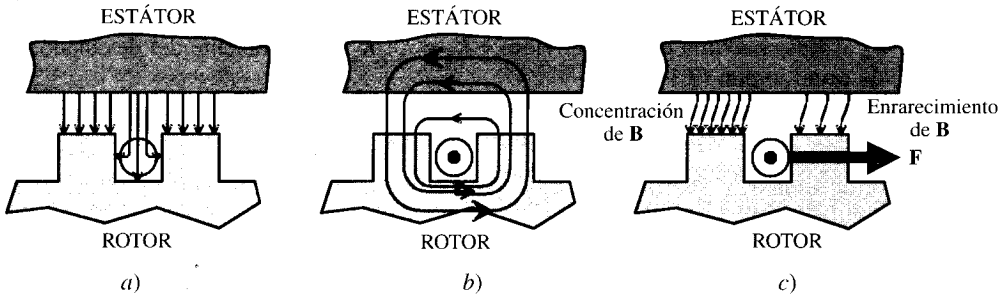


Figura 4.9. Determinación del sentido de la fuerza en un conductor situado dentro de una ranura.

aproxima a la velocidad n_1 del campo, tanto menor resulta la f.e.m. inducida en los conductores del rotor y, en consecuencia, resultan también reducidas las corrientes en el mismo, provocando esto una disminución del **par interno** o par electromagnético del motor. Si como caso límite, el rotor girase a la velocidad de sincronismo n_1 , no habría entonces movimiento del campo giratorio respecto del rotor, desapareciendo con ello la f.e.m. inducida (4.2) y como consecuencia de esto se anularía la corriente y el par. De este modo la velocidad de sincronismo n_1 constituye el límite teórico al que puede girar el rotor. El motor debe girar a una velocidad inferior a la de sincronismo ($n < n_1$), es decir, su velocidad de régimen es **asíncrona**. Como se ha indicado en el epígrafe 2.11.4, se conoce con el nombre de **deslizamiento** al cociente:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \quad (4.4)$$

cuyo valor está comprendido en los motores industriales entre el 3 y el 8 por 100 a plena carga. Al aumentar la carga mecánica del motor, el par resistente se hace mayor que el par interno y el deslizamiento aumenta; esto provoca un aumento en las corrientes del rotor, gracias a lo cual aumenta el par motor y se establece el equilibrio dinámico de los momentos resistente y motor.

Nota práctica de laboratorio: Para medir la velocidad de giro de un motor asíncrono se utilizan tacómetros de tipo mecánico o en la actualidad de tipo óptico; sin embargo, esta medida no es lo suficientemente precisa para la determinación del deslizamiento, ya que al ser la diferencia $n_1 - n$ muy pequeña cualquier error de lectura tiene como consecuencia un error importante en el deslizamiento. Es por este motivo que en los ensayos de laboratorio se mide la velocidad del rotor por métodos estroboscópicos o modernamente con encoders acoplados al eje del motor.

De acuerdo con la expresión (2.155), las frecuencias de las corrientes del rotor están relacionadas con la frecuencia del estátor por medio de la expresión:

$$f_2 = s f_1 \quad (4.5)$$

En el caso de que el **rotor esté parado**, se cumple $n = 0$, es decir, $s = 1$, lo que indica que en estas circunstancias las frecuencias del estátor y del rotor coinciden, esto es:

$$f_2 = f_1 \quad (4.6)$$

Si se denomina E_2 el valor eficaz de la f.e.m. por fase del rotor, N_2 al número de espiras por fase, Φ_m al flujo máximo que lo atraviesa y $K_2 = K_{d2}K_{a2}$ al coeficiente del devanado, se cumplirá, de acuerdo con (2.113):

$$E_2 = 4,44 K_2 f_1 N_2 \Phi_m \quad (4.7)$$

y de una forma similar, si se denomina E_1 al valor eficaz de la f.e.m. inducida por fase en el estátor, se tendrá:

$$E_1 = 4,44 K_1 f_1 N_1 \Phi_m \quad (4.8)$$

donde N_1 es el número de espiras por fase y K_1 el factor de devanado correspondiente. Las expresiones (4.7) y (4.8) recuerdan las que se obtienen en un transformador donde el **primario es el estátor y el secundario es el rotor**. En efecto, el lector puede comparar la analogía existente entre las ecuaciones (4.7) y (4.8) con las (3.5) que se obtenían en el estudio de los transformadores. La diferencia estriba en que en los motores aparecen unos coeficientes de devanado K_1 y K_2 que representan factores reductores (cuyos valores son menores, pero muy cercanos a la unidad) para tener en cuenta que las f.e.m.s. de las diversas espiras del devanado, al estar distribuido en ranuras por las periferias del estátor y del rotor, llevan un desfase entre sí, lo que obliga a realizar una suma geométrica (fasorial) de las f.e.m.s. inducidas en las diferentes bobinas, cosa que no ocurre en el caso de los transformadores, donde las f.e.m.s. de todas las espiras van en fase, por tratarse de un devanado concentrado, y la f.e.m. total se obtiene evidentemente como suma aritmética de las f.e.m.s. individuales. Cuando el **rotor gira** a la velocidad n , en el sentido del campo giratorio, el deslizamiento ya no es la unidad y las frecuencias de las corrientes del rotor son iguales a f_2 . Denominando E_{2s} a la nueva f.e.m. inducida en este devanado, se cumplirá:

$$E_{2s} = 4,44 K_2 f_2 N_2 \Phi_m \quad (4.9)$$

y comparando (4.7) y (4.9) se obtiene:

$$E_{2s} = s E_2 \quad (4.10)$$

expresión que relaciona las f.e.m.s. inducidas en el rotor, según se considere que está en movimiento, E_{2s} , o parado, E_2 . La f.e.m. anterior E_{2s} , producirá unas corrientes en el rotor de frecuencia f_2 , de tal forma que éstas a su vez crearán un campo giratorio, cuya velocidad respecto a su propio movimiento será:

$$n_2 = \frac{60 f_2}{p} \quad (4.11)$$

ya que el rotor está devanado con el **mismo número de polos que el estátor**. Como la máquina gira a n r.p.m., la velocidad del campo giratorio del rotor respecto a un referencial en reposo será $n_2 + n$. Si se tienen en cuenta las expresiones (4.1) y (4.5) resulta:

$$f_2 = s f_1 = \frac{n_1 - n}{n_1} \frac{p n_1}{60} = \frac{p(n_1 - n)}{60} \quad (4.12)$$

y al comparar con (4.11) se deduce:

$$n_2 = n_1 - n \quad (4.13)$$

En consecuencia, la velocidad absoluta del campo del rotor será:

$$n_2 + n = (n_1 - n) + n = n_1 \quad (4.14)$$

lo que indica que el campo del rotor gira en sincronismo con el campo del estátor.

Realmente, son las f.m.m.s. de ambos devanados las que interaccionan para producir el flujo resultante en el entrehierro. Debe hacerse notar que esta interacción sólo es posible si las f.m.m.s. están enclavadas sincrónicamente, es decir, si las ondas de f.m.m. de estátor y rotor giran a la misma velocidad n_1 , lo que requiere según (4.1), (4.11) y (4.14) que el **número de polos con el que se confeccionan ambos arrollamientos sean iguales**, lo que representa una exigencia constructiva de estas máquinas.

No es necesario, sin embargo, que el número de fases del estátor y del rotor deban ser iguales, ya que el campo giratorio dentro del cual se mueve el rotor es independiente del número de fases del estátor. Los motores con rotor devanado o con anillos se construyen normalmente para tres fases, es decir, igual que las del estátor; sin embargo, el motor en jaula de ardilla está formado por un gran número de barras puestas en cortocircuito, dando lugar a un devanado polifásico, en general de m_2 fases. Lo anterior es fácil de comprender: si se considera, por ejemplo, un rotor trifásico de dos polos y 6 barras o conductores en total, se habrá formado un devanado trifásico en el que cada fase consiste en una sola espira (dos barras opuestas formarían la espira). Si considerando una máquina bipolar, el rotor tienen 10 barras, podemos decir que se ha logrado un devanado pentafásico con una espira por fase. En general se podrá decir que si el rotor tiene B barras y $2p$ polos, se tendrán m_2 fases:

$$m_2 = \frac{B}{2p} \quad (4.15)$$

donde cada fase está formada por una única espira.

Debe destacarse que cuando el rotor es de jaula de ardilla, las leyes del bobinado del estátor son las que determinan el número de polos del motor. En el rotor se obtienen corrientes por inducción, por lo que las diferencias de fase que aparecen entre las corrientes de las diversas barras del rotor coinciden con el ángulo eléctrico que forman las mismas. Así, si el rotor tiene 36 barras y el estátor tiene 2 polos, se habrán formado 18 fases, pero la misma jaula de ardilla en el interior de un estátor de 4 polos daría lugar a 9 fases, etc. En resumen, una jaula de ardilla es equivalente a un devanado rotórico de m_2 fases de 1 espira/fase, donde m_2 viene expresado por la relación (4.15). Cuando el rotor está bobinado (o con anillos) se dispone entonces de m_2 fases (normalmente $m_2 = 3$) con N_2 espiras por fase. En ambas situaciones, el estátor siempre está formado por m_1 fases (generalmente $m_1 = 3$) con N_1 espiras por fase.

Como quiera que el sentido de transferencia de la energía en un motor asíncrono se produce de estátor a rotor por inducción electromagnética de un modo similar al que se obtenía entre el primario y el secundario de un transformador, esto hace que la analogía se traslade no solamente a la simbología de las magnitudes implicadas sino incluso también, en algunos autores, a las propias denominaciones. De ahí que al estudiar motores asíncronos se consideren homónimas las expresiones: estátor y primario, rotor y secundario. Ésta es también la causa de que todos los parámetros que aparecen en el estátor lleven el subíndice 1 y los que aparecen en el rotor tengan el subíndice 2. De hecho, y como se comprobará en el epígrafe 4.4, el circuito equivalente desarrollado para el transformador será la guía para deducir el circuito equivalente del motor. Si se desea establecer las ecuaciones de comportamiento eléctrico del estátor y del rotor, será preciso tener en cuenta que los arrollamientos tienen unas

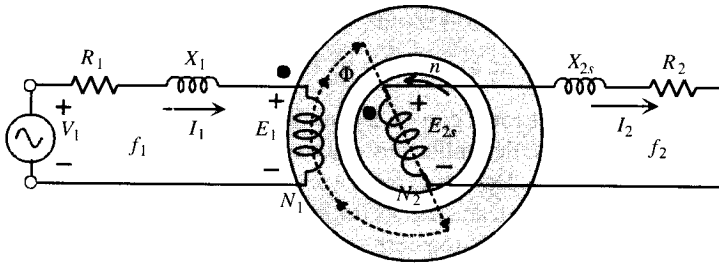


Figura 4.10. Circuito equivalente por fase del motor asíncrono trifásico.

resistencias R_1 y R_2 ohmios/fase y que además existen flujos de dispersión en los devanados del estátor y rotor que dan lugar a las autoinducciones L_{d1} y L_{d2} . En consecuencia, las reactancias de los arrollamientos en reposo, cuando la pulsación de la red es $\omega_1 = 2\pi f_1$, serán:

$$X_1 = L_{d1} \omega_1 = L_{d1} 2\pi f_1 \quad ; \quad X_2 = L_{d2} \omega_1 = L_{d2} 2\pi f_1 \quad (4.16)$$

Sin embargo, al girar el rotor la frecuencia secundaria cambia al valor f_2 , dando lugar a la reactancia X_{2s} , que en función de X_2 vale:

$$X_{2s} = L_{d2} \omega_2 = L_{d2} 2\pi f_2 = s X_2 \quad (4.17)$$

En la Figura 4.10 se muestra un esquema simplificado por fase del motor en el que se muestran los parámetros anteriores. Se observa que el primario está alimentado por la red de tensión V_1 y debe vencer las caídas de tensión en la impedancia de este devanado y el flujo común a estátor y rotor induce en los arrollamientos f.e.m.s. E_1 y E_{2s} , cuyas magnitudes se indican en las expresiones (4.8) y (4.9). Es importante que el lector examine en la Figura 4.10 las polaridades de las f.e.m.s. con la correspondencia de los terminales homólogos de estátor y rotor, señalados con un punto, y también los sentidos de las corrientes primaria y secundaria, que se han asignado de un modo similar al explicado en los transformadores, *actuando la f.m.m. secundaria en contra (efecto desmagnetizante) respecto de la f.m.m. primaria* (ya que la corriente I_1 entra por punto y la corriente I_2 sale por punto).

La impedancia del rotor está formada por la resistencia R_2 y la reactancia X_{2s} , estando este devanado cerrado en cortocircuito. Las ecuaciones eléctricas correspondientes se obtendrán aplicando el 2.º lema de Kirchhoff a las mallas de primario y secundario, resultando:

$$V_1 = E_1 + R_1 I_1 + j X_1 I_1 \quad ; \quad E_{2s} = R_2 I_2 + j X_{2s} I_2 \quad (4.18)$$

Debe tenerse en cuenta además que las frecuencias de ambos circuitos son diferentes y de valores f_1 y f_2 , respectivamente.

4.4. CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR ASÍNCRONO

El circuito equivalente de un motor asíncrono tiene como objetivo, al igual que en el caso de transformadores, el obtener una red que explique el comportamiento de la máquina, pero en la que no aparezca la acción transformadora entre los circuitos de primario y secundario, lo cual

trae consigo el reducir las magnitudes de un devanado al otro, generalmente del rotor al estátor. En el transformador la operación se hacía directamente debido a que las frecuencias de los arrollamientos eran idénticas, pero en el motor aparentemente se tiene una dificultad, ya que las frecuencias de las corrientes del estátor y del rotor son diferentes, como se observa claramente en la Figura 4.10. En este circuito, la corriente que circula por el rotor, de acuerdo con la 2.ª ecuación (4.18), será:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{R_2 + jX_{2s}} \quad (4.19)$$

que teniendo en cuenta las igualdades (4.10) y (4.17) se convierte en:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{s \mathbf{E}_2}{R_1 + jsX_2} = \frac{\mathbf{E}_2}{\frac{R_2}{s} + jX_2} \quad (4.20)$$

La transformación de la ecuación (4.19) en la (4.20) *requiere una meditación profunda*, que es preciso que comprenda el lector, ya que nos va a permitir obtener más tarde el circuito equivalente del motor asíncrono. Obsérvese que en la ecuación (4.19) los parámetros de f.e.m. (E_{2s}) y reactancia (X_{2s}) están referidos, de acuerdo con (4.9) y (4.17), a la frecuencia f_2 del rotor en movimiento. Sin embargo, la última ecuación (4.20), que define la misma intensidad \mathbf{I}_2 (módulo y fase) que (4.19), tiene unos parámetros de f.e.m. (E_2) y reactancia (X_2) que están referidos, según (4.7) y (4.16), a la frecuencia f_1 del estátor. Ahora bien, de acuerdo con (4.5) y (4.6), la frecuencia del rotor coincide con la del estátor cuando la máquina está parada. Por este motivo la ecuación (4.20) describe en definitiva el comportamiento de un **rotor pseudoestacionario** con unos parámetros E_2 y X_2 referidos a rotor parado (independientes del deslizamiento), pero en el que la nueva resistencia del rotor para tener en cuenta estos cambios es ahora R_2/s en vez de R_2 .

Para visualizar mejor estos cambios se han preparado los circuitos de la Figura 4.11. El caso *a*) es una repetición del esquema de la Figura 4.10, en el que para mayor claridad se ha omitido la figura de la máquina. La ecuación de la corriente en el rotor responde a la ecuación (4.19). En la Figura 4.11*b* se ha modificado el circuito del rotor para adaptarlo a la ecuación (4.20); nótese en este nuevo secundario que E_2 y X_2 son, respectivamente, la f.e.m. y la reactancia del rotor en reposo, independientes del movimiento; el efecto de éste se incluye en R_2/s , de tal modo que la frecuencia de este **rotor estacionario ficticio** es f_1 . Para ver el cambio que se ha producido en la resistencia del rotor se puede hacer una transformación de la ecuación (4.20):

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{R_2 + jX_2 + R_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right)} \quad (4.21)$$

En la Figura 4.11*c* se muestra el circuito correspondiente a la expresión anterior, que consta de la resistencia propia del rotor R_2 más otra resistencia R_c de valor:

$$R_c = R_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) \quad (4.22)$$

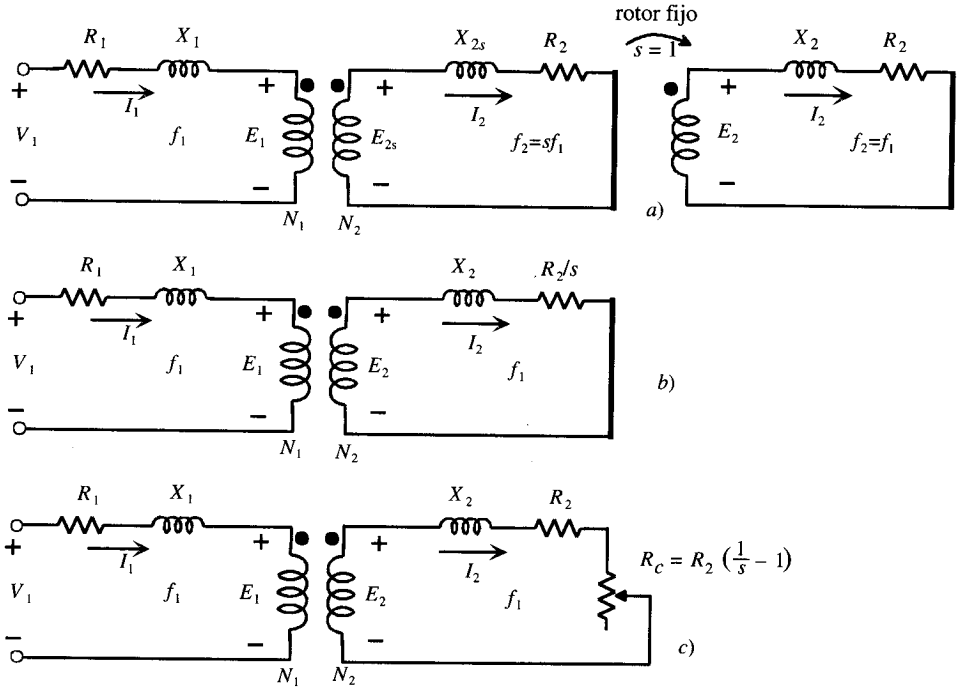


Figura 4.11. Desarrollo del circuito equivalente de un motor asíncrono.

que depende del movimiento (del valor del deslizamiento). La resistencia R_c se denomina **resistencia de carga** y representará el **efecto equivalente** a la carga mecánica que lleve el motor, o de otro modo la potencia eléctrica disipada en R_c (multiplicada por el número de fases) representará la potencia desarrollada por el motor en su movimiento de rotación, es decir, la potencia mecánica en el eje.

El circuito final obtenido de la Figura 4.11c no reúne todavía las ventajas analíticas de un circuito eléctrico, ya que existen acoplamientos magnéticos. Es preciso, al igual que se hacía en transformadores, reducir el secundario al primario (en nuestro caso reducir o trasladar el rotor al estátor).

Recuérdese que en el caso de transformadores para hacer este cambio se requería considerar un nuevo secundario en el que se elegía un número de espiras $N'_2 = N_1$ y de este modo se modificaban las magnitudes secundarias a los nuevos valores:

$$E'_2 = mE_2 \quad ; \quad I'_2 = \frac{I_2}{m} \quad ; \quad R'_2 = m^2R_2 \quad ; \quad X'_2 = m^2X_2 \quad (4.23)$$

En la situación del motor el proceso es más complejo debido a la influencia de los factores de devanado y a que en general los números de fases de estátor y rotor no coinciden.

En la Figura 4.12a se ha repetido el esquema de la Figura 4.11c y en la Figura 4.12b se ha utilizado un secundario equivalente en el que las magnitudes correspondientes se han señalado con tilde. En cada caso se han indicado en los circuitos el número de fases y factores de devanado tanto del estátor como del rotor.

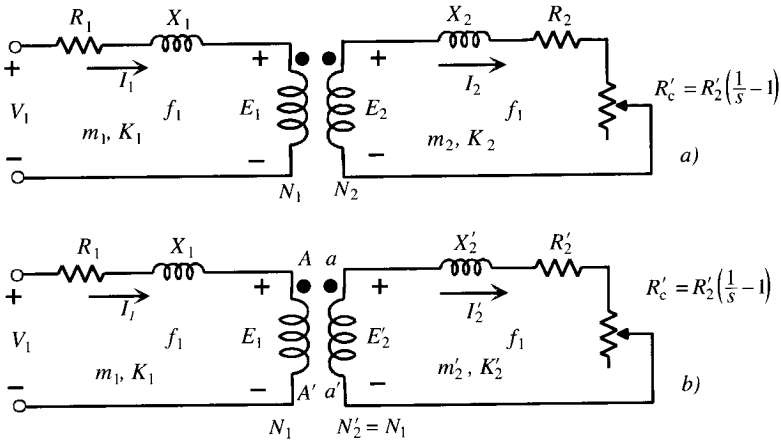


Figura 4.12. Circuito equivalente reducido al estátor.

Para centrar el tema y a modo de recapitulación: sabemos que disponemos de un motor asíncrono cuyo circuito inicial equivalente por fase es el mostrado en la Figura 4.12a, con los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}
 \text{ESTÁTOR (primario): } & \left\{ m_1, K_1, N_1 \right. \\
 & \left. \left\{ E_1, V_1, I_1, R_1, X_1 \right\} \right. \\
 \text{ROTOR (secundario): } & \left\{ m_2, K_2, N_2 \right. \\
 & \left. \left\{ E_2, V_2, I_2, R_2, X_2 \right\} \right.
 \end{aligned} \quad (4.24)$$

En la Figura 4.12b se ha mostrado un circuito equivalente, en el que se conserva intacto el primario pero en el que las magnitudes del secundario son:

$$\text{ROTOR EQUIVALENTE: } \left\{ \begin{aligned} & m'_2, K'_2, N'_2 \\ & \left\{ E'_2, V'_2, I'_2, R'_2, X'_2 \right\} \end{aligned} \right. \quad (4.25)$$

Si este nuevo rotor se quiere reducir al estátor, para conseguir una simplificación posterior, se tendrán que adaptar sus parámetros a los del primario, lo que significa proceder a las igualdades siguientes:

$$m'_2 = m_1 \quad ; \quad K'_2 = K_1 \quad ; \quad N'_2 = N_1 \quad (4.26)$$

Como consecuencia de ello, los nuevos parámetros del rotor serán:

a) Fuerza electromotriz E'_2

De acuerdo con (4.7), (4.8) y (4.26) se podrá escribir:

$$E'_2 = 4,44 K'_2 f_1 N'_2 \Phi_m = 4,44 K_1 f_1 N_1 \Phi_m = E_1 \quad (4.27)$$

es decir, el nuevo rotor tiene una f.e.m. E'_2 igual a E_1 , lo que permitirá luego unir el primario con el secundario, que es lo que se trata de conseguir.

Por otro lado, si se divide (4.8) entre (4.7) resulta:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{K_1 N_1}{K_2 N_2} = m_v \quad (4.28)$$

que se denomina **relación de transformación de tensiones**. Por consiguiente, de acuerdo con (4.27) y (4.28) se tiene:

$$E_2' = m_v E_2 \quad (4.29)$$

que determina la f.e.m. del nuevo rotor E_2' frente a la real E_2 .

b) Corriente I_2'

Si los dos secundarios de la Figura 4.12 son equivalentes, deberán suministrar la misma potencia rotórica, es decir:

$$m_2 E_2 I_2 = m_2' E_2' I_2' = m_1 E_2' I_2' \quad (4.30)$$

y teniendo en cuenta (4.29) da lugar a:

$$I_2' = \frac{m_2}{m_1} \frac{1}{m_v} I_2 = \frac{m_2 K_2 N_2}{m_1 K_1 N_1} I_2 = \frac{I_2}{m_i} \quad (4.31)$$

donde m_i es igual a:

$$m_i = \frac{m_1 K_1 N_1}{m_2 K_2 N_2} = \frac{m_1}{m_2} m_v \quad (4.32)$$

que se denomina **relación de transformación de corrientes**.

c) Impedancias R_2' , X_2' , R_c'

Para ver la regla de transformación de impedancias deberá aplicarse el principio de igualdad energética. Si se consideran, por ejemplo, las pérdidas en el cobre en los circuitos de la Figura 4.12 se podrá escribir:

$$m_2 R_2 I_2^2 = m_2' R_2' I_2'^2 = m_1 R_2' I_2'^2 \quad (4.33)$$

y teniendo en cuenta (4.31) y (4.32) resultará:

$$R_2' = m_v m_i R_2 \quad (4.34)$$

y de un modo análogo:

$$X_2' = m_v m_i X_2 \quad ; \quad R_c' = m_v m_i R_c \quad (4.35)$$

donde el producto $m_v m_i$ constituye la **denominada relación de transformación de impedancias**.

El lector notará que las reglas de transformación aquí demostradas representan una generalización de las empleadas en el estudio de transformadores. Puede comprobar que si coinciden las fases del estátor y del rotor, coinciden entonces las relaciones de transformación de tensiones y corrientes ($m_v = m_i$), dando lugar a unas magnitudes transformadas similares a las (4.23) que se obtenían en transformadores.

Teniendo en cuenta los valores transformados del nuevo rotor, y de acuerdo con la igualdad (4.27), se podrán unir los terminales $A-A'$ del primario con los correspondientes $a-a'$ del

secundario (rotor) en la Figura 4.12b. El esquema correspondiente se muestra en la Figura 4.13a, donde se ha dibujado la rama paralelo por la que se derivará la corriente de vacío del motor de un modo análogo a lo que ocurría en el caso de un transformador. La ecuación que relaciona las corrientes de estátor y rotor se obtienen del esquema de la Figura 4.13a, aplicando el primer lema de Kirchoff en el nudo A, lo que da lugar a:

$$I_1 = I_0 + I_2' = I_0 + \frac{I_2}{m_i} \tag{4.36}^*$$

y las ecuaciones eléctricas de primario y secundario correspondiente serán:

$$\begin{aligned} V_1 &= E_1 + R_1 I_1 + j X_1 I_1 \\ E_2' &= R_2' I_2' + R_c' I_2' + j X_2' I_2' \end{aligned} \tag{4.37}$$

Al igual que sucedía con los transformadores, se obtiene una gran ventaja analítica si se traslada la rama de vacío a los terminales de entrada, lo que da lugar al circuito equivalente aproximado de la Figura 4.13b. Los errores que ahora se obtienen con esta aproximación son superiores a los que resultaban en el transformador; esto se debe a la presencia del entrehierro en los motores, que hace que la corriente de vacío sea ahora del 35 al 40 por 100 de la asignada, mientras que en el caso del transformador era del orden del 3 al 8 por 100 de la asignada. Con el circuito equivalente aproximado se obtienen corrientes en el rotor que son apreciablemente más altas que los valores reales. De todos modos, la aproximación realizada es normalmente aceptable (al menos en cálculos preliminares) para motores de más de 10 kW, y es el que se seguirá en este texto.

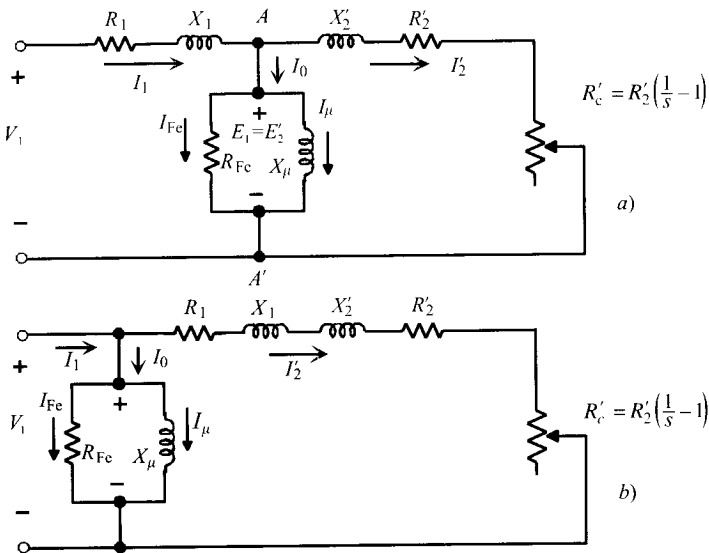


Figura 4.13. Circuitos equivalentes: a) exacto; b) aproximado.

* En el ejemplo de aplicación 4.1 se demuestra esta igualdad de un modo más riguroso. Aquí se ha preferido seguir un método más didáctico e intuitivo utilizando la analogía con el transformador.

Circuito equivalente aproximado con ajuste de tensión*

Se puede conseguir un circuito equivalente aproximado más preciso que el de la Figura 4.13*b* reduciendo el valor de la tensión de alimentación, tal como se demuestra a continuación. Si se parte del circuito equivalente exacto de la Figura 4.13*a* y se tiene en cuenta la 1.^a ecuación (4.37), se puede escribir:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + (R_1 + jX_1) \mathbf{I}_1 \quad (4.38)$$

y dado que se cumple (4.36):

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}'_2 \quad (4.39)$$

donde el valor de \mathbf{I}_0 según el circuito equivalente exacto es igual a:

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{E}_1 \left[\frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jX_\mu} \right] \approx \frac{\mathbf{E}_1}{jX_\mu} \quad (4.40)$$

lo que representa que se desprecia la corriente I_{Fe} frente a la corriente de imanación I_μ . Sustituyendo (4.39) y (4.40) en (4.38) resulta:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + (R_1 + jX_1) \left[\frac{\mathbf{E}_1}{jX_\mu} + \mathbf{I}'_2 \right] \quad (4.41)$$

y de acuerdo con la 2.^a ecuación (4.37), que es simplemente la aplicación del 2.^o lema de Kirchhoff al circuito de la Figura 4.13*a*, se tiene:

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}'_2 = \left(\frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right) \mathbf{I}'_2 \quad (4.42)$$

que al llevar a (4.41) nos da:

$$\mathbf{V}_1 = \left[R_1 + jX_1 + \frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right] \mathbf{I}'_2 + \frac{R_1 + jX_1}{jX_\mu} \mathbf{E}_1 \quad (4.43)$$

y dado que normalmente $X_\mu \gg R_1$ y admitiendo que \mathbf{E}_1 es un poco menor pero con un valor cercano a \mathbf{V}_1 en el rango de funcionamiento normal, la ecuación anterior se transforma en:

$$\mathbf{V}'_1 = \mathbf{V}_1 \left(1 - \frac{X_1}{X_\mu} \right) = \left[R_1 + jX_1 + \frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right] \mathbf{I}'_2 \quad (4.44)$$

que responde al circuito de la Figura 4.14, que es análogo al de la Figura 4.13*b* pero en el que se ha corregido la tensión primaria para obtener valores más reales de las corrientes I_1 e I'_2 . Hay que hacer constar que este circuito aproximado sirve para determinar magnitudes como: corrientes, potencias perdidas, potencias mecánicas, etc., pero si se desea calcular la potencia absorbida por el motor de la red se deberá utilizar la tensión real V_1 aplicada al motor y no V'_1 .

* Algunos autores utilizan un circuito equivalente simplificado a base de obtener el circuito equivalente de Thévenin entre A y A' en la Figura 4.13*a*.

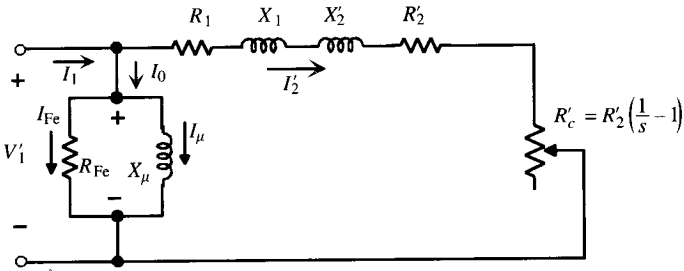


Figura 4.14. Circuito equivalente aproximado corregido.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.1

Demstrar la ecuación (4.36) partiendo de la igualdad de f.m.m. en vacío y en carga de un motor asíncrono polifásico.

SOLUCIÓN

En el Capítulo 2 se demostró que el valor máximo de la f.m.m. resultante producida por un devanado de m fases (expresión 2.75) era:

$$\mathcal{F} = \frac{m}{2} F_m \tag{4.45}$$

donde F_m representa la f.m.m. máxima producida por el devanado de una fase, que según (2.55) vale:

$$F_m = \frac{4}{\pi} K \frac{N_f \sqrt{2} I}{2p} \tag{4.46}$$

ya que $i(t) = \sqrt{2} I \cos \omega t$. Por consiguiente, la f.m.m. máxima resultante producida por un devanado de m fases es:

$$\mathcal{F} = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} K \frac{N_f \sqrt{2} I}{2p} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m \frac{N_f K I}{p} \tag{4.47}$$

Si se considera que el motor trabaja en vacío, la corriente que absorberá el motor de la red será I_0 , y por el rotor circulará una corriente despreciable. En consecuencia, la f.m.m. (giratoria) que producirá el flujo del motor será:

$$\mathcal{F} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m_1 \frac{N_1 K_1 I_0}{p} \tag{4.48}$$

Cuando el motor trabaja en carga, las corrientes que circulan por ambos devanados son I_1 e I_2 , respectivamente, y teniendo en cuenta la diferencia entre el número de fases, espiras y factores de devanado del rotor y el estátor y además el carácter desmagnetizante del rotor, se tendrá una f.m.m. total:

$$\mathcal{F} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} m_1 \frac{N_1 K_1 I_1}{p} - \frac{\sqrt{2}}{\pi} m_2 \frac{N_2 K_2 I_2}{p} \tag{4.49}$$

que al igualar con (4.48) y simplificando nos da:

$$m_1 N_1 K_1 \mathbf{I}_0 = m_1 N_1 K_1 \mathbf{I}_1 - m_2 N_2 K_2 \mathbf{I}_2 \quad (4.50)$$

de donde se deduce:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0 + \frac{m_2 K_2 N_2}{m_1 K_1 N_1} \mathbf{I}_2 = \mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{I}_2}{m_i} ; \quad m_i = \frac{m_1 K_1 N_1}{m_2 K_2 N_2} \quad (4.51)$$

que es la expresión (4.36) que se deseaba demostrar.

4.5. ENSAYOS DEL MOTOR ASÍNCRONO*

Los ensayos del motor asíncrono permiten determinar los parámetros del circuito equivalente de la máquina. De forma similar al transformador, existen dos tipos de pruebas, denominadas: a) ensayo de vacío y b) ensayo de cortocircuito.

4.5.1. Ensayo de vacío o de rotor libre

Consiste en hacer funcionar el motor sin ninguna carga mecánica en el eje, es decir, la máquina trabaja a rotor libre. Se debe aplicar la tensión asignada al primario V_{1n} , midiendo la potencia absorbida P_0 y la corriente de vacío I_0 . Existe una gran diferencia entre este ensayo en el motor asíncrono y el correspondiente del transformador. Obsérvese que si la máquina pudiera funcionar en esta prueba a la velocidad de sincronismo $n = n_1$, el deslizamiento sería igual a cero, lo que indicaría, en el circuito equivalente exacto de la Figura 4.13a, que la resistencia de carga R'_c se hace infinita y, en consecuencia, I'_2 sería nula, y resultaría un esquema similar al indicado en la Figura 3.21a para el transformador (despreciando las pérdidas en el cobre del primario). Sin embargo, y como ya se ha explicado anteriormente, el motor asíncrono no puede girar a la velocidad de sincronismo, ya que I'_2 sería nula y no existiría ningún par electromagnético en el eje. En estas circunstancias lo que sucede realmente es que el motor en vacío gira a una velocidad muy cercana a la del campo giratorio, lo que indica, desde el punto de vista del circuito de la Figura 4.13a, que la resistencia de carga R'_c tiene un valor muy elevado pero no infinito; como no se ejerce ningún par de carga en el eje, la potencia disipada en esta resistencia representa la pérdida en rozamiento y ventilación del motor. Como quiera además que I'_2 es de pequeño valor debido a la alta impedancia de R'_c , se podrán despreciar las pérdidas en el cobre del devanado del rotor. Denominando P_{cu1} las pérdidas en el cobre del estátor en este ensayo, P_{Fe} a las pérdidas en el hierro y P_m a las pérdidas mecánicas se cumplirá:

$$P_0 = P_{Fe} + P_m + P_{cu1} \quad (4.52)$$

Para determinar cada una de las pérdidas anteriores es preciso completar el ensayo de vacío con medidas adicionales; las pérdidas en el cobre P_{cu1} pueden calcularse si se mide previamente la resistencia R_1 de cada una de las fases del estátor (esta operación se realiza introduciendo c.c. en una fase del primario, midiendo tensión y corriente, la ley de Ohm da el valor de R_1). En la práctica, para tener en cuenta el efecto *pelicular* o *skin* en los conductores, se suele aumentar el valor anterior entre un 10 y un 20 por 100). Para determinar P_{Fe} y P_m es

* Para una discusión más completa de estos ensayos consultar: IEEE Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators n.º 112 (1996).

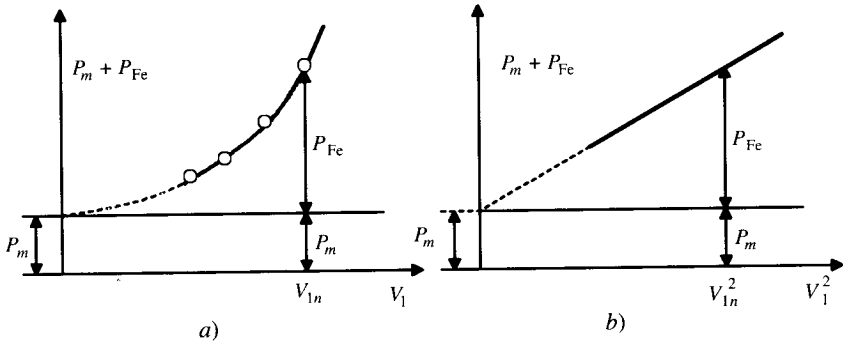


Figura 4.15. Reparto de las pérdidas en vacío en función de la tensión.

preciso alimentar el motor por una tensión variable, comenzando con el valor nominal o asignado V_{1n} o algo superior y reduciendo hasta un valor que puede tomarse entre el 30 y el 50 por 100 de V_{1n} ; en cada escalón de tensión se deben medir los valores de P_0 , I_0 y V_1 , y a partir de ellos se deducen las pérdidas $P_{Fe} + P_m$ en cada etapa, de acuerdo con la ecuación:

$$P_{Fe} + P_m = P_0 - P_{cu1} = P_0 - m_1 R_1 I_0^2 \tag{4.53}$$

Al representar $P_m + P_{Fe}$ en función de V_1 se obtiene una curva de tipo parabólico, como se indica en la Figura 4.15a. Extrapolando esta curva, hasta que corte el eje de ordenadas, se obtiene para $V_1 = 0$, el valor de las pérdidas mecánicas P_m , ya que entonces las pérdidas en el hierro son nulas al no existir flujo. El valor de las pérdidas en el hierro a la tensión asignada vendrá dado por la ordenada existente entre la curva $P_m + P_{Fe}$ y la horizontal P_m a esa tensión, como muestra la figura anterior. Para reducir errores en la extrapolación de la curva parabólica de la Figura 4.15a, es más práctico representar $P_m + P_{Fe}$ en función del cuadrado de la tensión V_1 , tal como se muestra en la Figura 4.15b. En este caso la curva se transforma en una línea recta, cuya ordenada en el origen representa la pérdida mecánica del motor P_m .

Conocidas las pérdidas P_{Fe} (separada de P_m) se podrá calcular la rama paralelo del circuito equivalente, como muestra la Figura 4.16, que absorberá la potencia P_{Fe} , de acuerdo con las siguientes expresiones aproximadas:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{m_1 V_{1n} I_0} \quad ; \quad I_{Fe} = I_0 \cos \varphi_0 \quad ; \quad I_\mu = I_0 \text{ sen } \varphi_0 \tag{4.54a}$$

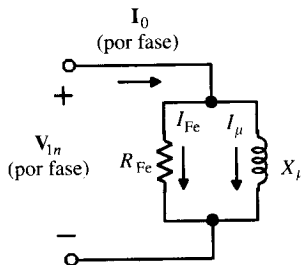


Figura 4.16. Circuito equivalente en vacío.

de donde se deduce:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1n}}{I_{Fe}} ; X_{\mu} = \frac{V_{1n}}{I_{\mu}} \tag{4.54b}$$

4.5.2. Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado

Este ensayo se realiza bloqueando el rotor impidiéndole que gire, es decir, $n = 0$, por lo que se tendrá: $s = 1$, $R'_c = 0$, lo que indica que el motor se comporta como un transformador con el secundario en cortocircuito. Al estátor se le aplica una tensión creciente, partiendo de cero, hasta que la corriente absorbida sea la asignada, $I_{1cc} = I_{1n}$ (por fase), midiendo a la vez la tensión aplicada V_{1cc} (fase) y la potencia absorbida P_{cc} (total). La corriente de vacío I_0 es entonces despreciable frente a I_{1n} debido a la pequeña tensión necesaria, resultando el circuito equivalente de la Figura 4.17, que se obtiene al despreciar la rama paralelo del esquema de la Figura 4.13 y hacer $R'_c = 0$, debido a que en estas condiciones el deslizamiento es la unidad. De las medidas efectuadas puede obtenerse el f.d.p. en cortocircuito:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{m_1 V_{1cc} I_{1n}} \tag{4.55}$$

y de aquí resultan los valores:

$$R_{cc} = R_1 + R'_2 = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} \cos \varphi_{cc} ; X_{cc} = X_1 + X'_2 = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} \text{sen } \varphi_{cc} \tag{4.56}$$

En consecuencia, el ensayo de cortocircuito permite obtener los parámetros de la rama serie del motor. Como quiera además que R_1 se ha determinado con un ensayo en c.c., la primera ecuación (4.56) permitirá calcular R'_2 , valor que es necesario conocer, ya que está incluido en R'_c . Si se desea utilizar en el estudio del motor el circuito equivalente exacto (Fig. 4.13a), habrá que repartir la cantidad X_{cc} entre X_1 y X'_2 . A falta de información se elegirá $X_1 = X'_2$.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.2

Un motor trifásico conectado en estrella, de 15 CV, 380 V, 50 Hz, 4 polos, ha dado los siguientes resultados en unos ensayos: VACÍO: 380 V, 3 A, 700 W. CORTOCIRCUITO: 100 V, 20 A, 1.200 W. Si la resistencia de cada fase del devanado primario es igual a 0,5 Ω y las pérdidas mecánicas son de 250 W, calcular los parámetros del circuito equivalente del motor.

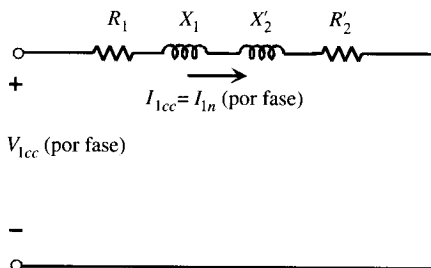


Figura 4.17. Circuito equivalente en cortocircuito.

SOLUCIÓN

a) Las pérdidas en el cobre del primario en vacío son:

$$P_{cu1} = 3 \cdot 0,5 \cdot 3^2 = 13,5 \text{ W}$$

Como quiera que las pérdidas mecánicas son de 250 W, el valor de P_{Fe} , de acuerdo con (4.52), será:

$$P_{Fe} = P_0 - P_{cu1} - P_m = 700 - 13,5 - 250 = 436,50 \text{ W}$$

El f.d.p. de la rama paralelo del circuito equivalente del motor, de acuerdo con (4.54), vale:

$$\cos \varphi_0 = \frac{436,5}{3 \cdot 220 \cdot 3} = 0,22 \quad ; \quad \text{sen } \varphi_0 = 0,98$$

ya que la tensión simple aplicada en el ensayo ha sido:

$$\frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220 \text{ V}$$

Los valores de I_{Fe} e I_μ , teniendo en cuenta (4.54), serán:

$$I_{Fe} = 3 \cdot 0,22 = 0,66 \text{ A} \quad ; \quad I_\mu = 3 \cdot 0,98 = 2,94 \text{ A}$$

y en consecuencia de las ecuaciones (4.55) se deduce:

$$R_{Fe} = \frac{220}{0,66} = 333,33 \ \Omega \quad ; \quad X_\mu = \frac{220}{2,94} = 74,83 \ \Omega$$

b) La tensión de cortocircuito por fase es igual a: $V_{1cc} = \frac{100}{\sqrt{3}} = 57,74 \text{ V}$, y el f.d.p. en ese estado será:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{1.200}{3 \cdot 57,54 \cdot 20} = 0,35 \quad ; \quad \varphi_{cc} = 0,94$$

Por tanto, los parámetros de la rama serie del circuito equivalente del motor, de acuerdo con (4.56), serán:

$$R_1 + R_2' = \frac{57,74}{20} \cdot 0,35 = 1,01 \ \Omega \quad ; \quad X_1 + X_2' = \frac{57,74}{20} \cdot 0,94 = 2,71 \ \Omega$$

4.6. BALANCE DE POTENCIAS

En un motor asíncrono existe una transformación de energía eléctrica en mecánica, que se transmite desde el estátor al rotor, a través del entrehierro, y el proceso de conversión está inevitablemente ligado con las pérdidas en los diferentes órganos de la máquina. Vamos a analizar el balance de energía que se produce en el funcionamiento del motor.

La potencia que la máquina absorbe de la red, si V_1 es la tensión aplicada por fase, I_1 la corriente por fase y φ_1 el desfase entre ambas magnitudes, será:

$$P_1 = m_1 V_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (4.57)$$

Esta potencia llega al estátor, y una parte se transforma en calor por efecto Joule en sus devanados, cuyo valor es:

$$P_{cu1} = m_1 R_1 I_1^2 \quad (4.58)$$

y la otra parte se pierde en el hierro: P_{Fe1} . La suma de ambas pérdidas representa la disipación total en el estátor P_{p1} :

$$P_{p1} = P_{cu1} + P_{Fe1} \quad (4.59)$$

Como quiera que las frecuencias de las corrientes en el rotor son muy reducidas, debido a que los deslizamientos en la máquina suelen ser pequeños (por ejemplo, para $s = 5$ por 100 con $f_1 = 50$ Hz, resulta una $f_2 = 2,5$ Hz $\ll f_1$), se considera entonces que prácticamente es el hierro del estátor el único origen de las pérdidas ferromagnéticas. De acuerdo con el circuito equivalente del motor de la Figura 4.13a, se podrá escribir:

$$P_{Fe} = P_{Fe1} = m_1 E_1 I_{Fe} \approx m_1 V_1 I_{Fe} \quad (4.60)$$

La potencia electromagnética que llegará al rotor a través del entrehierro, y que denominaremos P_a (potencia en el entrehierro), tendrá una magnitud:

$$P_a = P_1 - P_{p1} = P_1 - P_{cu1} - P_{Fe} \quad (4.61)$$

En el rotor aparecen unas pérdidas adicionales debidas al efecto Joule, P_{cu2} , y de valor:

$$P_{cu2} = m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R_2' I_2'^2 \quad (4.62)$$

Las pérdidas en el hierro del rotor son despreciables debido al pequeño valor de f_2 . La potencia que llegará al árbol de la máquina, denominada potencia mecánica interna, P_{mi} , será:

$$P_{mi} = P_a - P_{cu2} \quad (4.63)$$

que teniendo en cuenta el significado de la resistencia de carga R_c' del circuito equivalente, se podrá poner:

$$P_{mi} = m_1 R_2' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) I_2'^2 \quad (4.64)$$

La potencia útil en el eje será algo menor, debido a las pérdidas mecánicas por rozamiento y ventilación; denominando P_m a estas pérdidas y P_u a la potencia útil, resultará:

$$P_u = P_{mi} - P_m \quad (4.65)$$

En la Figura 4.18 se muestra, en la parte superior, el circuito equivalente exacto del motor y en la parte inferior un dibujo simplificado de la máquina. En cada caso se muestran, con flechas, las pérdidas que se producen en las diversas partes del motor. Es instructivo que el lector determine las potencias con el circuito equivalente y verifique claramente la situación de las mismas en la *figura real*. Obsérvese en ambos casos que se obtiene una potencia útil de

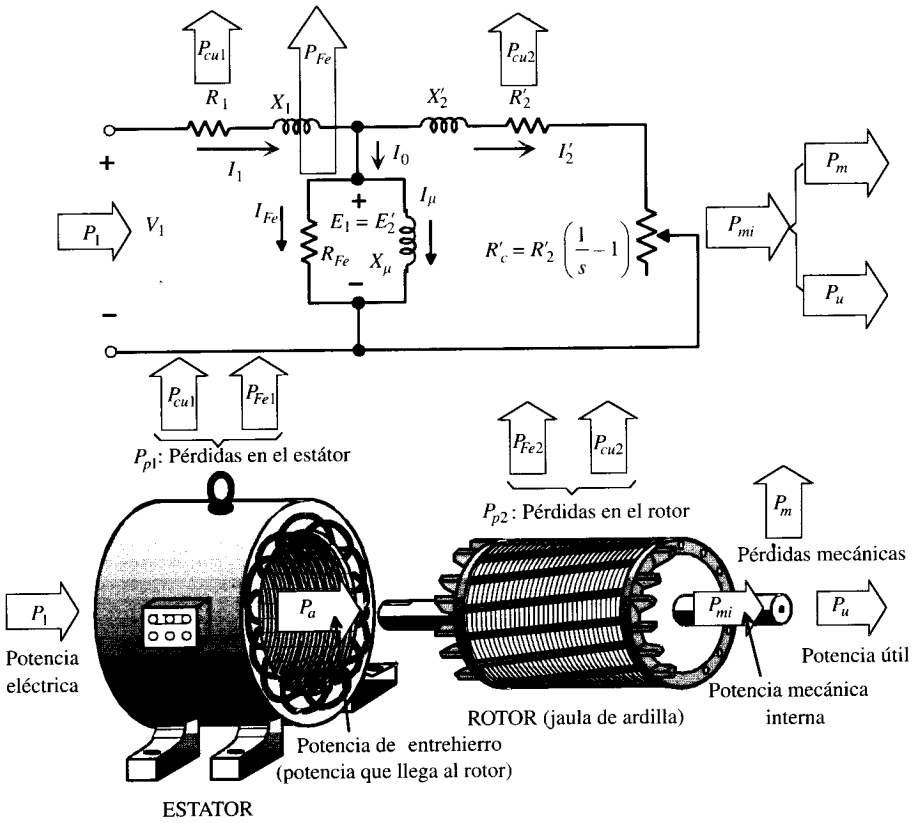


Figura 4.18. Circuito equivalente exacto y distribución de las potencias en el motor.

salida a partir de una potencia de entrada P_1 . El rendimiento del motor vendrá expresado por el cociente:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{P_u}{P_u + P_m + P_{cu2} + P_{Fe} + P_{cu1}} \quad (4.66)$$

Existen algunas relaciones útiles entre las potencias anteriores; por ejemplo, el cociente entre P_{cu2} y P_{mi} , teniendo en cuenta (4.62) y (4.64), resulta ser:

$$\frac{P_{cu2}}{P_{mi}} = \frac{s}{1-s} \quad (4.67)$$

Por otra parte, la potencia que atraviesa el entrehierro P_a se puede poner:

$$P_a = P_{mi} + P_{cu2} = m_1 \frac{R'_2}{s} I_2'^2 = \frac{P_{cu2}}{s} = \frac{P_{mi}}{1-s} \quad (4.68)$$

que relaciona P_a con P_{cu2} . Estas relaciones facilitan al estudio analítico de la máquina y la realización de ejercicios prácticos.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.3

Un motor de inducción trifásico de 6 polos, 50 Hz, absorbe una potencia de 20 kW, cuando gira a 960 r.p.m. Las pérdidas totales del estátor son 0,5 kW y las de rozamiento y ventilación son de 1 kW. Calcular: a) El deslizamiento. b) Pérdidas en el cobre del rotor. c) Rendimiento.

SOLUCIÓN

- a) La velocidad de sincronismo del motor es:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1.000 \text{ r.p.m.}$$

En consecuencia, el deslizamiento valdrá:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1.000 - 960}{1.000} = 4 \%$$

- b) La potencia que llega al rotor será:

$$P_a = P_1 - P_{p1} = 20 - 0,5 = 19,5 \text{ kW}$$

resultando un valor de P_{cu2} , de acuerdo con (4.68):

$$P_{cu2} = sP_a = 0,04 \cdot 19,5 = 0,78 \text{ kW.}$$

- c) La potencia útil en el árbol de la máquina tendrá una magnitud:

$$P_u = P_a - P_{cu2} - P_m = 19,5 - 0,78 - 1 = 17,72 \text{ kW}$$

En consecuencia, el rendimiento de la máquina será:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{17,72}{20} = 88,6 \%$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.4

Un motor asíncrono trifásico de rotor devanado, $2p = 4$ polos, se conecta a una red trifásica de 380 V de tensión compuesta. El estátor y el rotor están conectados en estrella. La relación de transformación de tensiones coincide con la de corrientes y es igual a 2,5. Los parámetros del circuito equivalente del motor por fase son: $R_1 = 0,5 \Omega$; $X_1 = 1,5 \Omega$; $R_2 = 0,1 \Omega$; $X_2 = 0,2 \Omega$; $R_{Fe} = 360 \Omega$; $X_u = 40 \Omega$. Las pérdidas mecánicas son de 250 W. Si el deslizamiento a plena carga es del 5 por 100:

- a) Calcular, utilizando el circuito equivalente exacto del motor: 1) Corriente del estátor; 2) Corriente del rotor; 3) Corriente I_0 ; 4) Pérdidas en el hierro; 5) Potencia activa y reactiva absorbida por el motor de la red; 6) Potencia mecánica interna; 7) Potencia mecánica útil; 8) Rendimiento del motor; 9) Corriente de arranque y su f.d.p.
b) Repetir el problema utilizando el circuito equivalente aproximado del motor.

SOLUCIÓN
a) Circuito equivalente exacto:

1. El circuito equivalente exacto del motor por fase es el mostrado en la Figura 4.19, en el que la rama paralelo del circuito se sitúa entre el estátor y el rotor. Los cálculos eléctricos en esta situación son más laboriosos que con el circuito equivalente aproximado, como se va a apreciar en el desarrollo del problema.

La impedancia del rotor reducida al estátor, teniendo en cuenta que $m_r = m_i = 2,5$, es:

$$R'_2 = m^2 R_2 = 2,5^2 \cdot 0,1 = 0,625 \, \Omega \quad ; \quad X'_2 = 2,5^2 \cdot 0,2 = 1,25 \, \Omega$$

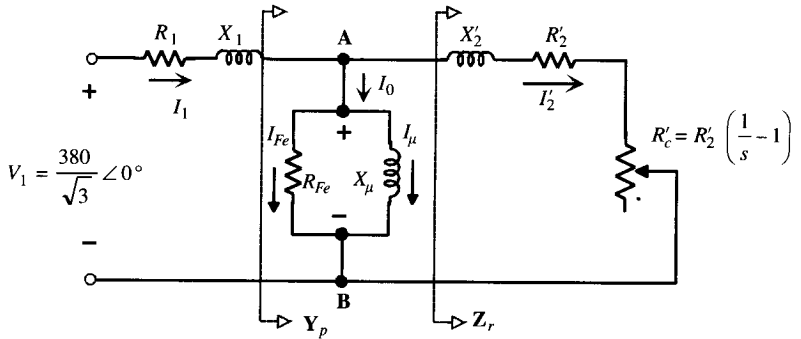


Figura 4.19.

El valor de la impedancia de carga, teniendo en cuenta que el deslizamiento es igual a 0,05, será:

$$R'_c = R'_2 \left(\frac{1}{s} - 1 \right) = 0,625 \left(\frac{1}{0,05} - 1 \right) = 11,875 \, \Omega$$

Conviene comenzar el problema calculando el valor de la impedancia total del rotor Z_r , mostrada en la Figura 4.19:

$$Z_r = (R'_2 + jX'_2) + R'_c = (0,625 + j1,25) + 11,875 = 12,5 + j1,25 = 12,56 \angle 5,71^\circ \, \Omega$$

que corresponde a una admitancia Y_r :

$$Y_r = \frac{1}{Z_r} = \frac{1}{12,56 \angle 5,71^\circ} = 0,0796 \angle -5,71^\circ = 0,0792 - j0,0079 \text{ siemens}$$

La admitancia total del paralelo Y_p mostrada en la Figura 4.19 vale:

$$\begin{aligned} Y_p &= \frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jX_{\mu}} + Y_r = \frac{1}{360} + \frac{1}{j40} + (0,0792 - j0,0079) = \\ &= 0,082 - j0,033 = 0,088 \angle -21,9^\circ \text{ siemens} \end{aligned}$$

que corresponde a una impedancia $Z_p = 1/Y_p = 11,36 \angle 21,9^\circ \, \Omega$. De este modo la impedancia total del motor que se observa desde los terminales de entrada es:

$$\begin{aligned} Z_{total} &= (R_1 + jX_1) + Z_p = (0,5 + j1,5) + 11,36 \angle 21,9^\circ = (0,5 + j1,5) + \\ &+ (10,54 + j4,24) = 11,04 + j5,74 = 12,44 \angle 27,47^\circ \, \Omega \end{aligned}$$

Si se toma como referencia la tensión de alimentación:

$$\mathbf{V}_1 = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 219,39 \angle 0^\circ \text{ V}$$

la corriente del estátor será:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{Z}_{total}} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{12,44 \angle 27,47^\circ} = 17,63 \angle -27,47^\circ \text{ A}$$

2. Para determinar la corriente \mathbf{I}'_2 del rotor debe calcularse previamente la d.d.p. entre los nudos A y B del circuito equivalente de la Figura 4.19, y cuyo valor es:

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{Z}_p \mathbf{I}_1 = 11,36 \angle 21,9^\circ \cdot 17,63 \angle -27,47^\circ = 200,28 \angle -5,57^\circ$$

De este modo la corriente del rotor reducida al estátor vale:

$$\mathbf{I}'_2 = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{\mathbf{Z}_r} = \frac{200,28 \angle -5,57^\circ}{12,56 \angle 5,71^\circ} = 15,95 \angle -11,28^\circ \text{ A}$$

por lo que la corriente real del rotor será:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}'_2 m = 15,95 \angle -11,28^\circ \cdot 2,5 = 39,875 \angle -11,28^\circ \text{ A}$$

3. Las corrientes por las ramas en paralelo son:

$$\mathbf{I}_{Fe} = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{R_{Fe}} = \frac{200,28 \angle -5,57^\circ}{360} = 0,556 \angle -5,57^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_\mu = \frac{\mathbf{V}_{AB}}{jX_\mu} = \frac{200,28 \angle -5,57^\circ}{j40} \approx 5 \angle -95,57^\circ \text{ A};$$

por lo que la corriente \mathbf{I}_0 valdrá:

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_{Fe} + \mathbf{I}_\mu = 0,556 \angle -5,57^\circ + 5 \angle -95,57^\circ = 5,03 \angle -89,23^\circ \text{ A}$$

4. De acuerdo con el apartado anterior, las pérdidas en el hierro serán:

$$P_{Fe} = 3 \cdot V_{AB} \cdot I_{Fe} = 3 \cdot 200,28 \cdot 0,556 = 334,1 \text{ W}$$

que también se puede obtener del siguiente modo:

$$P_{Fe} = 3R_{Fe} I_{Fe}^2 = 3 \cdot 360 \cdot 0,556^2 \approx 334,9 \text{ W} \approx 334,1 \text{ W (errores de redondeo)}$$

5. La potencia compleja absorbida por el motor de la red es:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= 3\mathbf{V}_1 \mathbf{I}_1^* = 3 \cdot 219,39 \angle 0^\circ \cdot 17,63 \angle +27,47^\circ = 11.603,7 \angle 27,47^\circ = \\ &= 10.295,4 + j5.352,6 \end{aligned}$$

lo que significa que el motor absorbe una potencia activa $P_1 = 10.295,4 \text{ W}$ y una potencia reactiva $Q_1 = 5.352,6 \text{ Var}$, siendo el f.d.p. del motor igual a $\cos 27,47^\circ = 0,887$.

6. La potencia mecánica interna del motor se calcula a partir de la expresión:

$$P_{mi} = 3R'_c I_2'^2 = 3 \cdot 11,875 \cdot 15,95^2 \approx 9.063,1 \text{ W}$$

7. Como quiera que las pérdidas mecánicas son de 250 W, la potencia útil en el eje del motor es:

$$P_u = P_{mi} - P_m = 9.063,1 - 250 = 8.813,1 \text{ W}$$

8. El rendimiento del motor es el cociente entre la potencia útil en el eje y la potencia activa absorbida de la red, que de acuerdo con los resultados anteriores será igual a:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{8.813,1}{10.295,4} = 85,6 \%$$

9. La corriente de arranque se obtendrá del circuito de la Figura 4.19 haciendo $s = 1$. La impedancia del rotor vale en este caso:

$$\mathbf{Z}_r = R'_2 + jX'_2 = 0,625 + j1,25 = 1,398 \angle 63,43^\circ \Omega$$

que corresponde a una admitancia: $\mathbf{Y}_r = 1/\mathbf{Z}_r = 0,716 \angle -63,43^\circ$ siemens. La admitancia del paralelo \mathbf{Y}_p es igual a:

$$\mathbf{Y}_p = \frac{1}{360} + \frac{1}{j40} + 0,716 \angle -63,43^\circ = 0,739 \angle -64,09^\circ \text{ siemens}$$

que representa una impedancia de $\mathbf{Z}_p = 1/\mathbf{Y}_p = 1,353 \angle 64,09^\circ = 0,591 + j1,217 \Omega$. Por consiguiente, la impedancia total del motor será:

$$\mathbf{Z}_{total} = (R_1 + jX_1) + \mathbf{Z}_p = (0,5 + j1,5) + 0,591 + j1,217 = 2,93 \angle 68,12^\circ \Omega$$

y por tanto la corriente absorbida por el motor en el arranque será:

$$\mathbf{I}_{arranque} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{2,93 \angle 68,12^\circ} = 74,93 \angle -68,12^\circ \text{ A}$$

Es decir, la corriente de arranque es de 74,93 A y tiene un f.d.p.: $\cos \varphi = \cos 68,12^\circ = 0,373$.

Obsérvese que la corriente de arranque es varias veces la asignada. En nuestro caso, teniendo en cuenta los resultados de los apartados 1) y 9), resulta ser:

$$\frac{I_{arranque}}{I_1} = \frac{74,93}{17,63} = 4,25$$

b) Circuito equivalente aproximado:

En este caso la rama paralelo del circuito equivalente de la Figura 4.19 se debe trasladar a la entrada del motor, lo que simplificará enormemente los cálculos correspondientes. Debe hacerse constar que el uso de este circuito equivalente aproximado da resultados algo superiores a los reales. Conviene que el lector compare los resultados obtenidos con ambos procedimientos.

1. *Corriente del estátor:* El procedimiento de cálculo es directo y requiere determinar las corrientes \mathbf{I}'_2 , \mathbf{I}_{Fe} e \mathbf{I}_{μ} , cuyos valores son:

$$\mathbf{I}'_2 = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{(0,5 + j1,5) + (0,625 + j1,25) + 11,875} = 16,5 \angle -11,94^\circ \text{ A}$$

$$\mathbf{I}_{Fe} = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{360} = 0,61 \angle 0^\circ ; \quad \mathbf{I}_\mu = \frac{219,39 \angle 0^\circ}{j40} = 5,48 \angle -90^\circ \text{ A}$$

lo que da lugar a una corriente primaria (estátor):

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_{Fe} + \mathbf{I}_\mu + \mathbf{I}'_2 = 18,96 \angle -27,96^\circ$$

2. La corriente del rotor será:

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{I}'_2 m = 16,5 \angle -11,94^\circ \cdot 2,5 = 41,25 \angle -11,94^\circ \text{ A}$$

3. De acuerdo con el resultado de las corrientes del apartado 1) se tenía:

$$\mathbf{I}_{Fe} = 0,61 \angle 0^\circ ; \quad \mathbf{I}_\mu = 5,48 \angle -90^\circ \text{ A}$$

por lo que la corriente de vacío será:

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_{Fe} + \mathbf{I}_\mu = 0,61 \angle 0^\circ + 5,48 \angle -90^\circ = 5,51 \angle -83,65^\circ \text{ A}$$

4. Las pérdidas en el hierro serán:

$$P_{Fe} = 3V_1 I_{Fe} = 3 \cdot 219,39 \cdot 0,61 = 401,5 \text{ W}$$

5. La potencia compleja absorbida por el motor de la red será:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= 3\mathbf{V}_1 \mathbf{I}_1^* = 3 \cdot 219,39 \angle 0 \cdot 18,96 \angle +27,96^\circ = \\ &= 12.478,9 \angle 27,96^\circ \approx 11.022 + j5.851 \end{aligned}$$

lo que significa que el motor absorbe una potencia activa $P_1 = 11.022 \text{ W}$, una potencia reactiva $Q_1 = 5.851 \text{ VAR}$, siendo el f.d.p. del motor igual a $\cos 27,96^\circ = 0,883$.

6. La potencia mecánica interna es, según (4.64):

$$P_{mi} = 3 \cdot 11,875 \cdot 16,5^2 \approx 9.700 \text{ W}$$

7. La potencia mecánica útil valdrá:

$$P_u = 9.700 - 250 = 9.450 \text{ W}$$

Téngase en cuenta que las pérdidas mecánicas eran de 250 W.

8. El rendimiento del motor será:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{9.450}{11.022} = 85,76 \%$$

9. La corriente de arranque se obtiene del circuito equivalente aproximado haciendo $s = 1$, resultando ser:

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_1 &= \mathbf{I}_{Fe} + \mathbf{I}_\mu + \mathbf{I}'_2 \\ \mathbf{I}_1 &= (0,61 - j5,48) + \frac{219,39 \angle 0^\circ}{0,5 + j1,5 + 0,625 + j1,25} = 79,16 \angle -68,84^\circ \end{aligned}$$

que corresponde a un f.d.p.: $\cos \varphi = \cos 68,84^\circ = 0,36$.

Si el lector compara los resultados obtenidos por ambos procedimientos, observará que son bastante parecidos. Con el circuito equivalente aproximado se obtienen valores algo más elevados que los reales. El método aproximado es mucho más rápido de resolver y de ahí sus ventajas prácticas en la resolución de problemas. Sin

embargo, si la corriente de la rama paralelo I_0 fuera más elevada, se observarían mayores diferencias, por lo que en ese caso debería utilizarse forzosamente el circuito equivalente exacto del motor asíncrono para no cometer graves errores.

4.7. PAR DE ROTACIÓN

4.7.1. Generalidades

Si es P_u la potencia mecánica útil desarrollada por el motor y n la velocidad en r.p.m. a la que gira el rotor, el par útil T (*torque* en inglés) en N.m en el árbol de la máquina será el cociente entre P_u y la velocidad angular de giro $\omega = 2\pi n/60$, expresando n en r.p.m.:

$$T = \frac{P_u}{2\pi \frac{n}{60}} \quad (4.69)$$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas del motor, la potencia útil coincide con la mecánica interna y el par anterior se puede poner también:

$$T = \frac{P_{mi}}{2\pi \frac{n}{60}} \quad (4.70)$$

De la definición de deslizamiento se deduce:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \Rightarrow n = n_1 (1 - s) \quad (4.71)$$

y la expresión del par se convierte en:

$$T = \frac{P_{mi}}{2\pi \frac{n_1}{60} (1-s)} \quad (4.72)$$

y teniendo en cuenta (4.68) resulta:

$$T = \frac{P_a}{2\pi \frac{n_1}{60}} \quad (4.73)$$

Las dos ecuaciones (4.70) y (4.73) expresan el par de rotación del motor, en función de la potencia mecánica interna P_{mi} o de la potencia que atraviesa el entrehierro P_a . La última expresión es muy útil, ya que en el denominador figura la velocidad del campo giratorio, que para un determinado motor es constante si permanece invariable la frecuencia de alimentación, y en consecuencia puede tomarse como medida del par el producto $T 2\pi n_1/60$, es decir, la potencia que desarrollaría el par si la máquina girase a la velocidad de sincronismo. Por este motivo, se dice entonces que el par está expresado en **vatios síncronos**, y según (4.73), el par así evaluado es precisamente igual a la potencia en vatios que el campo giratorio transmi-

te al rotor. Este concepto es importante en el estudio del diagrama circular de la máquina asíncrona, como se verá en el epígrafe 4.8 de este capítulo.

Teniendo en cuenta (4.62) y (4.68), la expresión del par (4.73) se puede poner:

$$T = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s} I_2'^2}{2\pi \frac{n_1}{60}} \tag{4.74}$$

pero de acuerdo con el circuito equivalente aproximado de la Figura 4.13b, el módulo de la corriente I_2' vale:

$$I_2' = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}} \tag{4.75}$$

donde se ha llamado X_{cc} a la reactancia $X_1 + X'_2$. Sustituyendo (4.75) en (4.74) se obtiene:

$$T = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s} V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2 \right]} \tag{4.76}$$

que expresa el valor del par electromagnético producido por la máquina en función de los parámetros del motor.

Se observa en la expresión (4.76) que el par se hace cero cuando $s = 0$ y $s = \pm\infty$; por otra parte, la característica $T = f(s)$ presenta unos máximos en los que debe cumplirse:

$$\frac{dT}{ds} = 0 \Rightarrow s_m = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \tag{4.77}$$

El signo negativo significa un funcionamiento como generador, ya que entonces la velocidad de rotación es superior a la del campo giratorio. Sustituyendo (4.77) en (4.76) se obtiene el valor del par máximo de la máquina:

$$T_{\text{máx}} = \pm \frac{m_1 V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} 2 \left[\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \right]} \tag{4.78}$$

El «+» expresa el valor del par máximo como motor y el signo «-» indica la magnitud del par máximo como generador. Observamos en la expresión anterior que el par máximo no varía cuando cambia la resistencia del rotor; sin embargo, y de acuerdo con (4.77), el deslizamiento al cual se obtiene el par máximo es proporcional a la resistencia del rotor, y de aquí se deriva una cuestión técnica de gran importancia práctica, ya que variando la resistencia del rotor por introducción de resistencias adicionales (caso aplicable únicamente a máquinas con rotor devanado o de anillos) se puede conseguir que el par máximo se obtenga a una velocidad deseada; en particular, si se logra hacer $s_m = 1$, se obtiene el par máximo en el arranque. En la Figura 4.20 se ha dibujado el diagrama $T = f(s)$, denominado par-deslizamiento o par-velocidad de la máquina asíncrona. Se han representado dos curvas diferentes *a* y *b* según sea el

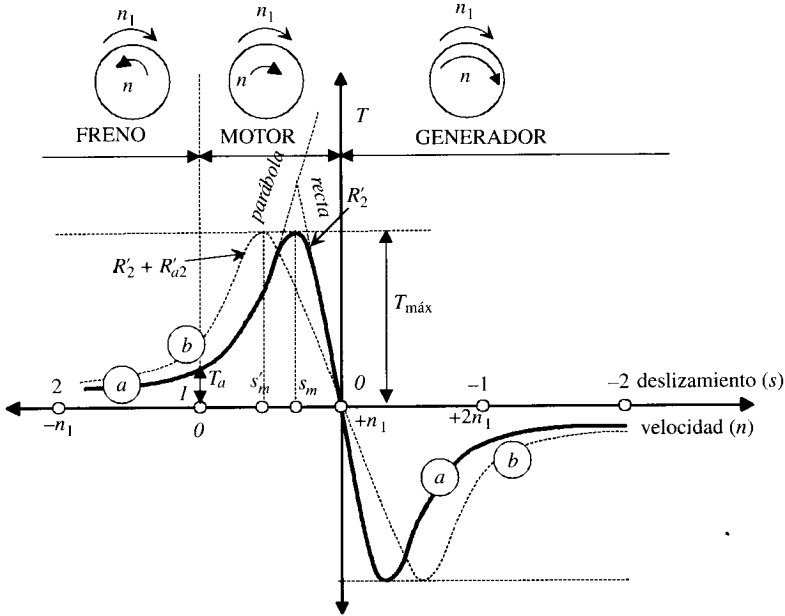


Figura 4.20. Curvas par-velocidad de una máquina asíncrona. Zonas de funcionamiento.

valor de la resistencia del rotor. Se observa, como se acaba de indicar, que el par máximo no se altera por la variación de la resistencia del rotor; sin embargo, sí que cambian los valores del deslizamiento a los cuales se obtienen los pares máximos.

La curva par-velocidad que se obtiene con la resistencia propia del rotor constituye la **característica natural** del par, mientras que las curvas par-velocidad que resultan con la introducción de resistencias adicionales se denominan **características artificiales**. Si para la característica natural se tiene, según (4.77), un deslizamiento para par máximo:

$$s_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \tag{4.79}$$

para las características artificiales, si se denomina R'_{T2} la resistencia total reducida del rotor, que incluye la propia del rotor más la adicional por fase que se introduce por los anillos, se tendrá:

$$s'_m = \frac{R'_{T2}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \tag{4.80}$$

Dividiendo (4.80) por (4.79) resulta:

$$\frac{s'_m}{s_m} = \frac{R'_{T2}}{R'_2} \tag{4.81}$$

Es decir, el cociente entre el deslizamiento para par máximo (denominado también crítico) de la característica artificial y el de la característica natural es igual a la razón de las resistencia totales del rotor para cada caso.

A veces es interesante referir el par de un motor al par máximo y al deslizamiento crítico s_m . Así, si dividimos (4.76) entre (4.78), después de algunas simplificaciones se obtiene la fórmula de Kloss:

$$\frac{T}{T_{\text{máx}}} = \frac{2(1 + a s_m)}{\frac{s}{s_m} + 2 a s_m + \frac{s_m}{s}} \quad (4.82)$$

donde s es el deslizamiento del motor para el cual se obtiene el par T ; el parámetro a es igual a:

$$a = \frac{R_1}{R'_2} \quad (4.83)$$

Si se ha construido la curva de par natural (con la resistencia interna del rotor R'_2), se puede construir, con más sencillez, una artificial para cualquier resistencia total del rotor R'_{T2} sin tener que realizar nuevamente los cálculos mediante la fórmula general del par (4.76). Téngase en cuenta que si se denomina T' al par con la curva artificial, s'_m el deslizamiento máximo correspondiente y s' el deslizamiento que se tiene para el par T' , resultará una ecuación similar a (4.82):

$$\frac{T'}{T'_{\text{máx}}} = \frac{2(1 + a' s'_m)}{\frac{s'}{s'_m} + 2 a' s'_m + \frac{s'_m}{s'}} ; \quad a' = \frac{R_1}{R'_{T2}} \quad (4.84)$$

ya que los pares máximos de la curva natural y artificial son idénticos porque según (4.78) no dependen de la resistencia del rotor. Los pares del motor coincidirán para las características natural y artificial cuando (4.82) sea igual a (4.84), es decir:

$$\frac{2(1 + a s_m)}{\frac{s}{s_m} + 2 a s_m + \frac{s_m}{s}} = \frac{2(1 + a' s'_m)}{\frac{s'}{s'_m} + 2 a' s'_m + \frac{s'_m}{s'}} \quad (4.85)$$

y teniendo en cuenta que según (4.81), (4.83) y (4.84) se cumplirá:

$$a s_m = a' s'_m \quad (4.86)$$

la ecuación (4.85) se transforma de este modo en:

$$\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} = \frac{s'}{s'_m} + \frac{s'_m}{s'} \quad (4.87)$$

y después de algunas simplificaciones resulta:

$$\frac{s}{s_m} = \frac{s'}{s'_m} \quad (4.88)$$

y teniendo en cuenta (4.81) y (4.88) se cumplirá la igualdad:

$$\frac{s'}{s} = \frac{R'_{T2}}{R'_2} \quad (4.89)$$

Es decir, a igualdad de pares en las curvas características artificiales y natural de un motor asíncrono, el deslizamiento en la característica artificial respecto a la natural coincide con el cociente de resistencias totales en el rotor correspondientes a cada curva.

A veces es interesante, para realizar cálculos previos, tener expresiones aproximadas del par. Si en la fórmula de Kloss (4.82) se desprecia la resistencia del estátor*, se transforma en:

$$\frac{T}{T_{\text{máx}}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \quad (4.90)$$

Para deslizamientos pequeños ($s \ll s_m$) la expresión anterior se convierte en:

$$\frac{T}{T_{\text{máx}}} = \frac{2s}{s_m} \quad (4.91)$$

que es la ecuación de una **recta** (véase Fig. 4.20). Para deslizamientos grandes ($s \gg s_m$), la fórmula (4.90) se transforma en:

$$\frac{T}{T_{\text{máx}}} = \frac{2s_m}{s} \quad (4.92)$$

que es la ecuación de una **hipérbola**. En la práctica, la adaptación a esta curva sólo se cumple en la zona de arranque y de frenado del motor.

4.7.2. Tipos de funcionamiento de la máquina asíncrona

Las ecuaciones que rigen el comportamiento de la máquina asíncrona ya han sido expuestas en los epígrafes 4.6 y 4.7.1; vamos a destacar aquí tres de ellas: (4.64), (4.68) y (4.73), que nos serán de utilidad para comprender los sentidos de transferencia de energía entre la red (terminal eléctrico) y la carga (terminal mecánico) y también el signo del par electromagnético generado. Estas ecuaciones son:

Potencia mecánica interna: $P_{mi} = m_1 R_2' \left(\frac{1}{s} - 1 \right) I_2'^2$

Potencia de entrehierro: $P_a = \frac{P_{mi}}{1 - s} \quad (4.93)$

Par electromagnético: $T = \frac{P_a}{2\pi \frac{n_1}{60}}$

En la Figura 4.20 se han señalado la forma de las curvas par-velocidad de una máquina asíncrona o de inducción. Dependiendo del valor del deslizamiento, se distinguen tres zonas distintas que caracterizan tres modos de funcionamiento, a saber: **motor**, **generador** y **freno**.

* En los motores de potencias medias y pequeñas se cumple de forma aproximada: $R_1 = R_2'$, mientras que para motores de gran potencia se pueden despreciar R_1 frente a R_2' .

a) Régimen motor

Representa el modo de funcionamiento más característico y corresponde al rango de deslizamientos comprendidos entre 0 y 1. De acuerdo con la expresión (4.71), que nos da la velocidad del rotor en función de s :

$$n = n_1 (1 - s) \quad (4.94)$$

el rango anterior corresponde a velocidades comprendidas entre n_1 (velocidad de sincronismo) y 0 (parada).

Si se tiene en cuenta el campo de variación de s en el régimen motor, las ecuaciones (4.93) nos indican que cuando la máquina trabaja como motor se tiene:

- La potencia mecánica interna es positiva. Es decir, se transmite energía mecánica al eje.
- La potencia en el entrehierro es positiva, lo que indica un par electromagnético positivo.
- Si la potencia de entrehierro es positiva, quiere decir que se transfiere energía en el sentido estátor-rotor. Como quiera además que la energía en el estátor procede de la red, la potencia eléctrica absorbida tendrá el sentido de P_a . En definitiva, la potencia eléctrica que absorbe la máquina de la red es positiva.

De acuerdo con las conclusiones anteriores, en la Figura 4.21 se ha representado simbólicamente una máquina asíncrona, en la que para mayor claridad se ha separado el estátor del rotor. Se han señalado con flechas los sentidos de las potencias puestas en juego. Se observa que en este comportamiento de la máquina de inducción como motor, la transferencia de energía se produce en el sentido terminal eléctrico-terminal mecánico. La máquina convierte la energía eléctrica en mecánica.

En la Figura 4.22 se muestra la curva par-velocidad correspondiente a este régimen de trabajo, que es una ampliación de la curva de la Figura 4.20 correspondiente a la zona de deslizamientos comprendida entre 0 y 1. Obsérvese la doble escala utilizada en el eje de abscisas calibrada en deslizamientos o en velocidades del rotor. Los puntos más característicos son:

- Punto O. Funcionamiento en sincronismo:** $s = 0$; $T = 0$, en este caso la velocidad de rotación del motor es la de sincronismo, lo que como se demostró en el epígrafe 4.2 constituye una imposibilidad física. De hecho, el que el par electromagnético producido resulte igual a cero está corroborando tal afirmación, porque la máquina a esta velocidad no podría ni tan siquiera vencer los pares resistentes de rozamiento.

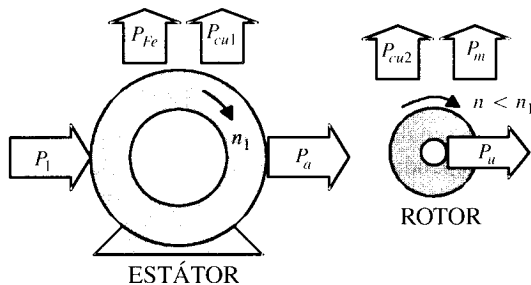


Figura 4.21. Reparto de potencias en el funcionamiento como motor.

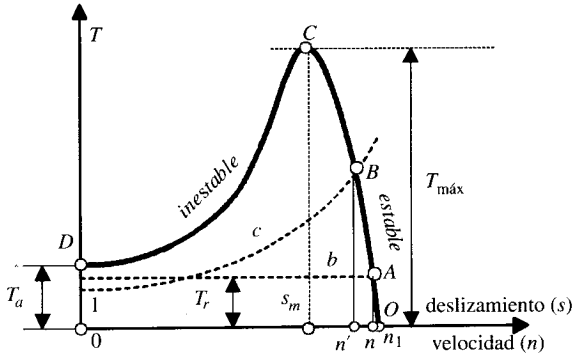


Figura 4.22. Curvas par-velocidad de un motor asíncrono.

2. **Punto A. Régimen asignado o nominal:** $s = s_n$; $T = T_n$, que corresponde a la velocidad asignada y al par nominal o asignado o de plena carga, se produce generalmente para deslizamientos comprendidos entre el 3 y el 8 por 100, que representan velocidades cercanas a la de sincronismo que se sitúan en la parte derecha de la curva de la Figura 4.22.
3. **Punto C. Funcionamiento con par máximo:** $s = s_m$; $T = T_m$, representa el par máximo o crítico del motor y se produce para deslizamientos comprendidos entre el 15 y el 30 por 100.
4. **Punto D. Régimen de arranque:** $s = 1$; $T = T_a$, en este caso la velocidad es cero y corresponde al par de arranque.

Se observa en la Figura 4.22 que el par máximo divide a la curva en dos partes, una estable $0 < s < s_m$ y otra inestable $s_m < s < 1$; la zona estable corresponde a la parte de la curva en la que se obtiene un aumento del par conforme el motor disminuye su velocidad, lo que implica una dT/ds positiva (debe tenerse en cuenta, para evitar confusiones, que en la curva de la Figura 4.22, la escala de deslizamientos es decreciente y por ello la zona estable corresponde a la parte derecha de la curva). El motor en su zona estable presenta una característica **dura** o **rígida**, lo que significa que la velocidad disminuye muy poco con el par y es por ello que se puede decir que estas máquinas giran a una velocidad asíncrona prácticamente constante. (De ahí que no se hayan empleado este tipo de motores en accionamientos que requieran regulación de velocidad. Modernamente, debido a los avances de la electrónica de potencia, y tal como se explica en el Capítulo 7, se ha logrado regular la velocidad de estos motores variando la frecuencia de alimentación con convertidores electrónicos.)

Para examinar el comportamiento de un motor asíncrono cuando pone en movimiento una carga mecánica en el eje, es preciso conocer la dependencia de velocidad de rotación con el par resistente ofrecido por la carga. A estos efectos los diferentes mecanismos de producción se pueden clasificar a grandes rasgos en los dos tipos siguientes:

- a) **Cargas con par resistente constante, independiente de la velocidad.** La curva par-velocidad de estos mecanismos está representada por la horizontal b en la Figura 4.22. Este tipo de par resistente lo poseen las grúas, ascensores, montacargas, mecanismos de avance de máquinas, cintas transportadoras en las que permanezca constante el material que se desplaza y otros tipos de mecanismos en los que el par resistente principal sea el de rozamiento.

- b) **Cargas con par resistente creciente con la velocidad.** Generalmente son mecanismos en los que el par resistente es función del cuadrado de la velocidad y por ello presentan una curva de tipo parabólico (curva c en la Fig. 4.22). Este tipo de par se presenta en las bombas centrífugas, ventiladores, hélices, etc., es decir, en el movimiento de fluidos. Se conocen también como cargas con par resistente tipo ventilador.

Bajo la existencia de los pares motor o electromagnético T y resistente o de carga T_r , se producirá el comportamiento dinámico del motor, que responderá a la ecuación clásica de la mecánica:

$$T - T_r = J \frac{d\omega}{dt} \quad (4.95)$$

donde J es el momento de inercia de las partes giratorias, que incluye la del rotor del motor más el mecanismo de accionamiento, y ω la velocidad angular de giro del rotor (en rad/s). En el epígrafe 4.12 se hará un estudio detallado de la dinámica del motor asíncrono. Ahora es suficiente darse cuenta, según la ecuación (4.95), que si el par motor T es superior al par resistente T_r , se producirá un momento resultante $T - T_r > 0$ que hará que el motor se acelere ($d\omega/dt > 0$); la aceleración continuará hasta que ambos pares se hagan iguales y en este momento la máquina habrá adquirido su velocidad de régimen. En la Figura 4.22 se observa que si el motor mueve un par resistente constante T_r , el estado de equilibrio se conseguirá cuando se alcance el punto A, punto de intersección de las curvas del par motor con la del par resistente, donde ambos pares se hacen iguales. Si la carga tiene un par resistente tipo ventilador (curva c de la Fig. 4.22), el estado de equilibrio final se consigue en el punto B. Es evidente, en cualquier caso, que para que la máquina inicie su marcha el par de arranque desarrollado por el motor debe ser superior al par resistente que en este momento ofrece la carga.

Supóngase ahora que el sistema motor-carga ha alcanzado un equilibrio (por ejemplo, estamos situados en el punto B de la Fig. 4.22). Si en esta situación aumenta el par resistente, el término de la izquierda de (4.95) se hará negativo, lo que se traduce en una deceleración del rotor. El nuevo equilibrio se restablecerá para una velocidad menor a la cual se vuelva a cumplir la igualdad de pares motor y resistente. Ahora bien, si el par resistente aumentara hasta alcanzar el punto C, correspondiente al par máximo que puede desarrollar el motor, un posterior aumento de la carga tendería a reducir la velocidad, pero al no estar compensado por un aumento del par electromagnético desarrollado por el motor (zona inestable de la Fig. 4.22), la máquina acabará parándose.

El cociente entre el par máximo y nominal o asignado $T_{\text{máx}}/T_n$ define la **capacidad de sobrecarga** del motor y es un dato suministrado por el fabricante junto con el cociente del par de arranque y nominal T_a/T_n . En motores normales la capacidad de sobrecarga oscila entre 1,8 y 2,7; en motores sometidos a fuertes sobrecargas instantáneas, por ejemplo, en las grúas, se suelen exigir valores superiores a 3. La relación T_a/T_n oscila entre 1,2 y 2.

b) Régimen generador

Como se observa en la Figura 4.20, corresponde a velocidades superiores a la de sincronismo, lo que comporta deslizamientos negativos. En este caso, el sentido de rotación del flujo respecto al secundario de la máquina se invierte con relación al régimen motor, lo que lleva consigo una inversión en el sentido de la f.e.m. del rotor, que provoca a su vez una inversión en la corriente y en el par. En consecuencia, el par desarrollado por la máquina asíncrona se convierte en par de frenado respecto al momento de rotación del motor primario. La máquina asíncrona funciona

como generador, recibiendo energía mecánica de un motor externo que gira a una velocidad superior a la de sincronismo, y entregando energía eléctrica a la red por el estátor.

En efecto, si observamos (4.93), en el régimen generador, al ser el deslizamiento negativo, se tiene:

- La potencia mecánica interna se hace negativa. La máquina **absorbe** potencia mecánica por el eje, que es suministrada por el motor primario que la mueve a una velocidad superior a la de sincronismo.*
- La potencia en el entrehierro se hace negativa, por lo que el par electromagnético cambia de signo respecto al comportamiento como motor.*
- Si la potencia en el entrehierro es negativa, la transferencia de energía se hace de rotor a estátor. La máquina entrega energía a la red por el estátor.*

En la Figura 4.23 se resumen las conclusiones anteriores, señalando con flechas los sentidos de transferencia real de la energía. La máquina convierte energía mecánica en eléctrica.

Se puede disponer de un generador asíncrono conectando un motor normal de jaula de ardilla a una red trifásica y acoplándolo, por ejemplo, a un motor de combustión interna (motor de gasolina o diesel), tal como se muestra en la Figura 4.24a. Inicialmente la máquina arrancará como motor asíncrono arrastrando el motor primario de combustión interna, llegando a una velocidad de régimen como motor cercana a la de sincronismo. A continuación se arrancará el motor primario, que debe girar en el sentido establecido por el motor asíncrono. Tan pronto como el motor primario supere la velocidad de sincronismo, la máquina asíncrona se convertirá en generador, cediendo potencia activa al sistema eléctrico al que esté conectada.

Ahora bien, si se tiene en cuenta el circuito equivalente aproximado de la máquina asíncrona señalado en la Figura 4.18a, al ser el deslizamiento negativo, la impedancia de la rama secundaria tendrá la parte real negativa (debido a que se hace negativa la resistencia de carga R'_c , cuyo valor es muy superior a la suma de $R'_1 + R'_2$); como consecuencia de ello, la corriente secundaria reducida I'_2 absorbida se retrasará más de 90° de la tensión aplicada, tal como se muestra en la Figura 4.24b, dando lugar a una corriente total **absorbida** de la red I_{1m} , cuya fase φ_m es superior a 90° , y es por ello por lo que la potencia absorbida de la red: $m_1 V_1 I_{1m} \cos \varphi_m$ es negativa. O de otro modo, si se invierte el sentido de la corriente absorbida I_{1m} para tener en cuenta el convenio generador, se observa que la potencia activa producida o **suministrada** a la red es:

$$P_1 = m_1 V_1 I_{1g} \cos \varphi_g \quad ; \quad |I_{1g}| = |I_{1m}| \quad (4.96)$$

Se observa en la Figura 4.24b que la corriente I_{1g} se adelanta a la tensión de la red, lo que indica que la máquina asíncrona **suministra** a la red una potencia *reactiva capacitiva*, o de

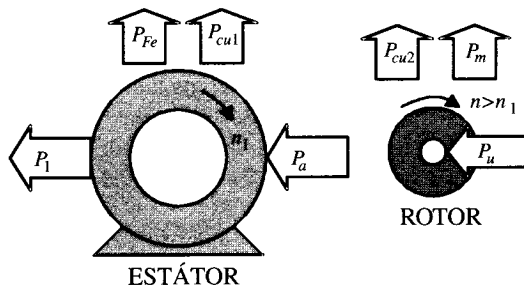


Figura 4.23. Reparto de potencias en el funcionamiento como generador.

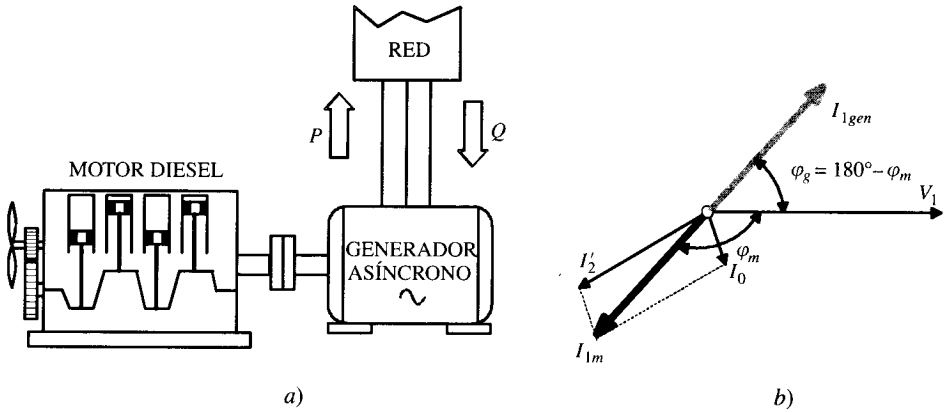


Figura 4.24. Grupo diesel-generador asíncrono. Diagrama fasorial del generador.

otro modo, que la máquina asíncrona funcionando como generador necesita **recibir** de la red a la cual se conecta una *potencia reactiva inductiva*, como así se señala en la Figura 4.24a. Físicamente esta potencia reactiva que necesita recibir el generador asíncrono se requiere para mantener el campo magnético de su estátor, ya que esta máquina no posee un circuito independiente de excitación, como es el caso de los alternadores. Ésta es la principal limitación del generador asíncrono, ya que al necesitar una red que le suministre la potencia reactiva que requiere, no puede funcionar (en principio) como un generador aislado como sucede con los alternadores.

La única ventaja, sin embargo, del generador asíncrono es su sencillez: no necesita un circuito independiente para su excitación y no tiene que girar continuamente a una velocidad fija. Siempre que su velocidad sea ligeramente mayor que la de sincronismo, funcionará como un generador con respecto al sistema de potencia al que se encuentre conectado. En la medida en la que el par aplicado a su eje sea mayor, tanto mayor será la potencia de salida resultante. Generalmente, la salida asignada se alcanza con poco deslizamiento, normalmente inferior al 3 por 100. El hecho de que no necesite regulación de tensión, porque ésta viene impuesta por la red externa, hace que este generador sea una buena alternativa en **centrales eólicas**, donde las velocidades del viento son muy dispares.

Es posible hacer que una máquina asíncrona trabaje como generador aislado, independientemente de una red externa, siempre que haya condensadores disponibles para suministrar la potencia reactiva que necesita (o de otro modo, condensadores que absorban la energía reactiva que produce el generador). Para ello se conecta una batería de condensadores a los bornes del motor, que también se unen a la carga eléctrica receptora externa. Se dice entonces que el generador trabaja en régimen de **autoexcitación**. La frecuencia generada es algo menor de la que corresponde a la velocidad de rotación. La tensión en bornes aumenta con la capacidad, que está limitada por la saturación del circuito magnético de hierro. Si la capacidad es insuficiente no aparecerá tensión en el generador. De ahí que la elección de la capacidad necesaria sea un problema difícil y más aún si se tiene en cuenta que los condensadores deben también suministrar la potencia reactiva que requieren las cargas conectadas a la máquina.

c) Régimen de freno

De acuerdo con la Figura 4.20, el régimen de frenado de una máquina asíncrona se produce para deslizamientos superiores a la unidad, lo que corresponde a velocidades negativas. En

esta situación el rotor gira en sentido contrario al campo giratorio, de tal forma que la máquina recibe energía de la red y energía mecánica por el eje. En efecto, si consideramos las ecuaciones (4.93) para $s > 1$ (normalmente s está comprendido entre 1 y 2), resulta:

- a) La resistencia de carga R'_c se hace negativa y por tanto también es negativa la potencia mecánica interna. La máquina recibe energía mecánica por el eje.
- b) La potencia de entrehierro es, según la 2.ª ecuación (4.93), el cociente de dos cantidades negativas; por consiguiente, P_a es positiva y el par electromagnético es positivo.
- c) Si la potencia de entrehierro es positiva, quiere decir que se transfiere la energía en el sentido estátor-rotor. Por ello la potencia que se absorbe de la red es positiva.

En la Figura 4.25 se muestran estas conclusiones. Durante el período de frenado la máquina recibe energía mecánica por el eje y también energía eléctrica de la red; esto origina grandes corrientes rotóricas, con las consiguientes pérdidas por efecto Joule tanto en el estátor como en el rotor, que es donde se disipan las potencias que recibe la máquina en esta situación.

Este régimen de frenado se utiliza en la práctica cuando se desea parar rápidamente un motor. La maniobra se realiza invirtiendo dos fases de la alimentación, de forma que el campo giratorio pase súbitamente a girar en sentido contrario al del rotor. Por ejemplo, si se considera que un motor estaba girando en sentido directo a la velocidad n , el deslizamiento en esta fase sería:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} \tag{4.97}$$

Al invertir dos fases, el deslizamiento respecto al nuevo campo giratorio sería:

$$s' = \frac{n_1 - (-n)}{n_1} = 1 + \frac{n}{n_1} = 2 - s \tag{4.98}$$

ya que la velocidad a la que giraba el motor se hace negativa respecto al nuevo campo rotativo. Como s suele tener un valor reducido (3 a 8 por 100) en el momento de la inversión, el nuevo deslizamiento s' tiene un valor cercano a 2.

Este método de frenado en el que se procede a invertir el campo giratorio del motor recibe el nombre de **frenado a contracorriente**. El rotor, al estar girando en sentido opuesto al campo, va gradualmente disminuyendo su velocidad, y cuando ésta llega a cero, el motor debe ser desconectado de la red, ya que en caso de no hacerlo la máquina pasaría de nuevo a régimen motor pero girando ahora en sentido contrario al original.

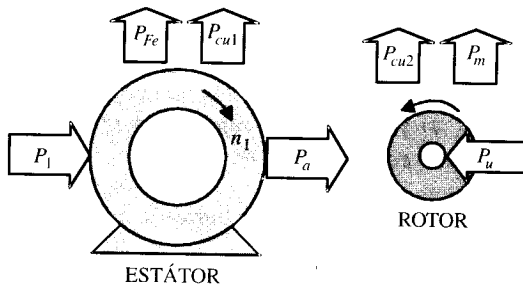


Figura 4.25. Reparto de potencias en el funcionamiento como freno.

En el frenado a contracorriente se pueden producir corrientes incluso muy superiores a las de arranque, y por ello no debe emplearse este sistema de frenado con demasiada frecuencia porque la elevación de temperatura puede llegar a fundir las barras del rotor y sobrecalentar el devanado del estátor. Los motores preparados para realizar este frenado son generalmente de rotor devanado, de tal modo que al realizar esta maniobra se introducen resistencias adicionales en el rotor para limitar las corrientes a magnitudes admisibles y deseables. Para que el lector tome conciencia de lo delicado de esta operación, sirvan estos datos, que se demuestran más tarde en el epígrafe 4.12.3:

1. El calor disipado en el rotor durante el período de puesta en marcha (arranque), desde cero a la velocidad asignada, es igual a la energía cinética final almacenada en todas las partes rotativas.
2. Sin embargo, el calor disipado en el rotor durante el frenado a contracorriente, desde la velocidad asignada hasta cero, es igual a **tres veces** la energía cinética original de todas las partes rotativas.

En la técnica de los accionamientos eléctricos existen también otros tipos de frenado. Así, se tiene el frenado **por recuperación de energía** (que algunos autores denominan frenado regenerativo) y que aparece en la máquina asíncrona cuando trabaja como generador, por tanto, a una velocidad superior a la de sincronismo. Se puede producir este frenado en las máquinas de elevación y transporte cuando se bajan cargas pesadas. Este régimen de frenado aparece con frecuencia en los motores de c.c. (Capítulo 6) utilizados en la tracción eléctrica, al bajar un tren por pendientes elevadas (si el tren tiende a embalsarse, aparecerá un par de frenado que tiende a evitar un posible descarrilamiento).

Existe también otro tipo de frenado denominado **dinámico**, que consiste en desconectar el estátor de la red y aplicar una c.c. al mismo por medio de una fuente auxiliar; de esta forma se produce un campo de amplitud constante que es fijo en el espacio y que al reaccionar con el campo giratorio del rotor provoca un frenado de la máquina. Este tipo de frenado se utiliza en los trenes de laminación de plantas siderúrgicas y se emplea para conseguir una parada rápida y exacta de muchos mecanismos, reduciendo el tiempo de paro de los accionamientos principales.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.5

Un motor asíncrono trifásico con rotor en jaula de ardilla de 220/380 V, 50 Hz, 10 polos, tiene los siguientes parámetros del circuito equivalente: $R_1 = 0,5 \Omega$; $X_1 = 3 \Omega$; $R_2' = 0,8 \Omega$; $X_2' = 3,5 \Omega$. Se desprecia la rama paralelo del circuito equivalente y las pérdidas mecánicas. Si la máquina se conecta a una red trifásica de 380 V de línea, 50 Hz, veamos: 1) ¿Cómo se conectará el estátor de la máquina? 2) Calcular la corriente de arranque del motor. 3) Si el deslizamiento a plena carga es del 4 por 100, calcular la corriente absorbida, potencia mecánica desarrollada, par electromagnético, potencia activa absorbida de la red y rendimiento en estas condiciones. 4) Velocidad (en régimen motor) a la cual se obtiene el par máximo y valor del par máximo correspondiente.

SOLUCIÓN

1. Como el motor es de 220/380 V, se deberá conectar en estrella a una red de 380 V (véase epígrafe 4.2).

2. En el arranque el deslizamiento es igual a 1, por tanto la impedancia del circuito equivalente aproximado (Fig. 4.13b) será:

$$\mathbf{Z}_T = (R_1 + R_2') + j(X_1 + X_2') \Rightarrow \mathbf{Z}_T = 1,3 + j6,5 \Omega$$

y tomando la tensión como referencia, se obtiene una corriente de arranque:

$$\mathbf{I}_{1a} = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 33,1 \angle -78,65^\circ \text{ A}$$

3. a) Cuando el deslizamiento es del 4 por 100, la impedancia equivalente total será:

$$\mathbf{Z}_T = \left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right) + j(X_1 + X_2')$$

que al sustituir valores nos da:

$$\mathbf{Z}_T = \left(0,5 + \frac{0,8}{0,04} \right) + j6,5 = 20,5 + j6,5 \Omega$$

que corresponde a una corriente de plena carga o asignada:

$$\mathbf{I}_1 \approx \mathbf{I}_2' = \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 10,2 \angle -17,6^\circ \text{ A}$$

- b) La potencia mecánica desarrollada será, según (4.64):

$$P_{mi} = P_u = 3 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{0,04} - 1 \right) \cdot 10,2^2 = 5.992,7 \text{ W}$$

- c) La velocidad de sincronismo vale, según (4.1)

$$n_1 = \frac{60 \cdot 50}{5} = 600 \text{ r.p.m.}$$

ya que el número de pares de polos es igual a 5. De donde se deduce, de acuerdo con (4.71), una velocidad del rotor:

$$n = n_1 (1 - s) = 600 (1 - 0,04) = 576 \text{ r.p.m.}$$

y teniendo en cuenta (4.72) resulta un par:

$$T = \frac{5.992,7}{2\pi \frac{576}{60}} = 99,35 \text{ N.m}$$

- d) La potencia eléctrica absorbida de la red será, según (4.57):

$$P_1 = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 10,2 \cdot \cos 17,6^\circ = 6.399,2 \text{ W}$$

e) Y teniendo en cuenta (4.56) se obtiene un rendimiento:

$$\eta = \frac{5.992,7}{6.399,2} = 93,65 \%$$

4. a) El deslizamiento para par máximo viene expresado en (4.77), que al sustituir valores nos da:

$$s_m = \frac{0,8}{\sqrt{0,5^2 + 6,5^2}} = 0,1227$$

que corresponde a una velocidad, según (4.71):

$$n = 600 (1 - 0,1227) = 526,37 \text{ r.p.m.}$$

b) Y de acuerdo con (4.78) corresponde a un par máximo:

$$T_m = \frac{3 \left(\frac{380}{\sqrt{3}} \right)^2}{2\pi \frac{600}{60} \cdot 2[0,5 + \sqrt{0,5^2 + 6,5^2}]} = 163,7 \text{ N.m}$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.6

La máquina del problema anterior, conectada a la misma red, se hace girar por un motor primario auxiliar a una velocidad de 615 r.p.m. Tomando la tensión simple de la red como referencia de fases (por ejemplo, para la fase R), calcular: 1) expresión fasorial de la corriente **absorbida** por la máquina y corriente **entregada** por la misma; 2) potencia mecánica absorbida del motor primario; 3) potencias activas y reactivas **suministradas** a la red; 4) ¿cuál es el rendimiento del generador?

SOLUCIÓN

1. El deslizamiento de la máquina, según (4.71), vale

$$s = \frac{600 - 615}{600} = -0,025$$

Por consiguiente, la impedancia equivalente de la máquina será:

$$\mathbf{Z}_T = \left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right) + j(X_1 + X'_2)$$

es decir:

$$\mathbf{Z}_T = \left(0,5 - \frac{0,8}{0,025} \right) + j6,5 = -3,15 + j6,5 \ \Omega$$

que da lugar a una corriente **absorbida**:

$$\mathbf{I}_{1m} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{-31,5 + j6,5} = 6,82 \angle -168,34^\circ \text{ A}$$

que corresponde a una corriente generada igual y de sentido contrario:

$$\mathbf{I}_{1g} = 6,82 \angle 11,66^\circ \text{ A}$$

2. La potencia mecánica **desarrollada** por la máquina es, según (4.64):

$$P_u = P_{mi} = 3 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{-0,025 - 1} \right) \cdot 6,82^2 = -4.576,8 \text{ W}$$

es decir, la máquina asíncrona **recibe** 4.576,8 W de potencia mecánica del motor primario.

3. La potencia eléctrica activa entregada a la red se obtendrá aplicando (4.57) pero utilizando la corriente generada, es decir:

$$P_1 = 3 \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 6,82 \cdot \cos 11,66 = 4.396,1 \text{ W}$$

y de modo análogo la potencia reactiva suministrada a la red será:

$$Q_1 = -3 \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 6,82 \cdot \sin 11,66 = -907,2 \text{ VAR}$$

que es de tipo capacitivo. O recíprocamente, la red deberá entregar una potencia reactiva inductiva al generador asíncrono de 907,2 VAR.

Ambas potencias se podrían haber obtenido simultáneamente empleando el concepto de potencia compleja utilizado en los circuitos eléctricos, es decir:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 &= 3\mathbf{V}_1 \mathbf{I}_{1g}^* = 3 \frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \cdot 6,82 \angle -11,66^\circ = 4.396,1 - j907,2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow P = 4.396,1 \text{ W} ; Q = -907,2 \text{ VAR} \end{aligned}$$

que coincide con los valores anteriores.

4. El rendimiento del generador se entenderá ahora como cociente entre la potencia eléctrica que representa la salida y potencia mecánica que representa la entrada. Teniendo en cuenta los resultados del problema resulta ser:

$$\eta = \frac{P_1}{P_u} = \frac{4.396,1}{4.576,8} = 96,05 \%$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.7

El motor del problema 4.5 está girando a plena carga con un deslizamiento de 4 por 100, es decir, a 576 r.p.m. De repente se cambian dos fases de la red. Calcular en ese instante: 1) expresión fasorial de la corriente absorbida por la máquina, tomando como referencia la tensión simple de la red; 2) potencia mecánica absorbida del motor primario; 3) par desarrollado como freno; 4) potencia activa absorbida de la red.

SOLUCIÓN

1. En el momento de la conmutación, el deslizamiento de la máquina es, según (4.71):

$$s = \frac{600 - (-576)}{600} = 1,96$$

lo que da lugar a una impedancia compleja equivalente:

$$\mathbf{Z}_T = \left(0,5 + \frac{0,8}{1,96}\right) + j6,5 = 0,908 + j6,5 = 6,56 \angle 82,05^\circ \Omega$$

y por consiguiente la corriente absorbida será:

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{6,56 \angle -82,05^\circ} = 33,43 \angle -82,05^\circ \text{ A}$$

que si se compara con el resultado del primer apartado del problema 4.5 se deduce que es un valor similar a la corriente de arranque.

2. La potencia mecánica desarrollada será, según (4.64):

$$P_{mi} = P_u = 3 \cdot 0,8 \left(\frac{1}{1,96} - 1\right) \cdot 33,43^2 = -1.313,6 \text{ W}$$

lo que significa que absorbe una potencia mecánica de 1.313,6 W.

3. El par desarrollado será, según (4.72):

$$T = \frac{-1.313,6}{2\pi \frac{576}{60}} = -21,78 \text{ N.m}$$

Es decir, el motor produce un par electromagnético de 21,78 N.m en el sentido del nuevo campo giratorio, esto es, en oposición al giro que llevaba la máquina trabajando como motor. Como quiera que el par resistente que llevaba la máquina es, de acuerdo con el resultado 3c del problema 4.5, de 99,38 N.m, que es superior al par motor producido en el momento de la inversión (21,78 N.m), la máquina, por consiguiente, acabará parándose.

4. La potencia eléctrica absorbida de la red será, según (4.57):

$$P_1 = 3 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} \cdot 33,43 \cdot \cos 82,05^\circ = 3.043,2 \text{ W}$$

Observará el lector que la máquina trabajando como freno recibe potencia tanto por la red como por el eje, es decir, absorbe un potencia total:

$$P_1 + P_u = 3.043,2 + 1.313,6 = 4.356,8 \text{ W}$$

Toda la potencia anterior se disipará en calor en los devanados de la máquina. Comprobémoslo:

$$P_p = P_{cu1} + P_{cu2} = 3(R_1 + R'_2) \cdot I_1^2$$

que al sustituir valores nos da:

$$P_p = 3(0,5 + 0,8) \cdot 33,43^2 = 4.358,5 \text{ W} \approx 4.356,8 \text{ W}$$

que coincide con la anteriormente calculada, salvo errores de redondeo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.8

Un motor de inducción trifásico de anillos rozantes tiene un estátor conectado en estrella, de 4 polos. El motor funciona con una alimentación de 50 Hz y 380 V de tensión compuesta. Los parámetros del circuito equivalente son: $R_1 = 0,5 \Omega$; $R'_2 = 0,51 \Omega$; $X_{cc} = 2,7 \Omega$. En el supuesto de despreciar la rama paralelo del circuito equivalente y suponiendo despreciables las pérdidas mecánicas, calcular: a) Par motor desarrollado para un deslizamiento del 4 por 100. b) Par de arranque. c) Velocidad para par máximo. d) Par máximo. e) Resistencia que debe conectarse por fase, en serie con el rotor para obtener el par máximo en el arranque. NOTA: La relación de espiras de primario a secundario es igual a 2 y los factores del devanado se consideran iguales a la unidad.

SOLUCIÓN

a) De acuerdo con la expresión general del par (4.76) se tiene:

$$T = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s} V_1^2}{2\pi \frac{n_1}{60} \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{cc}^2 \right]}$$

La tensión aplicada por fase es igual a $\frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220 \text{ V}$, y la velocidad de sincronismo vale:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1.500 \text{ r.p.m.}$$

En consecuencia, el par resultante para un deslizamiento del 4 por 100 resulta ser:

$$T_{\text{máx}} = \frac{3 \frac{0,51}{0,04} 220^2}{2\pi \frac{1.500}{60} \left[\left(0,5 + \frac{0,51}{0,04} \right)^2 + 2,7^2 \right]} = 64,45 \text{ N.m}$$

b) El par de arranque se obtiene haciendo $s = 1$, resultando:

$$T_{\text{máx}} = \frac{3 \frac{0,51}{1} 220^2}{2\pi \frac{1.500}{60} \left[\left(0,5 + \frac{0,51}{1} \right)^2 + 2,7^2 \right]} = 56,73 \text{ N.m}$$

- c) El deslizamiento para par máximo, de acuerdo con 4.77, es:

$$s_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{0,51}{\sqrt{0,5^2 + 2,7^2}} = 0,186$$

que teniendo en cuenta (4.76) corresponde a una velocidad:

$$n = n_1 (1 - s) = 1.500 (1 - 0,186) = 1.221 \text{ r.p.m.}$$

- d) Para encontrar la magnitud de par máximo, se llevará el valor de $s_m = 0,186$ a la expresión general del par, resultando:

$$T_{\text{máx}} = \frac{3 \frac{0,51}{0,186} 220^2}{2\pi \frac{1.500}{60} \left[\left(0,5 + \frac{0,51}{0,186} \right)^2 + 2,7^2 \right]} = 142,4 \text{ N.m}$$

- e) Para obtener el par máximo en el arranque es preciso que se cumpla:

$$s = s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{a2}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}}$$

donde se ha denominado R'_{a2} la resistencia adicional conectada por fase al circuito del rotor, y al operar se obtiene:

$$R'_{a2} = 2,24 \Omega$$

Para calcular la resistencia adicional real debe tenerse en cuenta que:

$$R'_{a2} = m_v m_i R_{a2}$$

Al ser los factores de devanado iguales y tener la máquina igual número de fases en primario y secundario, se cumplirá:

$$m_v = m_i = \frac{N_1}{N_2} = 2$$

y en consecuencia:

$$R_{a2} = \frac{R'_{a2}}{4} = 0,56 \Omega$$

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.9

En un motor asíncrono trifásico el par de arranque es igual al nominal o de plena carga, y se sabe también que el par máximo es doble que el nominal. Calcular: 1) deslizamiento para par máximo; 2) deslizamiento a plena carga; 3) cociente corriente de arranque/corriente de plena carga. NOTA: Despreciar la impedancia del estátor y la rama paralelo del circuito equivalente.

SOLUCIÓN

1. Si se desprecia la impedancia del estátor, la ecuación (4.90) nos relaciona cualquier par producido a un determinado deslizamiento s , respecto al par máximo, es decir:

$$\frac{T}{T_m} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}$$

y así se tiene para el par nominal:

$$\frac{T}{T_m} = \frac{1}{2} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \quad (a)$$

y para el par de arranque ($s = 1$) resultará:

$$\frac{T}{T_m} = \frac{1}{2} = \frac{2}{\frac{1}{s_m} + \frac{s_m}{1}} = \frac{2s_m}{1 + s_m^2} \quad (b)$$

ya que T_a es, según el enunciado, igual a T_n . De esta última ecuación se obtiene:

$$s_m^2 - 4s_m + 1 = 0$$

que conduce a los valores

$$s_m = 3,73 \quad ; \quad s_m = 0,268$$

La primera solución, aparte de representar un deslizamiento en la zona de trabajo como freno, daría lugar a una resistencia del rotor excesivamente elevada, lo que conduciría a un rendimiento bajo (motor mal proyectado). Tiene sentido la otra solución, $s_m = 0,268$.

2. Sustituyendo el resultado anterior en la ecuación a) resulta:

$$4 = \frac{s}{0,268} + \frac{0,268}{s}$$

que da lugar a los siguientes resultados:

$$s = 1 \quad ; \quad s = 0,072$$

Será válida la 2.^a solución, que da un deslizamiento más reducido. El otro valor correspondería a la otra situación anulada anteriormente, con una resistencia del rotor anormalmente alta.

3. La ecuación (4.75) nos da el módulo de la corriente absorbida por el motor ($I_1 = I_2$), y teniendo en cuenta que se desprecia la impedancia del estátor se puede escribir:

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_2'^2}}$$

Ahora bien, como quiera además que según (4.77) el deslizamiento para par máximo, si se desprecia la impedancia del estátor, es igual a:

$$s_m = \frac{R'_2}{X'_2} \Rightarrow R'_2 = s_m X'_2$$

que llevando a la expresión de la corriente, da lugar a:

$$I_1 = \frac{V_1}{X'_2 \sqrt{1 + \left(\frac{s_m}{s}\right)^2}}$$

que corresponde a unas corrientes de arranque y de plena carga:

$$I_{1a} = \frac{V_1}{X'_2 \sqrt{1 + \left(\frac{s_m}{1}\right)^2}} ; I_{1n} = \frac{V_1}{X'_2 \sqrt{1 + \left(\frac{s_m}{0,072}\right)^2}}$$

y conduce a un cociente de intensidades:

$$\frac{I_{1a}}{I_{1n}} = \frac{\sqrt{1 + 192,9s_m^2}}{\sqrt{1 + s_m^2}} = \frac{3,854}{1,035} = 3,72$$

donde se ha tenido en cuenta que según el apartado 1 el valor de s_m era igual a 0,268.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 4.10

Un motor asíncrono trifásico con rotor en jaula de ardilla de 220/380 V, 6 polos, 50 Hz, se conecta correctamente a una red trifásica de 220 V, 50 Hz y está protegido con un relé térmico calibrado a 110 A. La corriente de línea a plena carga es de 100 A y se observa que en el arranque la corriente absorbida es 6 veces la de plena carga, desarrollando un par que es 1,8 veces el nominal. La resistencia por fase del estátor R , es igual a la reducida del rotor R'_2 . Se suponen despreciables las pérdidas mecánicas y la corriente de vacío (quiere decir que no hace falta considerar la rama paralelo del circuito equivalente del motor). Se pide: 1) Conexión del estátor del motor. 2) Velocidad del rotor a plena carga y valores de los parámetros: R , R'_2 y X_{cc} del circuito equivalente del motor. 3) Potencia, par y rendimiento del motor a plena carga. 4) Estando el motor girando en condiciones nominales o asignadas, se produce de repente una caída de tensión en la red de un 15 por 100. ¿Cuál será la nueva velocidad que adquirirá el motor y la corriente absorbida de la red, si el par de carga es constante? ¿Disparará el relé térmico?

SOLUCIÓN

- De acuerdo con la placa de características, el motor es de 220/380 V; como la tensión de la red es de 220 V, el motor se deberá conectar en triángulo (véase epígrafe 4.2).

2. De acuerdo con el circuito equivalente aproximado del motor, los módulos de las corrientes de **fase** del motor a plena carga y en el arranque cumplirán las ecuaciones:

$$\frac{100}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}} ; \quad \frac{600}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{(R_1 + R_2')^2 + X_{cc}^2}} \quad (a)$$

Ahora bien, según (4.74), el valor del par es:

$$T = \frac{m_1 R_2' I_2'^2}{s \cdot 2\pi \frac{n_1}{60}} = \frac{A R_2' I_2'^2}{s} ; \quad A = \frac{m_1}{2\pi \frac{n_1}{60}} = \text{constante}$$

De este modo, y de acuerdo con el enunciado, el cociente del par de arranque asignado o nominal será:

$$\frac{T_a}{T_n} = 1,8 = \frac{600^2 \cdot s}{100^2} \Rightarrow s = 0,05$$

Como quiera que la velocidad de sincronismo es según (4.1):

$$n_1 = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1.000 \text{ r.p.m.}$$

la velocidad del motor a plena carga, de acuerdo con (4.71), será:

$$n = 1.000 (1 - 0,05) = 950 \text{ r.p.m.}$$

Llevando el valor de $s = 0,05$ a las ecuaciones (a) y teniendo en cuenta que según el enunciado se cumple $R_1 = R_2'$, se obtienen dos ecuaciones con dos incógnitas, que dan lugar a los siguientes valores:

$$R_1 = R_2' = 0,18 \Omega ; \quad X_{cc} = 0,523 \Omega$$

3. La potencia desarrollada por el motor a plena carga ($I_2' = 100/\sqrt{3}$) es, según (4.64):

$$P_{mi} = P_n = 3R_2' \left(\frac{1}{s} - 1\right) I_2'^2 = 3 \cdot 0,18 \left(\frac{1}{0,05} - 1\right) \left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 = 34.200 \text{ W}$$

y el par asignado de acuerdo con (4.70), teniendo en cuenta que $n = 950$ r.p.m., será:

$$T = \frac{34.200}{2\pi \frac{950}{60}} = 343,8 \text{ N.m}$$

Las pérdidas en la máquina son únicamente las del cobre:

$$P_p = P_{cu1} + P_{cu2} = 3 \cdot 2 \cdot 0,18 \cdot \left(\frac{100}{\sqrt{3}}\right)^2 = 3.600 \text{ W}$$

y por tanto, el rendimiento del motor será:

$$\eta = \frac{34.200}{34.200 + 3.600} = 90,48 \%$$

4. La nueva tensión de la red será:

$$220 - 15\% \cdot 220 = 187 \text{ V}$$

y teniendo en cuenta la ecuación general del par (4.76) se podrá escribir:

$$T = 343,8 = \frac{3 \cdot 0,18 \cdot 187^2}{2\pi \frac{1.000}{60} s \left[\left(0,18 + \frac{0,18}{s} \right)^2 + 0,523^2 \right]}$$

que da lugar a la ecuación de 2.º grado:

$$0,306s^2 - 0,46s + 0,0324 = 0$$

cuyas soluciones son: $s_1 = 0,0735$; $s_2 = 1,43$. La solución válida es la primera, porque la otra corresponde a la zona de trabajo como freno. De acuerdo con (4.71), la velocidad a la que girará el rotor será:

$$n = 1.000 (1 - 0,0735) = 926,5 \text{ r.p.m.}$$

Con el deslizamiento $s_1 = 0,0735$, calcularemos el módulo de la corriente por fase que absorbe el motor, teniendo en cuenta el circuito equivalente o bien directamente aplicando (4.75):

$$I_1 = I'_2 = \frac{187}{\sqrt{\left(0,18 + \frac{0,18}{0,0735} \right)^2 + 0,523^2}} = 69,76 \text{ A}$$

que corresponde a una corriente de línea, por estar el motor en triángulo:

$$I_{\text{línea}} = 69,76 \sqrt{3} = 120,83 \text{ A}$$

que al ser superior a 110 A, hará disparar el relé térmico.

4.8. DIAGRAMA DEL CÍRCULO

4.8.1. Introducción

Las características de funcionamiento y otras propiedades del motor asíncrono se pueden obtener construyendo el lugar geométrico de las corrientes del estátor. Como se demostrará en el epígrafe 4.8.2, la figura resultante es un círculo y para su determinación completa es necesario realizar los dos ensayos clásicos: **vacío o rotor libre** y **cortocircuito o rotor bloqueado**. El diagrama circular permite de una forma gráfica analizar el comportamiento de las máquinas asíncronas de una manera muy simple, ya que no se necesita realizar ningún cálculo analítico. Han sido varios los investigadores que han tratado este tema: Behrend, Heyland, Blondel, Ossanna, Sartori, etc.*

* A. Heyland: *Elektrotechnische Zeitschrift*, 11 octubre 1894, tomo XV, pág. 563; 3 octubre 1895, tomo XVI, pág. 649. *L'Éclairage Électrique*, 7 y 14 de julio de 1900, tomo XXIV, 14-26 y 49-59. G. Ossanna: *Elektrotechnische Zeitschrift*, 23 agosto 1900, tomo XXI, págs. 712-713.