

MECÁNICA DE LOS FLUIDOS Y MÁQUINAS

UNIDAD N°2: Hidrostática

Docentes:

- Ing. RODRIGUEZ, Carlos
- Ing. CORREA, Gustavo
- Ing. POLISCZUK, Dario

HIDROSTÁTICA

Concepto de presión

La presión se define como una fuerza normal ejercida por un fluido por unidad de área. Se habla de presión sólo cuando se trata de un gas o un líquido. La contraparte de la presión en los sólidos es el esfuerzo normal. Puesto que la presión.

$$1Pa = 1 \frac{N}{m^2}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 Pa = 0,1MPa = 100kPa$$

$$1 \text{ atm} = 101325 Pa = 101,325kPa = 1,0325 \text{ bars}$$

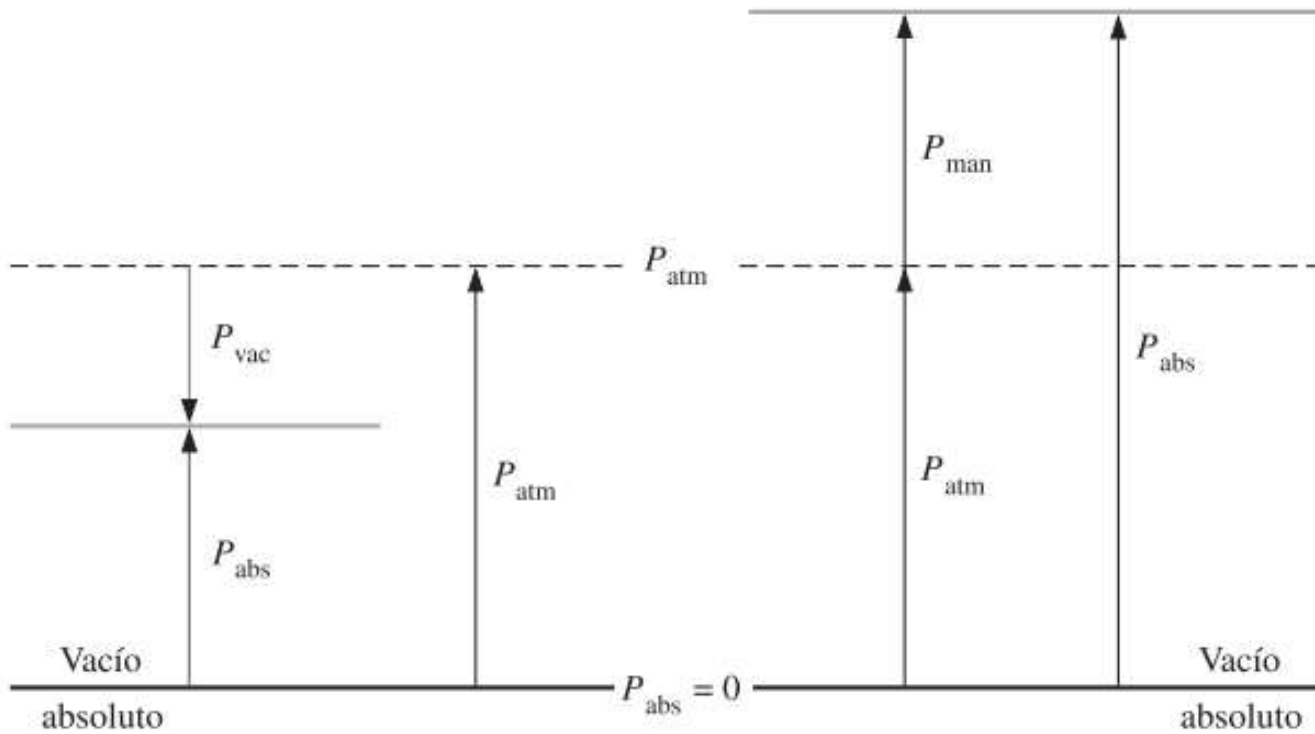
$$1 \frac{kgf}{cm^2} = 9,807 \frac{N}{cm^2} = 9,807 \times 10^4 \frac{N}{m^2} = 9,807 \times 10^4 Pa$$

$$= 0,9807 \text{ bar}$$

$$= 0,9679 \text{ bar}$$

HIDROSTÁTICA

Presión



$$P_{man} = P_{abs} - P_{atm}$$

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{abs}$$

HIDROSTÁTICA

Concepto de presión

Presión absoluta: Es la presión total ejercida por un fluido, referida al vacío absoluto (presión cero). Siempre es un valor positivo.

Presión atmosférica: Es la presión ejercida por la atmósfera sobre la superficie terrestre. Su valor varía con la altitud y las condiciones climáticas. Se representa con una línea punteada horizontal en la imagen.

Presión manométrica: Es la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica. Puede ser positiva (cuando la presión absoluta es mayor que la atmosférica) o negativa (cuando la presión absoluta es menor que la atmosférica).

Presión de vacío: Es la diferencia entre la presión atmosférica y la presión absoluta, cuando la presión absoluta es menor que la atmosférica. Es esencialmente el valor absoluto de una presión manométrica negativa.

HIDROSTÁTICA

Presión

Ejercicio N°1:

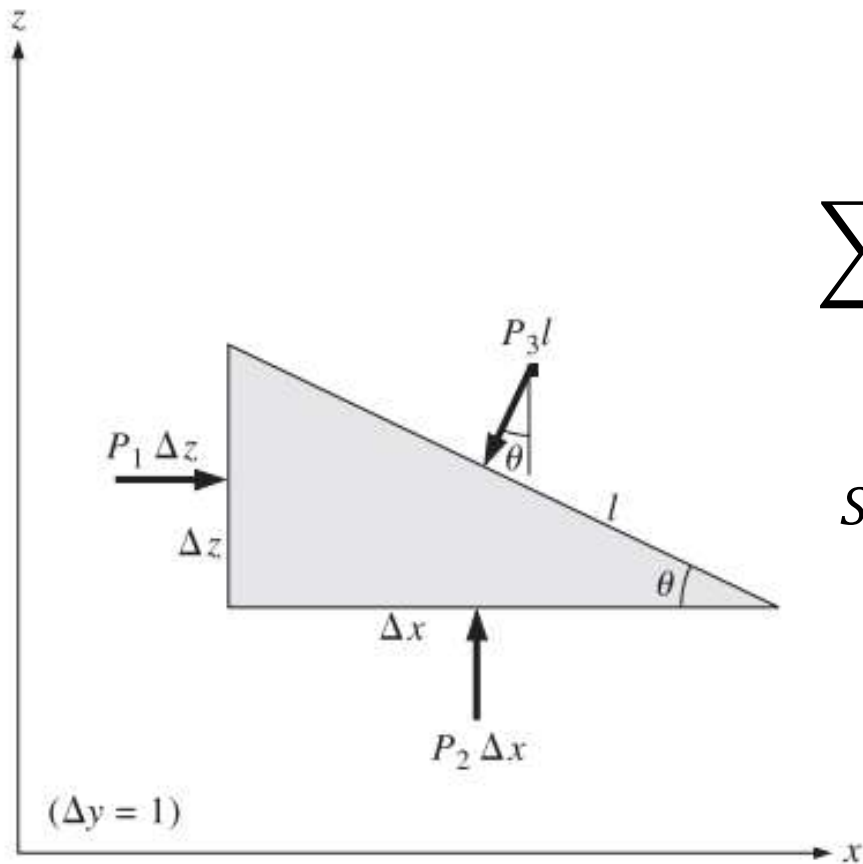
Un manómetro de vacío conectado a una cámara da una lectura de 24 kPa, en un lugar donde la presión atmosférica es de 92 kPa. Determine la presión absoluta en la cámara. Representar el resultado en el Sistema técnico.

Ejercicio N°2

Un manómetro está conectado a un tanque y da una lectura de 500kPa en un lugar donde la presión atmosférica es de 94kPa. Determine la presión absoluta en el tanque. Representar el resultado en el Sistema técnico.

HIDROSTÁTICA

Presión en un punto



$$\sum F_x = ma_x = 0 \rightarrow P_1 \Delta z - P_3 l \cdot \text{sen} \theta = 0$$

$$\sum F_z = ma_z = 0 \rightarrow P_2 \Delta x - P_3 l \cdot \text{cos} \theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Sabiendo que se cumplen las siguientes relaciones

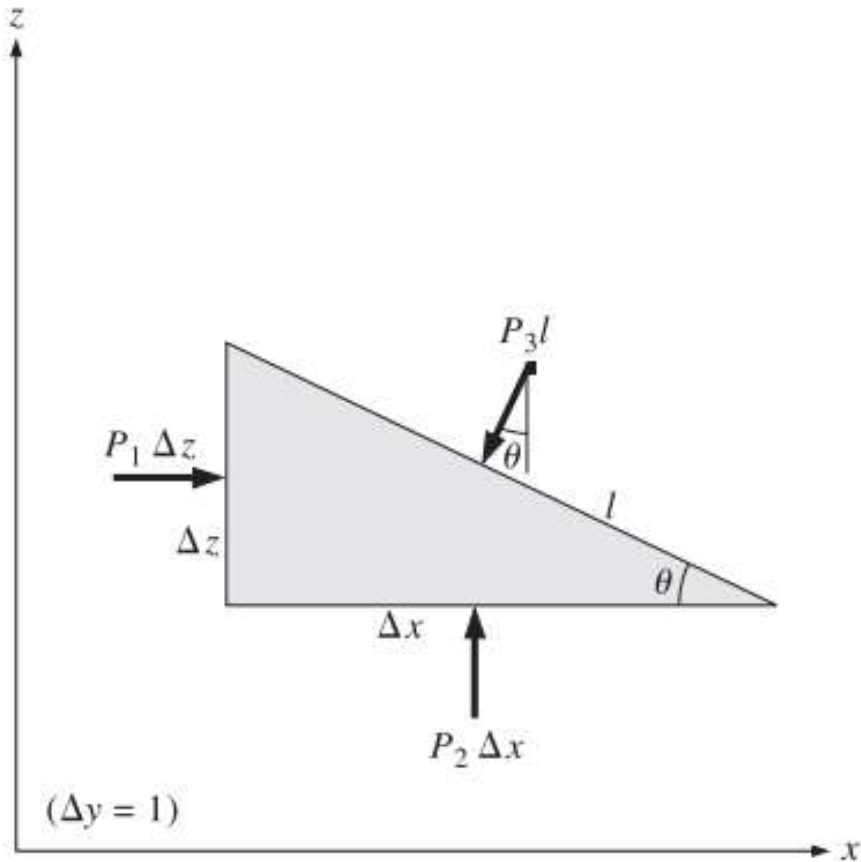
$$w = mg = \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

$$\Delta x = l \cdot \text{cos} \theta$$

$$\Delta z = l \cdot \text{sen} \theta$$

HIDROSTÁTICA

Presión en un punto



$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 - P_3 = 0 \\ P_2 - P_3 - \underbrace{\frac{1}{2} \rho g \Delta z}_{\text{cancela}} = 0 \end{array} \right.$$

El último término se cancela cuando Δz tiende a cero

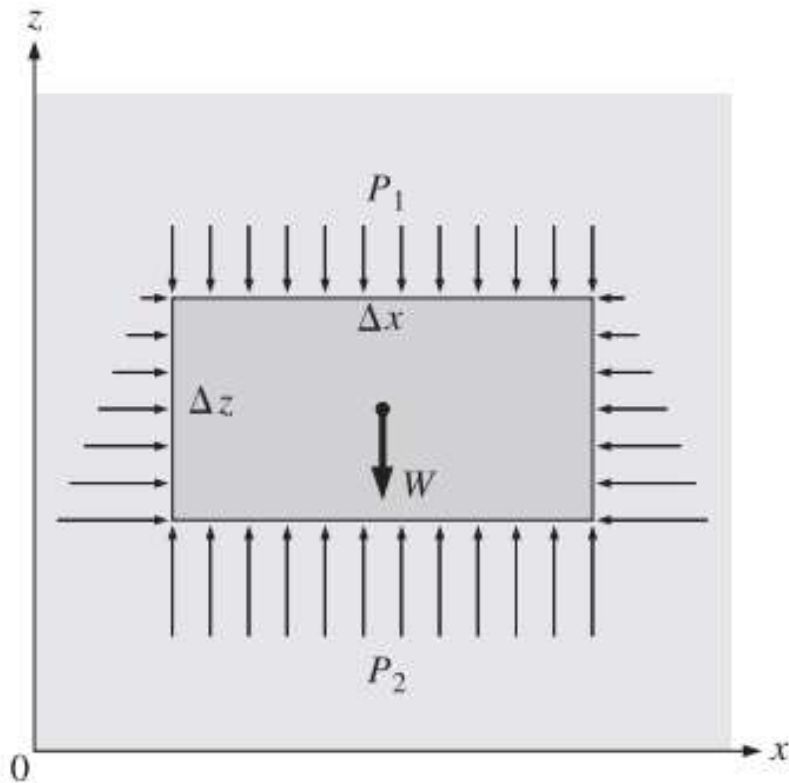


$$\boxed{P_1 = P_2 = P_3 = P}$$

"La presión en un fluido tiene la misma magnitud en todas las direcciones"

HIDROSTÁTICA

Variación de la presión con la profundidad

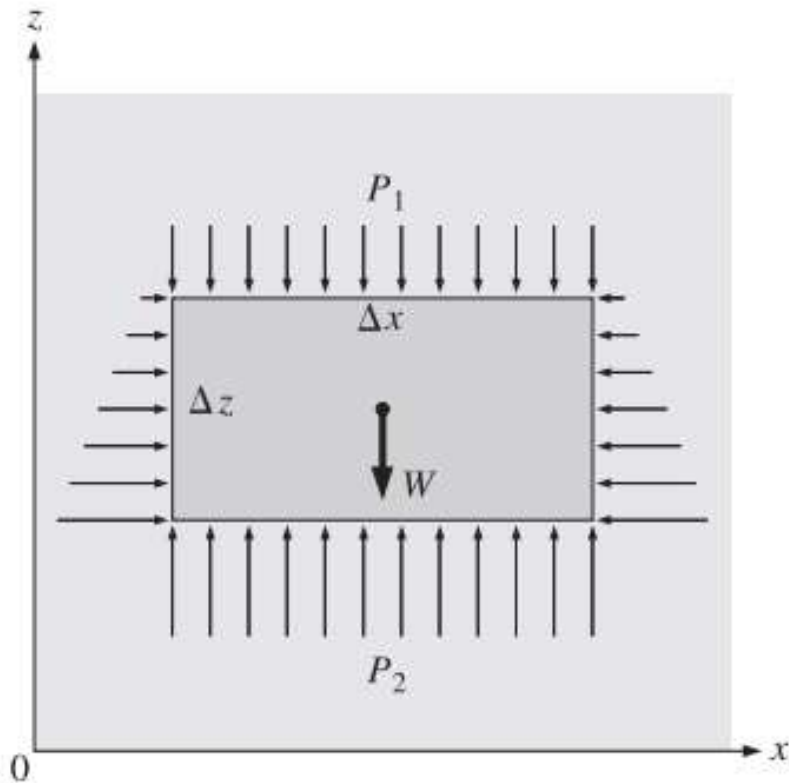


$$\sum F_z = ma_z = 0 \rightarrow P_2 \Delta x - P_1 \Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

*Fuerza en la parte inferior
del elemento para una
profundidad unitaria*

HIDROSTÁTICA

Variación de la presión con la profundidad

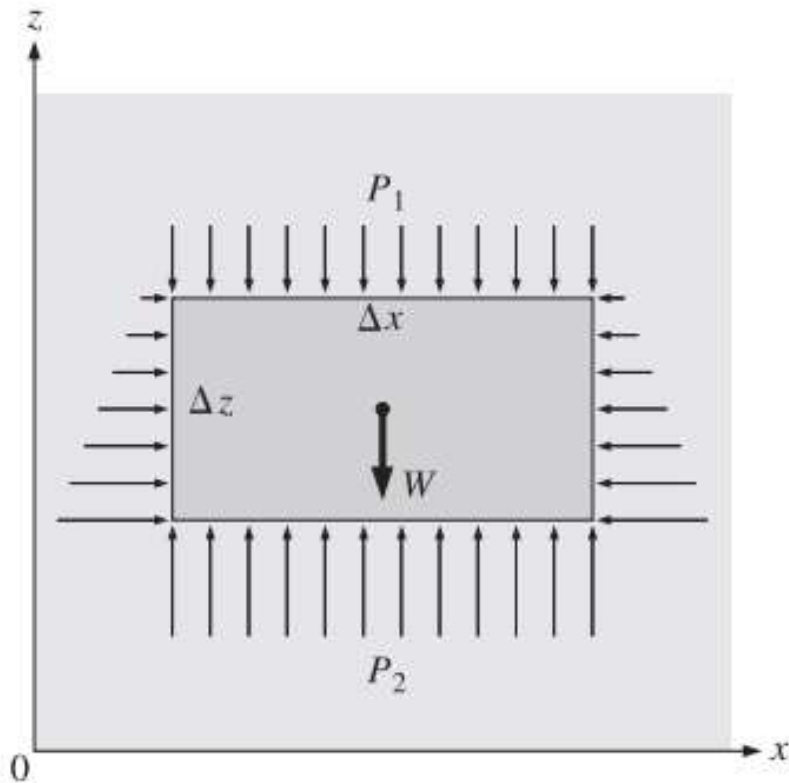


$$\sum F_z = ma_z = 0 \rightarrow P_2\Delta x - \underbrace{P_1\Delta x}_{\text{Fuerza en la parte superior del elemento para una profundidad unitaria}} - \rho g\Delta x\Delta z = 0$$

*Fuerza en la parte superior
del elemento para una
profundidad unitaria*

HIDROSTÁTICA

Variación de la presión con la profundidad



$$\sum F_z = ma_z = 0 \rightarrow P_2\Delta x - P_1\Delta x - \underbrace{\rho g\Delta x\Delta z}_{\text{Peso del elemento de fluido para una profundidad unitaria}} = 0$$

*Peso del elemento
de fluido para una
profundidad unitaria*

HIDROSTÁTICA

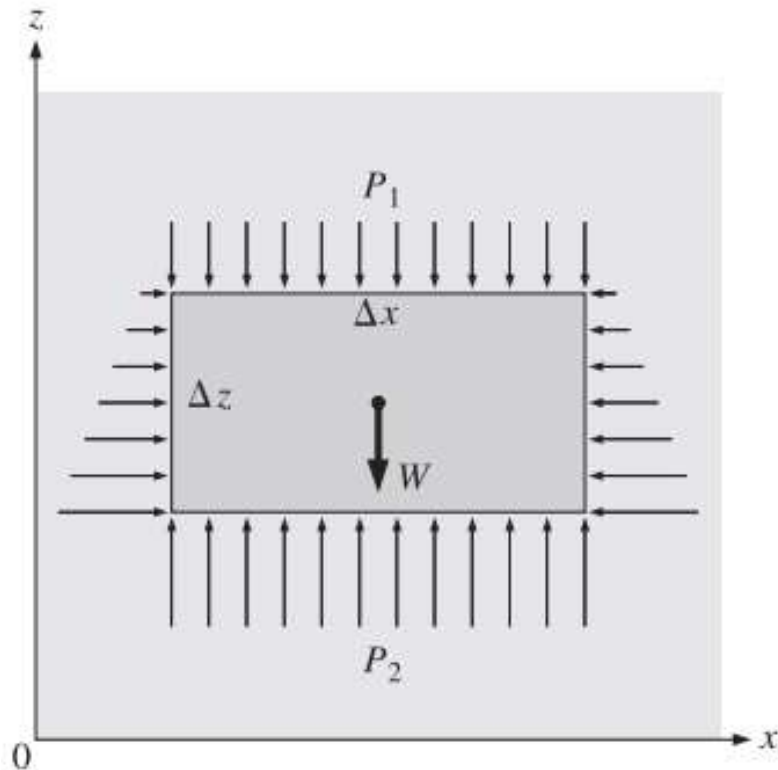
Variación de la presión con la profundidad

$$\sum F_z = ma_z = 0 \rightarrow P_2\Delta x - P_1\Delta x - \rho g\Delta x\Delta z = 0$$

Dividiendo todo por Δx y reordenando

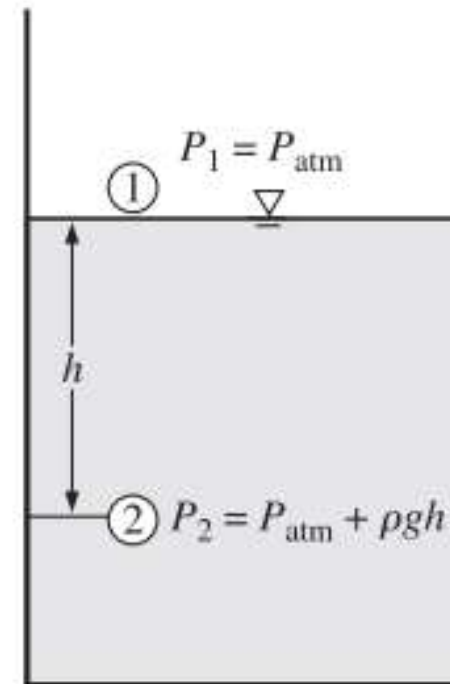
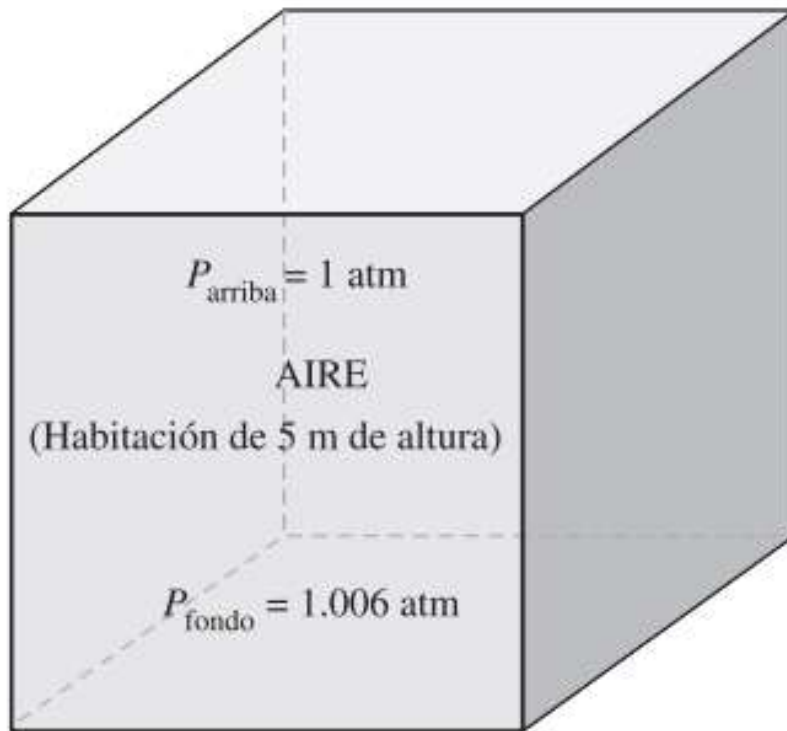
$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g\Delta z = \gamma_s\Delta z$$

Por lo tanto, se llega a la conclusión que la diferencia de presión entre dos puntos en un fluido de densidad constante es proporcional a la distancia vertical Δz entre esos puntos y a la densidad ρ del fluido.



HIDROSTÁTICA

Variación de la presión con la profundidad

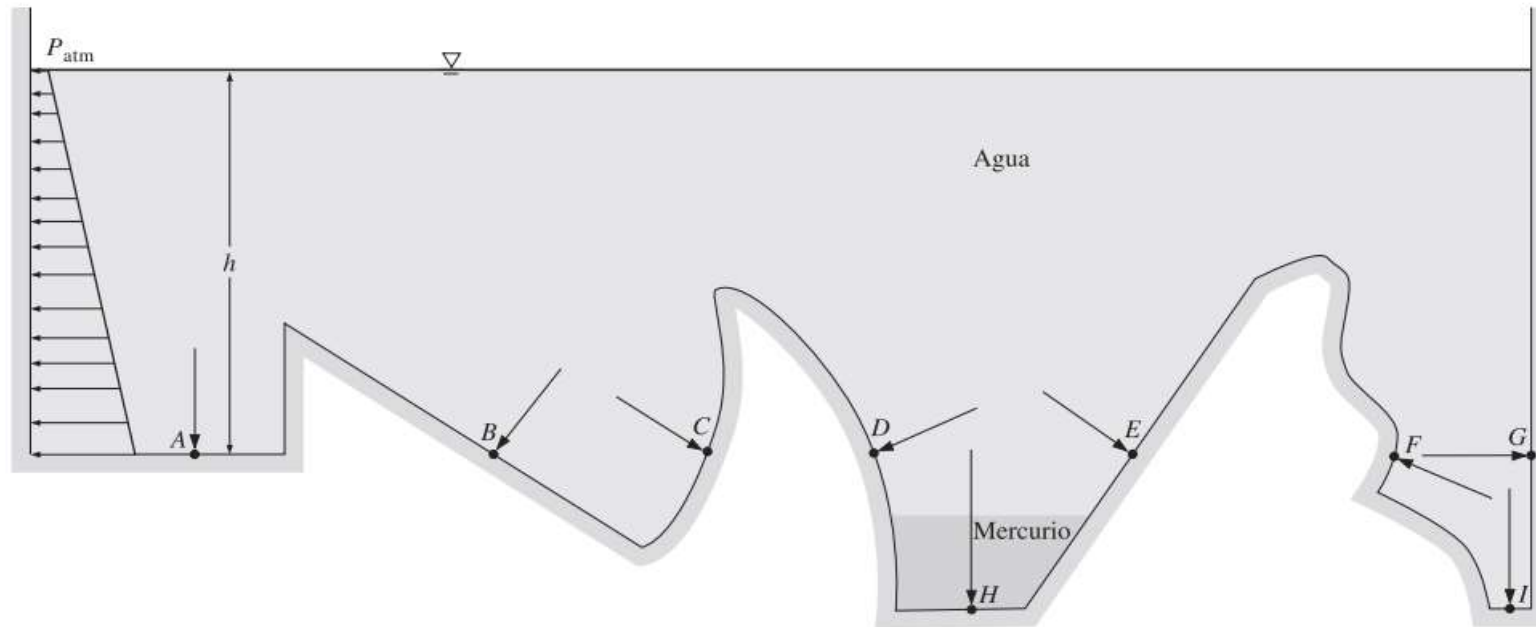


$$P_2 = P_{\text{atm}} + \rho gh$$

$$P_{\text{man}} = \rho gh$$

HIDROSTÁTICA

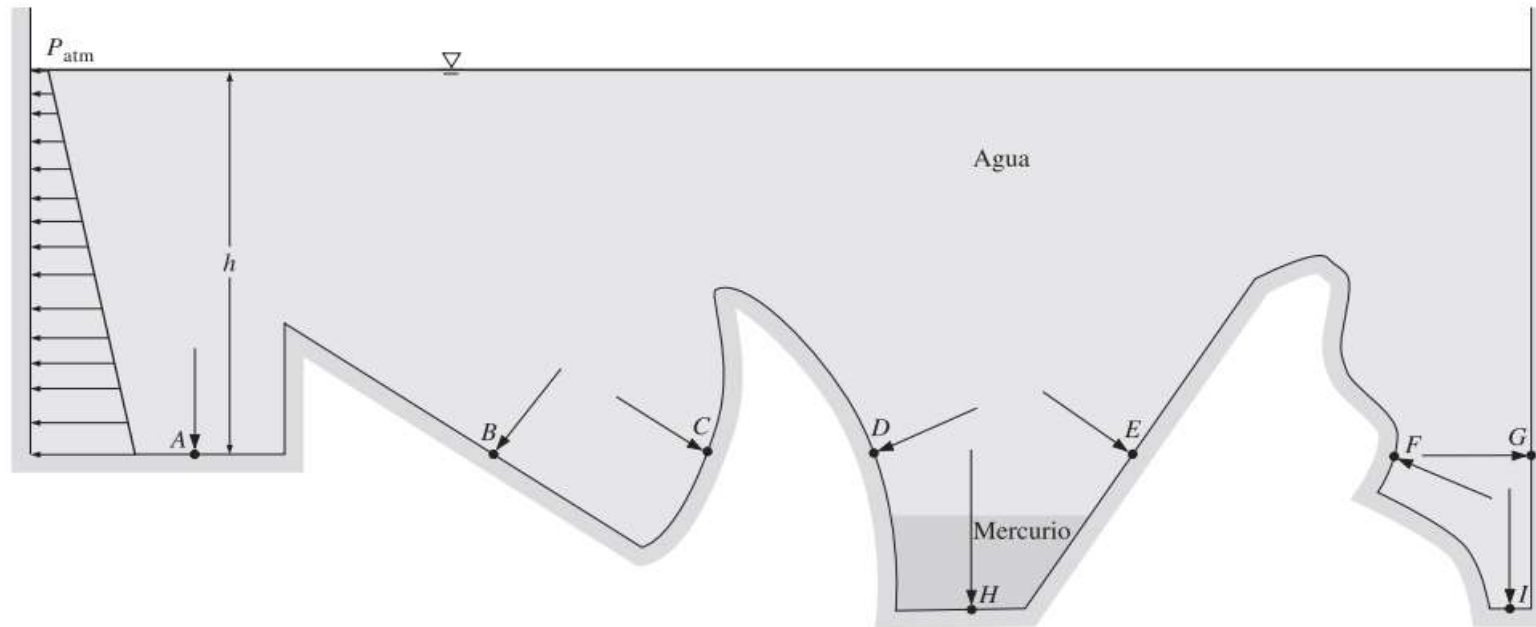
Variación de la presión con la profundidad



¿Cómo se calcula la presión de los puntos A, B, C, D, E, F y G?

HIDROSTÁTICA

Variación de la presión con la profundidad



¿Cómo se calcula la presión en los puntos H e I? ¿Son iguales las presiones en los puntos H e I?

HIDROSTÁTICA

Presión

Ejercicio N°3:

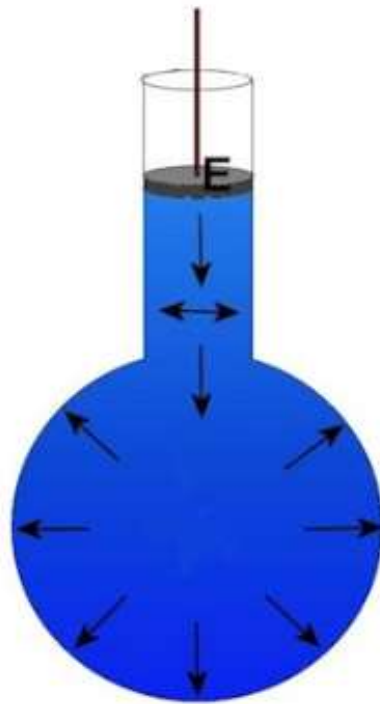
Determinar la presión relativa y absoluta en el fondo de un recipiente abierto a la atmósfera. La profundidad del líquido en el recipiente es $h=4\text{m}$. La presión atmosférica es igual a 750 Torr.

- Si está lleno de agua;
- Si está lleno de gasolina de densidad igual a 700kg/m^3 .

HIDROSTÁTICA

Ley de Pascal

Si se aplica presión en cualquier punto de un fluido confinado, esa presión se transmite por igual a todos los demás puntos del fluido y a las paredes del recipiente.



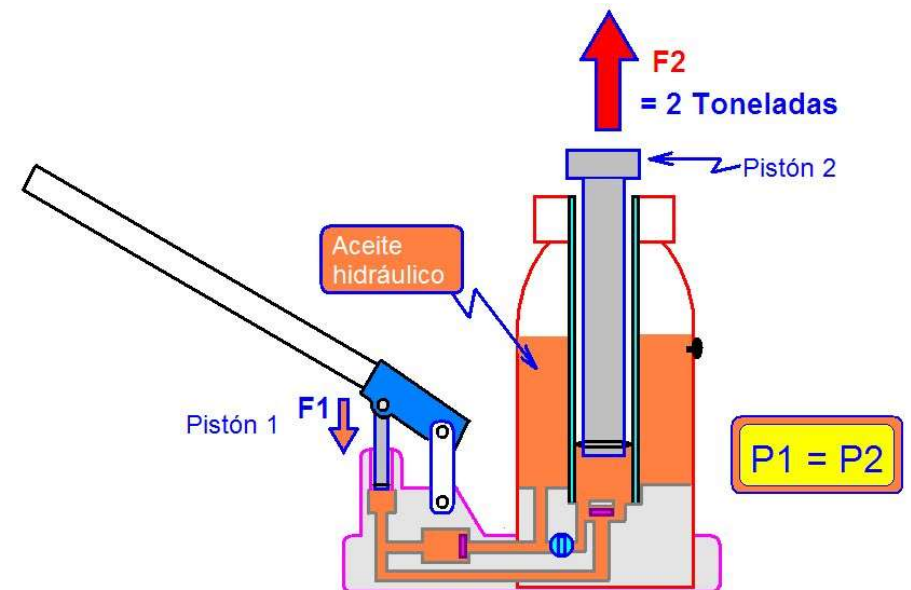
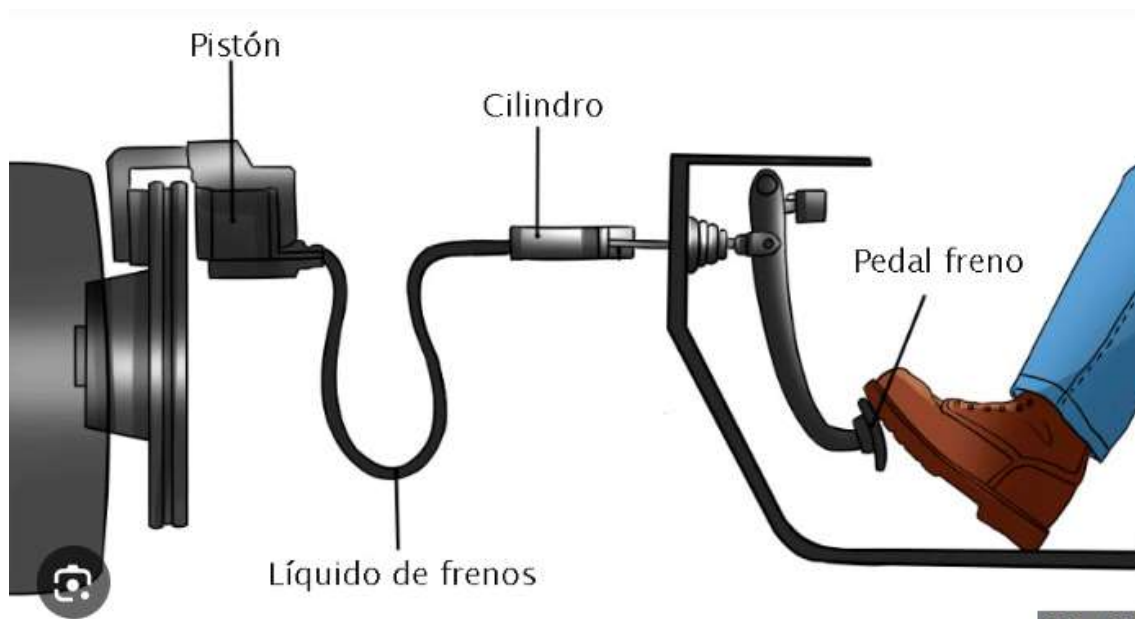
Características:

- Fluido incompresible.
- Confinado.
- Transmisión uniforme.

HIDROSTÁTICA

Ley de Pascal - Aplicaciones

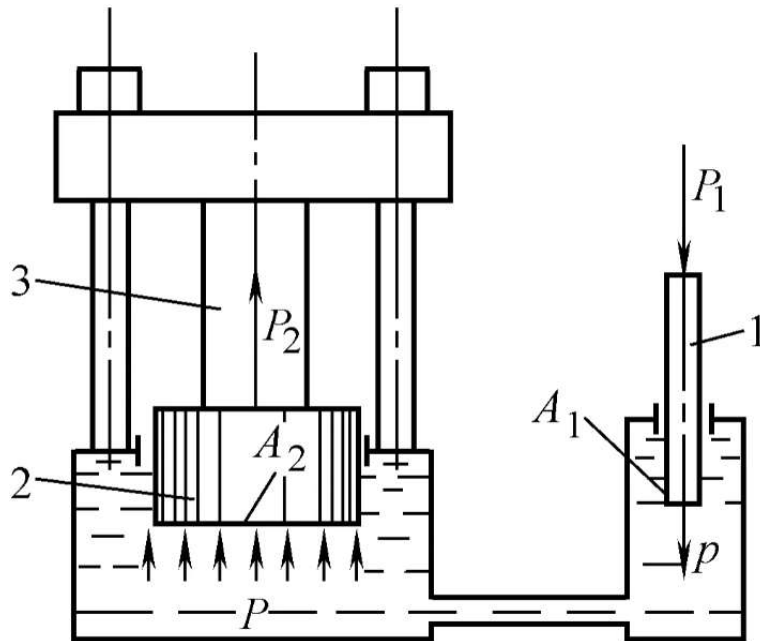
- Freno hidráulico.
- Gato hidráulico.



HIDROSTÁTICA

Ley de Pascal - Aplicaciones

Dos recintos cerrados están llenos de fluido de trabajo y con pistones que están conectadas por tuberías. Cuando se ejerce una fuerza F_1 sobre el pistón pequeño 1, la presión del líquido es $p = F_1/A_1$ donde A_1 es la sección transversal del pistón 1.



$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

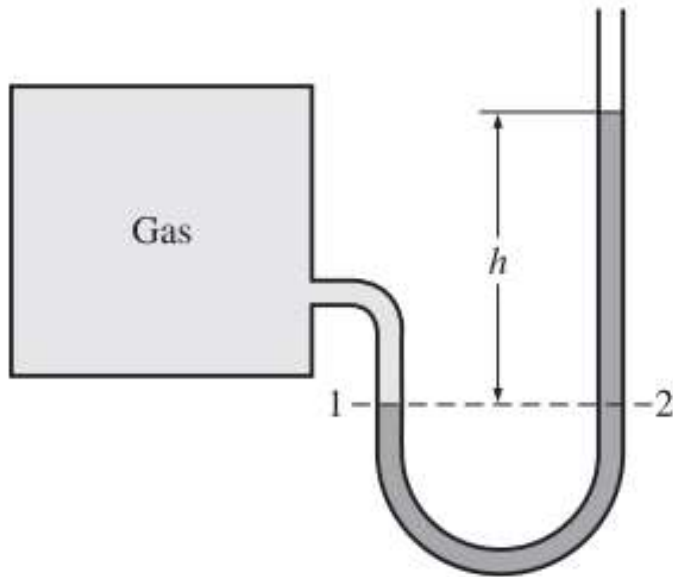
HIDROSTÁTICA

Ejercicio N°4:

Se desea elevar un cuerpo de 1500kg utilizando una elevadora hidráulica de plato grande circular de 90cm de radio y plato pequeño circular de 10cm de radio. Calcular: ¿Cuánta fuerza hay que hacer en el émbolo pequeño para elevar el cuerpo?

HIDROSTÁTICA

Instrumentos: Manómetros



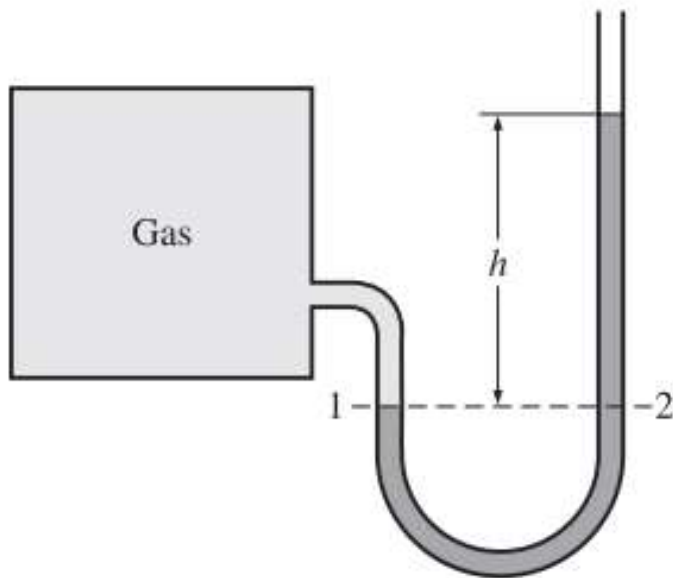
¿Cuál es la presión relativa en el punto P_1 ?

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = P_{atm} + \rho h g$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = \rho h g$$

HIDROSTÁTICA

Instrumentos: Manómetros



¿Cuál es la presión relativa en el punto P_1 ?

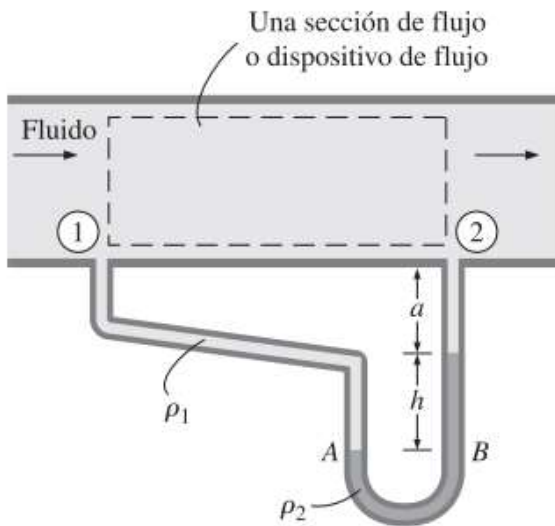
$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = P_{atm} + \rho h g$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = \rho h g$$

¿Cuál es la presión absoluta en el punto P_1 ?

HIDROSTÁTICA

Instrumentos: Manómetros



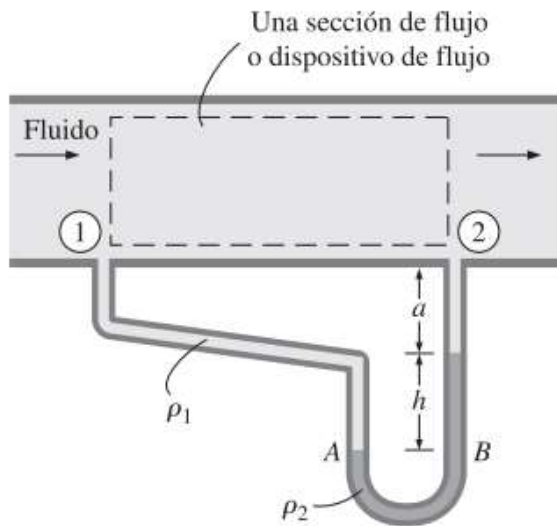
¿Cuál es la diferencia de presión entre los puntos P_1 y P_2 ?

$$P_1 + \rho_1 g(a + h) = P_2 + \rho_2 gh + \rho_1 ga$$

$$P_1 - P_2 = (\rho_1 - \rho_2)gh$$

HIDROSTÁTICA

Instrumentos: Manómetros



¿Cuál es la diferencia de presión entre los puntos P_1 y P_2 ?

$$P_1 + \rho_1 g(a + h) = P_2 + \rho_2 gh + \rho_1 ga$$

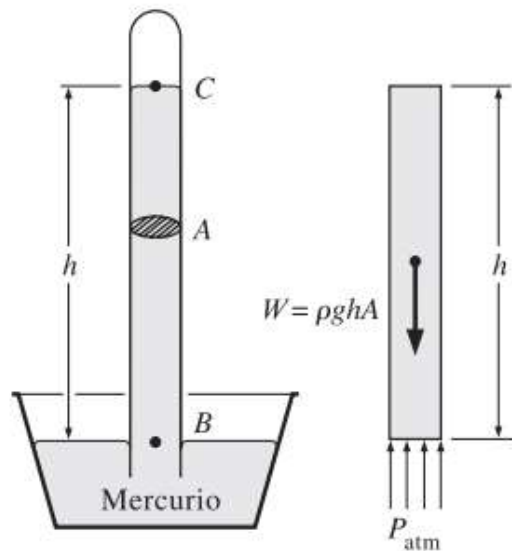
$$P_1 - P_2 = (\rho_1 - \rho_2)gh$$

¿Cuál es la presión absoluta entre los puntos P_1 y P_2 ?

HIDROSTÁTICA

Instrumentos: Barómetros

- La presión atmosférica generalmente se mide con un instrumento llamado barómetro, con frecuencia se hace referencia a la presión atmosférica como presión barométrica.
- El vacuómetro es un instrumento de medición, que mide la presión de vacío.

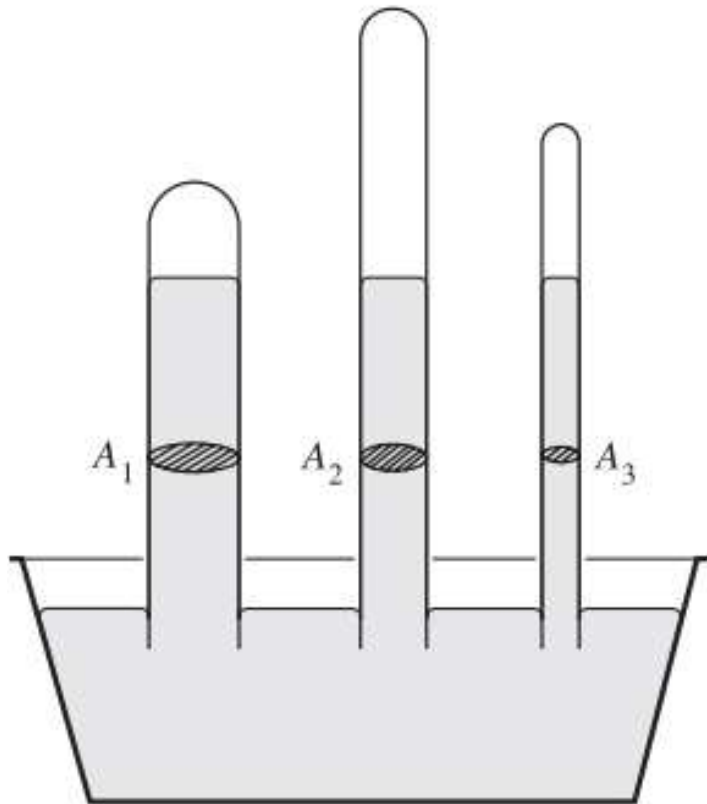


Considerando presiones absolutas

$$P_{atm} = P_c + \rho hg$$

HIDROSTÁTICA

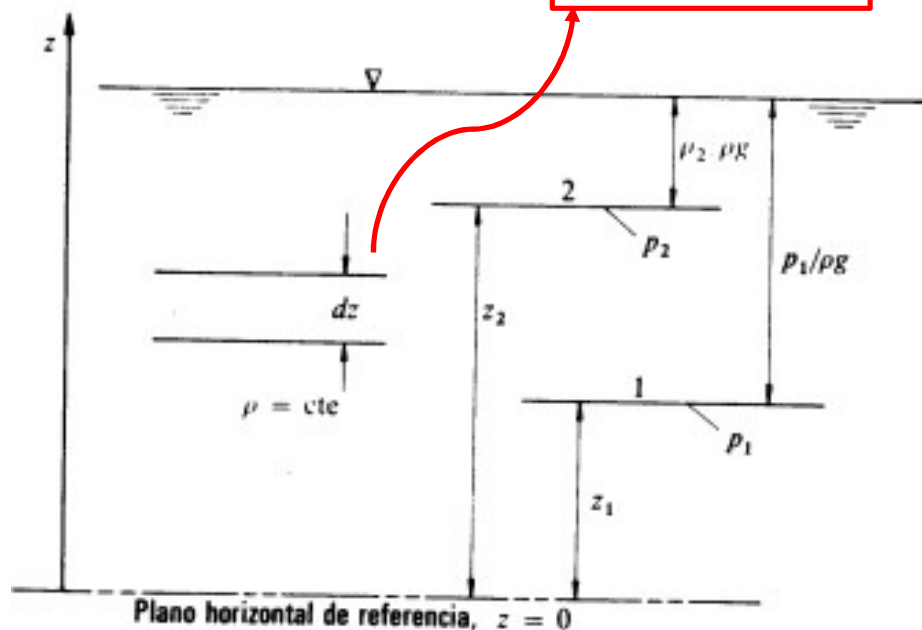
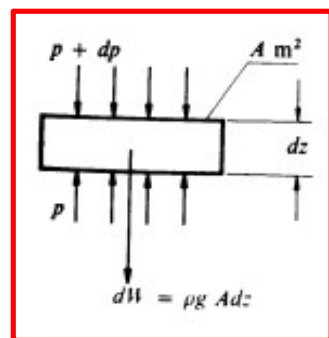
Instrumentos: Barómetros



La longitud o el área de la sección transversal del tubo no tienen efecto sobre la altura de la columna del fluido en un barómetro, siempre que el diámetro de ese tubo sea suficientemente grande como para evitar los efectos de la tensión superficial (de capilaridad).

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

Para un fluido incompresible:



$$pA - (p + dp)A - \rho Ag dz = 0$$

$$\frac{dp}{\rho} = -g dz$$

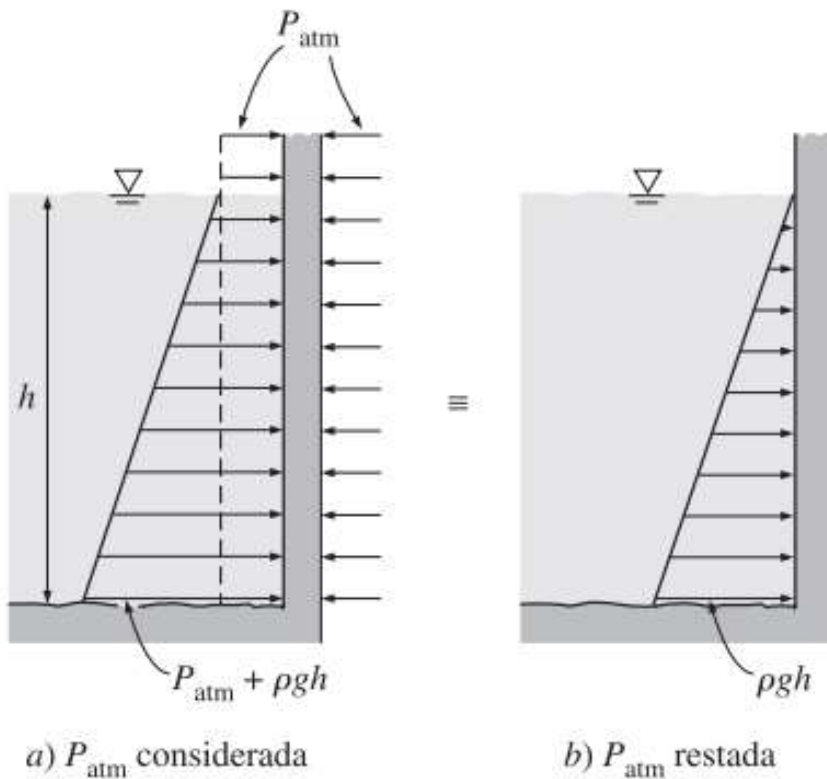
Entre el punto 1 y 2 y considerando $\rho = \text{cte}$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = g(z_2 - z_1)$$

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g$$

$$\frac{p}{\rho} + z g = C \quad \text{ó} \quad \frac{p}{\rho g} + z = C$$

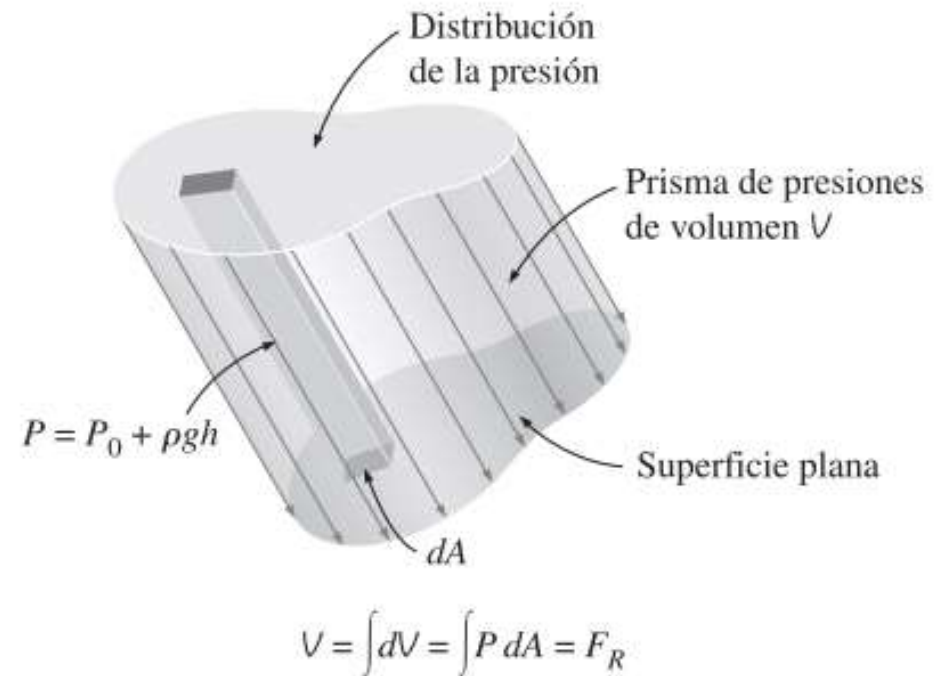
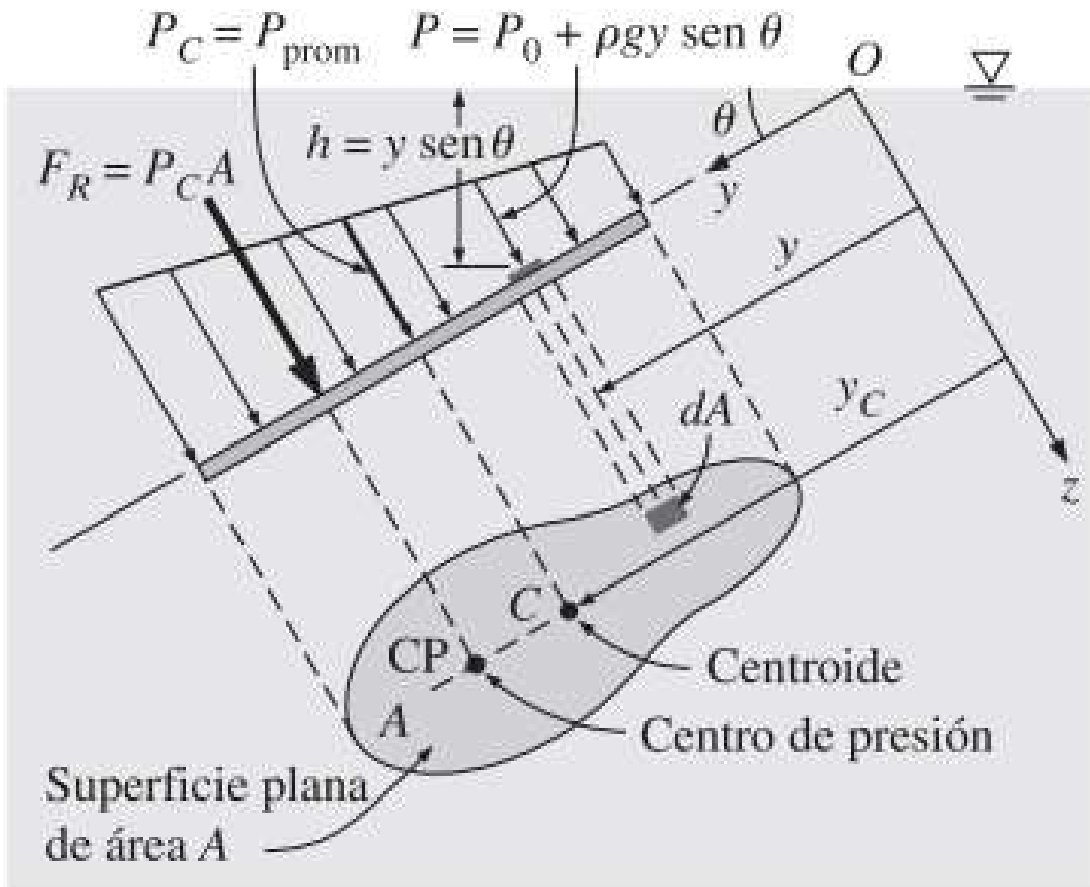
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS



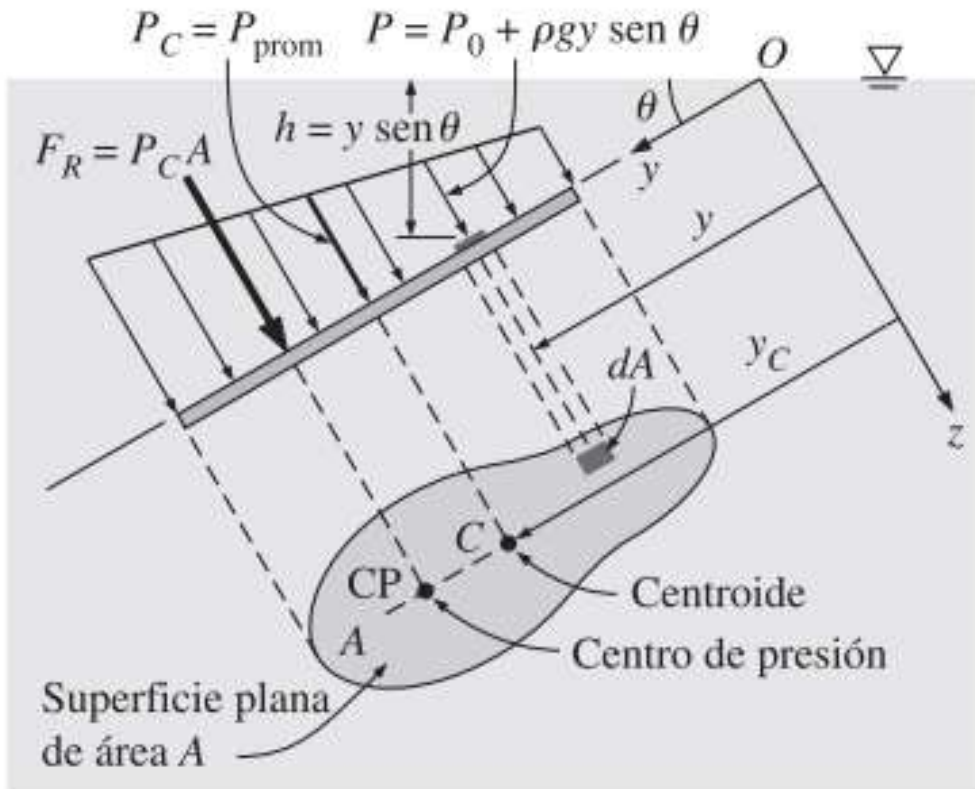
$p = P_{atm} + \rho gh \rightarrow$ Debido a que la presión atmosférica actúa en ambas caras de la superficie se puede restar

$p = \rho gh \rightarrow$ Presión en el fondo del lago

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS



FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

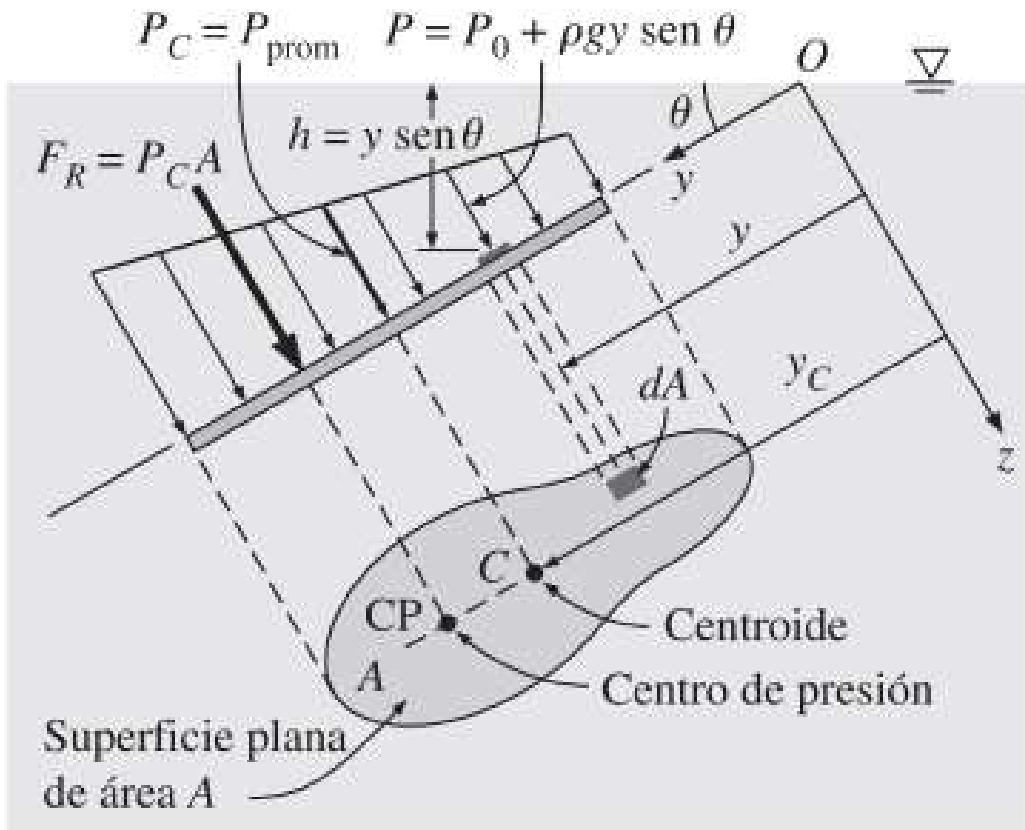


$$P = P_0 + \rho g h = P_0 + \rho g (y \text{ sen } \theta)$$

$$F_R = \int_A P dA = \int_A (P_0 + \rho g y \text{ sen } \theta) dA$$

$$F_R = P_0 A + \rho g \text{ sen } \theta \int_A y dA$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

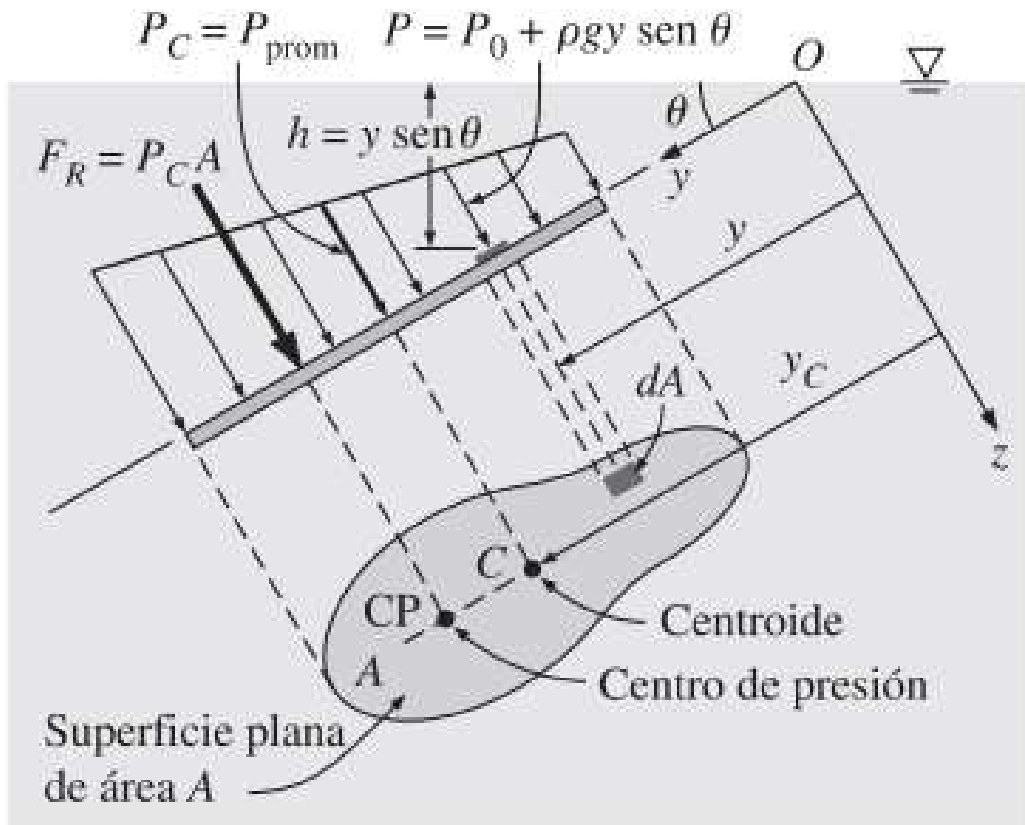


$$F_R = P_0 A + \rho g \text{ sen } \theta \underbrace{\int_A y dA}$$

Momento de primer orden del área

$$Y_C = \frac{1}{A} \int_A y dA$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

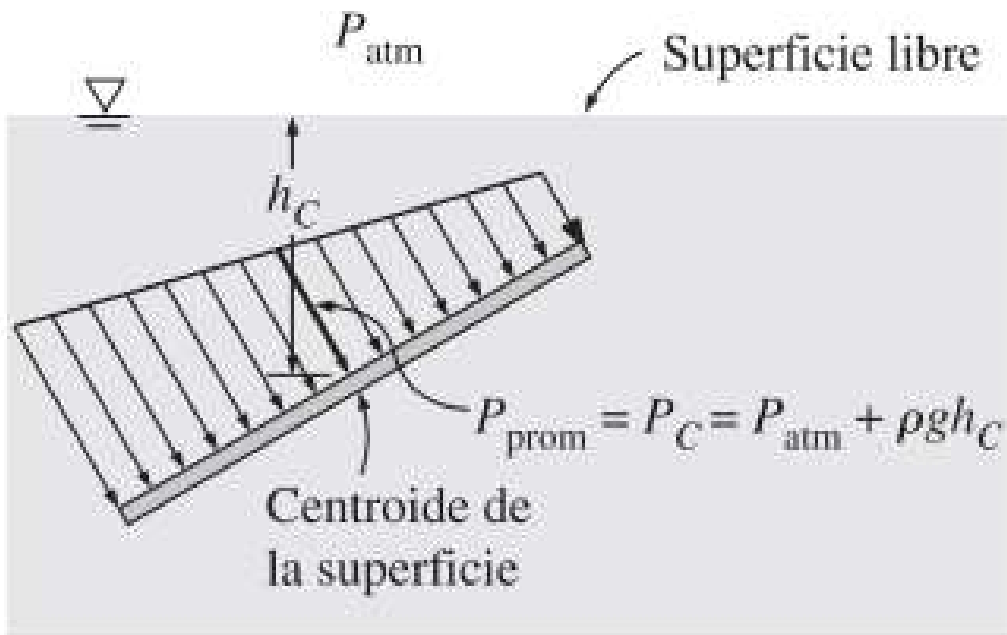


$$F_R = (P_0 + \rho g y_C \text{ sen } \theta) A$$

$$h_C = y_C \text{ sen } \theta$$

$$F_R = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{prom} A$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

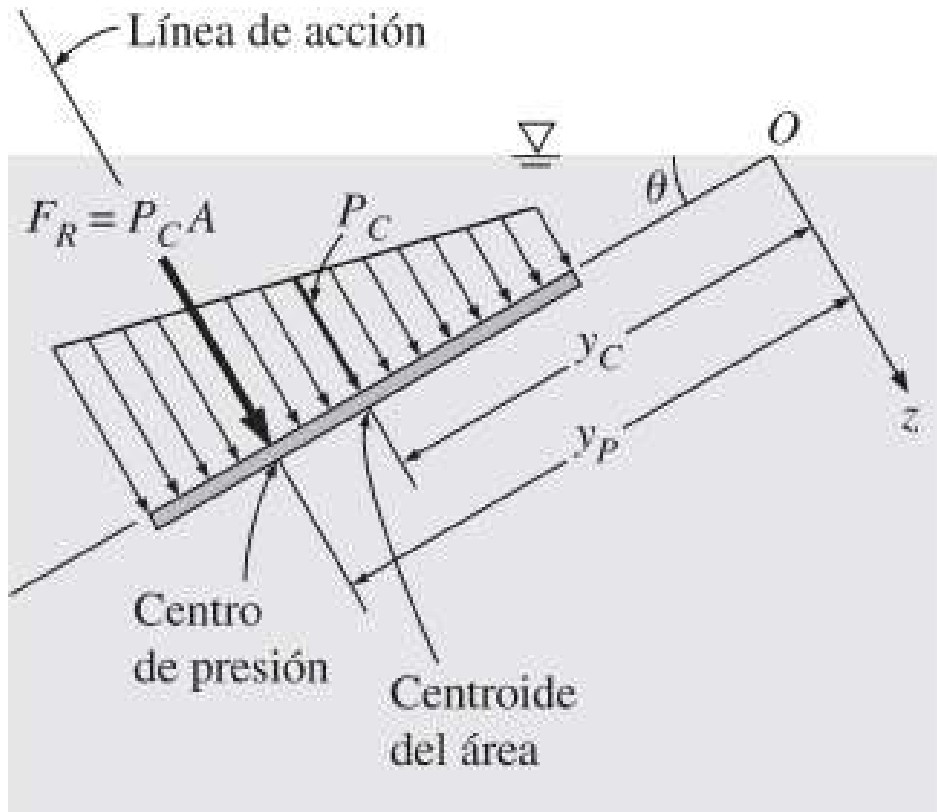


$$F_R = (P_0 + \rho gh_C)A = P_C A = P_{prom} A$$

La magnitud de la fuerza resultante “ F_R ” que actúa sobre una superficie plana de una placa totalmente sumergida en un fluido homogéneo (de densidad constante) es igual al producto de la presión en el centro de gravedad (ó centroide) de la superficie y el área ésta.

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



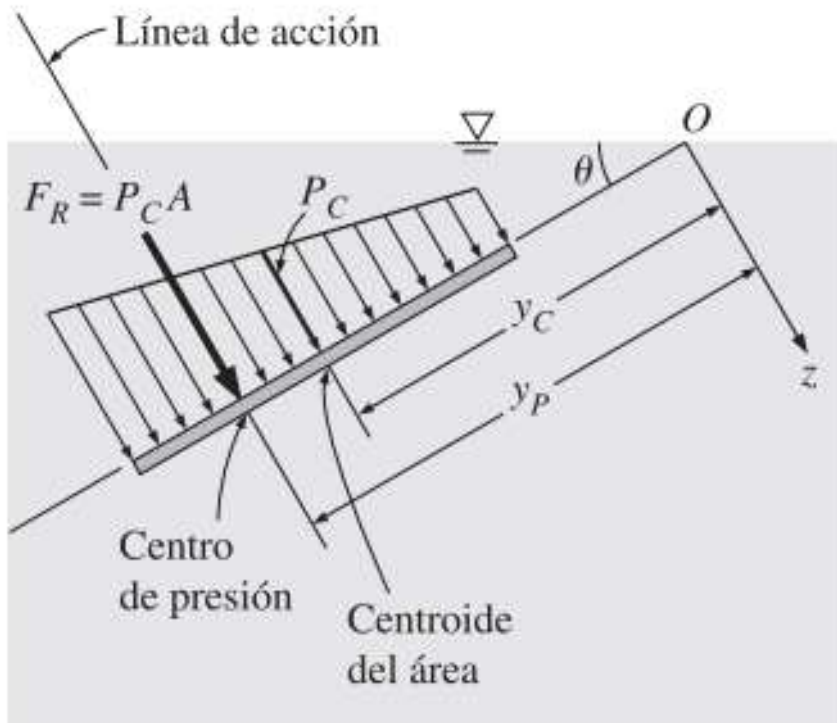
$$y_P F_R = \int_A y P dA = \int_A y (P_0 + \rho g y \sin \theta) dA$$

$$y_P F_R = P_0 \int_A y dA + \rho g \sin \theta \int_A y^2 dA$$

$$y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g \sin \theta I_{xx, 0}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



$$y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g \text{sen} \theta I_{xx,0}$$

*Distancia al
centro de presiones*

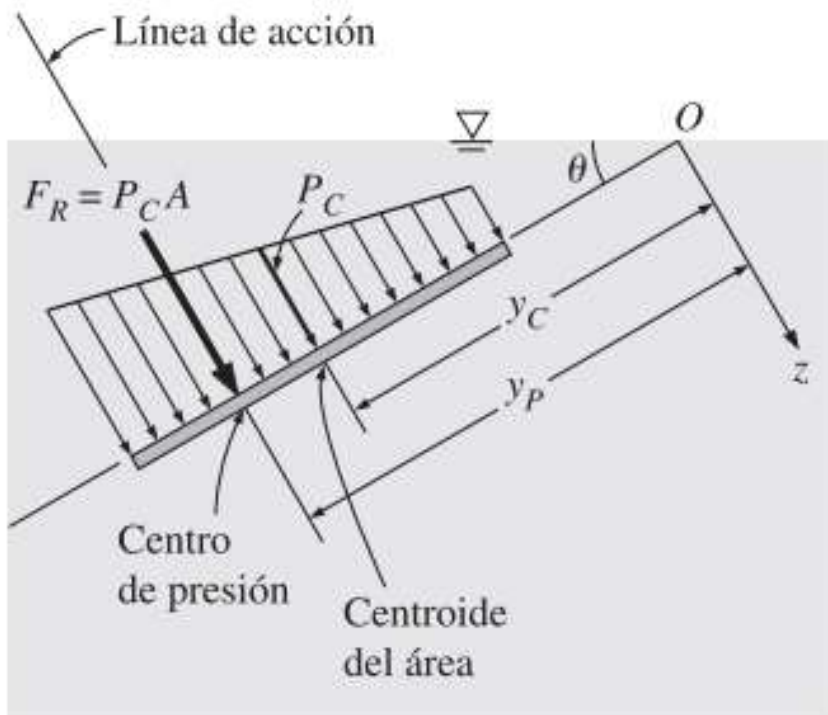
*Segundo momento
del área ó Momento
de inercia respecto del eje x*

Por el teorema de ejes paralelos

$$I_{xx,0} = I_{xx,c} + y_C^2 A$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



Por el teorema de ejes paralelos

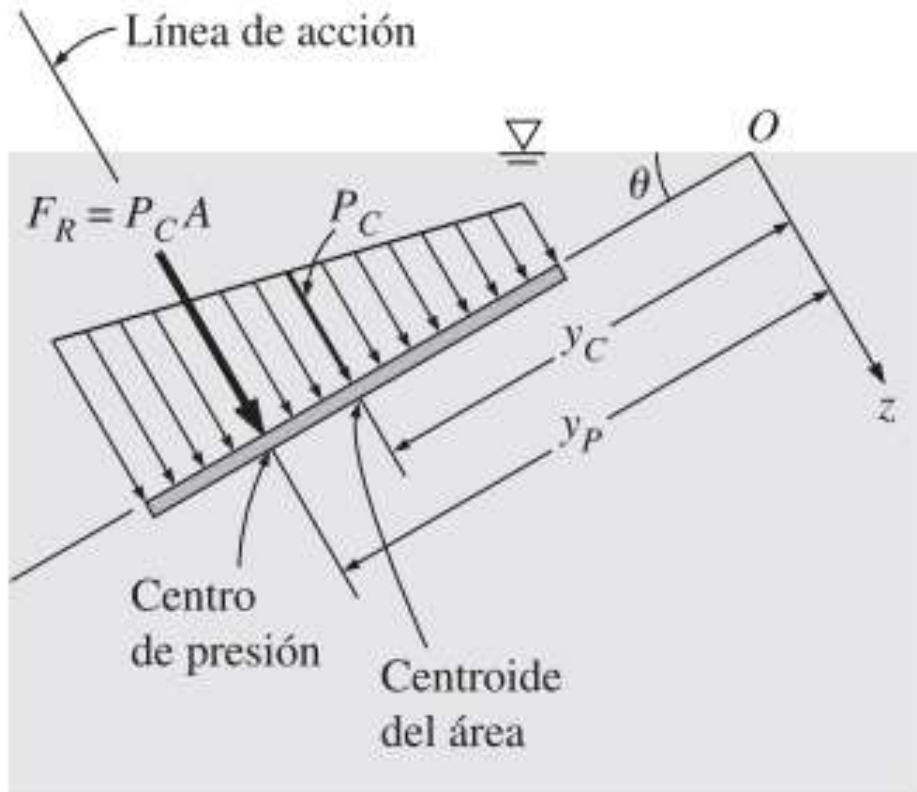
$$I_{xx,0} = I_{xx,c} + y_C^2 A$$

*Momento de inercia respecto
del eje x que pasa por el
centro de gravedad del área*

*Distancia al
centro de gravedad*

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



Por el teorema de ejes paralelos

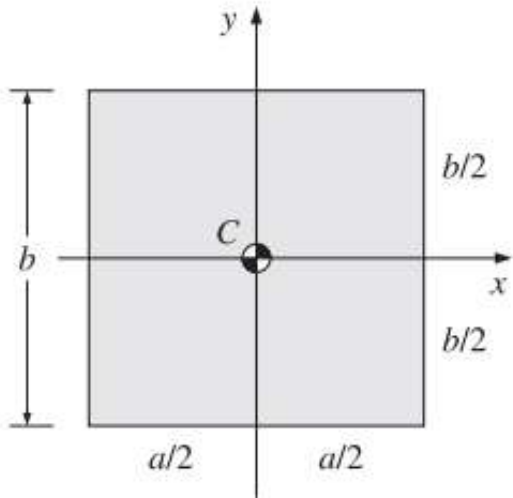
$$I_{xx,0} = I_{xx,c} + y_C^2 A$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,c}}{\left[y_C + \frac{P_0}{\rho g \sin \theta} \right] A}$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,c}}{y_C A} \rightarrow \text{Para } P_0 = 0$$

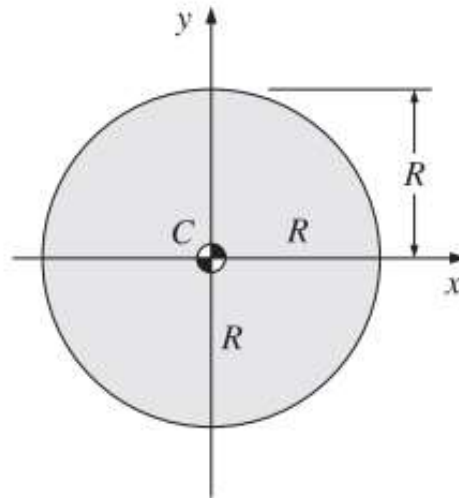
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Centro de gravedad para geometrías simples



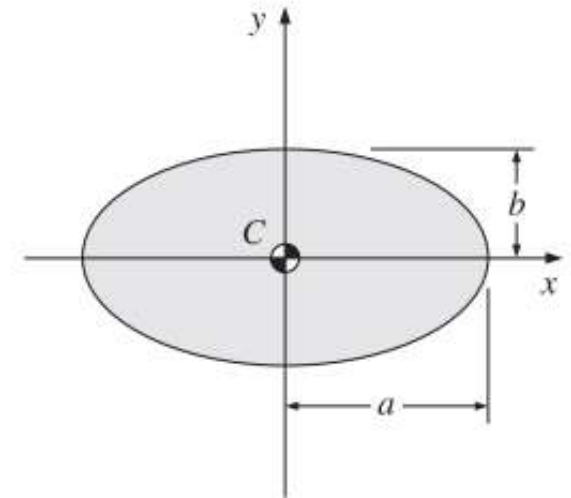
$$A = ab, I_{xx, C} = ab^3/12$$

a) Rectángulo



$$A = \pi R^2, I_{xx, C} = \pi R^4/4$$

b) Círculo

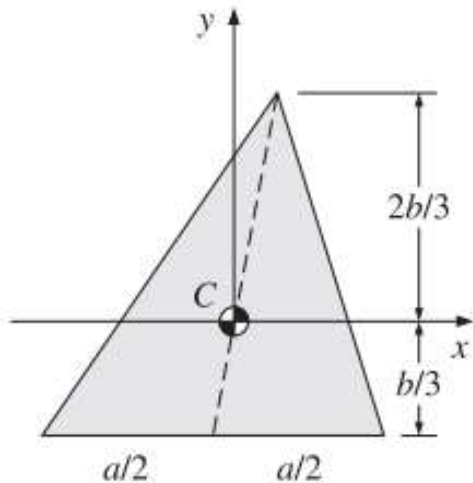


$$A = \pi ab, I_{xx, C} = \pi ab^3/4$$

c) Elipse

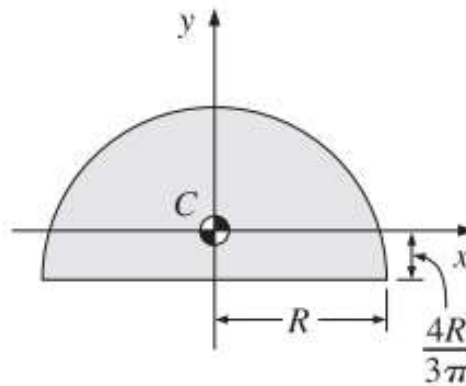
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Centro de gravedad para geometrías simples



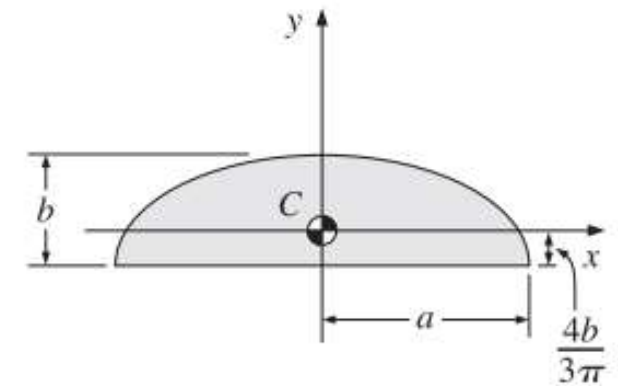
$$A = ab/2, I_{xx, C} = ab^3/36$$

d) Triángulo



$$A = \pi R^2/2, I_{xx, C} = 0.109757R^4$$

e) Semicírculo

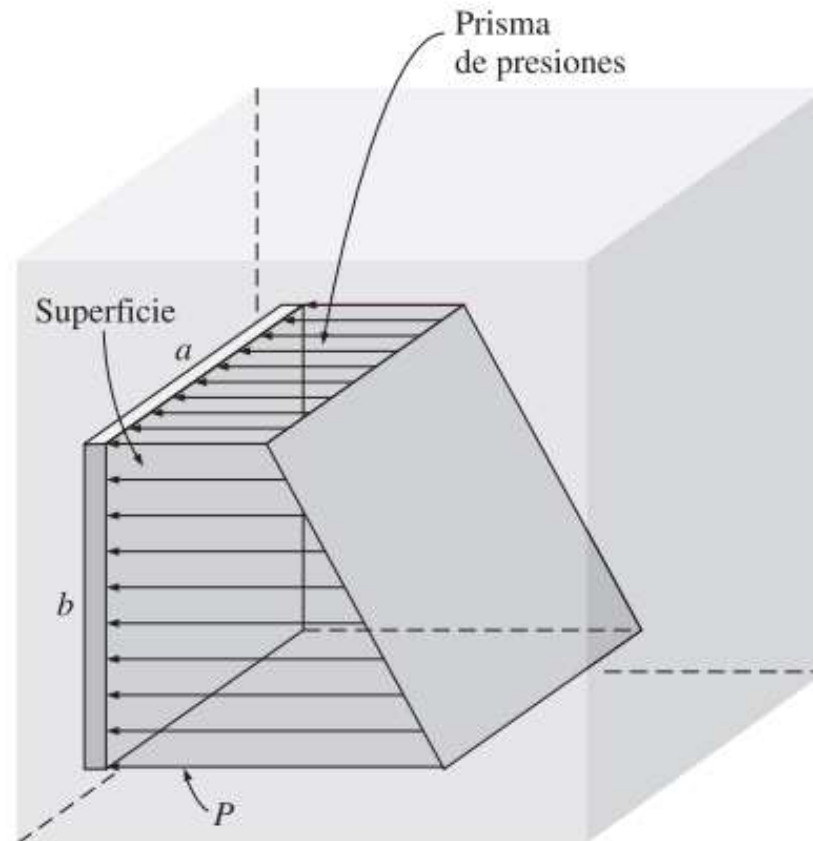


$$A = \pi ab/2, I_{xx, C} = 0.109757ab^3$$

f) Semiellipse

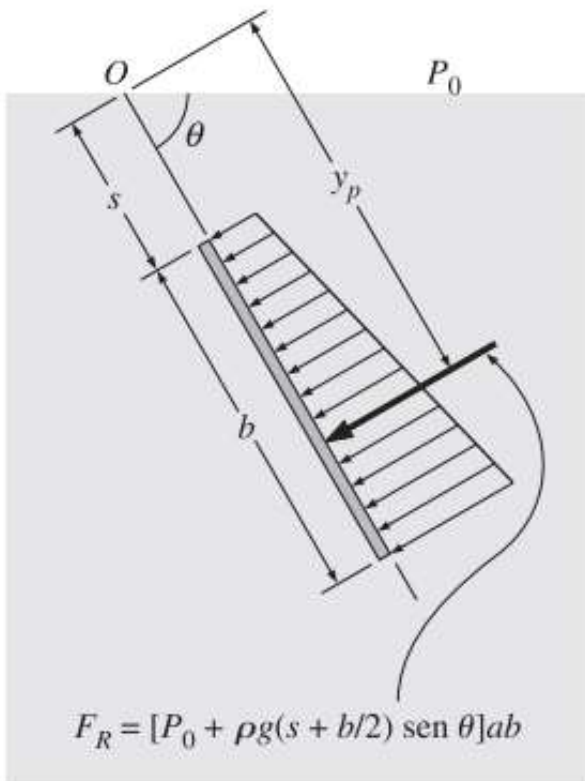
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Análisis

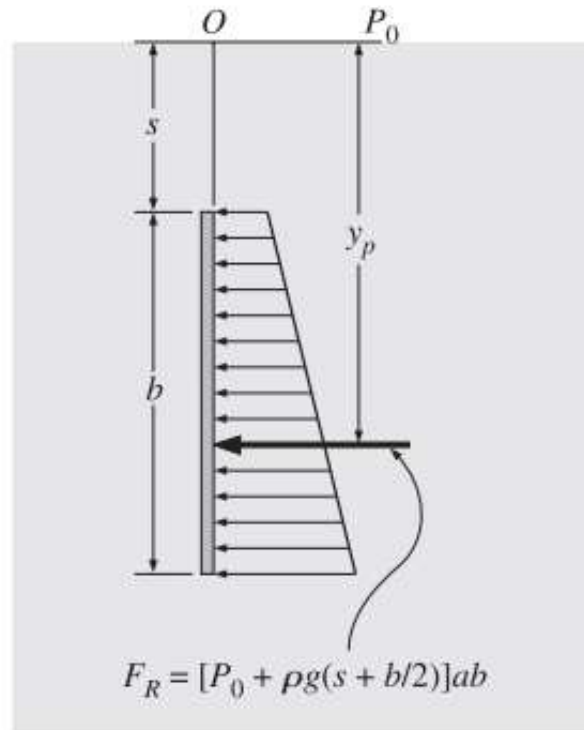


FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

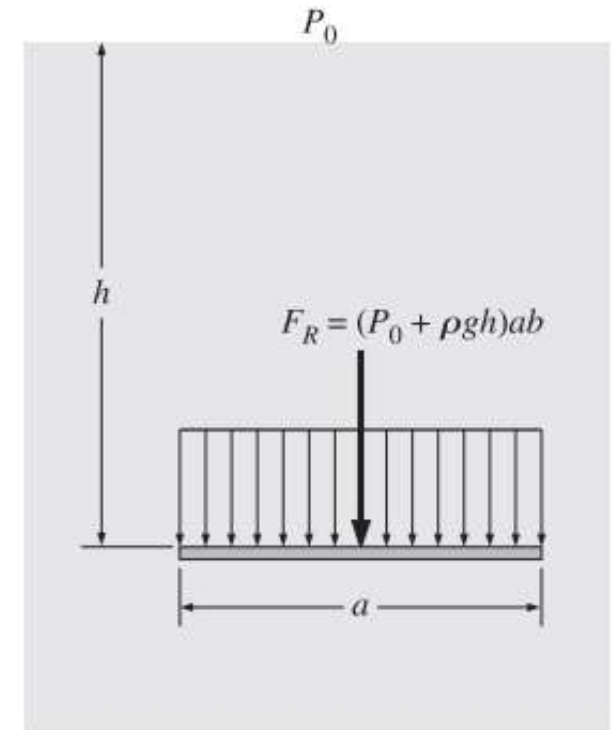
Análisis



a) Placa inclinada

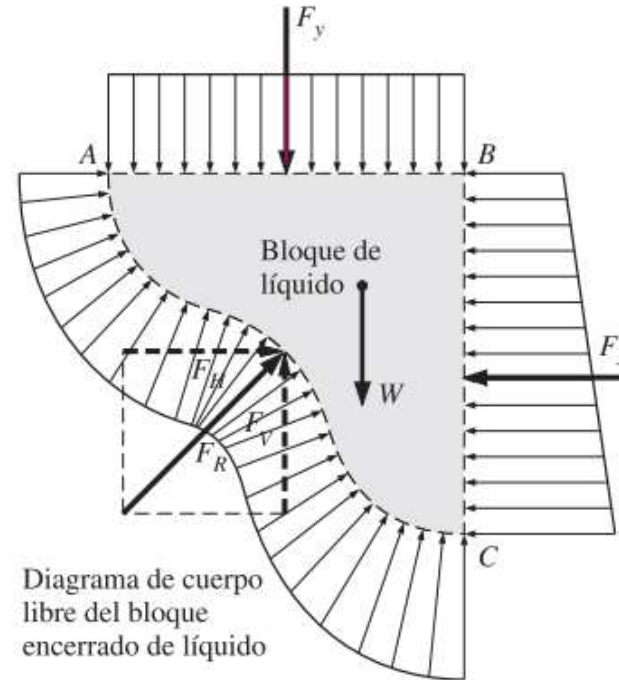
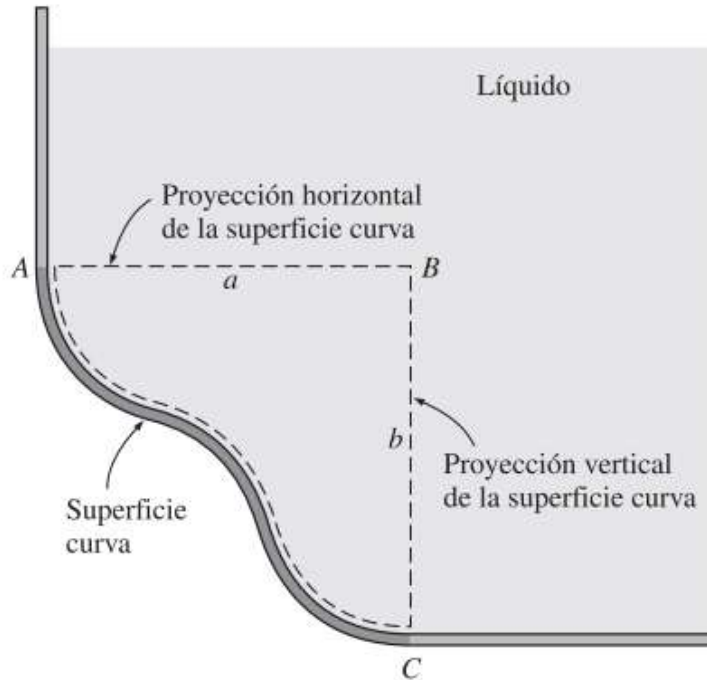


b) Placa vertical



c) Placa horizontal

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS



$$\vec{F}_V = \vec{F}_y + \vec{W}$$

$$\vec{F}_H = \vec{F}_x$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS

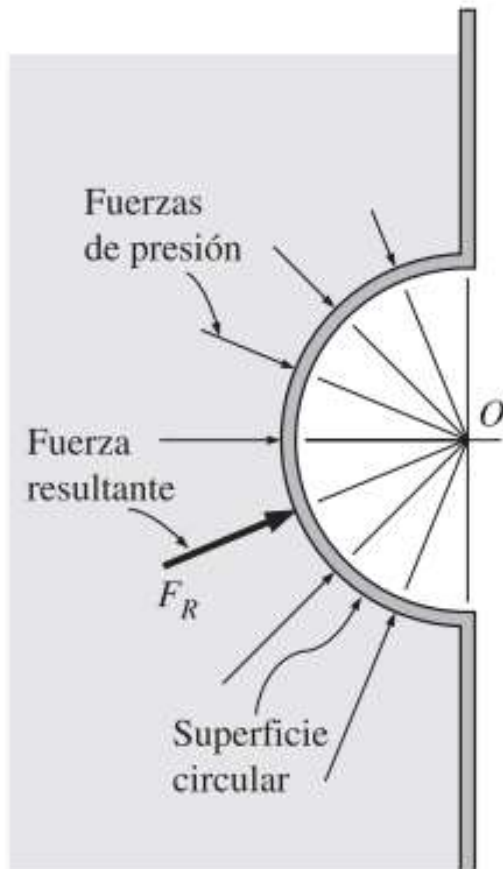
La componente horizontal de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual (en magnitud y respecto a la línea de acción) a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección vertical de esa superficie curva.

$$\vec{F}_H = \vec{F}_x$$

La componente vertical de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección horizontal de esa superficie curva, más (menos, si actúa en la dirección opuesta) el peso del bloque de fluido.

$$\vec{F}_V = \vec{F}_y \pm \vec{W}$$

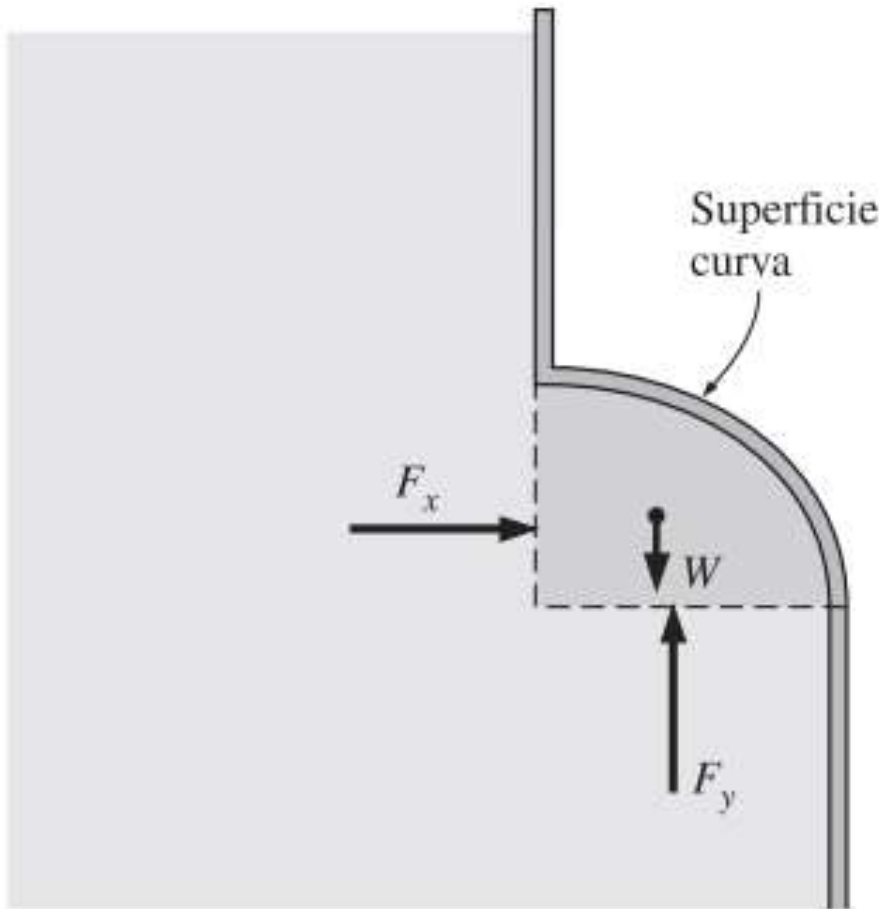
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS



- Realizar un análisis de las Fuerzas que aparecen en el sistema.
- Realizar un diagrama de cuerpo libre.
- ¿Cómo definiría la línea de acción de la Fuerza Resultante?
- ¿Por qué la Fuerza Resultante cruza por el centro del círculo?

Datos: utilizar variables genéricas para el calculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS



¿Cuál es la Fuerza Resultante Hidrostática que actúa sobre la superficie curva?

¿Cómo definiría la línea de acción de cada componente de la Fuerza Resultante?

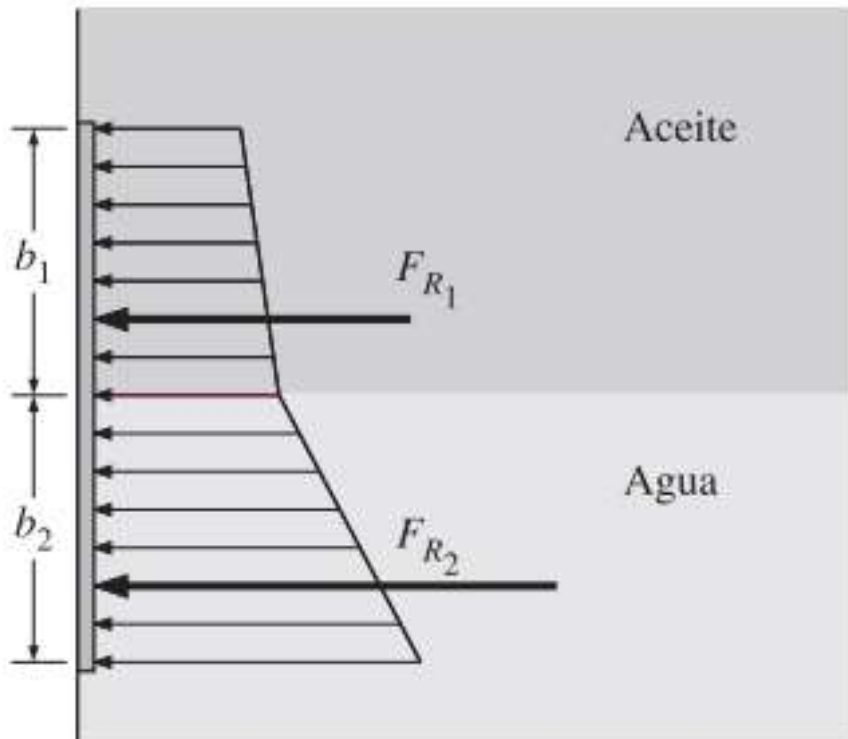
¿Cómo definiría la línea de acción de la Fuerza Resultante?

Datos: utilizar variables genéricas para el cálculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS

Superficie plana en un fluido de capas múltiples

$$F_R = \sum F_{R,i} = \sum P_{C,i} A_i$$



¿Dónde se encuentra el punto de aplicación de la Fuerza Resultante en cada fluido?

¿Dónde se encuentra el punto de aplicación de la Fuerza Resultante?

Datos: utilizar variables genéricas para el cálculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.