MECÁNICA DE LOS FLUIDOS Y MÁQUINAS

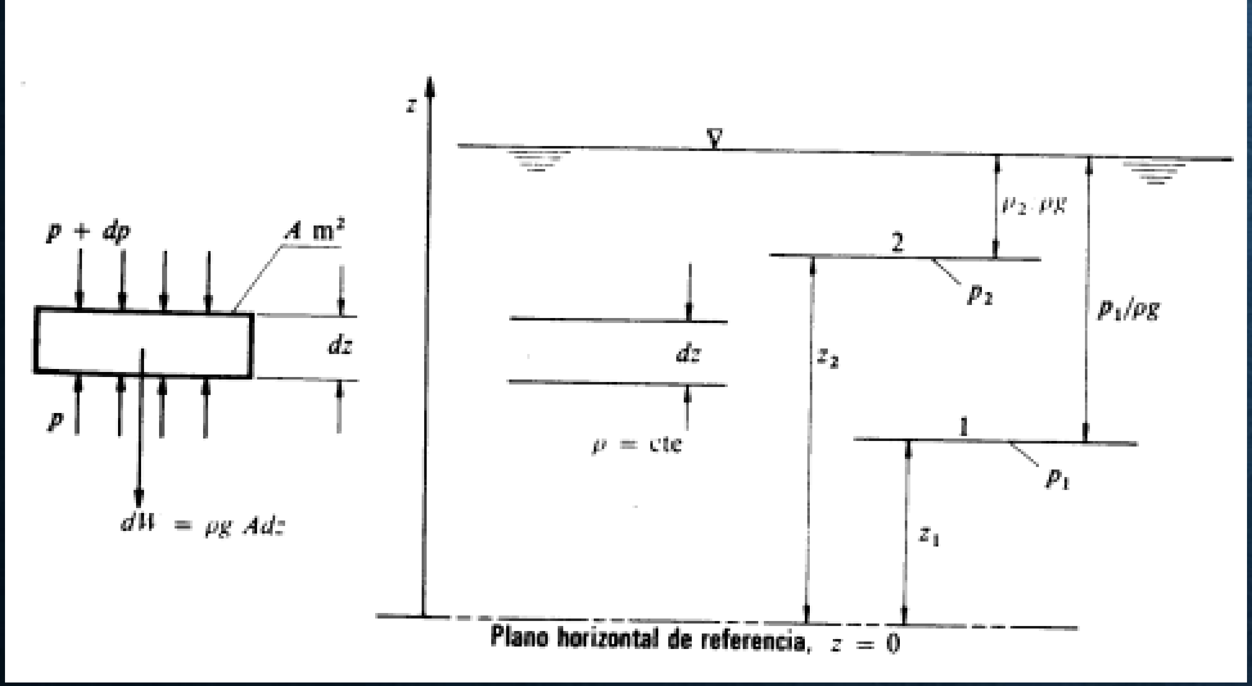
UNIDAD N°2: Hidrostática

Docentes:

- Ing. RODRIGUEZ, Carlos
- Ing. CORREA, Gustavo
- Ing. POLISCZUK, Dario

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

Para un fluido incompresible:



$$pA - (p + dp)A - \rho A g dz = 0$$

$$\frac{dp}{\rho} = -g dz$$

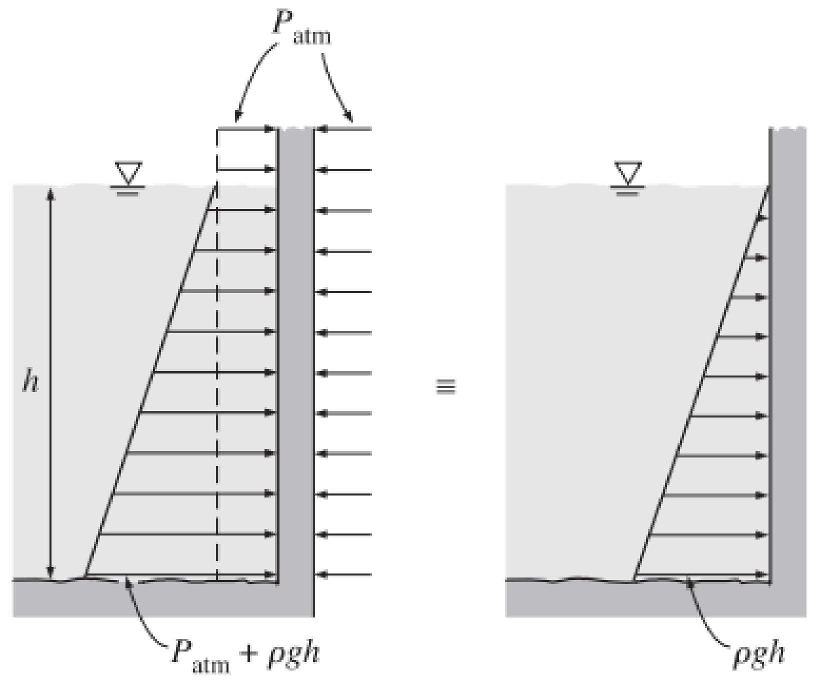
Entre el punto 1 y 2 y considerando $\rho = cte$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = g(z_2 - z_1)$$

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g$$

$$\boldsymbol{\frac{p}{\rho} + zg = C} \quad \text{ó} \quad \boldsymbol{\frac{p}{\rho g} + z = C}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS



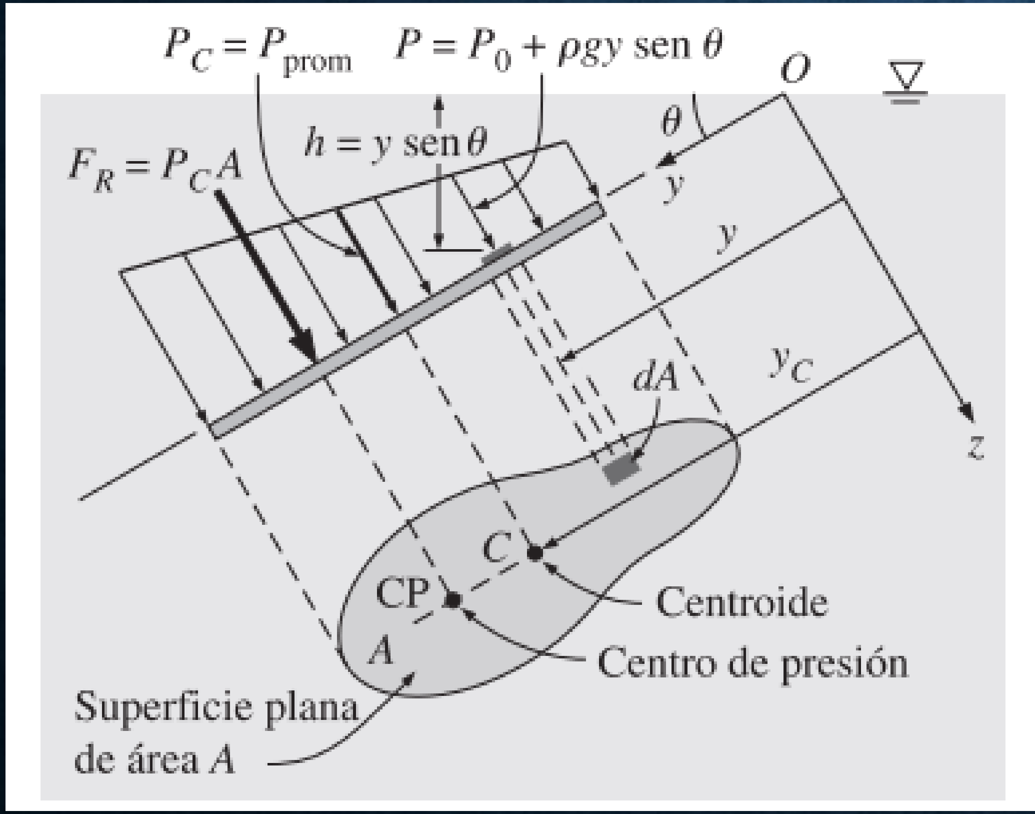
a) P_{atm} considerada

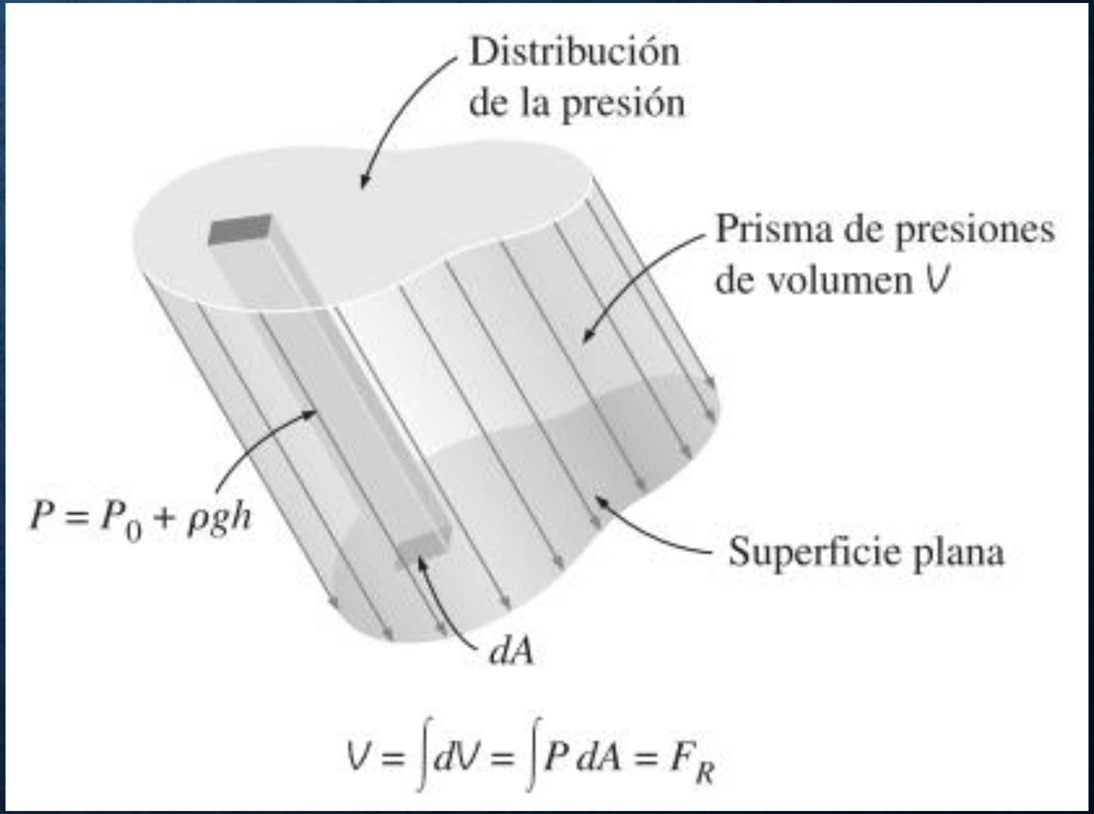
b) P_{atm} restada

$p = P_{atm} + \rho gh \rightarrow Debido\ a\ que\ la\ presión\ atmosferica\ actua\ en\ ambos\ caras\ de\ la\ superficie\ se\ puede\ restar$

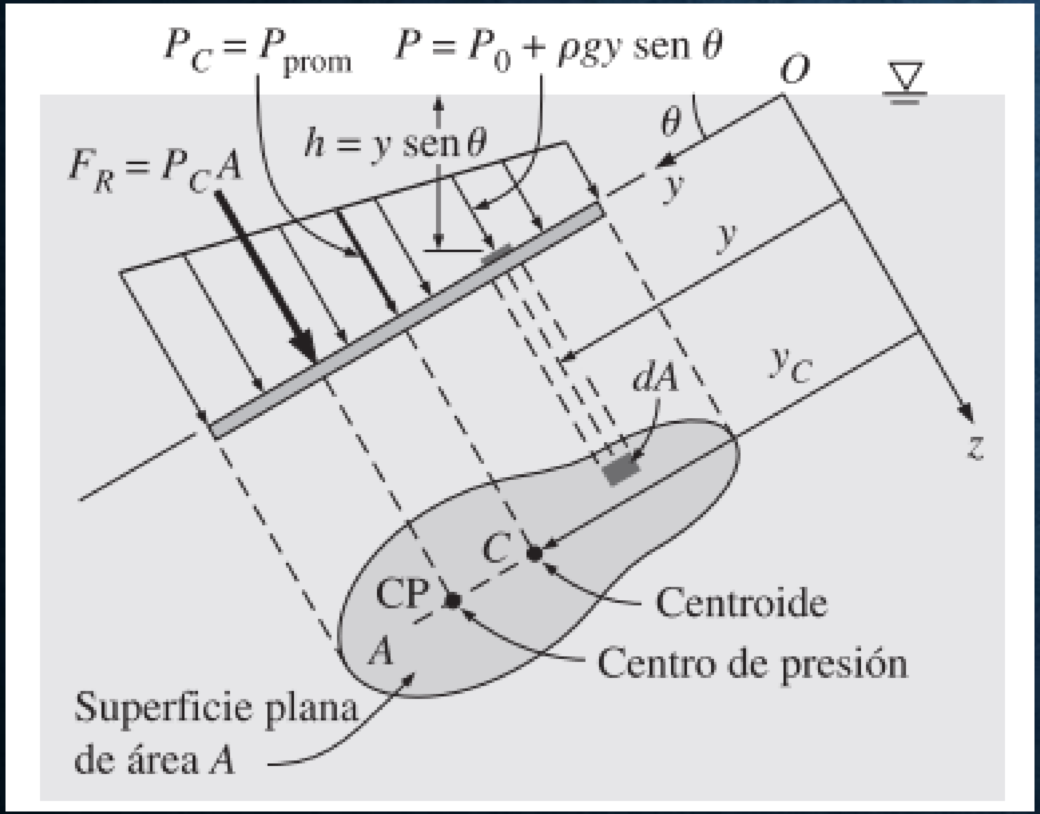
$p = \rho gh \rightarrow Presión\ en\ el\ fondo\ del\ lago$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS





FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

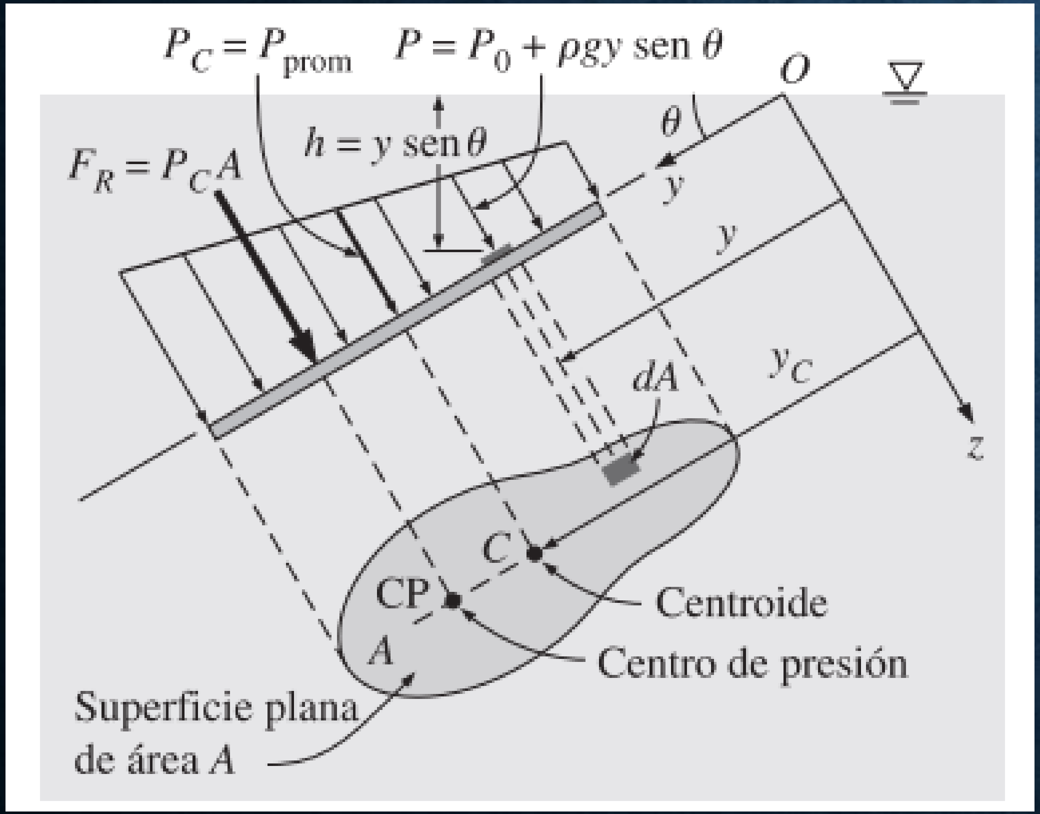


$$P = P_0 + \rho gh = P_0 + \rho g(ysen\theta)$$

$$F_R = \int_A PdA = \int_A (P_0 + \rho gysen\theta)dA$$

$$F_R = P_0 A + \rho gsen\theta \int_A ydA$$

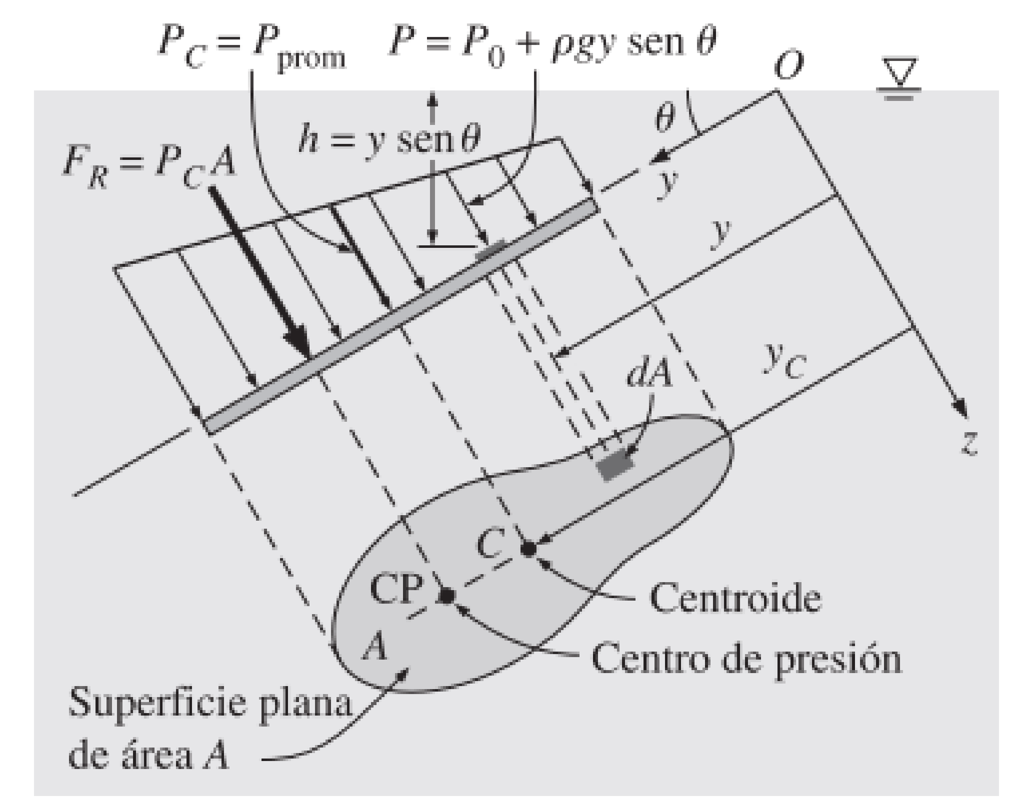
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS



$$F_R = P_0 A + \rho g sen\theta \underbrace{\int_A y dA}_{\text{Primer momento de área}}$$

$$Y_C = \frac{1}{A}\int_A y dA$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

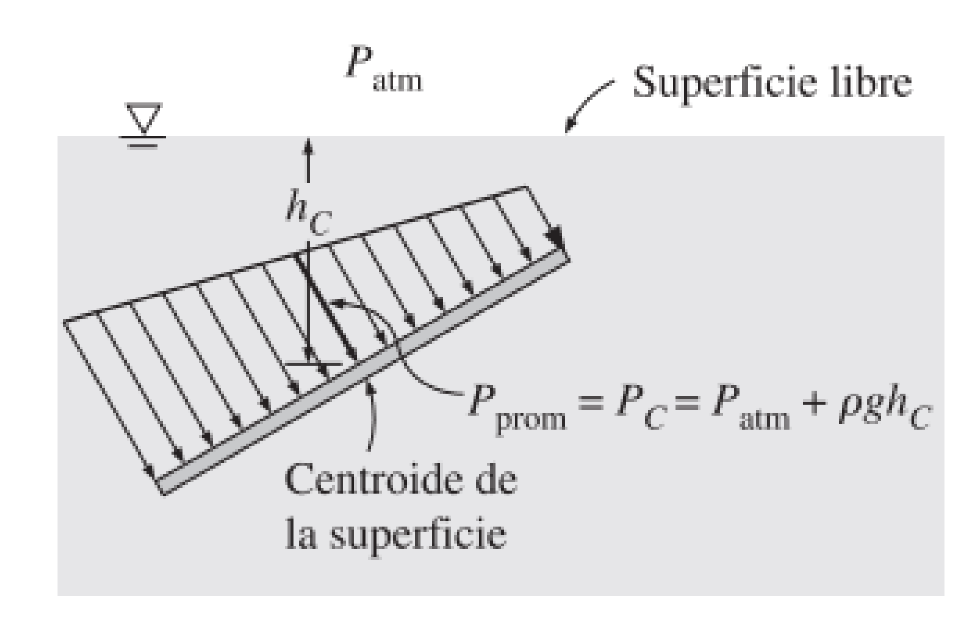


$$\underbrace{F_R = (P_0 + \rho g y_C sen\theta) A}_{h = y_C sen\theta}$$

$$\boldsymbol{F_R = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{prom} A}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

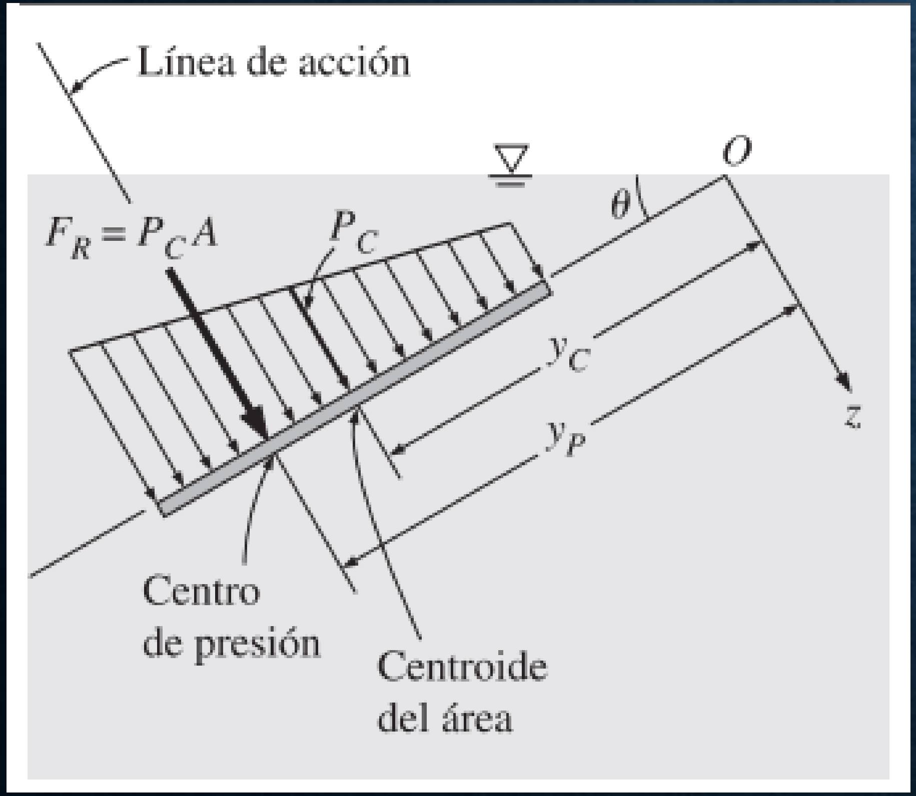
$$F_R = (P_0 + \rho g h_C)A = P_C A = P_{prom} A$$



La magnitud de la fuerza resultante "F_R" que actúa sobre una superficie plana de una placa totalmente sumergida en un fluido homogéneo (de densidad constante) es igual al producto de la presión en el centro de gravedad (ó centroide) de la superficie y el área ésta.

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



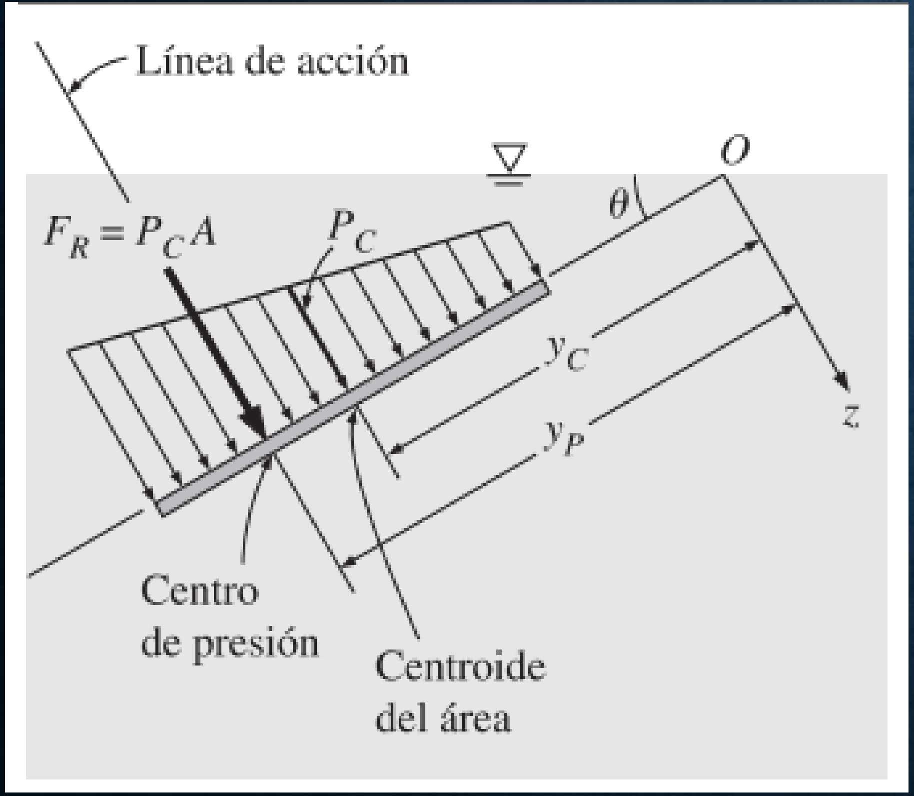
$$y_P F_R = \int_A y P dA = \int_A y(P_0 + \rho g y sen\theta) dA$$

$$y_P F_R = P_0 \int_A y dA + \rho g sen\theta \int_A y^2 dA$$

$$\boldsymbol{y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g sen\theta I_{xx,\,0}}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

<u>Punto de aplicación</u>



$$y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g sen\theta I_{xx,\,0}$$

Distancia al centro de presiones

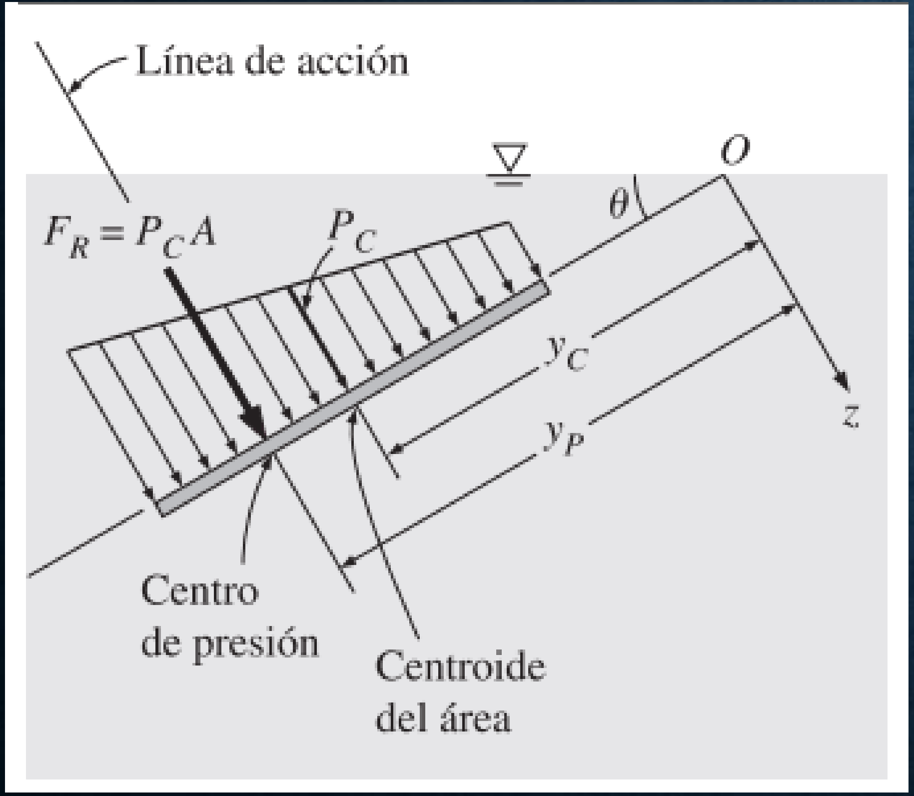
Segundo momento del área ó Momento de inercia respecto del eje x

Por el teorema de ejes paralelos

$$I_{xx,\,0} = I_{xx,\,C} + y_C^2 A$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



Por el teorema de ejes paralelos

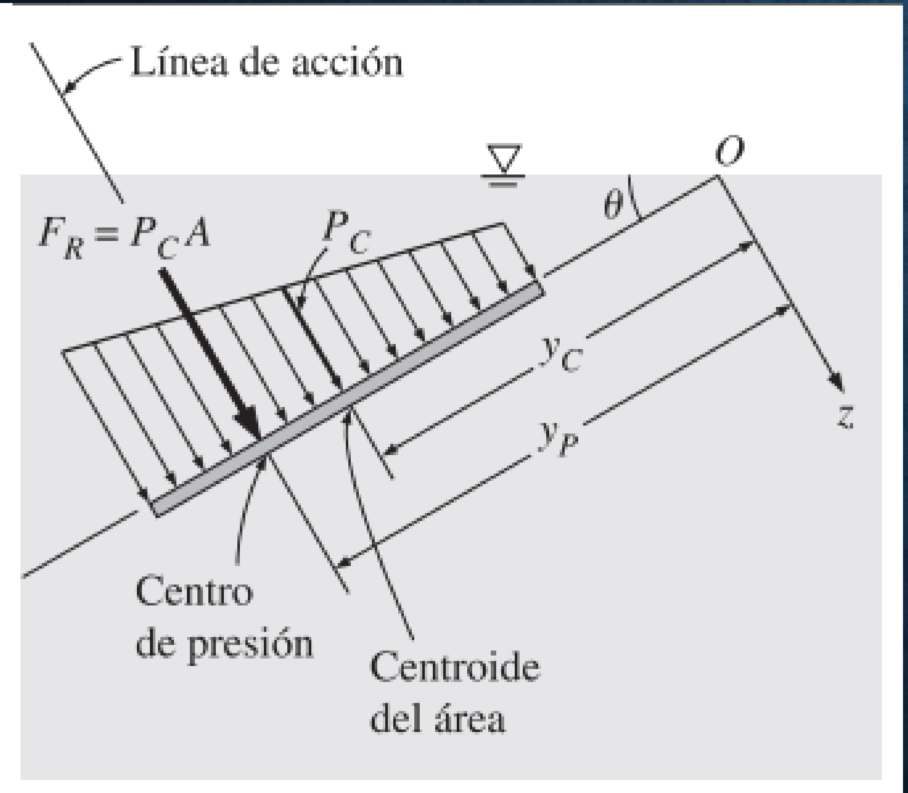
$$I_{xx,0} = I_{xx,C} + y_C^2 A$$

Momento de inercia respecto del eje x que pasa por el centro de gravedad del área

Distancia al centro de gravedad

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Punto de aplicación



Por el teorema de ejes paralelos

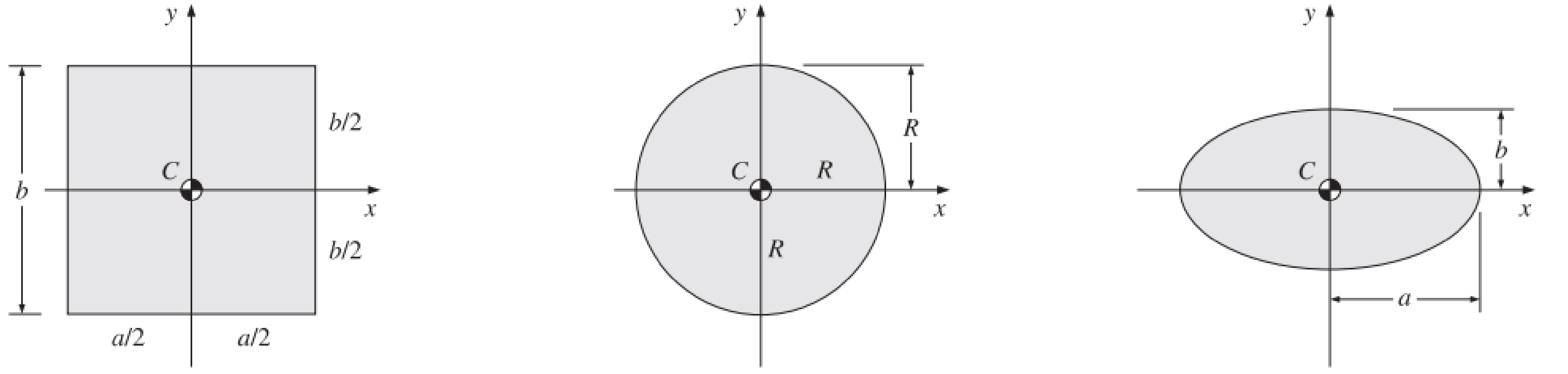
$$I_{xx,\,0} = I_{xx,\,C} + y_C^2 A$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,\,C}}{\left[y_C + \frac{P_0}{\rho g sen\theta}\right] A}$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,\,C}}{y_C A} \rightarrow Para\ P_0 = 0$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Centro de gravedad para geometrías simples



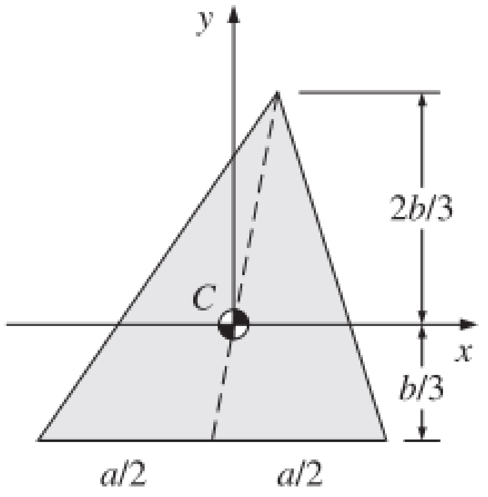
$A = ab,\ I_{xx,\,C} = ab^3/12$
a) Rectángulo

$A = \pi R^2,\ I_{xx,\,C} = \pi R^4/4$
b) Círculo

$A = \pi ab,\ I_{xx,\,C} = \pi ab^3/4$
c) Elipse

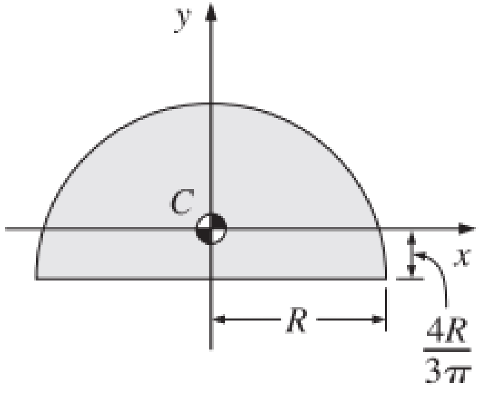
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Centro de gravedad para geometrías simples



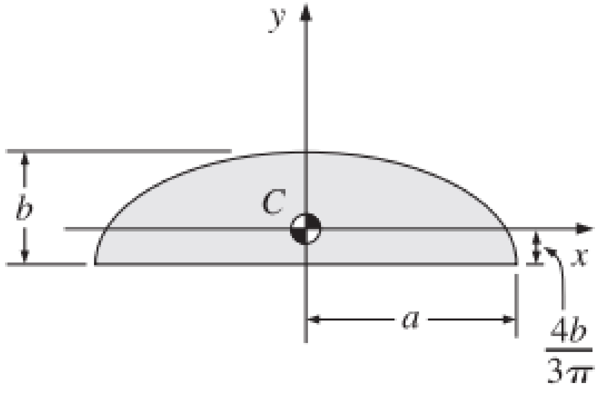
$A = ab/2, \; I_{xx,\,C} = ab^3/36$

d) Triángulo



$A = \pi R^2/2, \; I_{xx,\,C} = 0.109757R^4$

e) Semicírculo

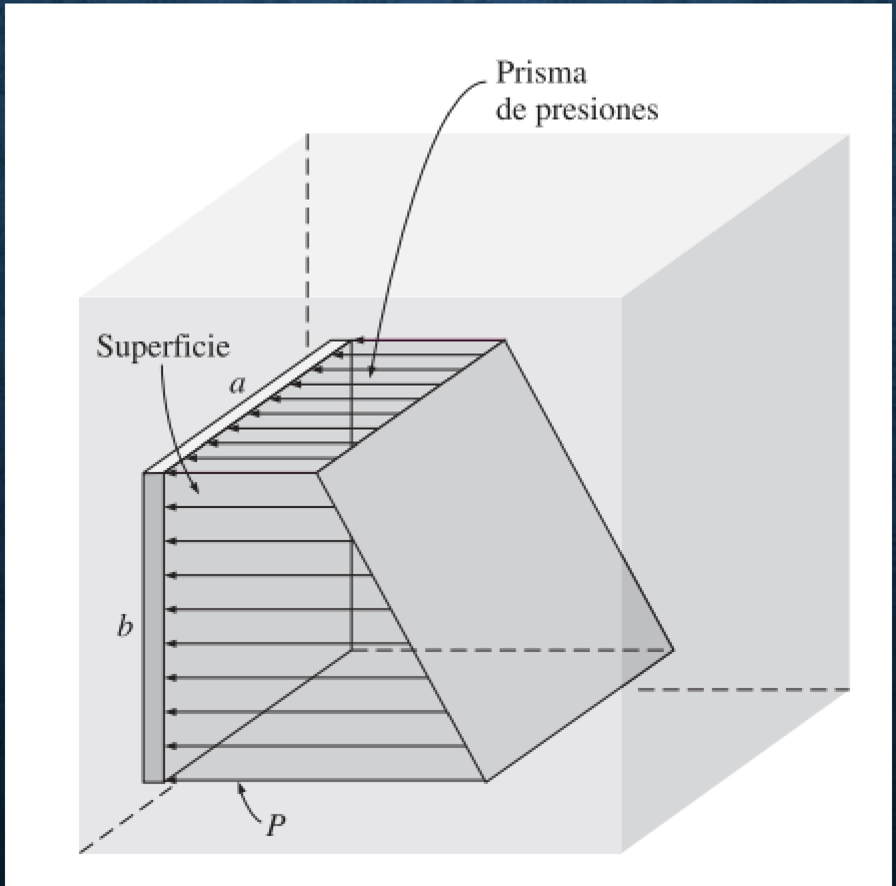


$A = \pi ab/2, \; I_{xx,\,C} = 0.109757ab^3$

f) Semielipse

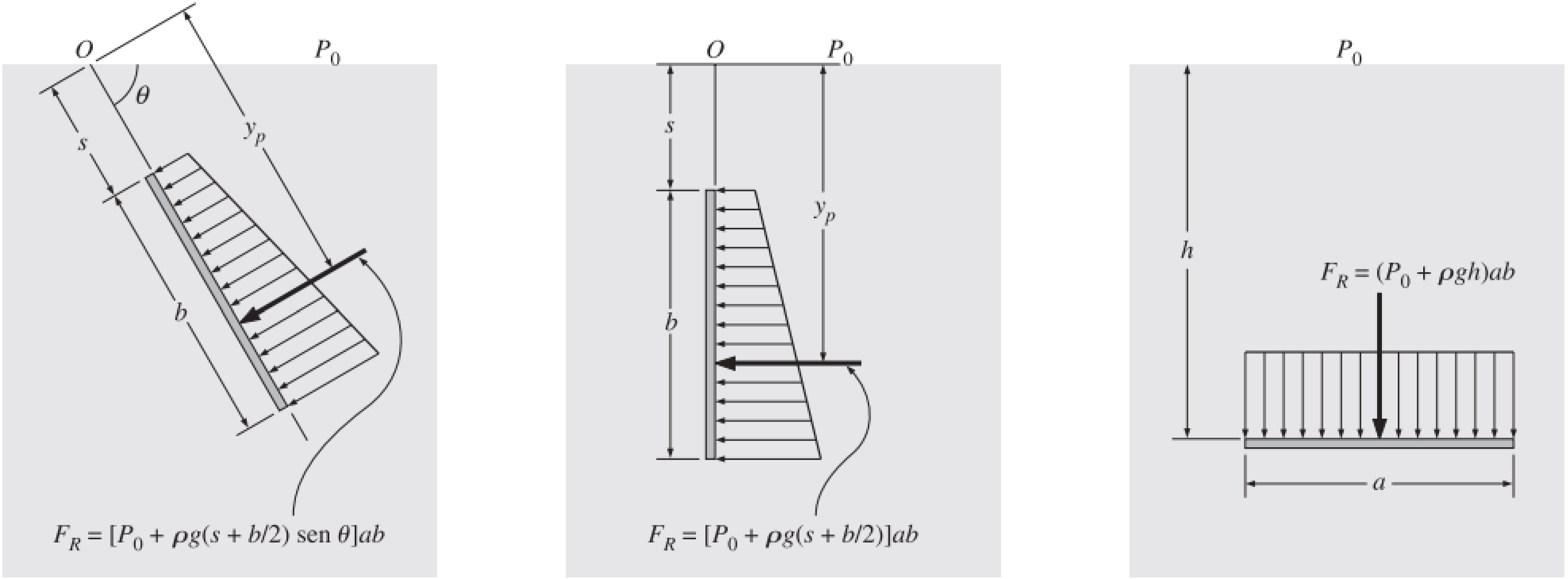
FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Análisis



FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES PLANAS SUMERGIDAS

Análisis

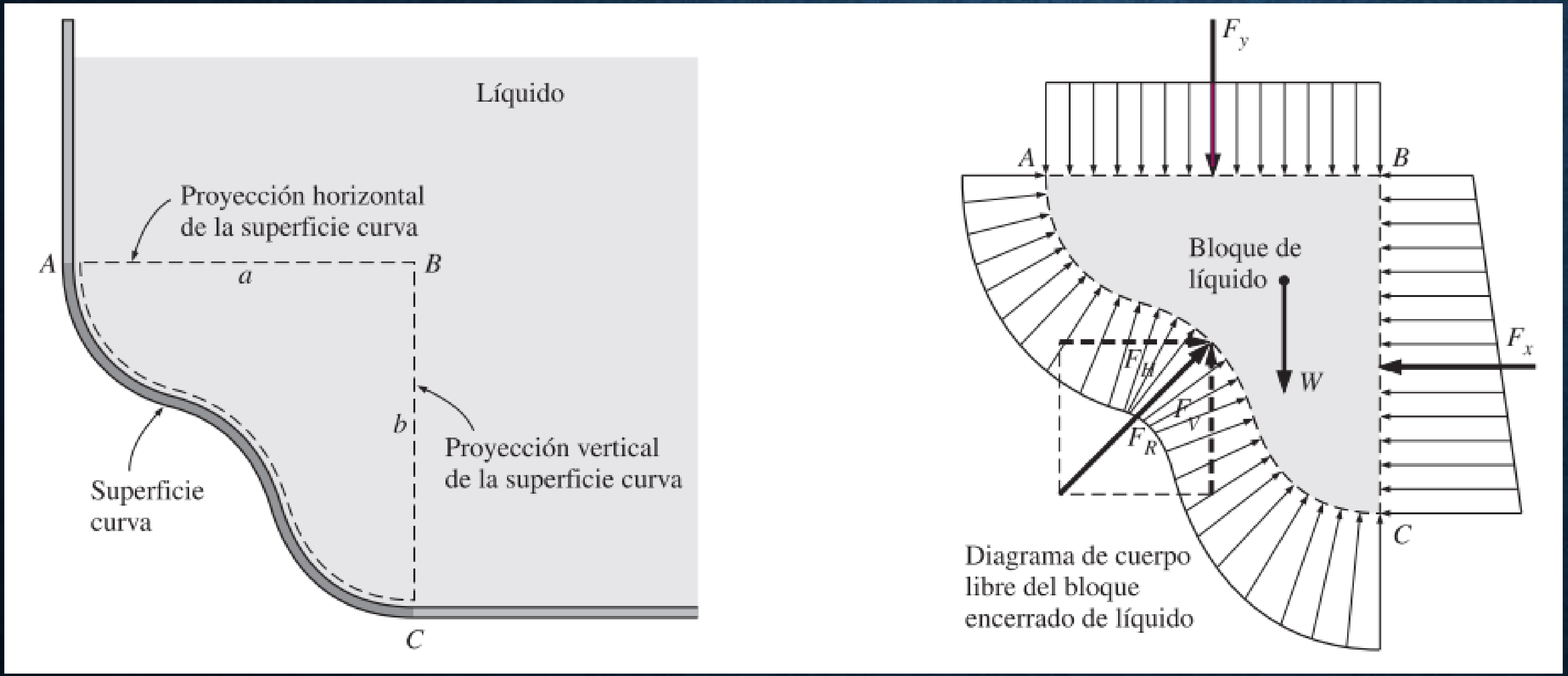


a) Placa inclinada

b) Placa vertical

c) Placa horizontal

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS



$$\overrightarrow{F_V} = \overrightarrow{F_y} + \overrightarrow{W}$$

$$\overrightarrow{F_H} = \overrightarrow{F_x}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS

La componente horizontal de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual (en magnitud y respecto a la línea de acción) a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección vertical de esa superficie curva.

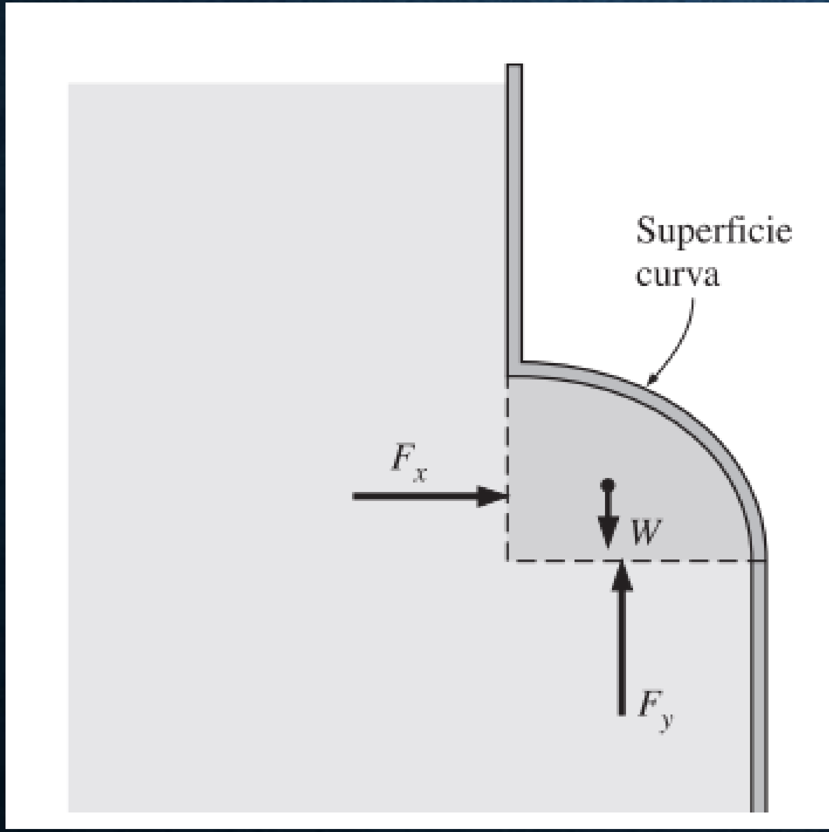
$$\overrightarrow{F_H} = \overrightarrow{F_x}$$

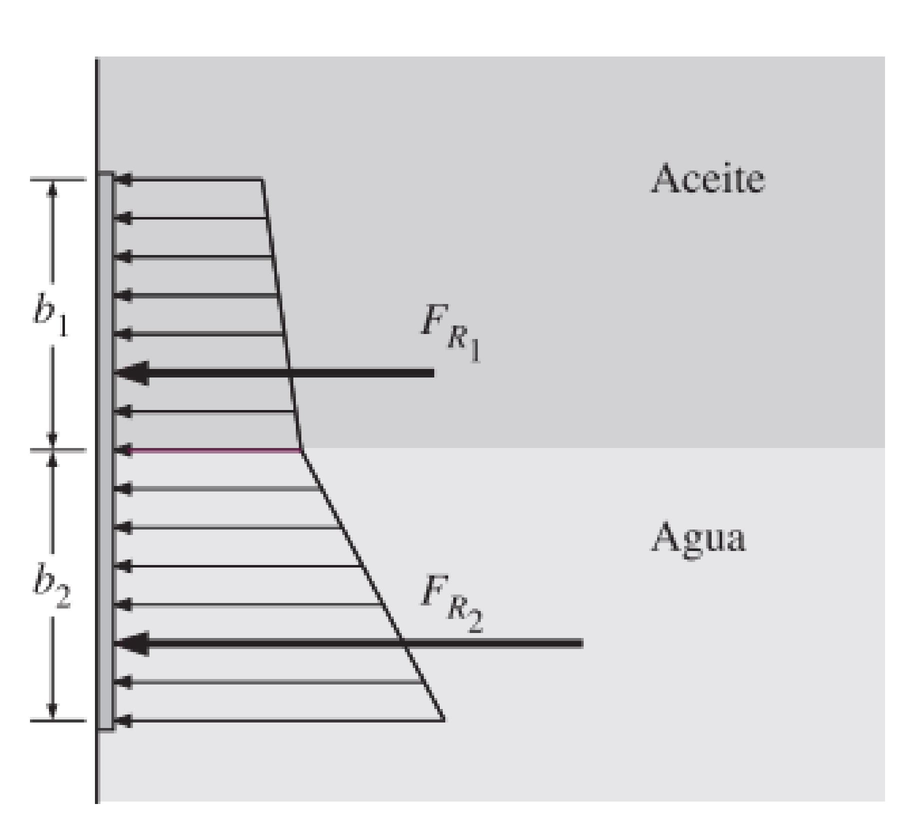
La componente vertical de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección horizontal de esa superficie curva, más (menos, si actúa en la dirección opuesta) el peso del bloque de fluido.

$$\overrightarrow{F_V} = \overrightarrow{F_y} + \overrightarrow{W}$$

FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS

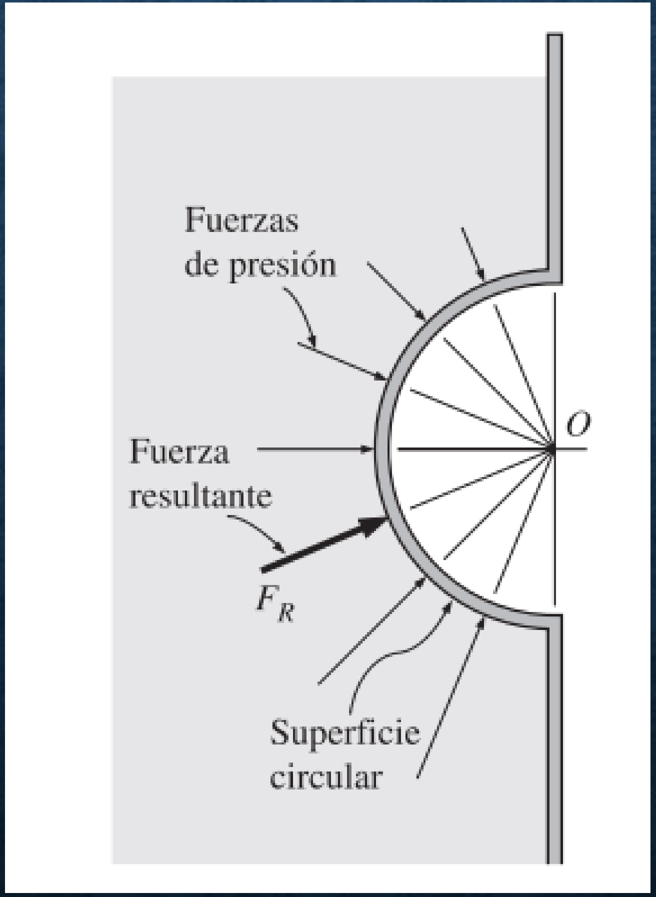
Análisis



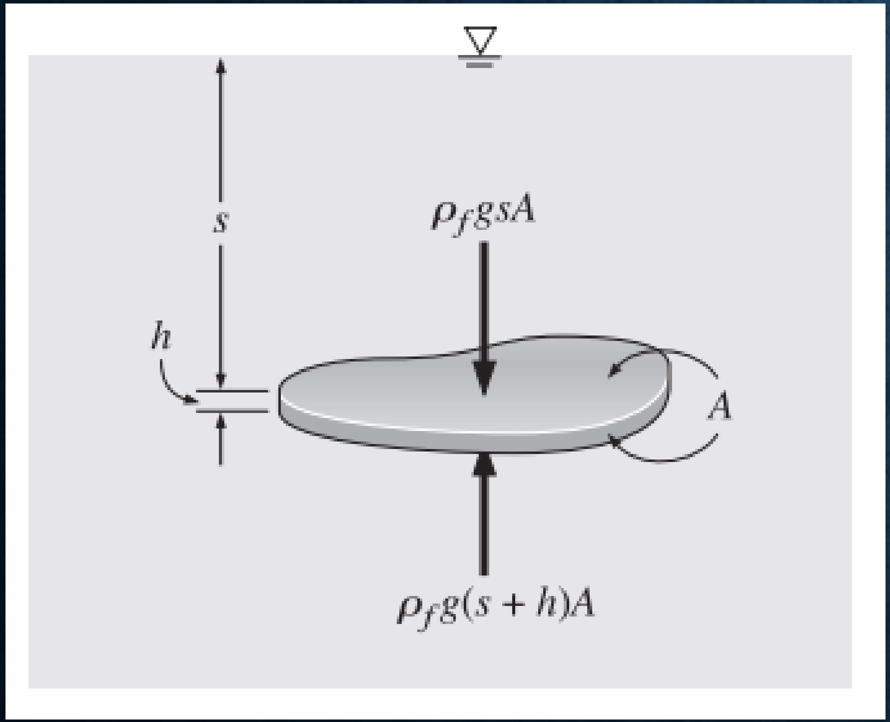


FUERZAS HIDROSTÁTICAS SOBRE SUPERFICIES CURVAS SUMERGIDAS

Análisis



FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD



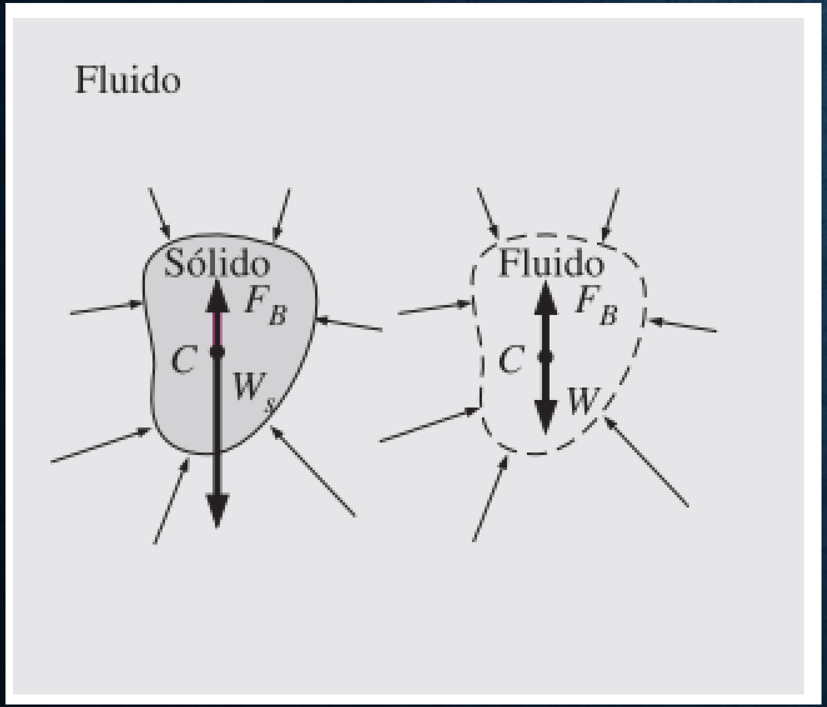
$$F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f g(s+h)A - \rho_f gsA$$

$$F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f ghA$$

$$\boldsymbol{F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f gV}$$

La fuerza de flotación que actúa sobre la placa es igual al peso del líquido desplazado por la propia placa.

FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD



Principio de Arquímedes

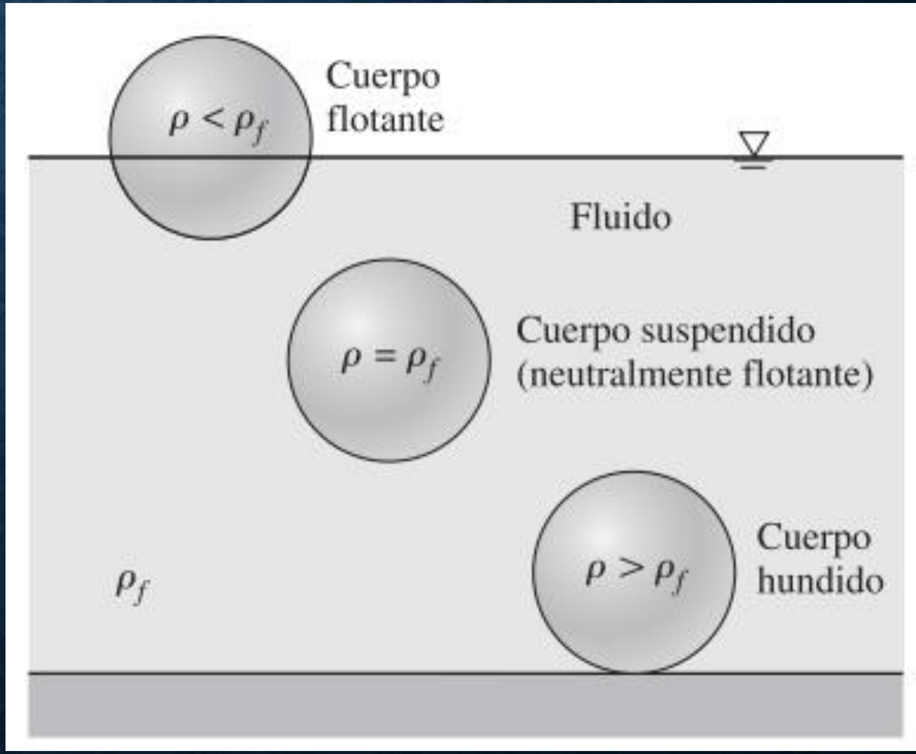
La fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido en un fluido es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo y actúa hacia arriba pasando por el centro de gravedad (o centroide) del volumen desplazado.

FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD

Para los cuerpos *flotantes*, el peso del cuerpo completo debe ser igual a la fuerza de flotación, la cual es el peso del fluido cuyo volumen es igual al de la parte sumergida de ese cuerpo; es decir:

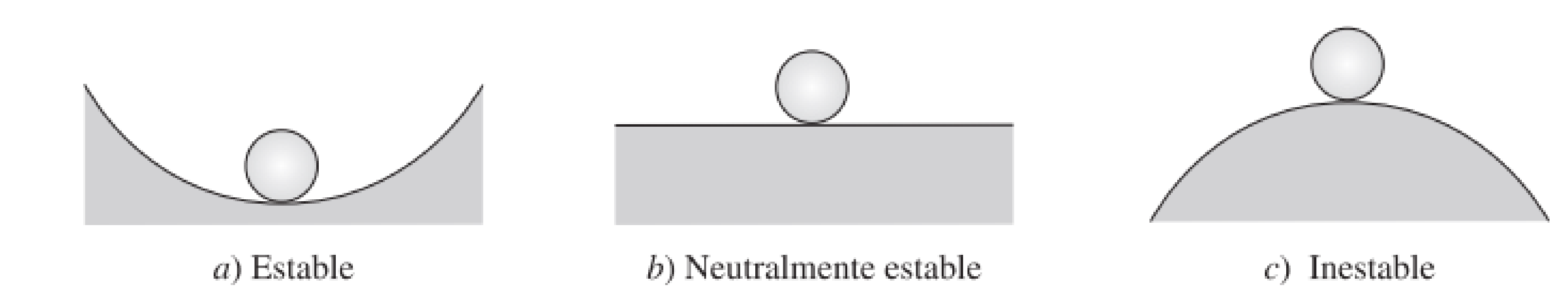
$$F_B = W = \rho_f g V_{sum} = \rho_{prom,\ cuerpo} g V_{total} \rightarrow$$

$$\frac{V_{sum}}{V_{total}} = \frac{\rho_{prom,\ cuerpo}}{\rho_f}$$



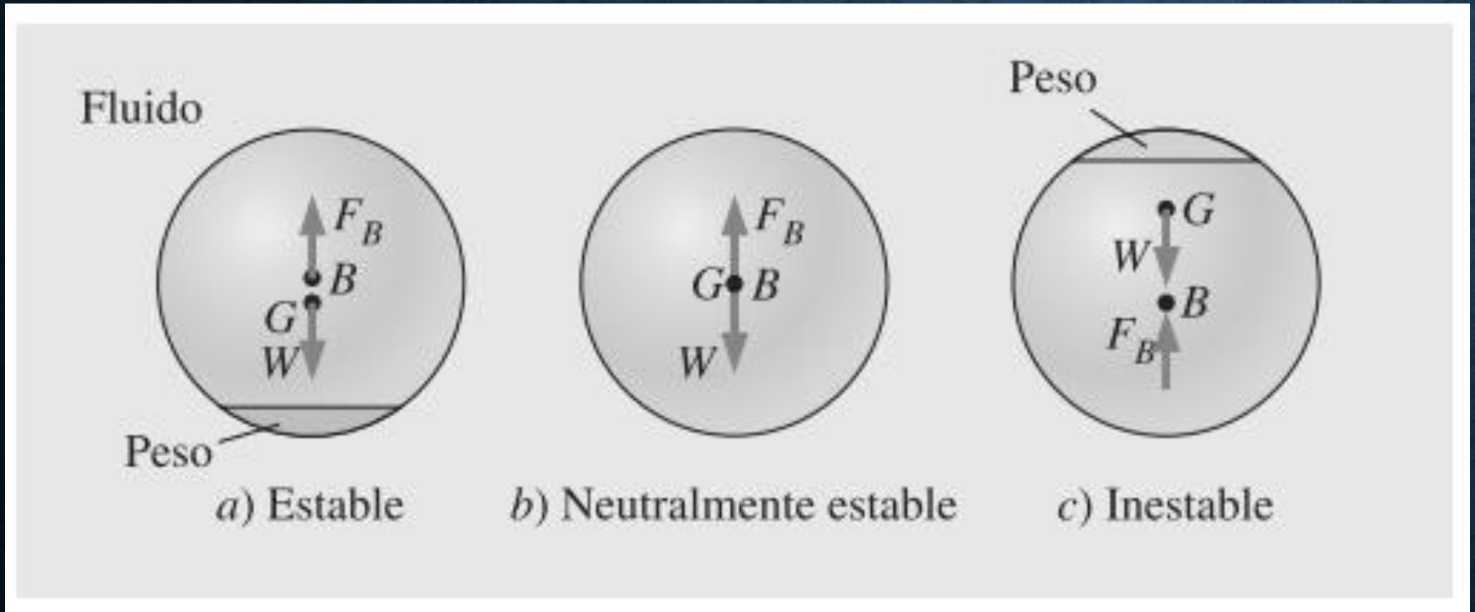
FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD

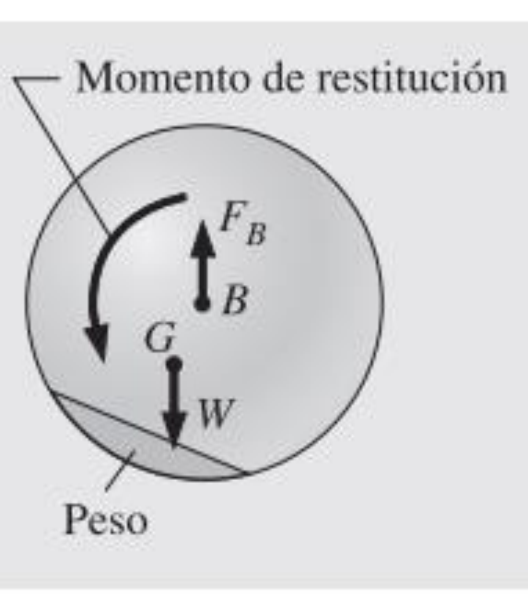
<u>Aplicaciones</u>



FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD

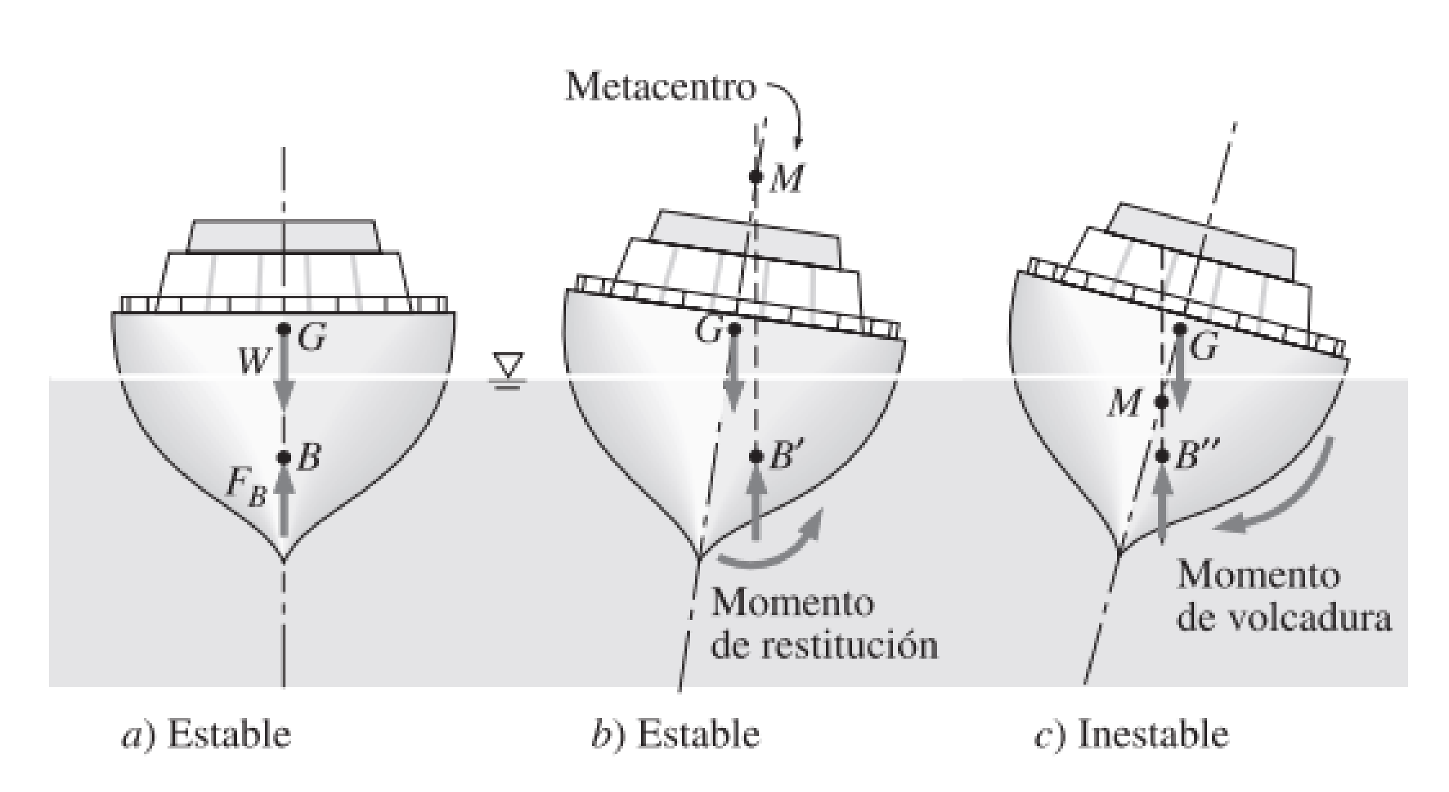
Aplicaciones





FUERZAS DE FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD

Aplicaciones



EQUILIBRIO RELATIVO DE LOS LÍQUIDOS

Consideraciones

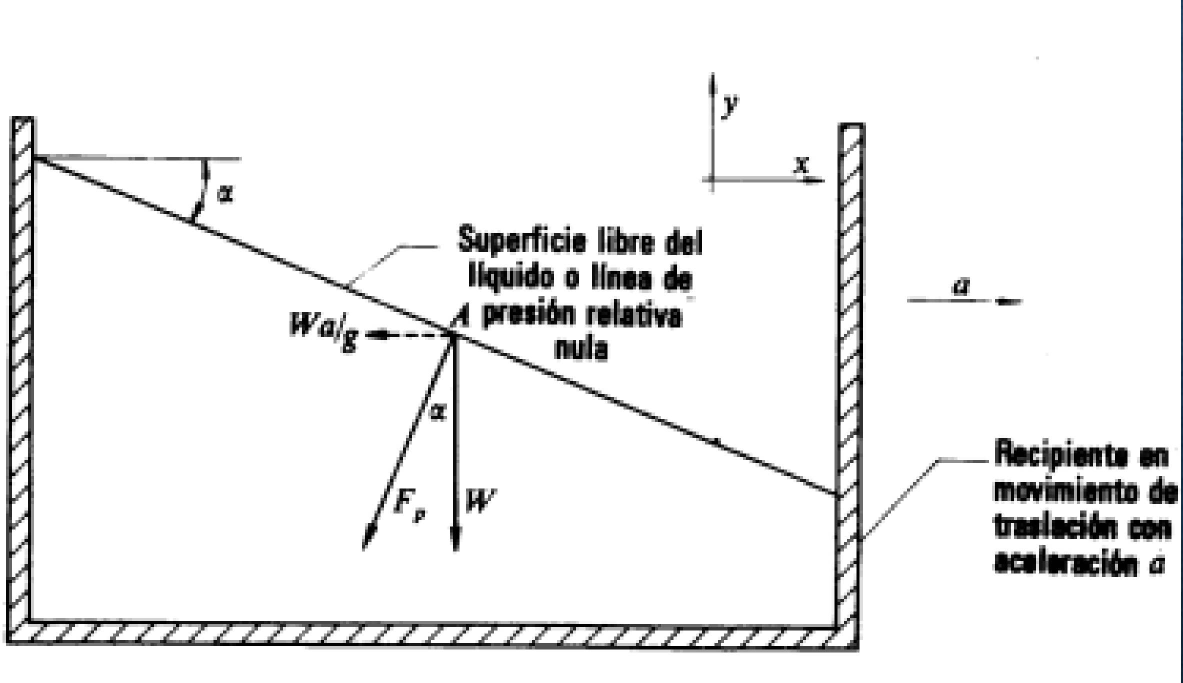
- No hay velocidad relativa entre el fluido y el contorno.
- No hay velocidad relativa entre las capas de fluido.

Si se cumplen estas condiciones el rozamiento no existe y el estudio pertenece a la hidrostática.

- En un líquido en equilibrio relativo la superficie libre del líquido ya no es horizontal.

EQUILIBRIO RELATIVO DE LOS LÍQUIDOS

Recipiente con aceleración lineal constante



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{px} - W\frac{a}{g} = 0 \rightarrow F_{px} = W\frac{a}{g}$$

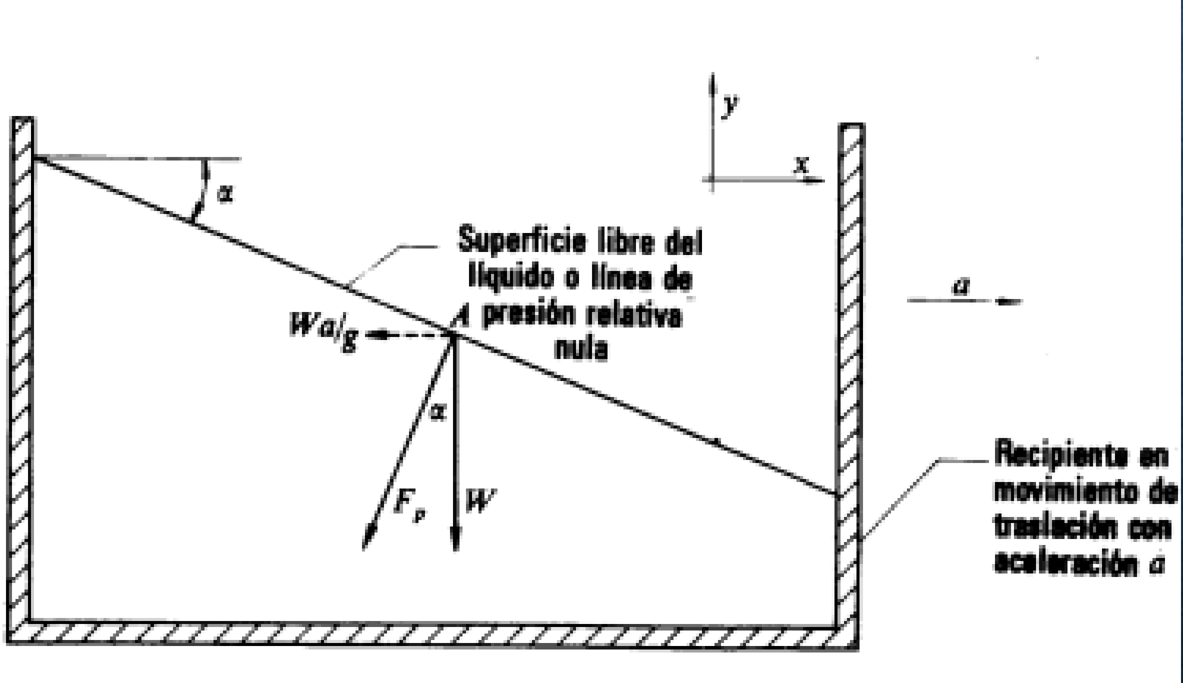
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{py} - W = 0 \rightarrow F_{py} = W$$

$$\frac{F_{px}}{F_{py}} = tg\alpha = \frac{Wa}{Wg} = \frac{a}{g}$$

$$\boldsymbol{tg\alpha = \frac{a}{g}}$$

EQUILIBRIO RELATIVO DE LOS LÍQUIDOS

Recipiente con aceleración lineal constante

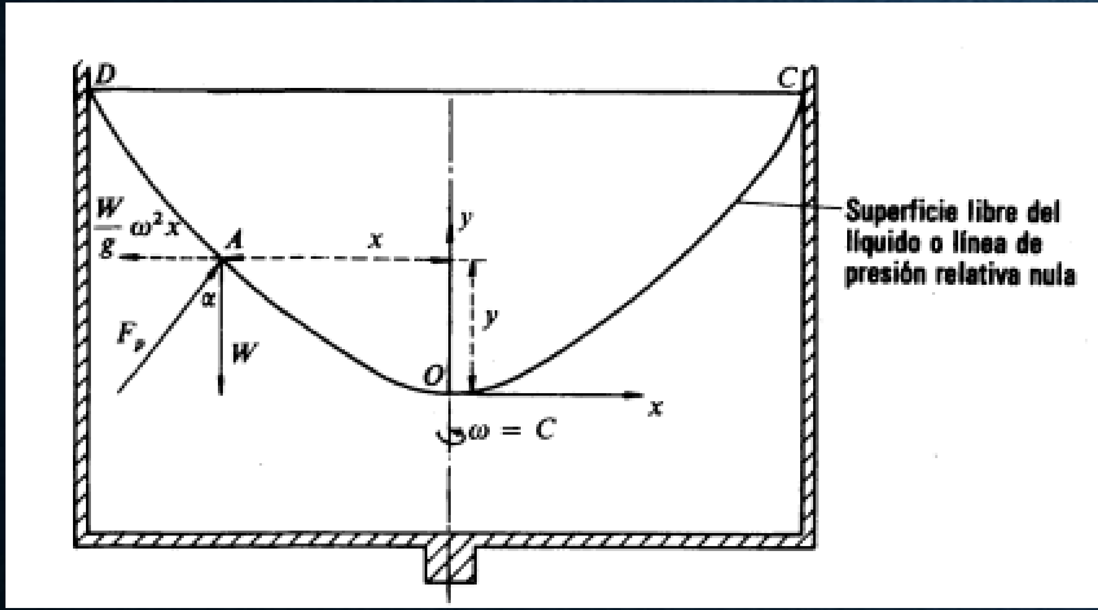


$$tg\alpha = \frac{a}{g}$$

- La superficie libre no es horizontal, pero si un plano cuya pendiente es la relación de la aceleración constante a la aceleración de la gravedad..

EQUILIBRIO RELATIVO DE LOS LÍQUIDOS

Recipiente girando a $\omega = C$



$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{px} - \frac{W}{g}\omega^2 x = 0 \rightarrow F_{px} = \frac{W}{g}\omega^2 x$$

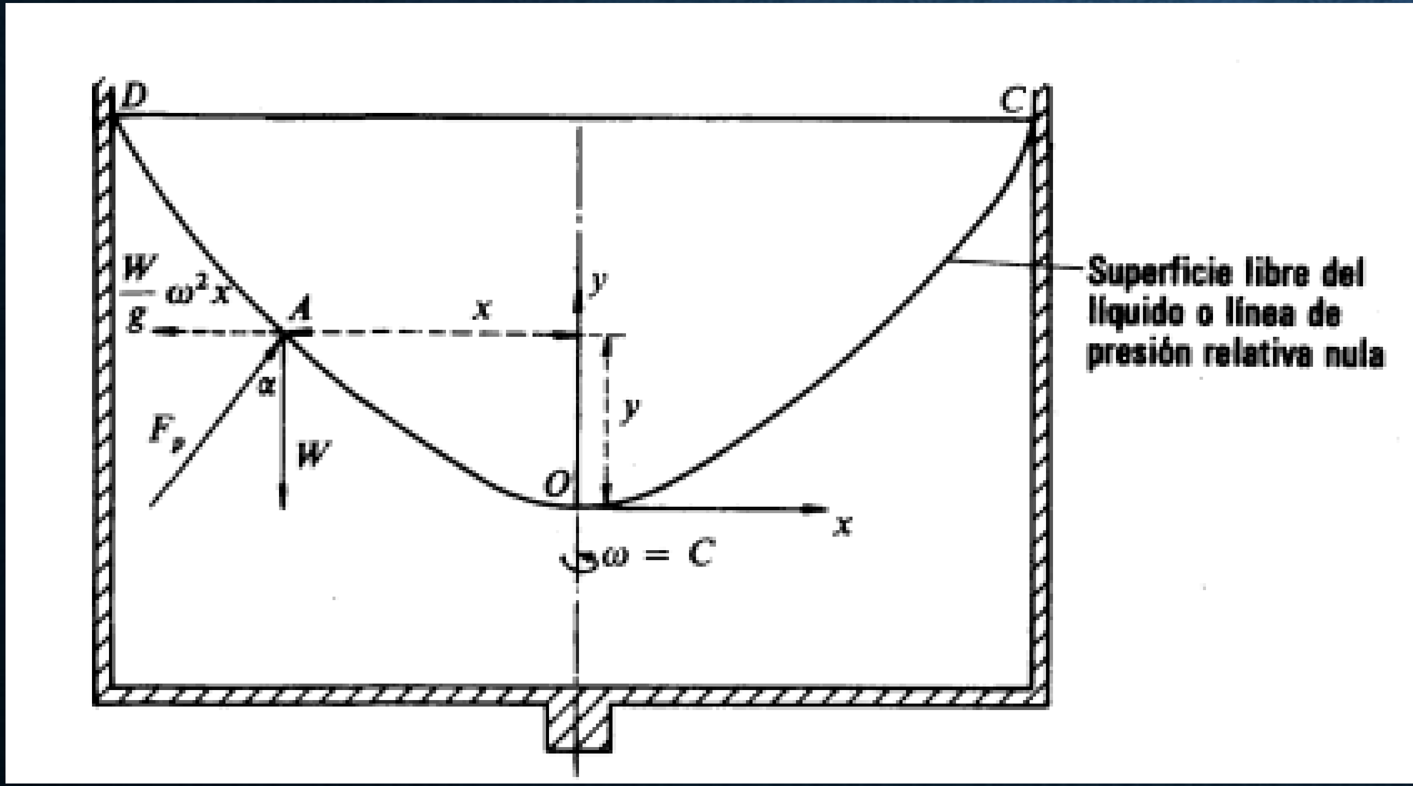
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{py} - W = 0 \rightarrow F_{py} = W$$

$$\frac{F_{px}}{F_{py}} = \frac{W\omega^2 x}{Wg} = tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\boldsymbol{tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g} = \frac{dy}{dx}}$$

EQUILIBRIO RELATIVO DE LOS LÍQUIDOS

Recipiente girando a $\omega = C$



$$tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g} = \frac{dy}{dx}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{\omega^2 x}{g} + C}$$