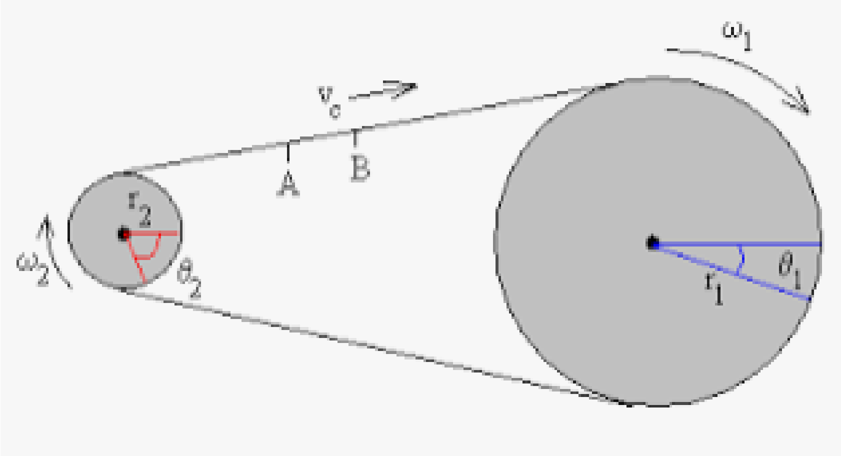
Facultad de Ingeniería
OBERA

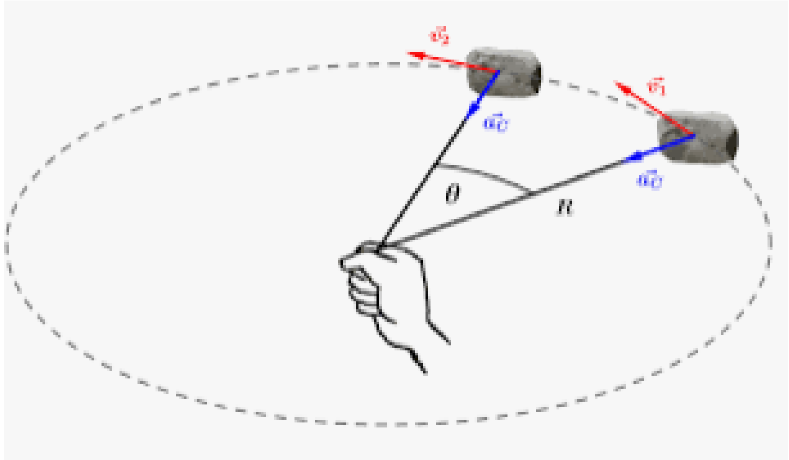
UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES

Física Mecánica

Rotación de cuerpos rígidos

Cinemática angular





Tema	Capítulo del libro
Rotación -Movimiento Circular	Capitulo 9: Rotación de Cuerpos Rígidos

Rotación de cuerpos rígidos
Cinemática angular

Cinemática: estudia los movimientos (su descripción) sin tener en cuenta las causas que lo provocan.

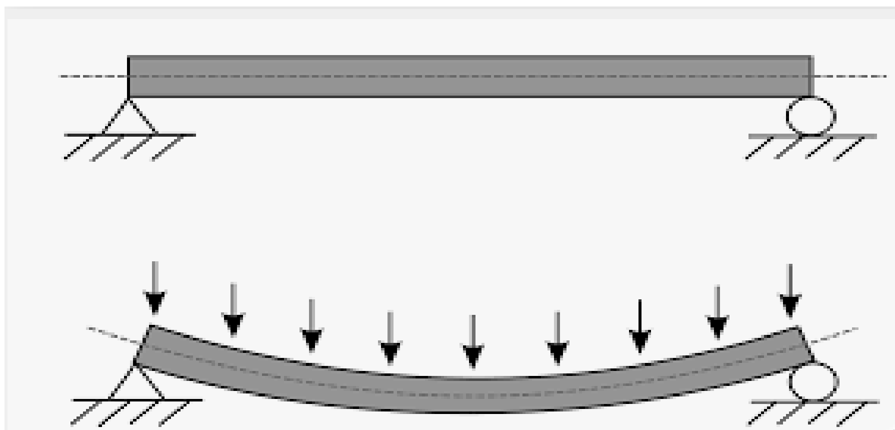
Rotación de cuerpos rígidos

- Movimiento en línea recta

- Movimiento circular

Rotación de cuerpos rígidos

Los cuerpos reales se deforman (estiran, aplastan, flexionan, etc) ante la aplicación de cargas → análisis complejo.



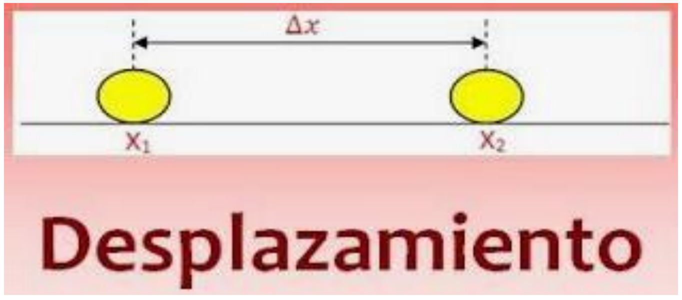
Definimos como **cuerpo rígido** a un cuerpo idealizado que permanece siempre con forma y tamaño definido, sin deformarse ante la aplicación de carga.

Rotación de cuerpos rígidos

En la vida cotidiana observamos y/o estamos relacionados mas con elementos en rotación que en traslación.

Ruedas, ejes, engranajes, motores, trompo, agujas de reloj, ventilador, rotación de la tierra, etc., etc.

LINEAL



ANGULAR

Rotación de cuerpos rígidos

Velocidad de rotación constante → Movimiento Circular Uniforme MCU

Aceleración constante (Velocidad de rotación varía uniformemente) → Movimiento Circular Uniformemente Variado MCUV

Rotación de cuerpos rígidos

Hasta ahora hemos visto los conceptos desplazamiento, velocidades y aceleraciones lineales.

Ahora los desplazamientos son ANGULARES, y debemos medir desplazamientos, velocidades y aceleraciones angulares.

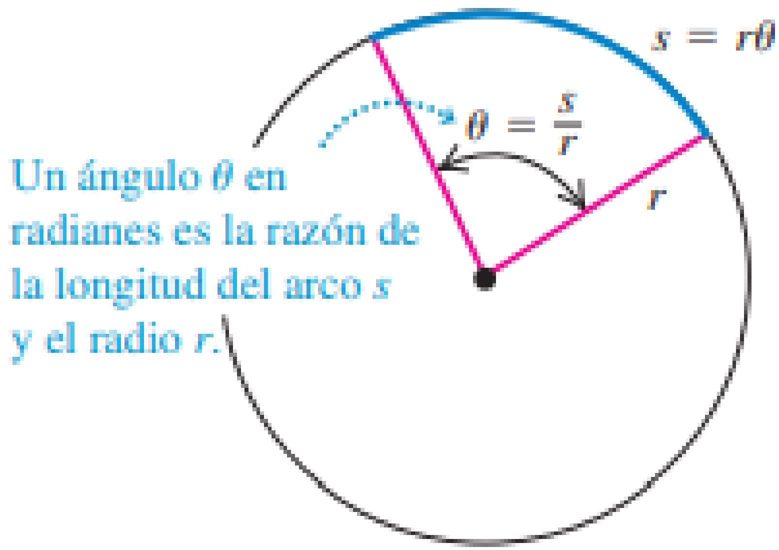
Además debemos relacionar esos valores angulares con los valores lineales correspondientes.

La unidad de medida angular en el SI es el **radian.**

Rotación de cuerpos rígidos

Definimos un ángulo en radianes como la razón entre el arco (generado por el ángulo) y el radio.

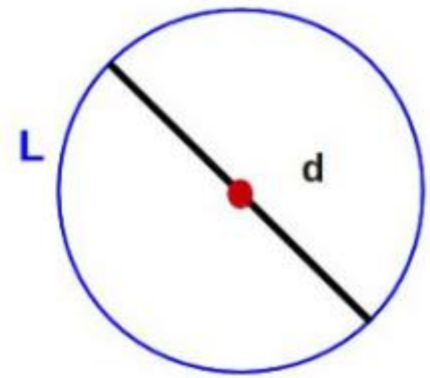
Dado un cierto ángulo θ.



$$\theta = \frac{s}{r} \quad \text{o sea} \quad s = r\theta$$

Un ángulo en radian es **adimensional**.

Rotación de cuerpos rígidos



L: longitud de la circunferencia

d: longitud del diámetro

$$\frac{L}{d} = \pi$$

Rotación de cuerpos rígidos

Entonces el arco generado en media vuelta es π veces el radio (π.r), y una vuelta completa (perímetro de un circulo) p=2.π.r

Para 1 revolución: $\theta = \frac{s}{r} = \frac{2.\pi.r}{r} = 2\pi$

1rev=2π rad=360°

π = 180°

π/2=90°

π/3=60°

Para saber si θ es + ó – adoptamos un sentido de giro. Por ejemplo: el sentido antihorario es (+) por lo tanto el sentido horario será (-).

Rotación de cuerpos rígidos

1) a) pasar a radianes: 30°, 60°, 75°,210°

b) pasar a grados sexagesimales los siguientes ángulos en radianes: 1; 2; π; $\frac{3}{4}.\pi$

a) $\theta = 30°. \frac{2.\pi}{360°} = 0{,}52$ $\theta = 60° =$.....

$\theta = 75° =$..... $\theta = 210° =$....

b) $\theta = 1. \frac{180°}{\pi} = 57{,}3$ $\theta = 2 =$....

$\theta = \pi =$..... $\theta = 3/4.\pi =$.....

Rotación de cuerpos rígidos

Velocidad angular media: se define como la razón del desplazamiento angular en el tiempo.

$$\boxed{\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$: desplazamiento angular

Si el tiempo Δt considerado es muy pequeño tenemos velocidad angular instantánea.

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}}$$

Velocidad angular instantánea

Rotación de cuerpos rígidos

Análisis de unidades:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \left[\frac{rad}{s} = \frac{1}{s}\right]$$

2) El brazo de una grúa gira 75° en 3s. Calcular su velocidad angular.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{75°}{3s} = \frac{75°}{3s} . \frac{\pi}{180°} = \dots\dots\dots$$

Rotación de cuerpos rígidos

Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Si la velocidad es constante → $\omega_{inst}=\omega_m$

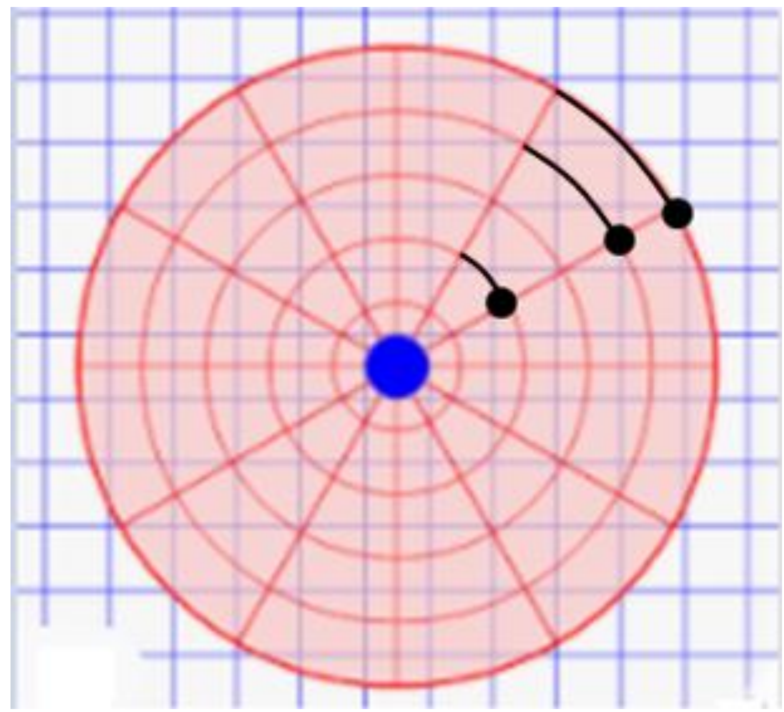
$\omega = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t}$ → $\boxed{\theta=\theta_0+\omega.\Delta t}$ Ecuación de posición u horaria

θ_0: Posición inicial

Rotación de cuerpos rígidos

En cualquier instante, todas las partes de un cuerpo rígido en rotación tienen la misma velocidad angular.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$



Rotación de cuerpos rígidos

3) El cigüeñal de un motor gira a 3600rpm. Calcular:

a)su velocidad angular en rad/s.

b)¿Qué ángulo barre (gira) en 1 decima de segundo?

4) Un volante necesita 3s para dar 38 vueltas. Calcular su velocidad angular.

Rotación de cuerpos rígidos

3) a) $\omega = 3600\,\frac{rev}{min} \cdot \frac{2.\pi}{1rev} \cdot \frac{1min}{60s} =$ ………

b) $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ → $\Delta\theta = \omega\ .\ \Delta t =$………..

$\Delta t = 1/10\ s$

4) $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ $\Delta\theta = 38rev.\frac{2.\pi}{1rev} =$………

$\omega =$ ………………

Rotación de cuerpos rígidos

Si cambia la velocidad angular de un cuerpo → tiene **aceleración angular** α

Aceleración angular media: se define como la razón del cambio de velocidad angular en el tiempo.

$$\boxed{\alpha_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}}$$

$\Delta\omega = \omega_f - \omega_i$: cambio de ω angular

Rotación de cuerpos rígidos

Si el tiempo Δt considerado es muy pequeño tenemos aceleración angular instantánea.

$$\boxed{\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}}$$

Aceleración angular instantánea

Análisis de unidades:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [\frac{rad/s}{s} = \frac{rad}{s^2} = \frac{1}{s^2}]$$

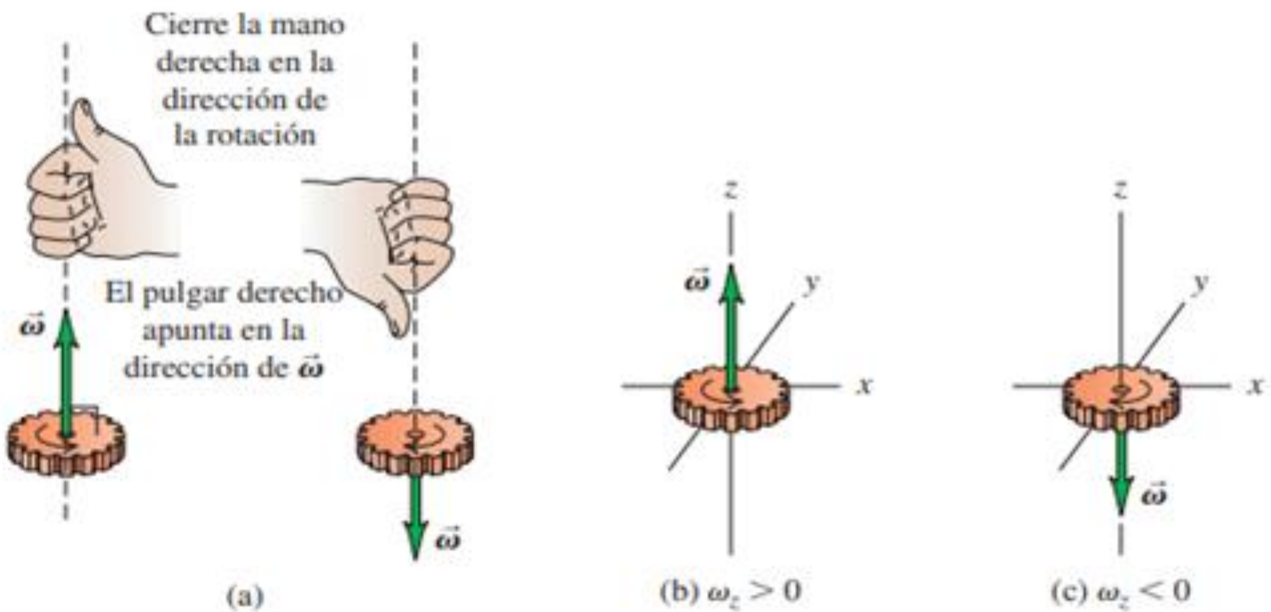
Rotación de cuerpos rígidos

5) Una rueda de 90cm de diámetro parte del reposo y va aumentando su velocidad uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de 100rad/s en 20s. Calcular su aceleración angular α.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{100rad/s - 0}{20s} = \ldots\ldots\ldots$$

Rotación de cuerpos rígido

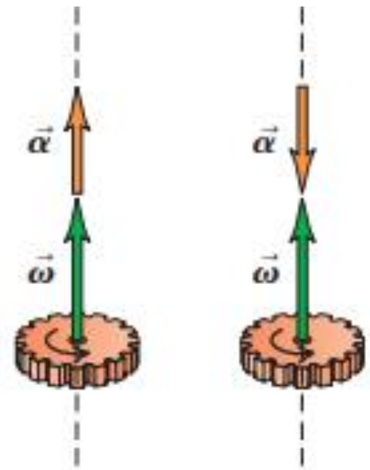
Tanto la velocidad angular ω como la aceleración angular α son **magnitudes vectoriales**.



(a) Regla de la mano derecha para determinar la dirección del vector de velocidad angular $\vec{\omega}$. Si se invierte el sentido de la rotación se invierte la dirección de $\vec{\omega}$. Si la rotación es sobre el eje z, el signo de ω_z dependerá de si $\vec{\omega}$ apunta (b) en la dirección $+z$ o (c) en la dirección $-z$.

Rotación de cuerpos rígidos

Representación del vector aceleración angular (α)



Acelerándose   Frenando

Cuando el eje de rotación es fijo, los vectores de aceleración angular y velocidad angular están sobre ese eje.

$\alpha > 0$ (+) $\alpha < 0$ (-)

Rotación de cuerpos rígidos

Movimiento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

- Si α = cte → ω varia uniformemente
- $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{\Delta t}$ (1) → $\underline{\omega_f = \omega_0 + \alpha . \Delta t}$ (2) Ecuación de velocidad angular
- Se definió: $\omega_m = \frac{\theta_f - \theta_0}{\Delta t}$ (3)
- Sí α =cte, ω_{med} entre 2 ptos es: $\omega_m = \frac{\omega f + \omega i}{2}$ (4)
- Igualando (3) y (4); $\frac{\theta_f - \theta_0}{\Delta t} = \frac{\omega f + \omega i}{2}$ y reemplazando ω_f por (2) obtenemos:
- $\underline{\theta = \theta_0 + \omega_0 \, \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \, \Delta t^2}$ (5) Ecuación horaria o de posición

(2) y (5) son válidas si α =constante

Rotación de cuerpos rígidos

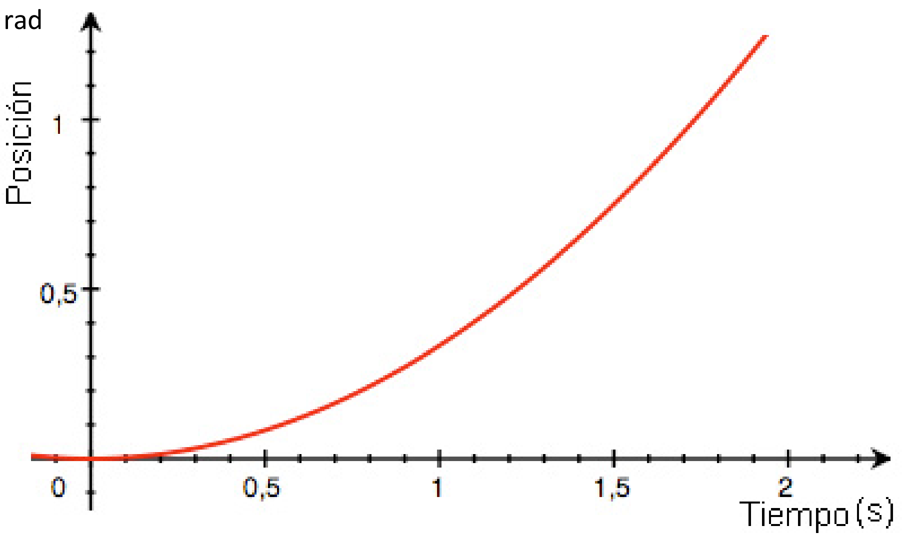
Gráfica de posición

- $\theta = \theta_0 + \omega_0 \, \Delta t + \frac{1}{2} \, \alpha \, \Delta t^2$; esta ecuación nos permite conocer la posición angular de una partícula o un punto de un cuerpo rígido en un instante determinado, si esta se mueve con MCUV.
- Esta ecuación corresponde a una representación parabólica.
- Por lo tanto la gráfica θ vs t dependerá de los valores que tomen θ_0, ω_0 y α.

Rotación de cuerpos rígidos

- Esta gráfica θ vs t es tan solo un ejemplo de los distintos casos que se pueden presentar en MCUV según las condiciones iniciales.
- Para este caso:

$$\theta_0=0,\ \omega_0=o\ y\ \alpha>0$$



Rotación de cuerpos rígidos

- Por último, despejando de (2) y (5) podemos sacar Δt de las ecuaciones y obtenemos la ecuación auxiliar:
- $\omega^2 = \omega_i^2 + 2.\,\alpha.\Delta\theta$ (escalar)

- Resumiendo: $\theta = \theta_0 + \omega_0\,\Delta t + \frac{1}{2}\,\alpha\,\Delta t^2$ (Ec. Horaria)

$\omega_f = \omega_0 + \alpha.\Delta t$ (Ec. Velocidad)

$\omega_{med} = \frac{\omega f + \omega i}{2}$

$\omega^2 = \omega_i^2 + 2.\,\alpha.\Delta\theta$ (Ec. Auxiliar)

Rotación de cuerpos rígidos

Comparación entre movimiento lineal (MRUV) y angular (MCUV) con aceleración constante		
	MRUV	MCUV
	a = Constante	α = Constante
Ecuación de velocidad	$v_f = v_i + a.\Delta t$	$\omega_f=\omega_0+\alpha.\Delta t$
Ecuación horaria o de posición	$x = x_i + v_i\ \Delta t + \frac{1}{2}\ a\ \Delta t^2$	$\theta = \theta_0 + \omega_0\ \Delta t + \frac{1}{2}\ \alpha\ \Delta t^2$
Ecuación Auxiliar	$v^2 = v_i^2 + 2.a.\Delta x$	$\omega^2 = \omega_i^2 + 2.\ \alpha.\Delta\theta$

Rotación de cuerpos rígidos

6) Una rueda de bicicleta tiene una velocidad angular inicial de 1,5rad/s. Si su aceleración angular es constante e igual a 0,3 $1/s^2$.

a) ¿Qué velocidad angular tiene a los 2,5s?

b) ¿Qué ángulo gira la rueda entre 0s y 2,5s?

a) $\omega = \omega_0 + \alpha.\Delta t = 1{,}5\ 1/s + 0{,}31\ rad/s^2\ .\ 2{,}5s$

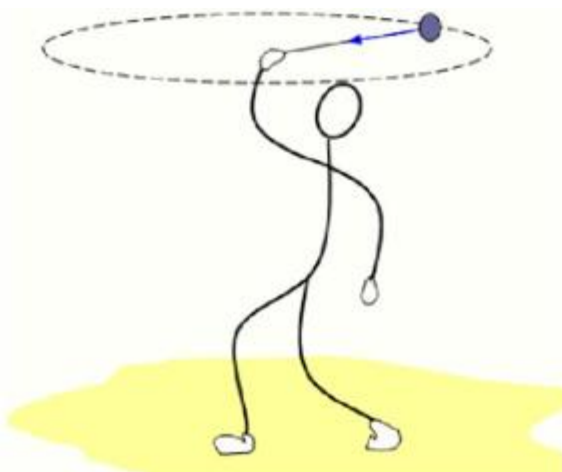
$\omega =$ …………..

b) $\theta = \theta_0 + \omega_0\ \Delta t + \frac{1}{2}\ \alpha\ \Delta t^2 =$ ………………

Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

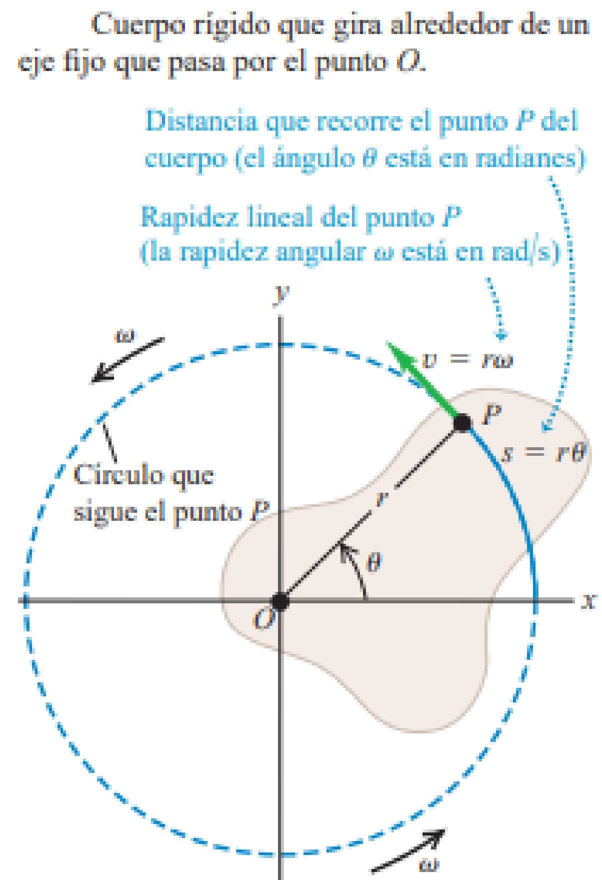
Objeto gira sobre un eje fijo. P es un punto del objeto.

$$s = r.\theta$$



$$\frac{ds}{dt} = r.\frac{d\theta}{dt}$$

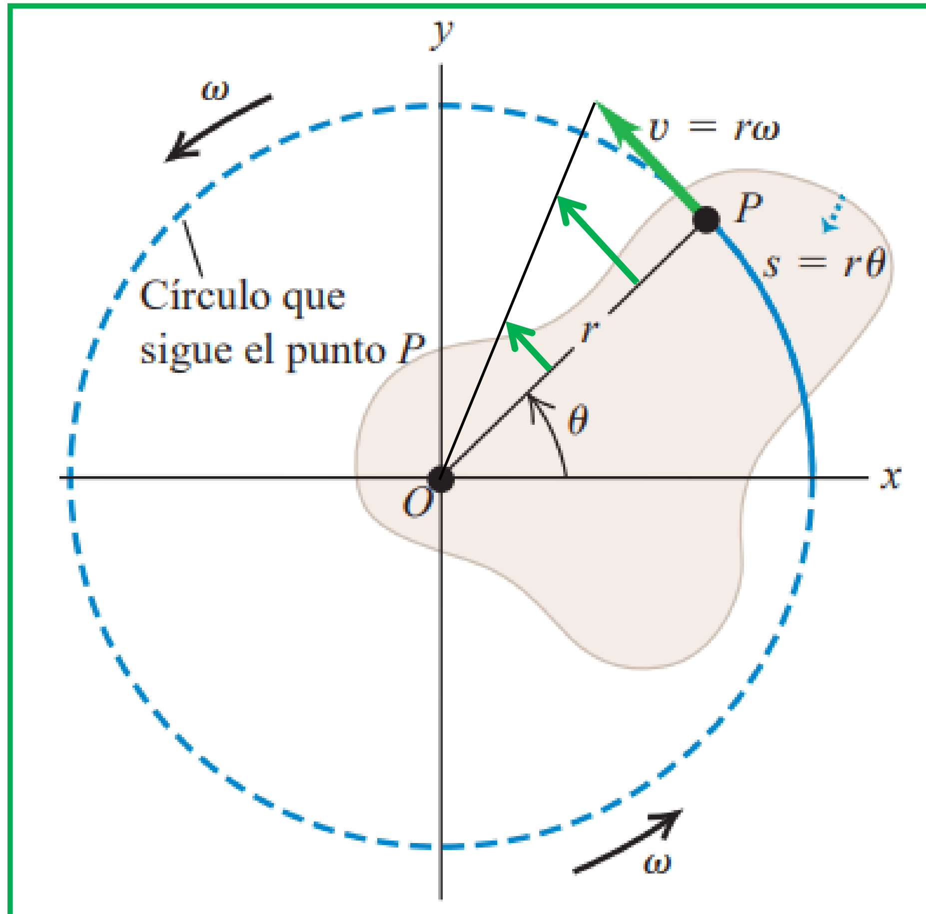
$$v_{tg} = r.\omega$$



Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

$v_{tg} = r.\omega$

Perfil de velocidad tangencial



Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

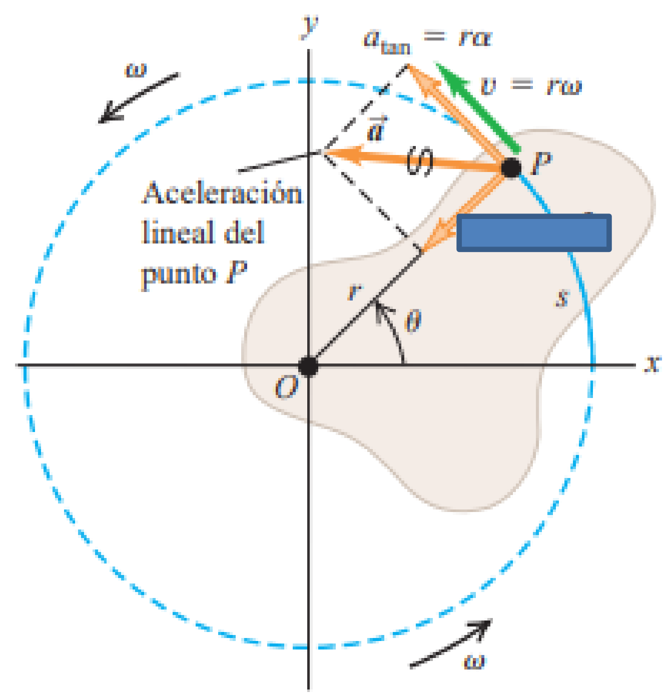
Si el objeto tiene ω variable

$$v_{tg} = r.\omega$$

$$\frac{dv}{dt} = r.\frac{d\omega}{dt}$$

$$a_{tg} = r.\alpha$$

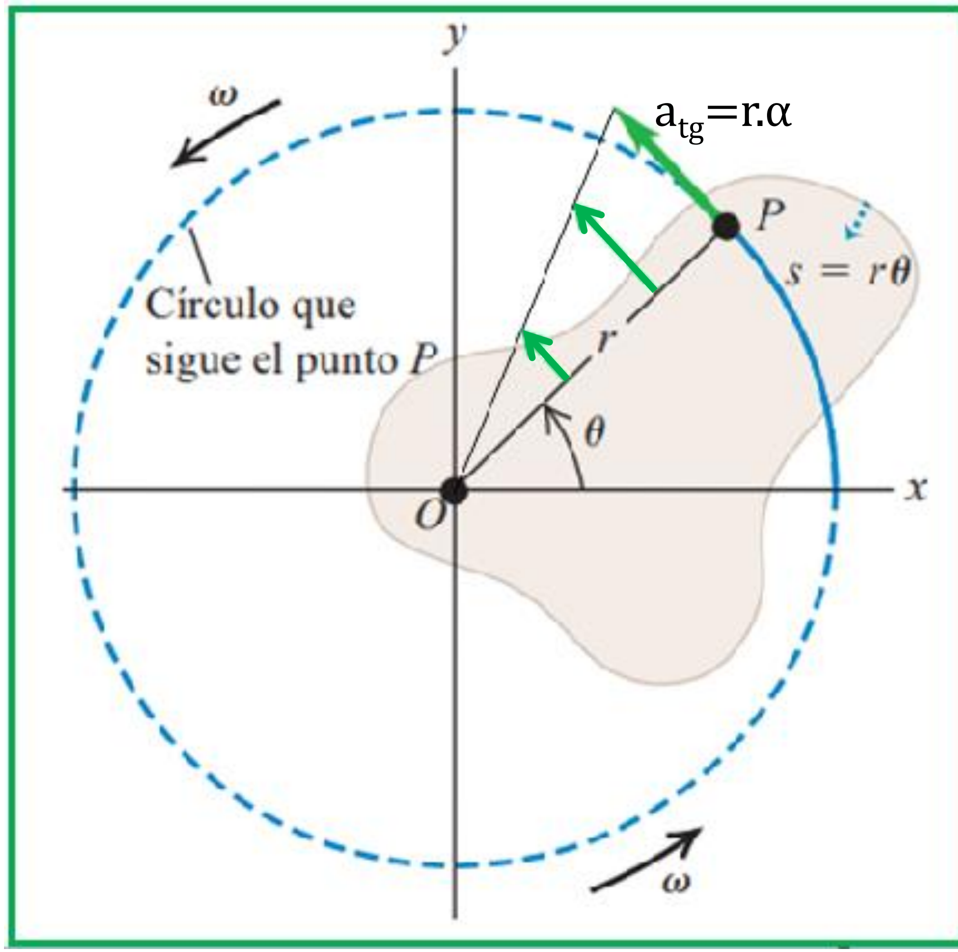
- $a_{tan} = r\alpha$ significa que la rotación de P está aumentando (el cuerpo tiene aceleración angular).



Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

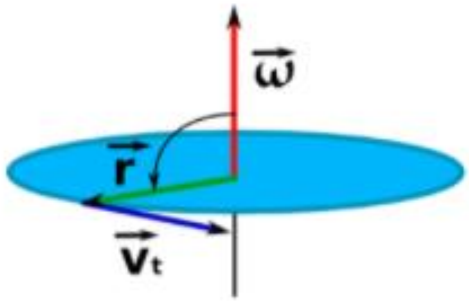
$a_{tg}=r.\alpha$

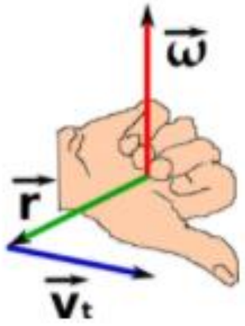
Perfil de aceleración tangencial

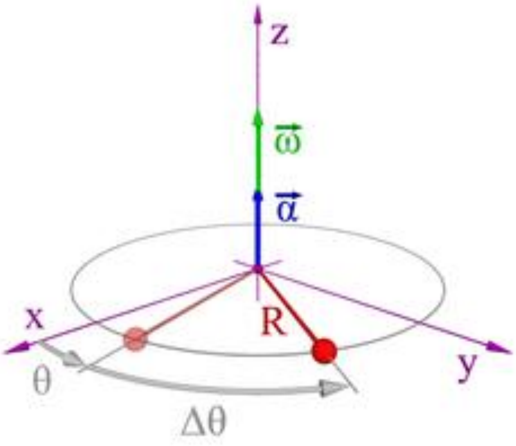


Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

$$\vec{v}_t = \vec{\omega} \times \vec{r}$$







Rotación de cuerpos rígidos
Relación entre cinemática lineal y angular

Supongamos un objeto girando a ω constante.

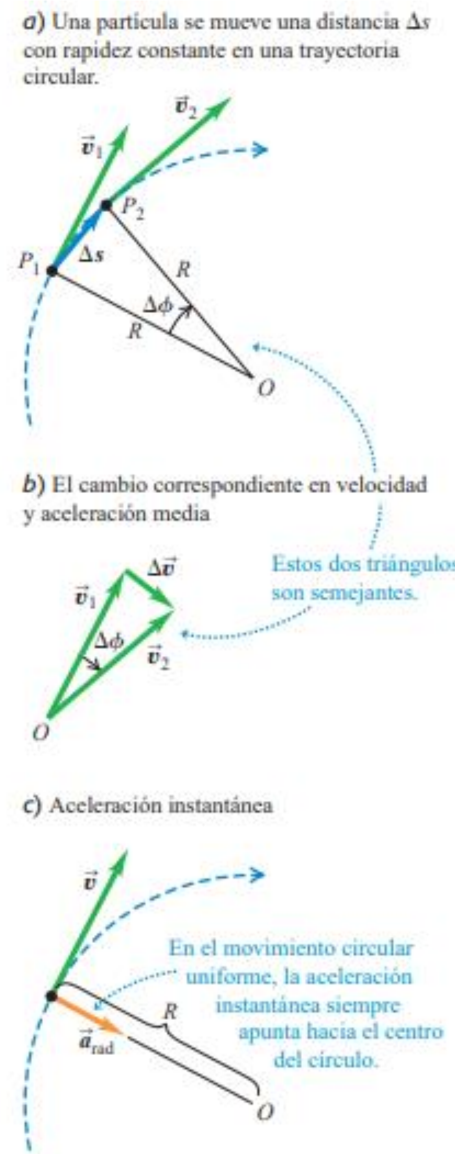
Por semejanza de triángulos:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v_1} = \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow |\Delta\vec{v}| = \frac{v_1}{R}\Delta s$$

Divido por Δt $\quad a_{\text{med}} = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t}$

Δt→0: $\quad a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v_1}{R}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1}{R}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$\boxed{a_{\text{rad}} = \frac{v^2}{R}}$$



Rotación de cuerpos rígidos

Relación entre cinemática lineal y angular

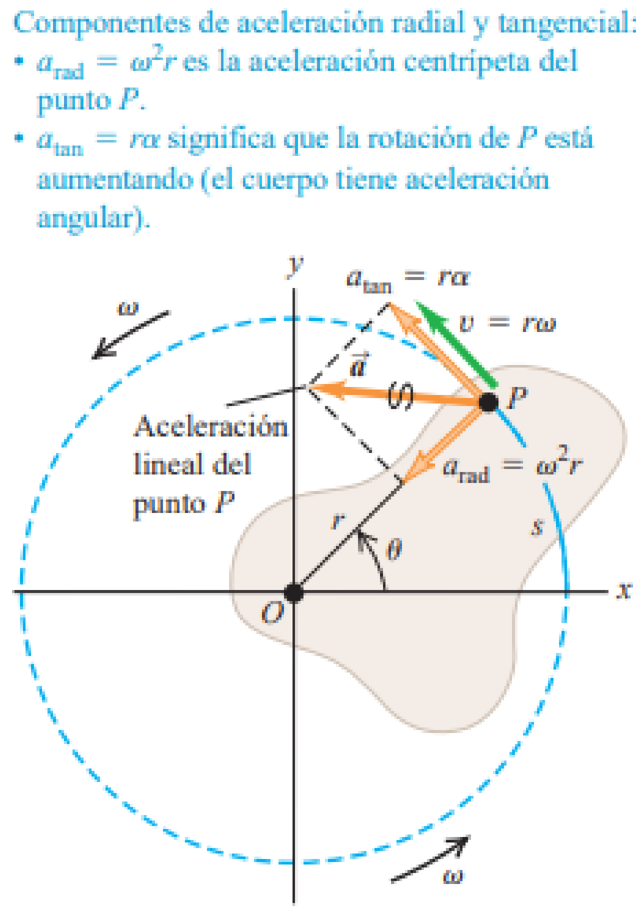
$a_{rad} = \frac{v^2}{r}$, por otro lado:

$v = \omega . r$ $\rightarrow v^2 = \omega^2 . r^2$

Entonces:

$$\boxed{a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 . r}$$

$a_r = a_c = a_N$



Rotación de cuerpos rígidos

Relación entre cinemática lineal y angular

Análisis de unidades:

$$v_{tg} = r.\omega \quad [m.\frac{rad}{s} = \frac{m}{s}]$$

$$a_{tg} = r.\alpha \quad [m.\frac{rad}{s^2} = \frac{m}{s^2}]$$

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2.r \quad [\left(\frac{m^2}{s^2}\right).\frac{1}{m} = \left(\frac{rad^2}{s^2}\right).m = \frac{m}{s^2}]$$

Rotación de cuerpos rígidos

7) Un volante de 0.30m de radio parte del reposo y acelera con aceleración angular constante de 0.60rad/s^2. Calcule la magnitud de las aceleraciones tangencial y radial y de la aceleración resultante de un punto en su borde a) al principio; b) después de girar 60°; c) después de girar 120°.

8) Un ventilador eléctrico de 0.75m de diámetro, instalado en el techo, gira sobre un eje fijo con velocidad angular inicial de 0.25rev/s. La aceleración angular es de 0.90rev/s^2. a) Calcule la velocidad angular después de 0.20s. b) ¿Cuántas revoluciones giró un aspa en este tiempo? c) ¿Qué rapidez tangencial tiene un punto en la punta del aspa en t=0.20s? d) ¿Qué magnitud tiene la aceleración resultante de un punto en la punta del aspa en t=0.20 s?

Rotación de cuerpos rígidos

7) a) $\theta=0°$ $a_{tg}=\alpha.r= 0{,}60rad/s^2.0{,}3m=.....$

$a_r=\frac{v^2}{r}=.....$

$a = a_{tg}\ \vec{tg} + a_r\ \vec{r}$

$a=\sqrt{{a_{tg}}^2+{a_r}^2}=$

b) $\theta=60°.\frac{\pi}{180°}=......$

$a_{tg}=\alpha.r=0{,}60rad/s^2.0{,}3m=.......$

$a_r=\frac{v^2}{r}=\omega^2.r$

$\omega^2={\omega_0}^2+2.\ \alpha.\Delta\theta=$

$a=\sqrt{{a_{tg}}^2+{a_r}^2}=$

Rotación de cuerpos rígidos

8) a) $\omega_{0,2S}=\omega_0+\alpha.\Delta t=0,25\ 1/s+\ 0,90rev/s^2.\ 0,20s=$…….

b) $\theta = \theta_0 + \omega_0\ \Delta t + \frac{1}{2}\ \alpha\ \Delta t^2$

$\theta = 0+0,25\ 1/s.\ 0,20s+1/2.\ 0,90rev/s^2.(0,20s)^2$

$\theta =$ …… . $\frac{1rev}{2.\pi}$ = …….

c) $v=\omega_{0,2s}.r=$……

d) $a= \sqrt{{a_{tg}}^2 + ar^2}$

Vamos a Practicar …

¿Listos?

Ejercicio Nº 1:

Una hélice de avión gira a 1900 rpm.

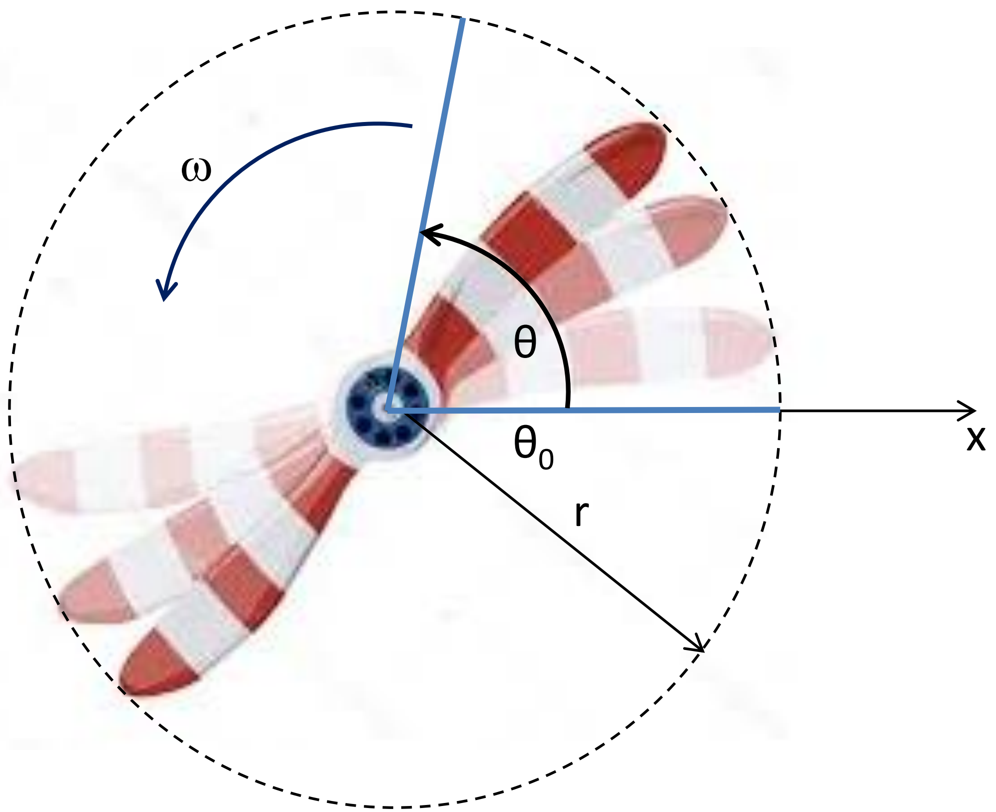
a) Calcular su velocidad angular en rad/s.

b) Cuántos segundos tarda la hélice en girar 35º, y cual es la longitud del arco generado por este ángulo en el extremo de la hélice?

c) Si la longitud total de la hélice es de 1 m, calcular la velocidad tangencial y angular de un punto en el extremo de la misma.

d) Determinar los valores de las aceleraciones del sistema.

e) Graficar los vectores velocidades y aceleraciones.



Ejercicio Nº 1:

a) Calcular su velocidad angular en rad/s.

$$\omega = \frac{1900\ \text{rev}}{1\ \text{min}} \cdot \frac{2.\pi\ \text{rad}}{1\ \text{rev}} \cdot \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}}$$

b) Cuántos segundos tarda la hélice en girar 35°, y cual es la longitud del arco generado por este ángulo en el extremo de la hélice?

La ecuación horaria del movimiento circular será:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \,.\, (t - t_0) + ½ \,.\, \alpha \,.(t - t_0)^2$$

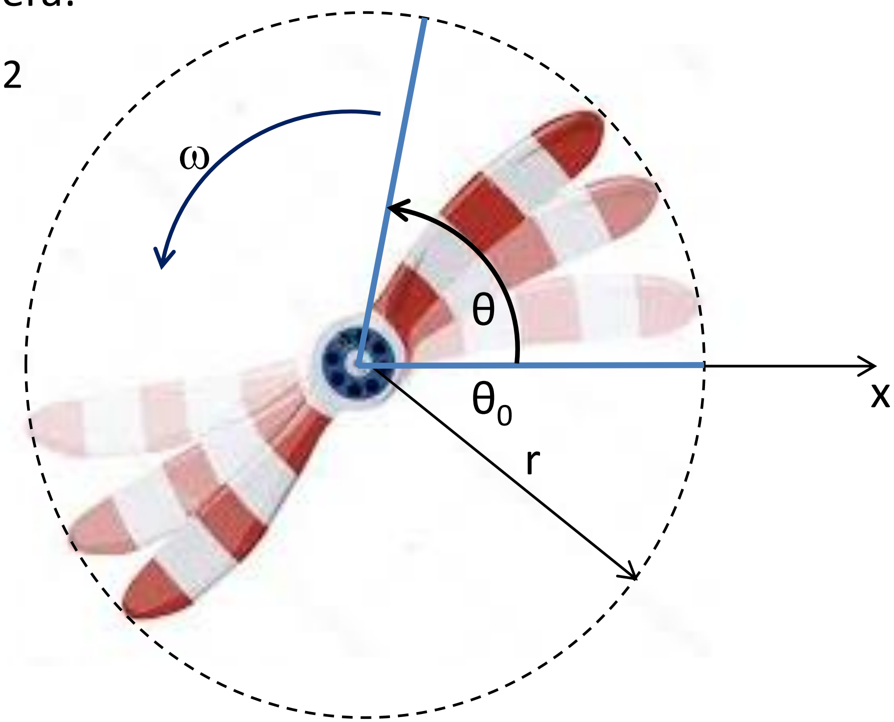
Como $\theta_0 = 0$; $t_0 = 0$; $\alpha = 0$; ω = cte.

$\theta = \omega \,.\, t$; [rad]

$t = \theta / \omega$; [s]

La longitud del arco (S) será:

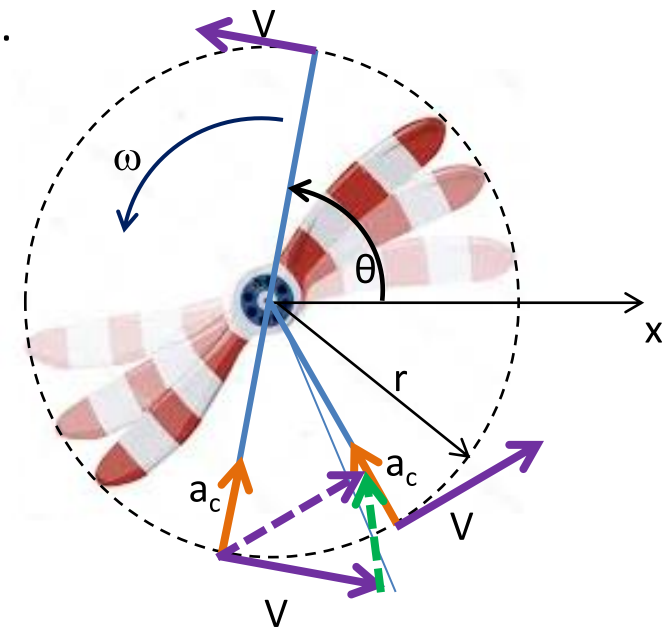
$S = \theta \,.\, r$; [m]



Ejercicio Nº 1:

c) Si la longitud total de la hélice es de 1 m, calcular la velocidad tangencial y angular de un punto en el extremo de la misma.

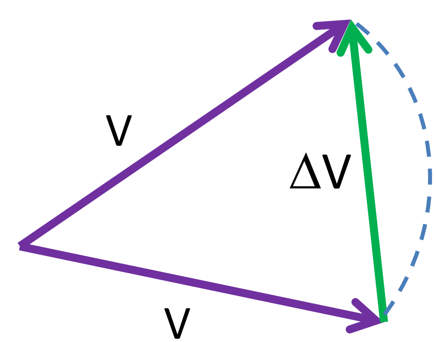
d) Determinar los valores de las aceleraciones del sistema.



c) Relación entre velocidad tangencial y velocidad angular;

$$V = \omega \, . \, r \quad ; \qquad [m/s]$$

d) La aceleración en el movimiento circular se compone de dos partes. Una debido a la variación del módulo de la velocidad respecto al tiempo (tangencial, a_t) y otra debido a la variación de la dirección del vector velocidad respecto al tiempo (radial o centrípeta, a_r ó a_c).

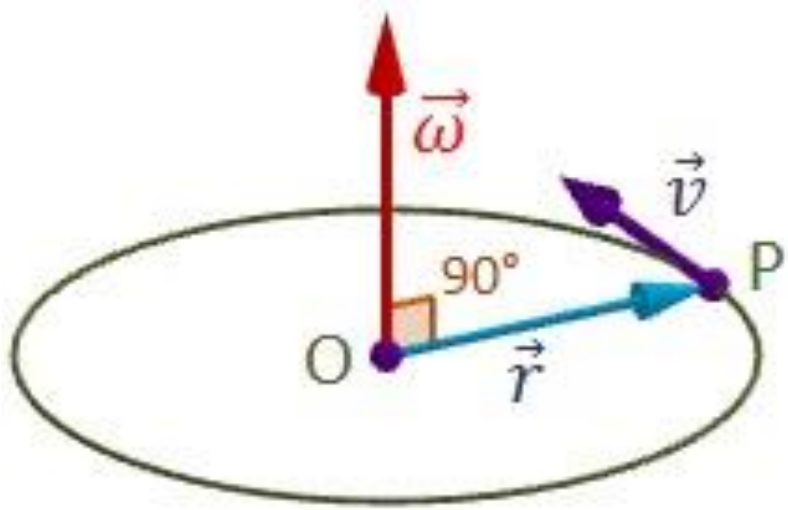


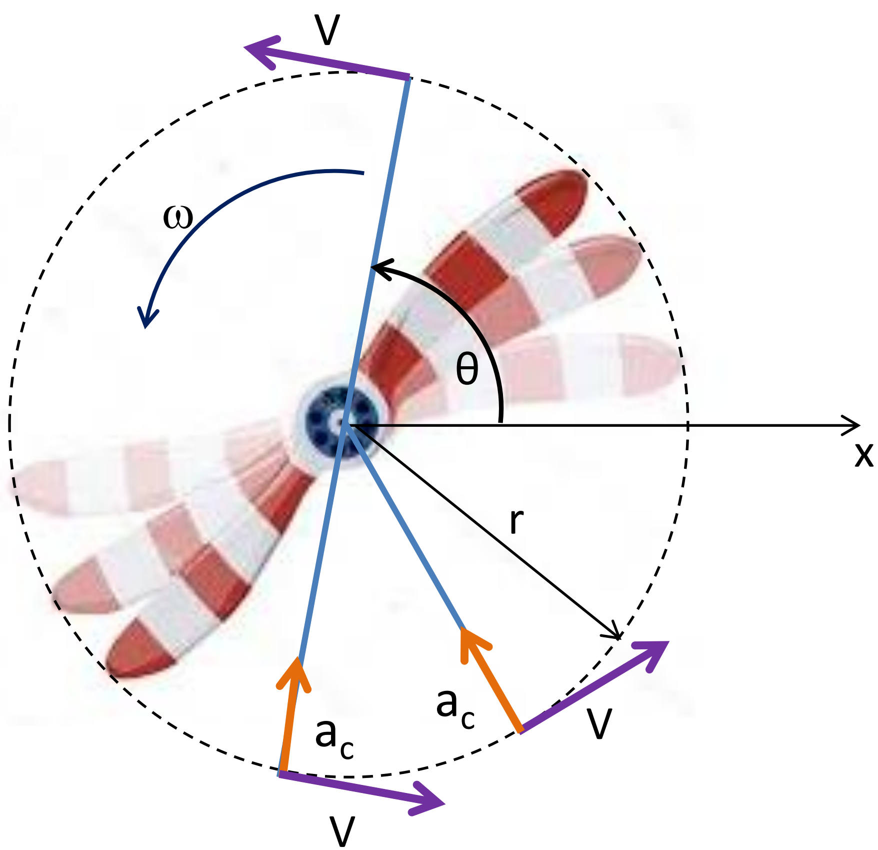
Cuando no hay variación del módulo de la velocidad respecto al tiempo (movimiento circular uniforme), sólo habrá a_c.

$$a_c = V^2 / \, r \quad ; \;\; [m/s^2]$$

Ejercicio Nº 1:

e) Graficar los vectores velocidades y aceleraciones.



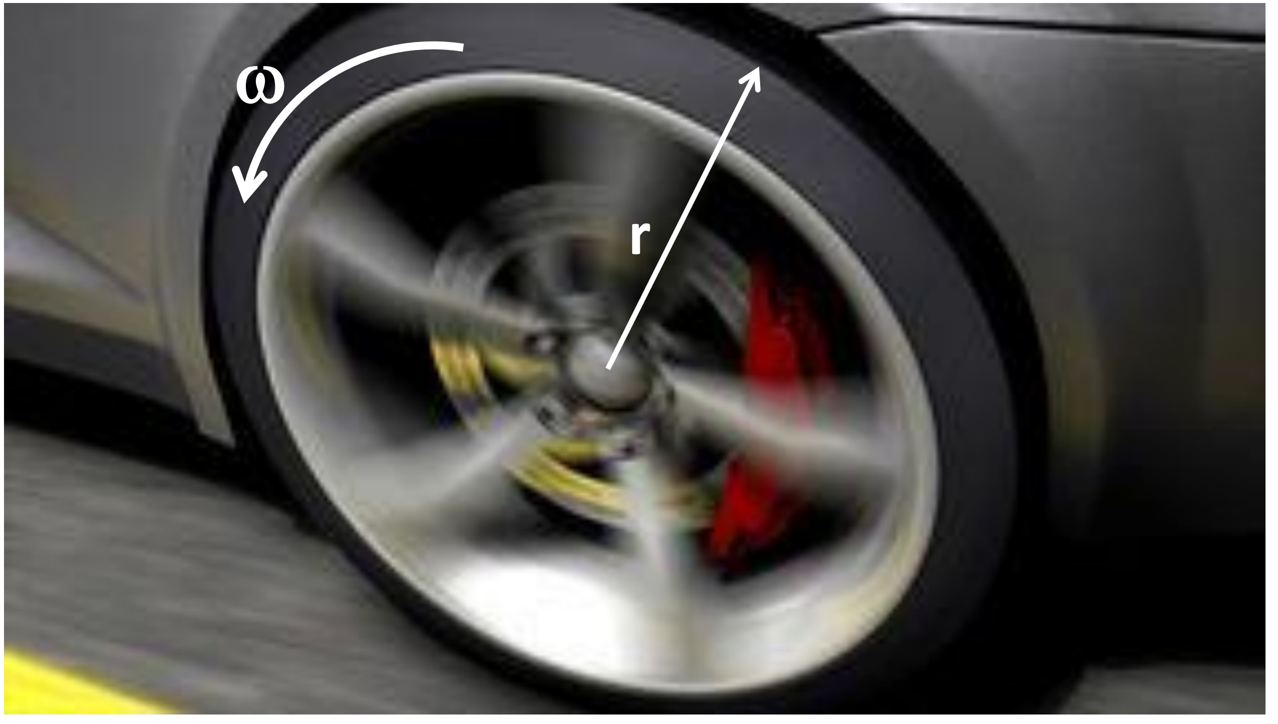


Ejercicio Nº 2

Una rueda gira con velocidad angular constante de 6 rad/s:

a) Calcular la aceleración radial de un punto que está a 0,5 m del eje.

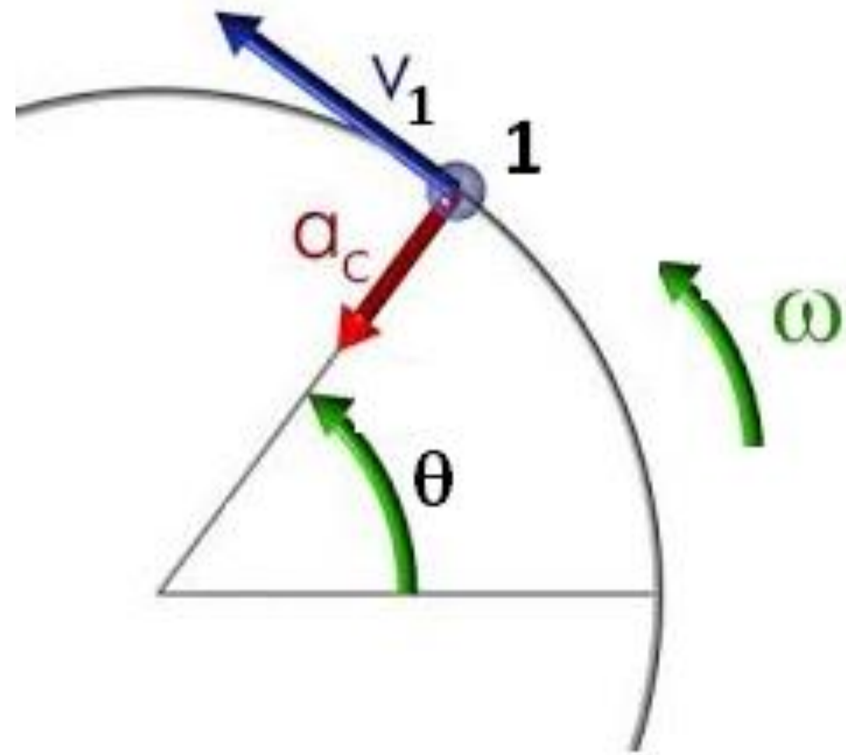
b) Graficar los vectores velocidades y aceleraciones.



Ejercicio Nº 2

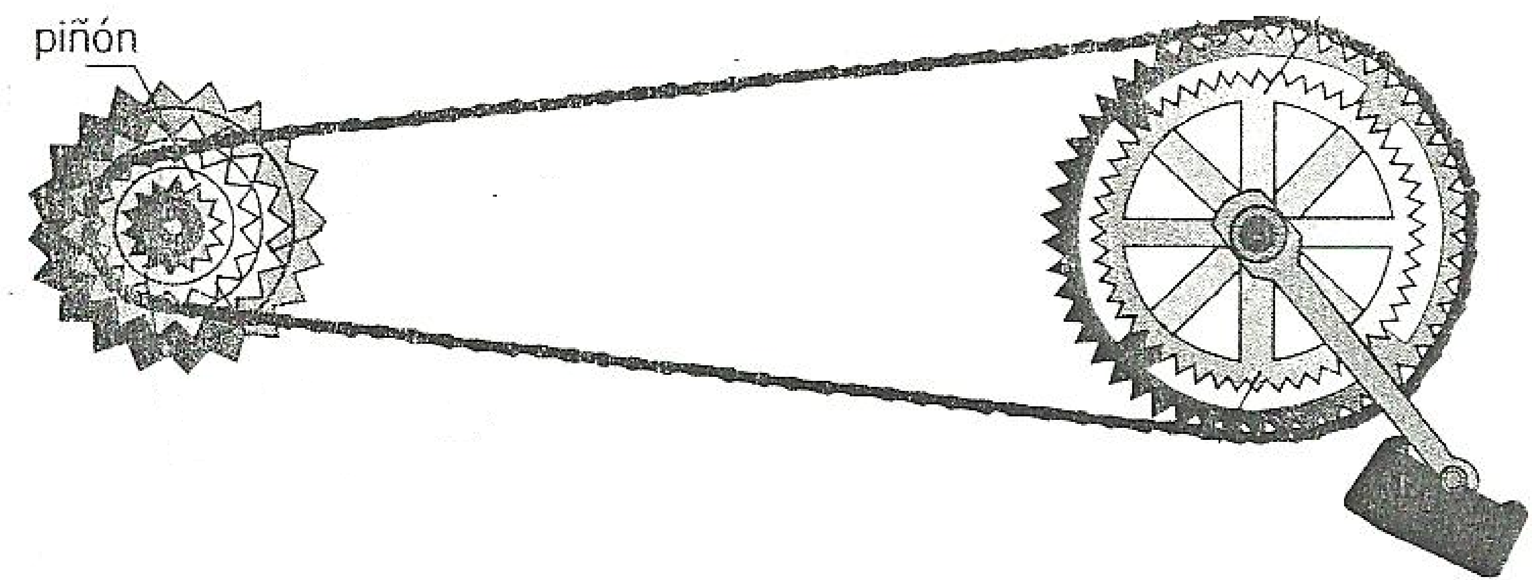
a) Calcular la aceleración radial de un punto que está a 0,5 m del eje.
b) Graficar los vectores velocidades y aceleraciones.

$a_c = a_r = V^2 / r$;
$[m/s^2]$



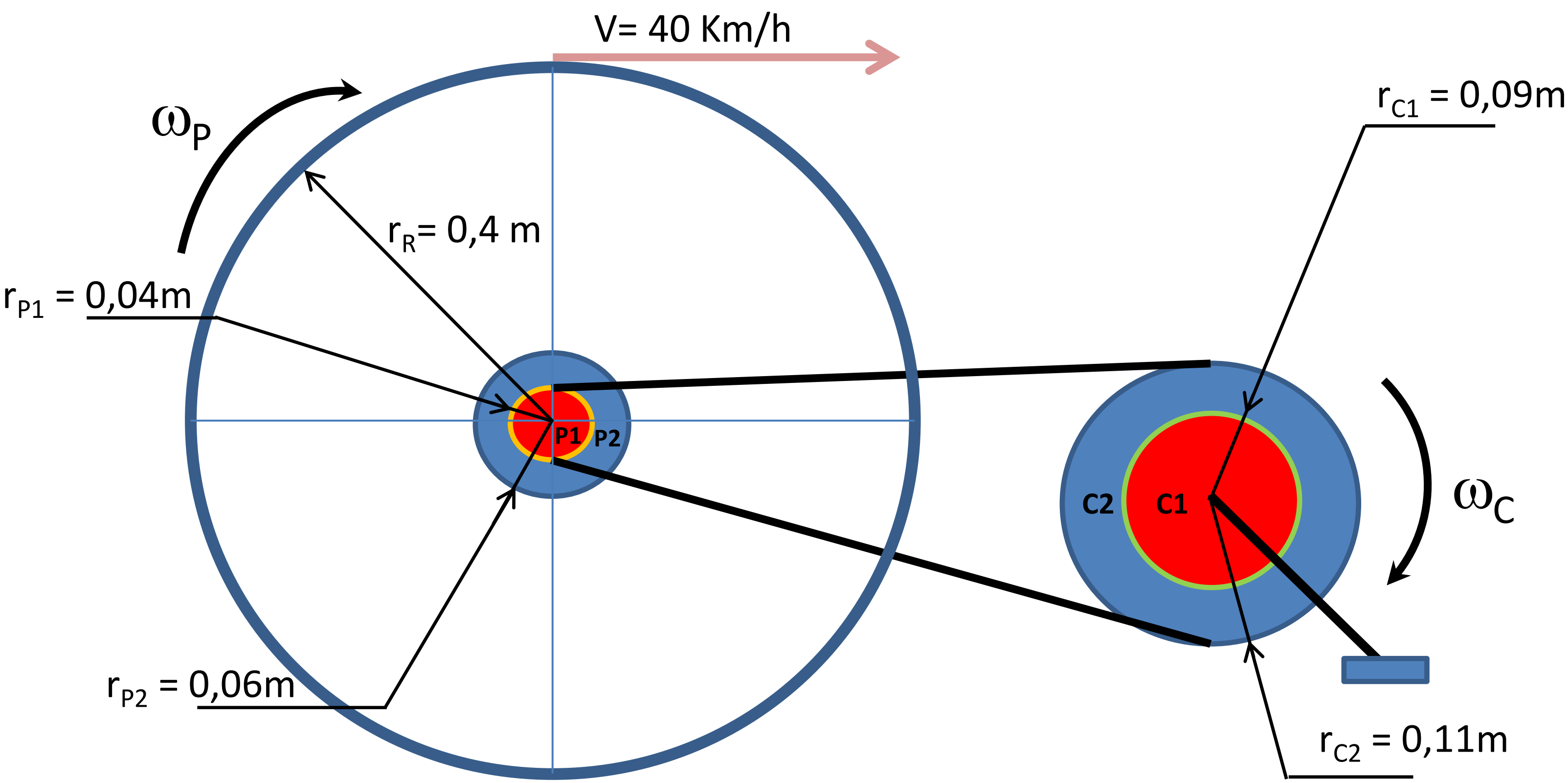
Ejercicio Nº 7

Una bicicleta de carrera posee 2 piñones de 8 y 12cm de diámetro respectivamente y dos coronas de 18 y 22 cm de diámetro con un sistema de cambios que puede lograr todas las combinaciones posibles de velocidades. Si la bicicleta se encuentra suspendida y se quiere dar a las ruedas una velocidad tangencial constante de 40 Km/h, siendo el radio de las ruedas de 40cm. Determinar que velocidad angular se debe imprimir a los pedales en las diferentes posiciones de los cambios, para lograr dicha velocidad.



Ejercicio Nº 4

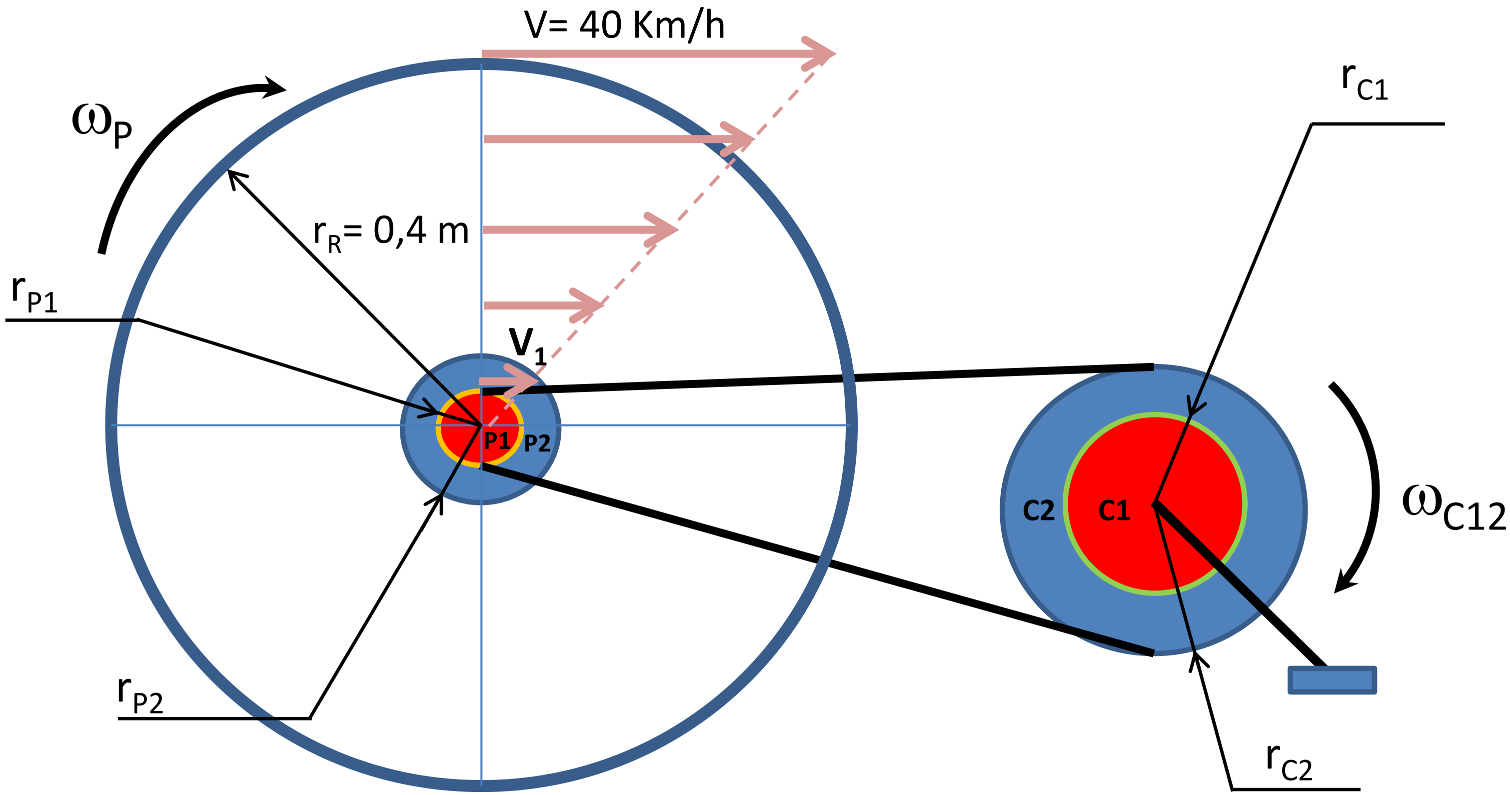
Las medidas de los radios y los valores de velocidades se representan así:



Ejercicio Nº 4

Sabiendo que la relación entre velocidad tangencial (V) y velocidad angular (ω) es:

$$V = \omega \,.\, r \quad ; \qquad [m/s]$$



La velocidad angular permanece constante en toda la rueda; entonces:

$$\omega_P = V \,/\, r_R \quad ; \qquad [rad/s] \quad \Rightarrow \omega_P = \; ....$$

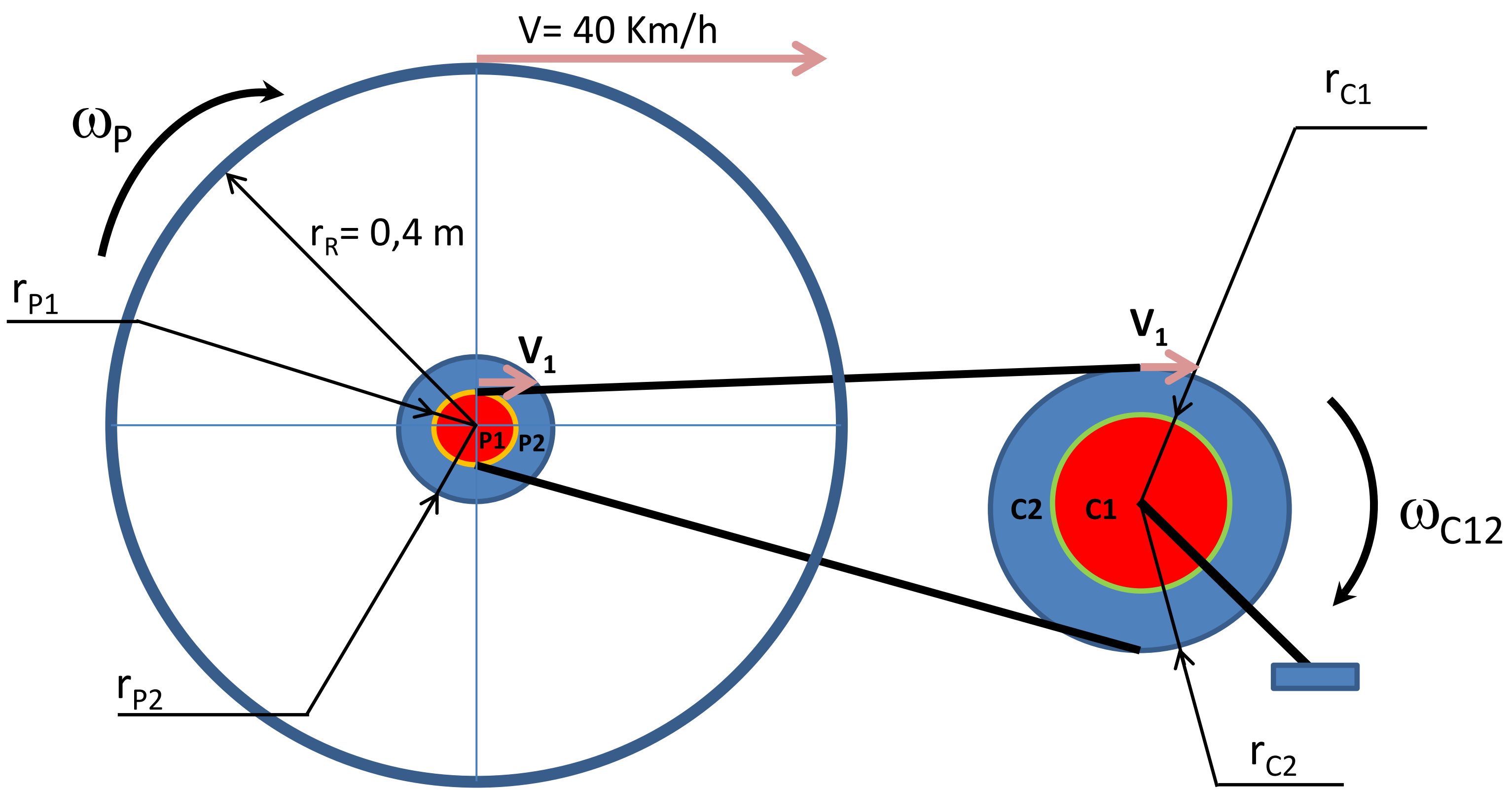
Ejercicio Nº 4

Luego:

$$V_1 = \omega_P \,.\, r_{P1}$$

La velocidad tangencial permanece constante en la cadena de transmisión; entonces:

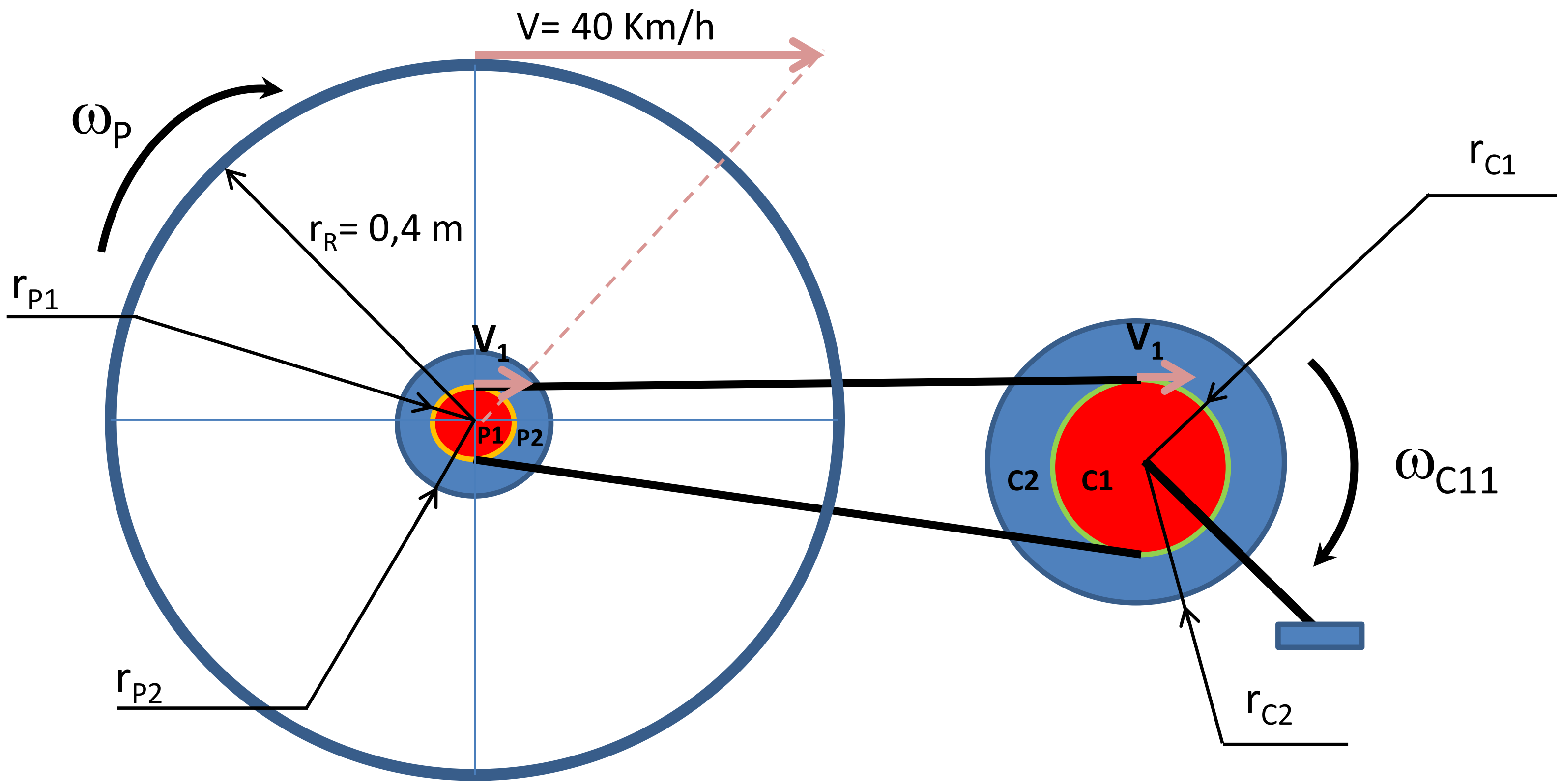
$$\omega_{C12} = V_1 \,/\, r_{C2} \quad ; \qquad [rad/s] \quad \Rightarrow \omega_{C12} = \; ....$$



Ejercicio Nº 4

Así:

$$\omega_{C11} = V_1 / r_{C1} \quad ; \qquad [rad/s] \quad \Rightarrow \omega_{C11} = \; ....$$



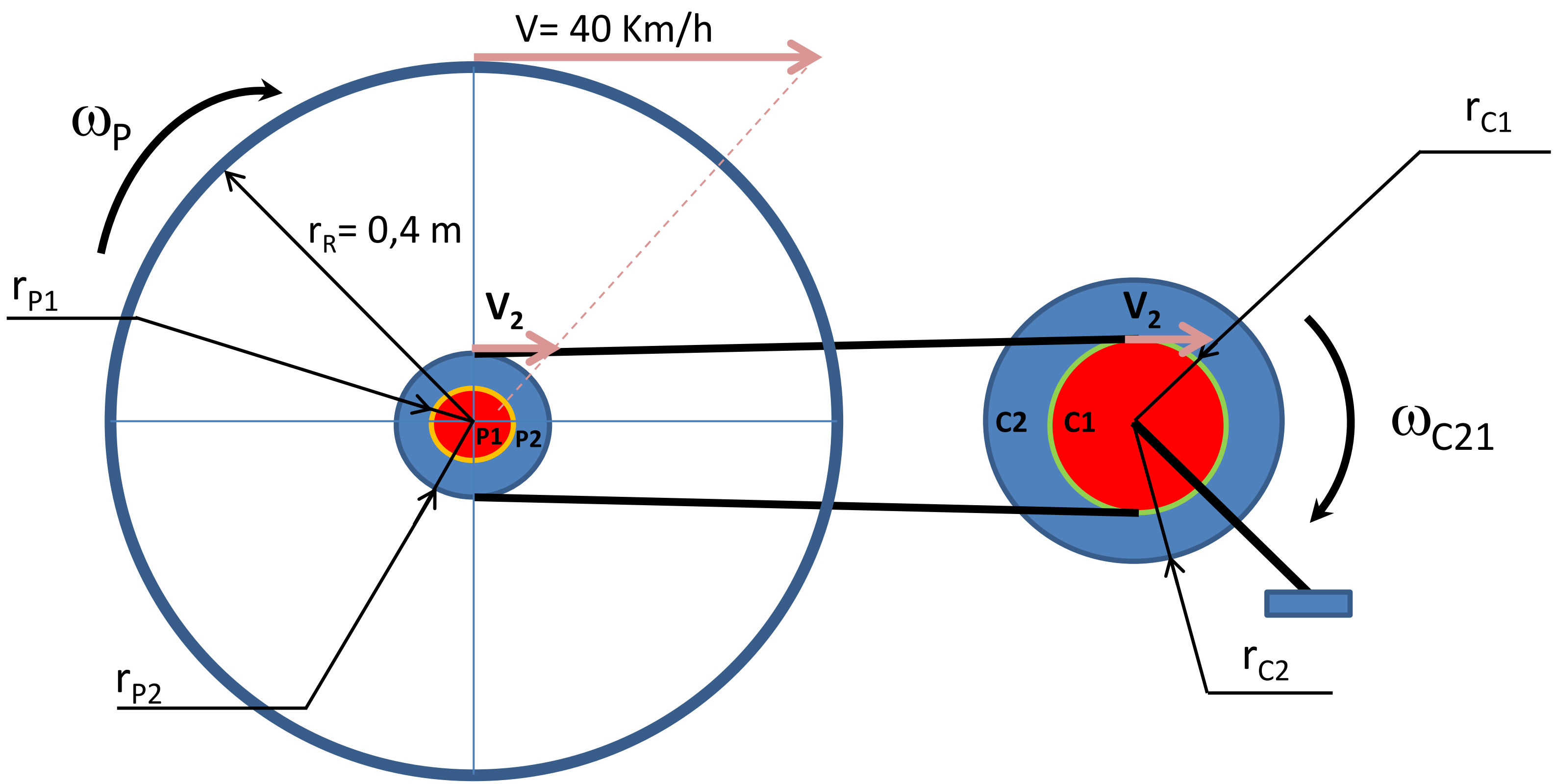
Ejercicio Nº 4

Así:

$$V_2 = \omega_P \cdot r_{P2}$$

Y:

$$\omega_{C21} = V_2 / r_{C1} \quad ; \qquad [rad/s] \quad \Rightarrow \omega_{C21} = \ ....$$



MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

Ejercicio Nº 8: Imagine que acaba de ver una película en DVD y el disco se esta deteniendo. La velocidad angular del disco en t=0 s es de 27,5 rad/s y su aceleración angular es constante de (-10 rad/s^2). Una línea PQ en la superficie del disco esta a lo largo del eje +x en t=0 (ver figura).

a) Determinar qué velocidad angular tiene el disco en t = 0,3 s.

b) Determinar qué ángulo forma la línea PQ con el eje +x en ese instante, y cuántas revoluciones giró.

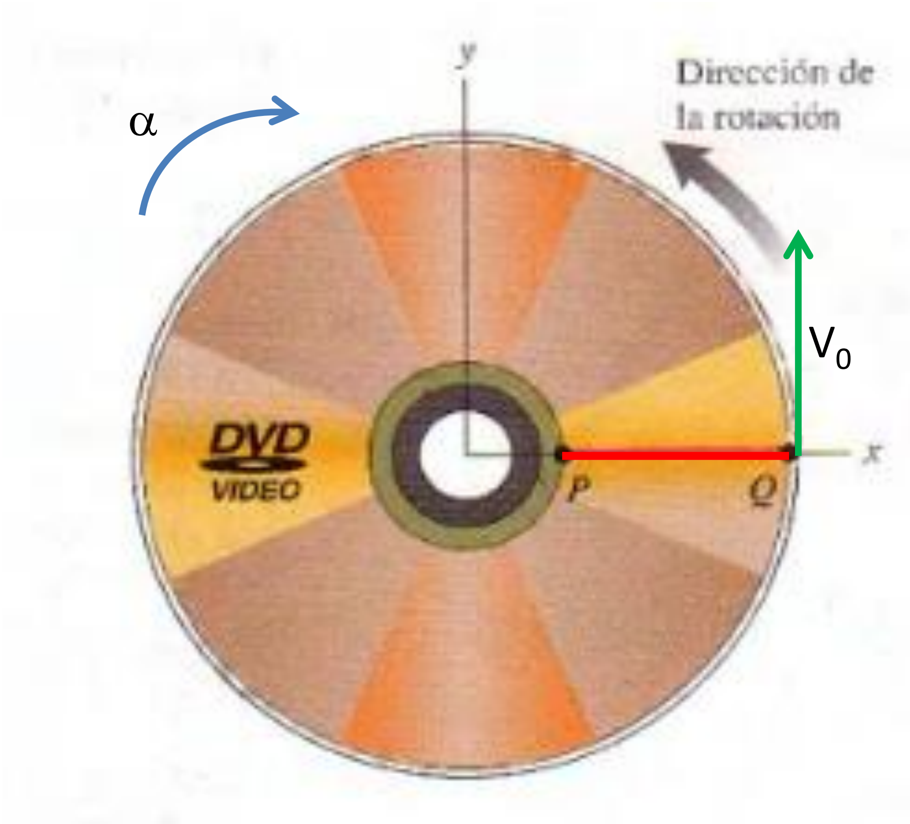
c) Representar gráficamente los vectores velocidad y aceleración angular.

$\omega_0 = 27{,}5$ rad/s

$t_0 = 0$

$\alpha = -10$ rad/s^2

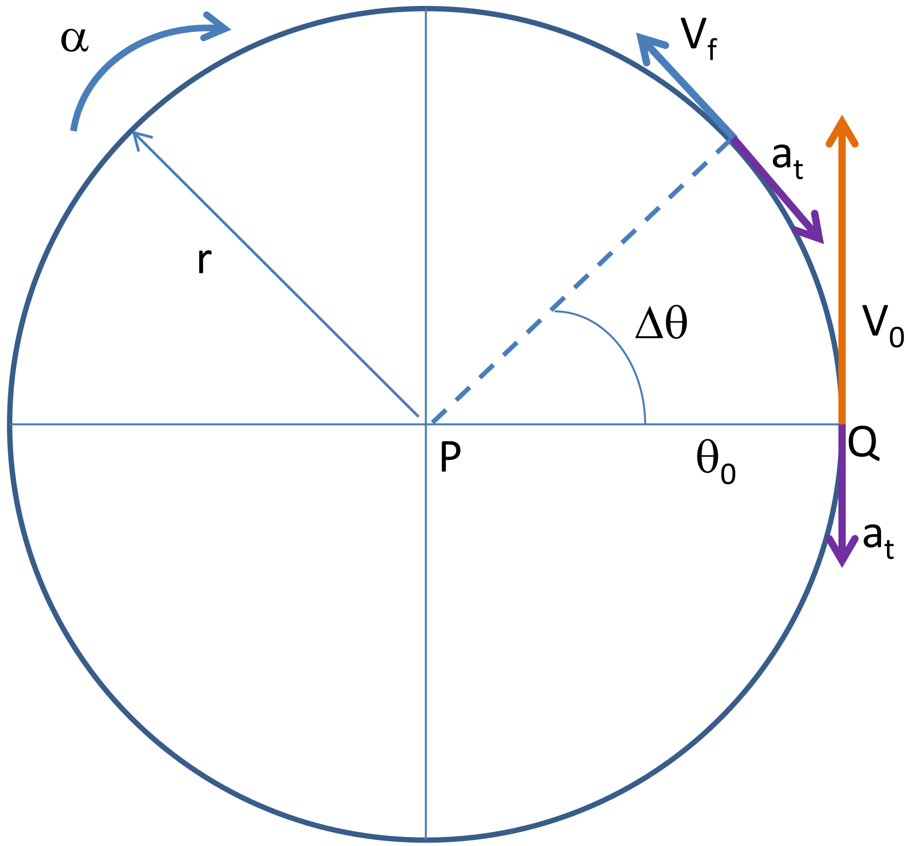
$\theta_0 = 0$ rad

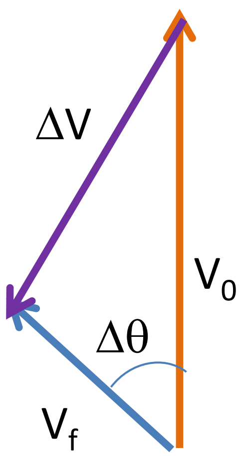


a) Determinar qué velocidad angular tiene el disco en t = 0,3 s.

$\Delta\theta = \theta_f - \theta_0$; $\Delta V = V_f - V_0 = (\omega_f - \omega_0) \cdot r$; $a_t = \alpha \cdot r$

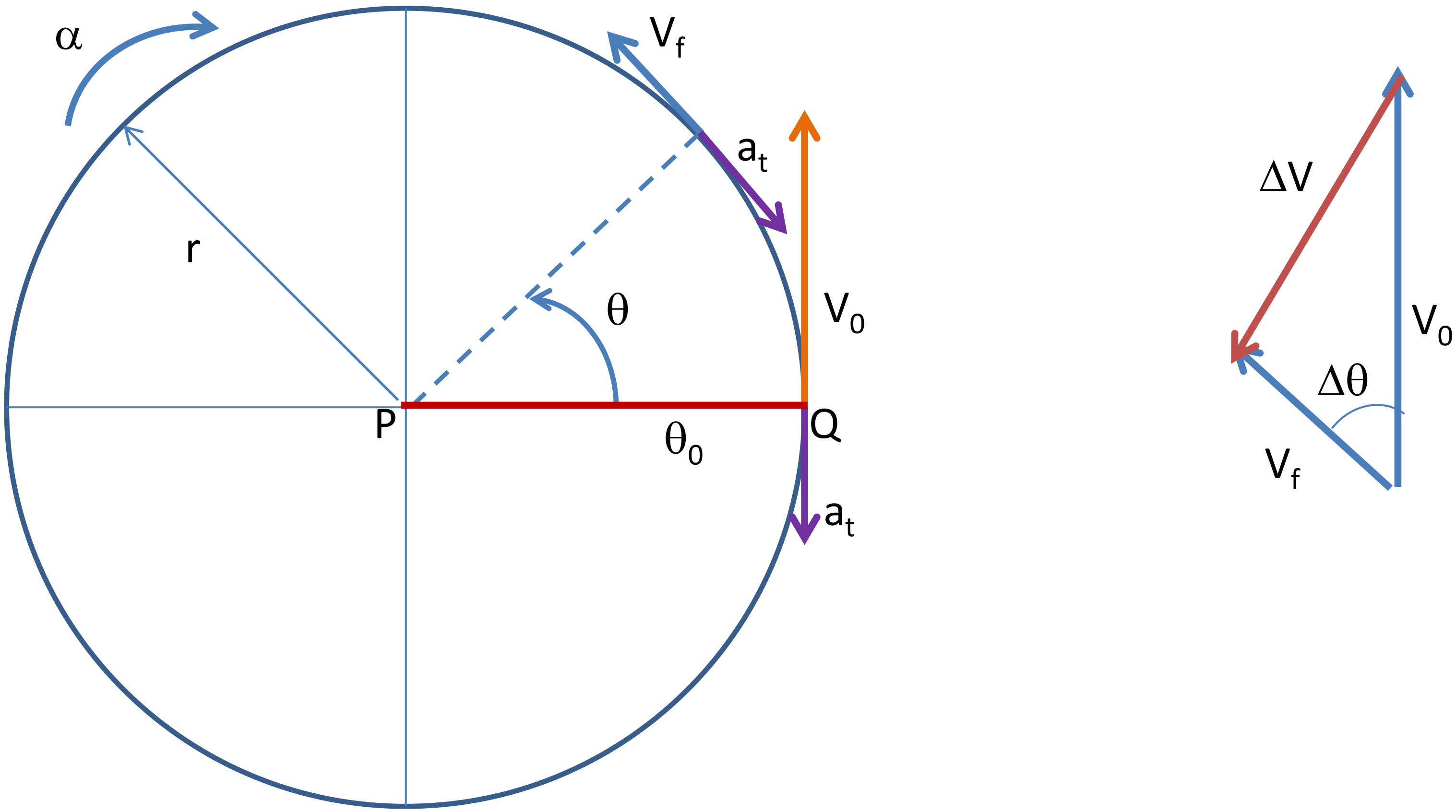
$$\omega_f = \omega_0 - \alpha \cdot (t - t_0)$$



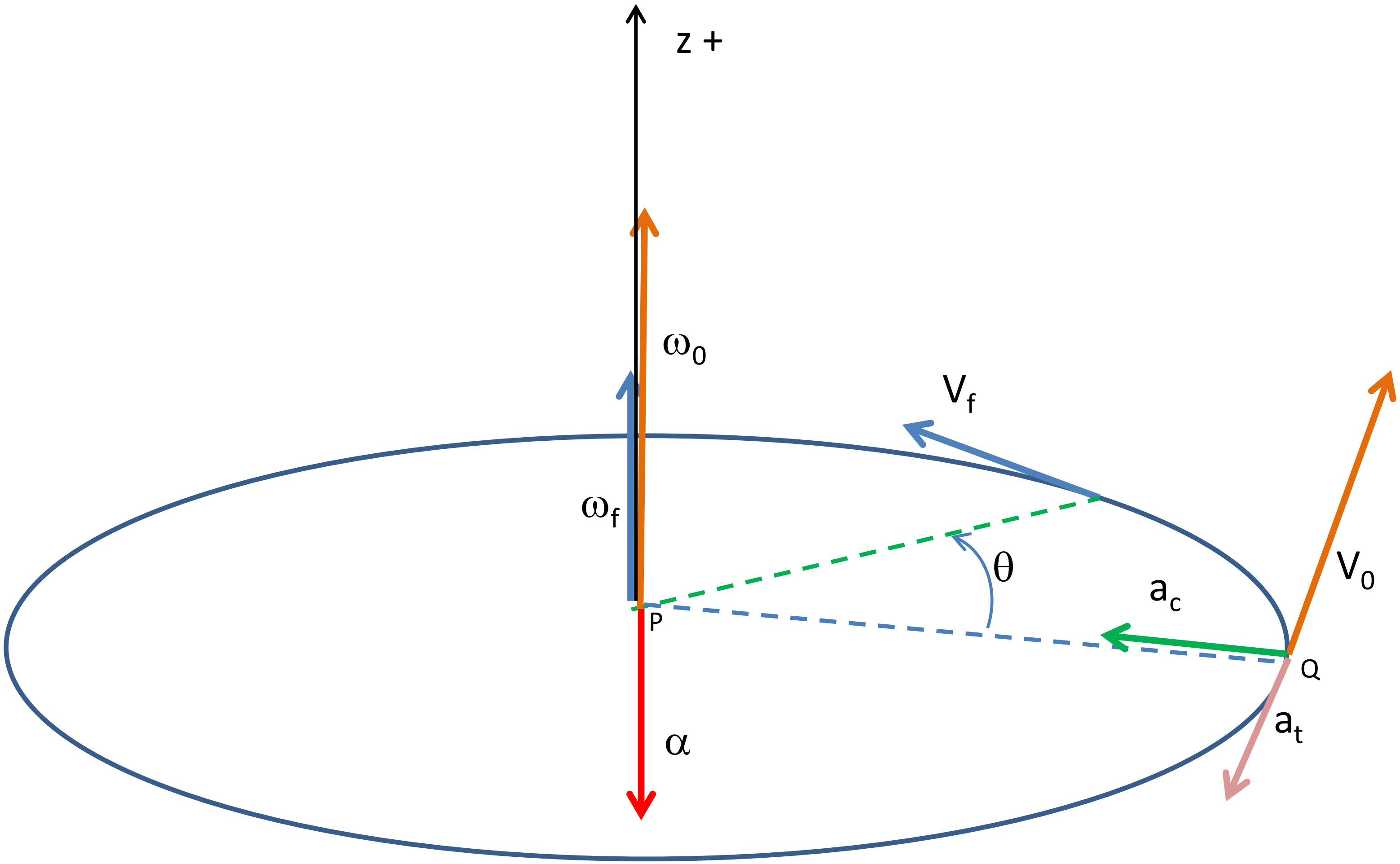


b) Determinar qué ángulo forma la línea PQ con el eje +x en ese instante, y cuántas revoluciones giró.

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \,.\, (t - t_0) - ½ \,.\, \alpha \,.(t - t_0)^2$$



c) Representar gráficamente los vectores velocidad y aceleración angular.



Ejercicio Nº 10: Un cable se encuentra suspendido sobre un carretel de 0,20m de diámetro**.** El carretel posee una aceleración de 2 rad/s^2. Suponiendo que parte del reposo, determinar:

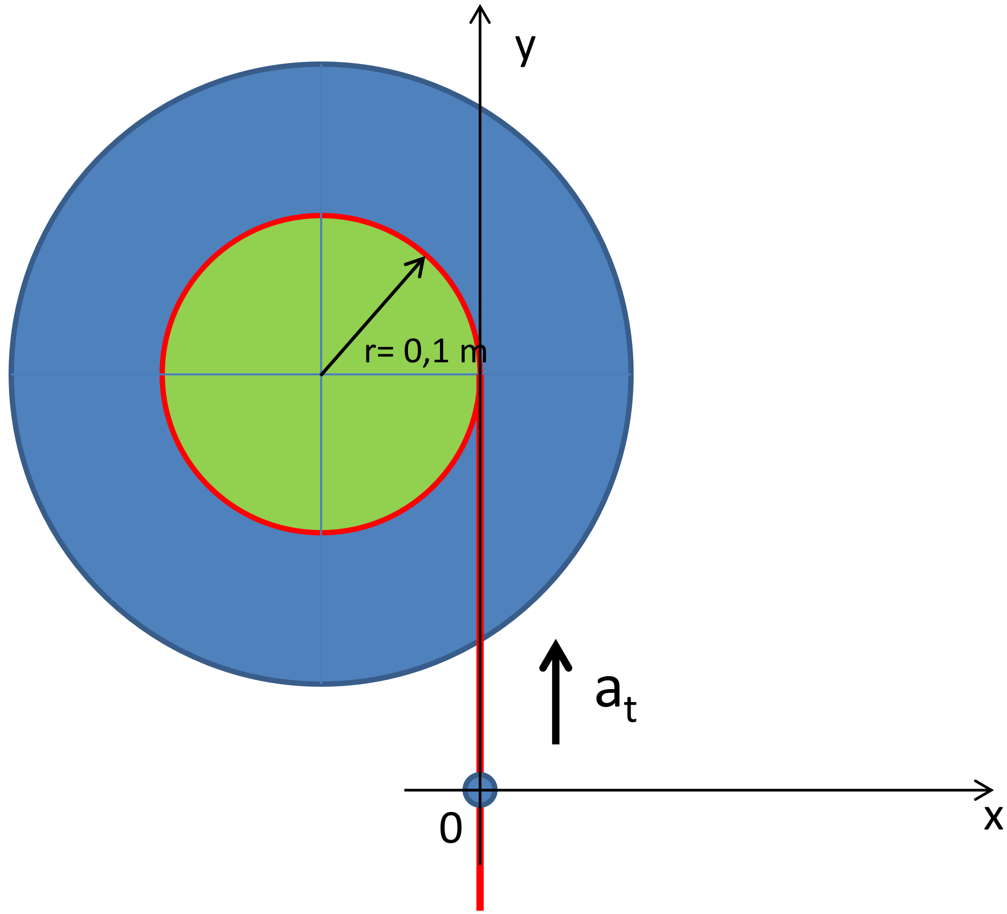
a) La velocidad y aceleración de un punto del cable antes de ser enrollado, 1 s después de iniciado el movimiento.
b) La velocidad y aceleración (angular y tangencial) del cable sobre el carretel, 2 s después de iniciado el movimiento.
c) Para los puntos anteriores representar los vectores de las velocidades y las aceleraciones.

a) La velocidad y aceleración de un punto del cable antes de ser enrollado, 1 s después de iniciado el movimiento.

$$y_1 = y_0 + V_0 \,.\, t_1 + ½ \,.\, a_t \,.t_1^2$$

$$V_1 = V_0 + a_t \,.\, t_1$$

$V_0 = 0$
$t_0 = 0$
$t_1 = 1$ s
α= 2rad/s^2
$\theta_0 = 0$ rad

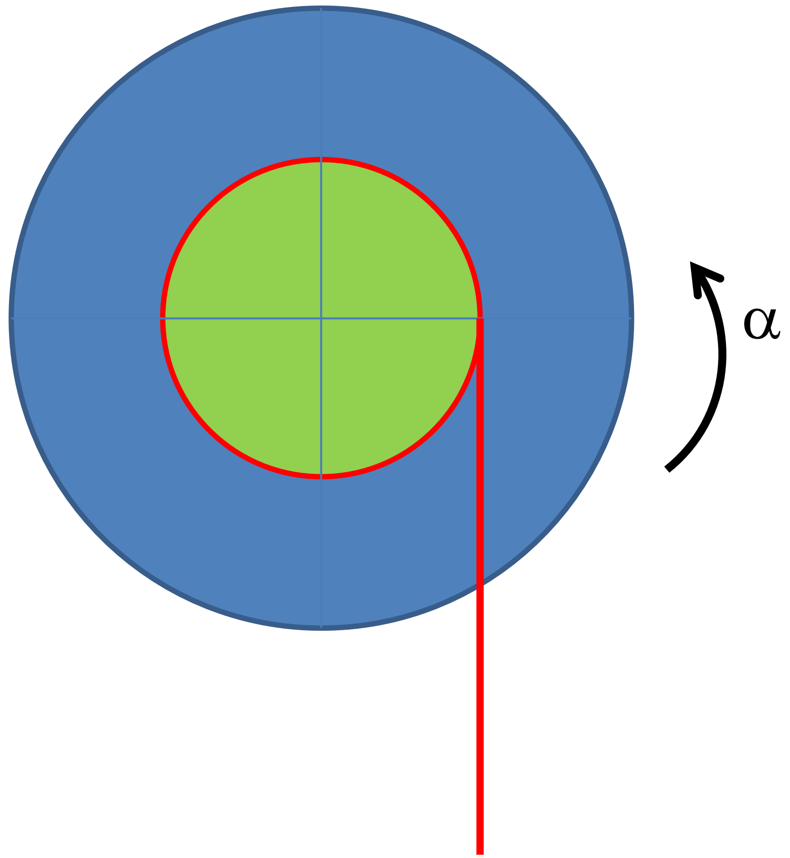


b) La velocidad y aceleración (angular y tangencial) del cable sobre el carretel, 2 s después de iniciado el movimiento.

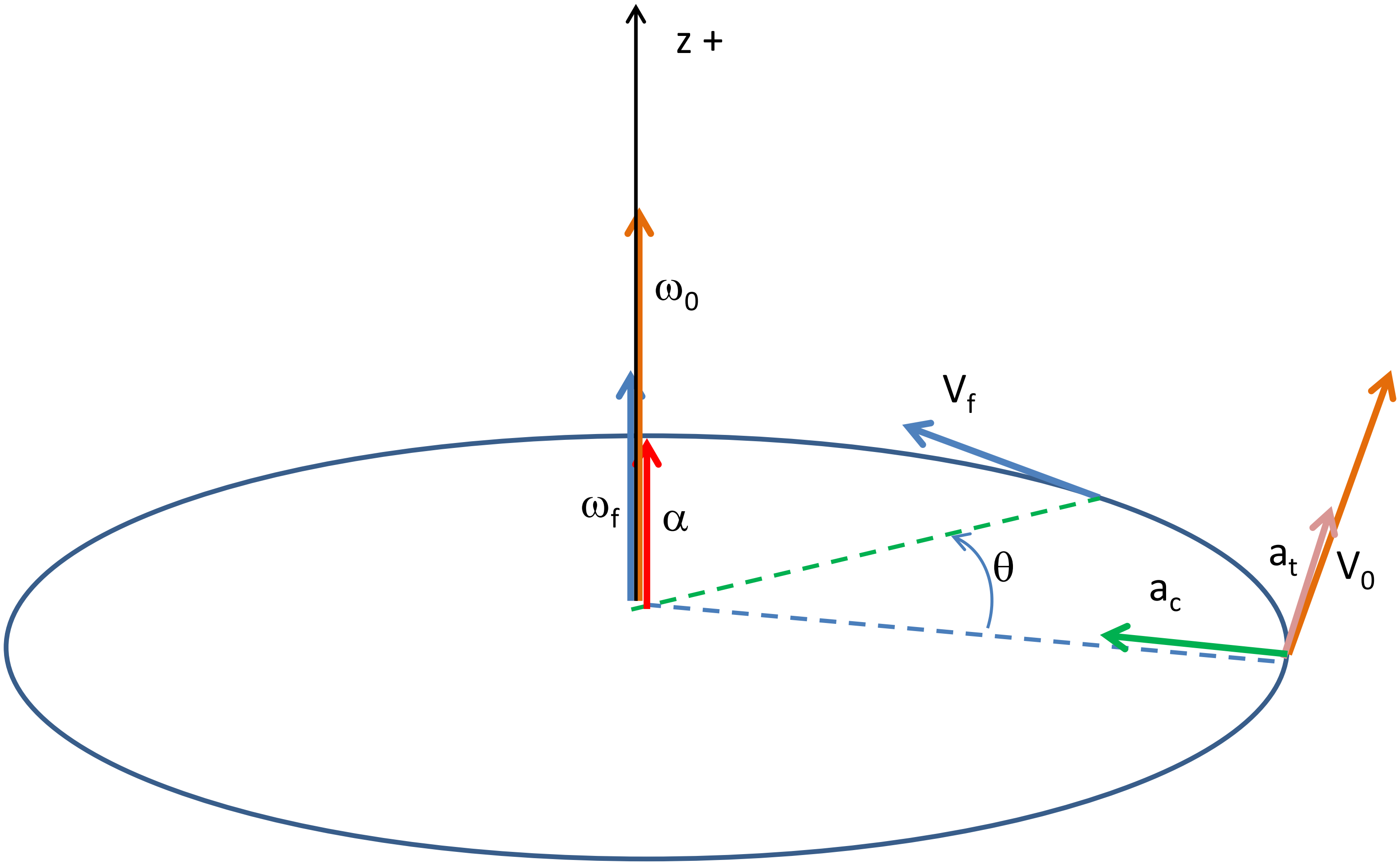
$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot t$$

$\omega_0 = 0$
$t_0 = 0$
$t_2 = 2$ s
$\alpha = 2 rad/s^2$
$\theta_0 = 0$ rad



c) Representar gráficamente los vectores velocidad y aceleración angular.

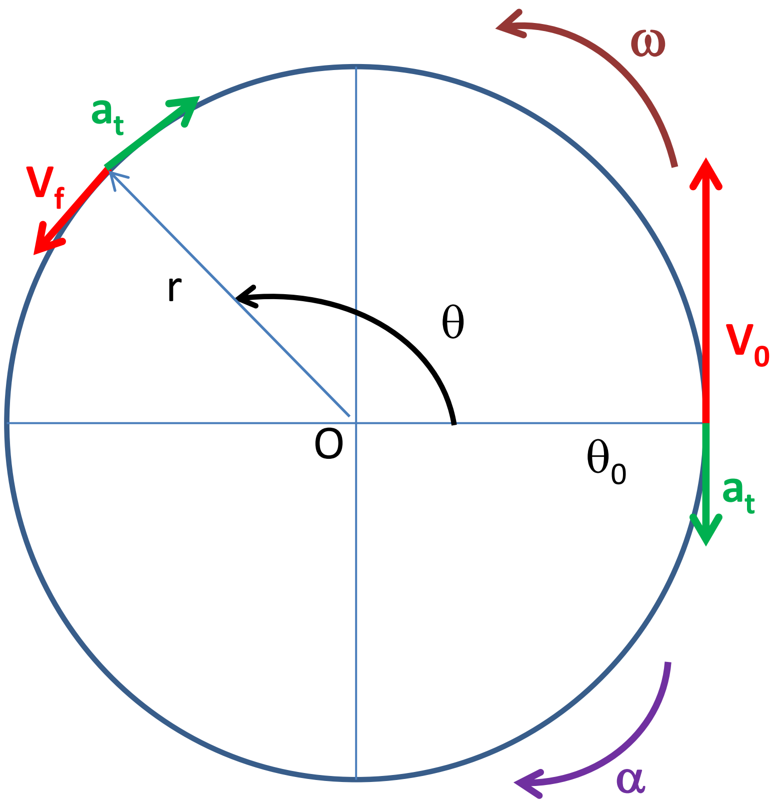


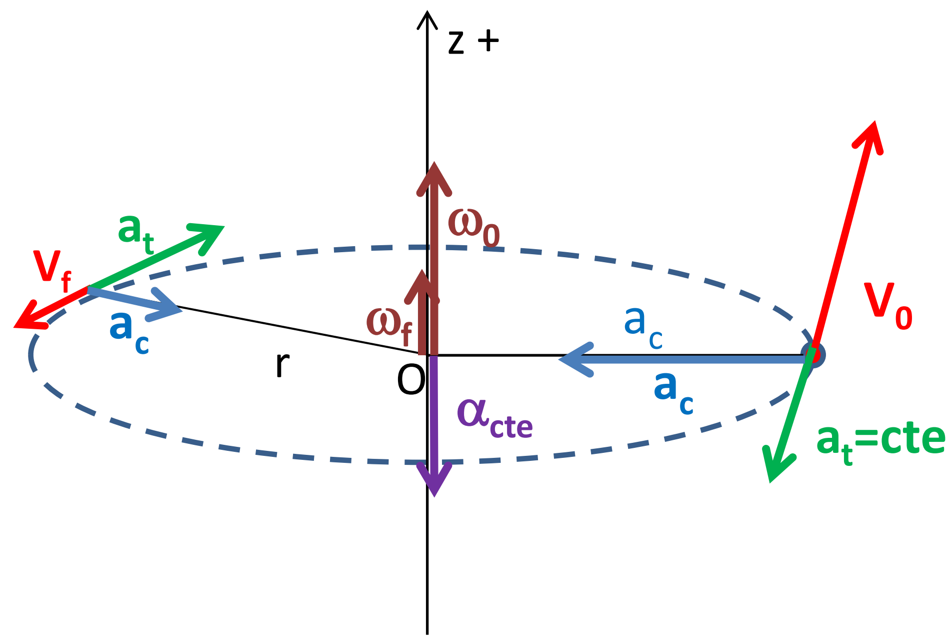
Ejercicio Nº 11: Si en 10 segundos un plato de 1 metro de diámetro deja de girar luego de dar 300 vueltas debido a la aplicación de un frenado constante. Determinar y representar gráficamente:

a) La velocidad angular inicial del plato en el instante que se comenzó el frenado.

b) La aceleración angular y tangencial de un punto ubicado en la periferia del plato.

c) El desplazamiento angular, la velocidad y la aceleración angular y tangencial de un punto ubicado en la periferia del plato a los 5 segundos de comenzado el frenado.





$$\omega_f = \omega_0 - \alpha \,.\, (t_f - t_0) \qquad V_f = V_0 + a_t \,.\, (t_f - t_0)$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \,.\, t - \tfrac{1}{2} \,.\, \alpha \,.\, t^2$$

Ejercicio Nº 12: Un ventilador eléctrico es apagado y su velocidad angular decrece uniformemente de 500 rev/min a 200 rev/min en 4 s.

a) Calcular la aceleración angular en rev/s^2 y el número de revoluciones hechas por el motor en ese intervalo.

b) Cuántos segundos más son requeridos por el ventilador para detenerse si la aceleración angular se mantiene igual a la del intervalo inicial calculado.

a)

$$\omega_f = \omega_0 - \alpha \, . \, (t_f - t_0) \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = \frac{(\omega_0 - \omega_f)}{(t_f - t_0)}$$

Si $t_0 = 0$; y $t_f = t$

$$\alpha = \frac{(\omega_0 - \omega_f)}{t}$$

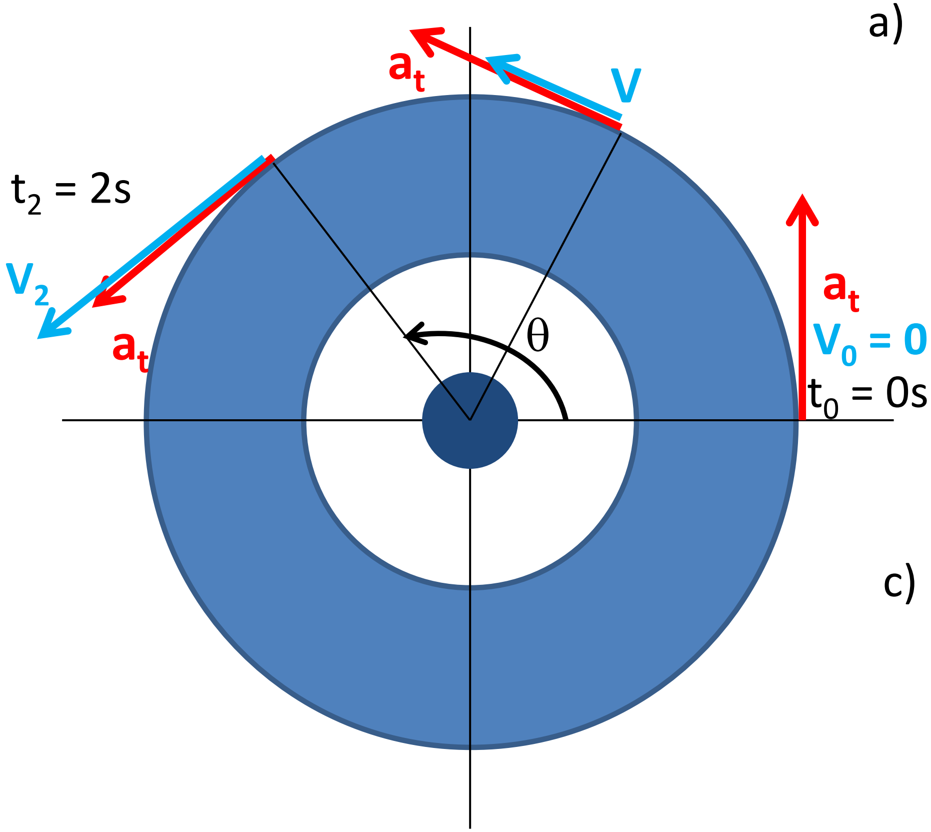
b)

$\omega_f = 0$; queda:

$$t = \frac{200 \text{ rev/min}}{\alpha}$$

Ejercicio Nº 12: Una piedra de amolar de 0,5m de radio logra su velocidad final máxima de régimen con una aceleración angular de 3 $1/s^2$. Si se enciende en el instante inicial t = 0s, encontrar al cabo de 2 s:

a) El desplazamiento angular de una línea radial sobre la piedra.
b) La velocidad angular de la piedra.
c) La velocidad lineal de un punto del borde de la piedra.
d) La aceleración tangencial en dicho punto.
e) La aceleración normal de dicho punto en el borde.
f) Graficar el espacio, la velocidad y aceleración angular del comportamiento de la piedra desde su inicio hasta después de alcanzado el régimen de funcionamiento normal (con velocidad angular constante).



a) El desplazamiento angular de una línea radial sobre la piedra.

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot (t_f - t_0) + \tfrac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_f - t_0)^2$$

b) La velocidad angular de la piedra.

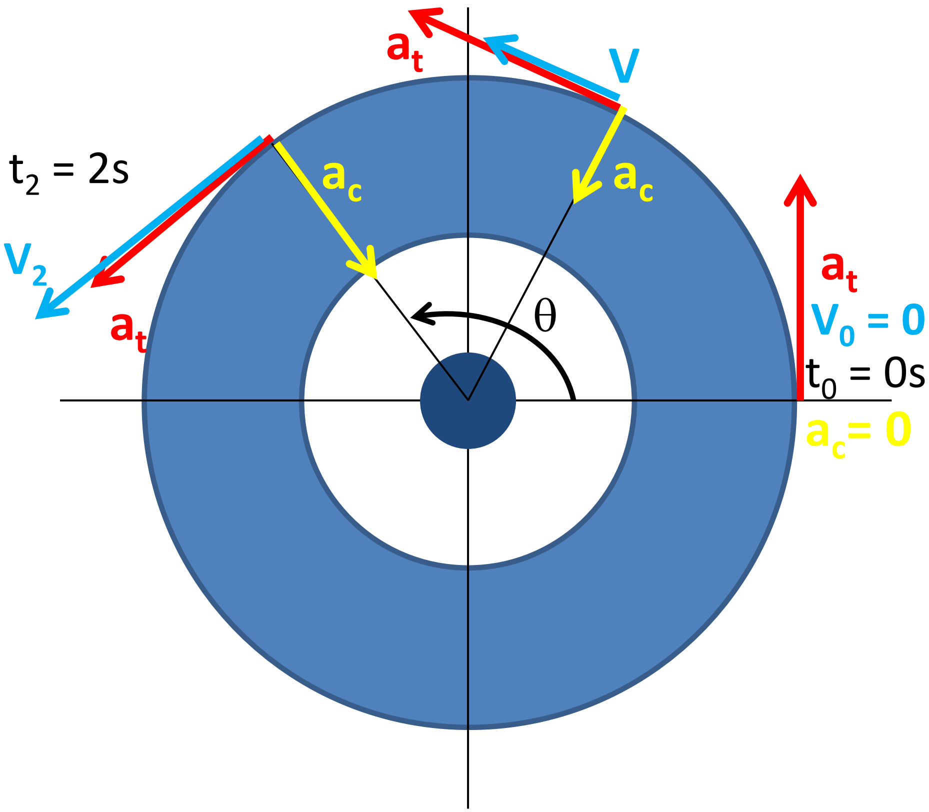
$$\omega_f = \omega_0 + \alpha \cdot (t_f - t_0)$$

c) La velocidad lineal de un punto del borde de la piedra.

$$v = \omega \cdot r$$

d) La aceleración tangencial en dicho punto.

$$a_t = \alpha \, . \, r$$



e) La aceleración normal de dicho punto en el borde.

$$a_n = a_c = a_r = v^2 / r \;\; ; \quad [m/s^2]$$