

CAPÍTULO 8

HIDRÁULICA DE LOS SISTEMAS DE DRENAJE PLUVIAL

Curso: HIDROLOGÍA EN MEDIOS ANTROPIZADOS

**Maestría en Recursos Hídricos de Llanura
Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario**

Dr. Ing. Civil GERARDO RICCARDI

ROSARIO, 2004.

ÍNDICE

- 8.1 CLASIFICACIÓN DE FLUJO
- 8.2 ECUACIONES GOBERNANTES DE FLUJO
 - 8.2.1 Principio de Continuidad o Conservación de Masa
 - 8.2.2 Conservación de Cantidad de Movimiento o Momentum
 - 8.2.3 Conservación de Energía
- 8.3 TIRANTE NORMAL
- 8.4 PERFILES DE FLUJO A SUPERFICIE LIBRE
 - 8.4.1 Tipos de Perfiles de Flujo
 - 8.4.2 Análisis del perfil de flujo
- 8.5 RESALTO HIDRÁULICO
 - 8.5.1 Descripción del resalto
 - 8.5.2 Resalto en canales rectangulares horizontales
 - 8.5.3 Tipos de resalto
 - 8.5.4 Características del resalto
 - 8.5.5 Longitud del resalto
 - 8.5.6 El perfil superficial
- 8.6 PÉRDIDAS DE ENERGIA POR FRICCIÓN
 - 8.6.1 Ecuación de Darcy-Weisbach
 - 8.6.2 Ecuación de Manning
 - 8.6.3 Características de flujo a superficie libre en un conducto cerrado circular
- 8.7 PÉRDIDAS LOCALES
 - 8.7.1 Pérdida de Energía en Entradas o Embocaduras
 - 8.7.2 Pérdidas de Energía en Transiciones
 - 8.7.3 Pérdidas de Energía en Cámaras de Inspección y Uniones
 - 8.7.4 Pérdidas de Energía en Curvas
 - 8.7.5 Pérdidas de Energía en Rejas
- 8.8 CALCULO DE PERFILES DE SUPERFICIE LIBRE
- 8.9 VELOCIDADES LÍMITES
 - 8.9.1 Velocidad de Autolimpieza
 - 8.9.2 Velocidad Máxima Admisible
- 8.10 BIBLIOGRAFÍA

HIDRÁULICA DE LOS SISTEMAS DE DRENAJE PLUVIAL

La red de microdrenaje está constituida por diversos componentes hidráulicos los que se pueden visualizar en forma esquemática en la Figura 8.1.

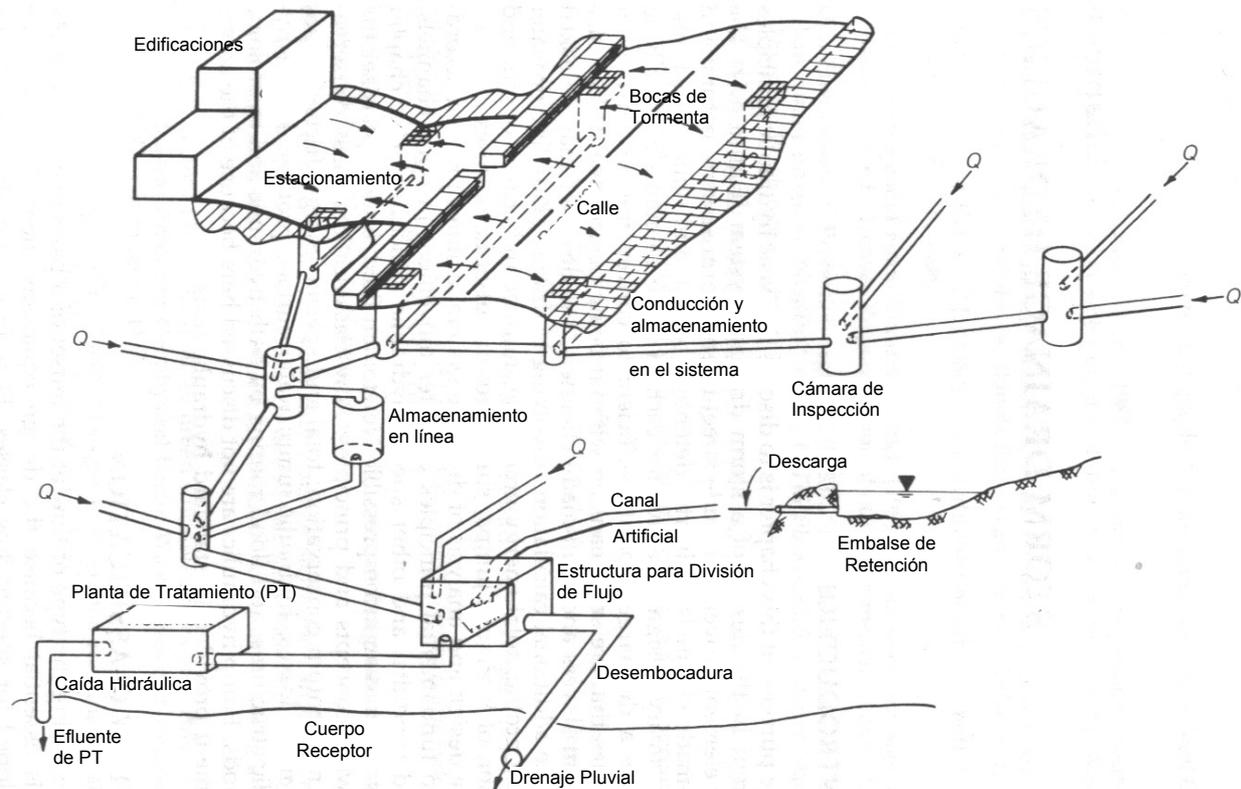


Figura 8.1. Principales Elementos Hidráulicos de una Red de Microdrenaje.
Fuente: Adaptación de ASCE-WEF (1992)

El objeto de este punto es presentar algunas consideraciones y criterios básicos para el diseño hidráulico de algunos elementos de la red de microdrenaje.

8.1 CLASIFICACIÓN DE FLUJO

La identificación del tipo de flujo en un determinado problema de diseño es esencial para la elección adecuada de las ecuaciones que describen cada tipo de flujo. El flujo en sistemas de drenaje puede ser clasificado como laminar o turbulento; permanente o impermanente, uniforme o no-uniforme, gradualmente variado o rápidamente variado, a cielo abierto o en conductos cerrados, a superficie libre o a presión. La clasificación será de acuerdo a ciertas propiedades que podrán cambiar con el tiempo y con la distancia a lo largo del componente hidráulico. A continuación se hace una breve reseña de los tipos de flujo habitualmente hallados en sistemas de drenaje urbano:

Flujo Permanente / Impermanente

En cualquier punto de un conducto o un canal puede haber cambios en la altura y velocidad (o caudal) del flujo en el tiempo debido al paso de un hidrograma de crecida. Estas variaciones en el tiempo provocan que el flujo sea impermanente. Por otro lado el flujo permanente requiere que el tirante y la velocidad permanezcan constantes en el tiempo, siendo un ejemplo de ello el drenaje de un flujo base en una determinada red. Una alternativa es considerar el flujo cuasi-permanente cuando las variaciones en alturas y velocidades son lentas en el tiempo tal como es el caso de conductos cloacales. El flujo en los sistemas de drenaje pluvial será impermanente durante el período de la transformación lluvia-caudal. Esta impermanencia a menudo puede ser ignorada en el diseño de pequeños conductos, basados solamente

en el caudal máximo de la crecida pero no puede ser ignorado en el diseño de redes de drenaje complejas.

Flujo Uniforme / No Uniforme

En flujo uniforme la altura de agua y la velocidad son constantes con la distancia a lo largo del canal o conducto. La pendiente de fondo, la pendiente de energía y de fricción y la pendiente de la superficie de agua también permanecen constantes. La altura correspondiente a una condición de flujo uniforme es habitualmente denominada "altura normal" o "tirante normal". El flujo uniforme puede presentarse en canales o conductos escurriendo a superficie libre parcialmente llenos. Asimismo, se puede presentar flujo uniforme en sistemas de drenaje escurriendo a sección llena cuando las pérdidas de carga locales debido a contracciones, expansiones y curvas son despreciables. Puede ser aplicada las ecuaciones de flujo uniforme como Darcy-Weisbach, Williams y Hazen o Manning.

El flujo no uniforme, en contraste, se caracteriza por cambios de altura de agua y velocidad con la distancia a lo largo del canal o conducto. Cuando los cambios de velocidad y tirante tienen lugar en largas distancias el flujo no uniforme es denominado "gradualmente variado". Con flujo gradualmente variado, las ecuaciones de flujo uniforme son usadas habitualmente en cortas distancias del conducto o canal. La curva que describe la superficie de agua libre y construida a partir de consideraciones de flujo uniforme en pequeñas distancias se denomina remanso. Como ejemplos de flujo gradualmente variado se pueden mencionar: flujo mantiforme en pavimento, flujo encausado en cunetas y flujo en colectores pluviales y vías de drenaje naturales (canales, ríos).

El flujo rápidamente variado se caracteriza por fuertes variaciones de altura y velocidad en muy cortas distancias, como es el caso de vertederos de desborde para emergencias, el flujo a través de una resalto hidráulico o flujo bajo una compuerta. El flujo rápidamente variado generalmente involucra fenómenos de onda los que excluyen el uso de las formulaciones de flujo uniforme. El flujo no uniforme puede ser también impermanente, como es el caso del pasaje del pico de la crecida a través de un conducto o de un curso natural o canal artificial. Puede verse claramente que el flujo en muchos sistemas de drenaje pluvial es de características impermanentes y no uniformes especialmente durante períodos de lluvias similares o mayores a las de proyecto.

Flujo a Cielo Abierto / Conducto Cerrado

El flujo a cielo abierto tiene la superficie libre como en un curso natural o un canal artificial. La pendiente del canal será clasificada como hidráulicamente subcrítica (suave, tranquila), crítica o supercrítica (torrencial) dependiendo si la pendiente es menor, igual o mayor que la pendiente crítica, calculada en el canal a partir de considerar su tirante crítico, caudal y rugosidad. La pendiente también puede ser horizontal o adversa o en contrapendiente. Un conducto cerrado puede fluir lleno o parcialmente lleno, dependiendo si el evento lluvioso es menor o mayor que el de diseño. En general los conductos se proyectan para operar a sección llena y a superficie libre cuando se presenta la crecida de diseño, sin embargo en ciertos casos donde la cota de terreno así lo permite pueden operar con pequeñas sobrecargas (piezométrica por encima del intradós de conducto). Cuando se da tal situación el flujo es llamado flujo a presión. Las fuerzas de gravedad aún gobiernan el flujo pero en ocasiones debe ser considerada la altura de presión sobre el intradós del conducto. Cuando el conducto opera con sección parcialmente llena puede ser analizado como un canal.

Flujo Laminar / Turbulento

El flujo en conductos o en canales también puede ser clasificado de acuerdo a la naturaleza de las líneas de flujo y la distribución de la velocidad dentro la sección transversal, dependiendo si predomina las fuerzas viscosas o inerciales. El flujo laminar se presenta generalmente en flujos de baja velocidad, pequeño tirante y superficie lisa. Por ejemplo, en conductos de hormigón de 500 mm de diámetro y trabajando a sección llena el flujo será laminar si el número de Reynolds $Re < 2500$, lo que implica una velocidad media aproximada de 6 mm/s (recordar que $Re = V D/\nu$, donde V (m/s) es la velocidad media del flujo, D (m) el diámetro y ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática del agua que puede aproximarse a $1.14 \cdot 10^{-6}$ para una temperatura del agua de 15 °C). El flujo laminar se puede presentar en escurrimiento mantiforme sobre planicies en los inicios de una crecida, correspondiendo a la rama ascendente del hidrograma de crecida. Dentro del flujo turbulento existen 3 subclases: flujo liso; flujo de transición y flujo rugoso, basados en el espesor de la subcapa viscosa comparada con la dimensión de la rugosidad. Estas subclases son importantes ya que ciertas formulaciones habitualmente utilizadas para flujo uniforme tiene validez en una determinada subclase. La formulación de Manning es apropiada para el rango turbulento rugoso, mientras que las ecuaciones de Williams-Hazen y Colebrook-White son más adecuadas para flujo turbulento liso y de transición. En gran parte de las alternativas de diseño el flujo es turbulento rugoso por lo que puede utilizarse la formulación de Manning.

Flujo Subcrítico / Supercrítico

El flujo en canales a cielo abierto y en conductos cerrados puede también clasificarse de acuerdo al nivel de energía contenido en el propio flujo y representado por el número de Froude (recordar $Fr = v / (g y)^{0.5}$ con v (m/s) velocidad media del flujo, g (m/s²) aceleración de la gravedad e y (m) tirante) . El flujo subcrítico tiene el Nro. de Froude menor que 1.0 y es caracterizado por su baja velocidad y elevado tirante, presentándose en pendientes hidráulicamente suaves o subcríticas. Por ejemplo, un conducto de 500 mm de diámetro con una velocidad de 1 m/s, fluyendo a sección llena tiene un $Fr = 0.45$. El flujo supercrítico tiene el nro. de Froude mayor que 1.0 y se caracteriza por la alta velocidad y bajos tirantes presentándose en pendientes hidráulicamente fuertes o supercríticas. El flujo crítico ocurre cuando el $Fr = 1.00$ y la altura de agua es la correspondiente a la altura crítica para ese componente de flujo. La clasificación de flujo subcrítico, crítico o supercrítico es importante por dos razones relacionadas al diseño de estructuras hidráulicas de drenaje. La primera razón tiene que ver con la localización del resalto hidráulico donde el flujo en una abrupta transición pasa de flujo supercrítico a subcrítico disipando energía, el lugar específico donde se formará el resalto debe ser siempre impuesto por el diseño para que la pérdida de energía asociada y la elevación de tirante se ubique correctamente en el sistema diseñado. La segunda razón tiene que ver con que la ubicación de un sección con tirante crítico en un canal o conducto sirve como una sección de control desde la cual el perfil de superficie del agua puede ser continuado. Además, una sección de control en el sistema es de gran utilidad puesto que puede establecerse una única relación entre caudal y tirante (conociendo la forma de la sección transversal mojada) constituyendo un punto ideal de monitoreo de flujo.

8.2 ECUACIONES GOBERNANTES DE FLUJO

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de flujo están basadas en 5 principios derivados de las Leyes de Newton y de la Termodinámica.

Leyes de Newton :

1. *Un cuerpo tiende a permanecer en reposo o continuar en movimiento lineal uniforme a menos que una fuerza externa u otro cuerpo ejerza una acción sobre él.*
2. *La fuerza instantánea aplicada a un cuerpo es igual al producto de la masa instantánea y la aceleración instantánea del cuerpo ($F = m a$)*
3. *Principio de acción-reacción*

Leyes de termodinámica:

4. *En un sistema aislado, el trabajo para llevar el sistema de un estado A a un estado B es determinado totalmente por los estado inicial (A) y final (B). La diferencia de energía interna entre el estado A y el estado B es definida como el trabajo mecánico realizado para llevar $A \Rightarrow B$, o $B \Rightarrow A$ si es posible la reversibilidad.*
5. *Existe una tendencia de mecanismos y procesos de la naturaleza de pasar a estados sucesivos de mayor desorden. (Flujo claramente horizontal \Rightarrow turbulento)*

Las relaciones entre las variables hidráulicas (alturas, velocidades, presiones, caudales) son derivadas de leyes físicas que expresan la conservación de ciertas cantidades (o combinación de variables). Las más simples de estas cantidades son: masa, momento y energía.

La descripción del movimiento de flujo en un canal a cielo abierto a en un conducto puede realizarse mediante las ecuaciones de continuidad de masa y cantidad de movimiento (momento).

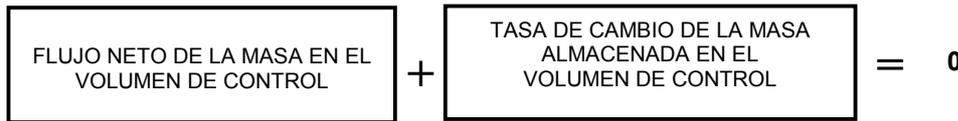
La formulación general de la ley de conservación dice que: en un volumen de control el balance entre la entrada y salida de una propiedad (masa, momento) y el cambio dentro en el volumen de control es igual a la variación temporal de la propiedad. Definiendo las propiedades extensivas de la materia a aquellas que dependen de la masa, como por ejemplo: masa, impulso, energía el principio de conservación se puede generalizar de la manera:

FLUJO NETO DE LA PROPIEDAD EXTENSIVA EN EL VOLUMEN DE CONTROL	+	TASA DE CAMBIO DE LA PROPIEDAD EXTENSIVA ALMACENADA EN EL VOLUMEN DE CONTROL	=	LA TASA TOTAL DE CAMBIO DE LA PROPIEDAD EXTENSIVA
---	---	--	---	---

8.2.1 Principio de Continuidad o Conservación de Masa

El principio de conservación de masa parte de considerar la tasa total de cambio de la masa como nula (si el líquido es incompresible), fijando por lo tanto, que la suma algebraica entre el flujo neto de caudal en el volumen de control y el cambio de masa almacenada es igual a cero (ec. 8.1a). Dicho de otra manera, la **diferencia entre la tasa de flujo entrante y saliente** a través de las secciones de control de un volumen de control de longitud dx en un intervalo de tiempo dt debe ser **igual al cambio de masa almacenada en el volumen de control** (ec. 8.1b). Debido a que el agua del drenaje pluvial es tratada como incompresible la masa puede ser sustituida por volumen. En términos de incrementos la ecuación de continuidad puede escribirse como:

$$(\sum Q_s - \sum Q_e) + \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0 \tag{8.1a}$$



o

$$(\sum Q_e - \sum Q_s) = \frac{\Delta V}{\Delta t} \tag{8.1b}$$



donde ΔV es el cambio de almacenamiento en el volumen de control, Δt es el intervalo de tiempo, Q_e y Q_s son los promedios de los caudal entrante y saliente respectivamente, en el intervalo de tiempo Δt . Aplicando el principio a un volumen de control correspondiente a una cámara de inspección donde convergen los caudales provenientes de calle y de otros conductos (Figura 8.2), la ecuación de continuidad puede escribirse de la manera:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A_{Cl} \Delta H}{t_1 - t_0} = Q_{e\ C1} + Q_{e\ C2} + Q_{e\ Calle} + Q_s \tag{8.2}$$

donde A_{Cl} (m^2) es el área transversal de la cámara de inspección, t_1 y t_0 (s) son los tiempos de inicio y final del intervalo de tiempo, ΔH (m) es la variación de altura en la cámara en el intervalo de tiempo, $Q_{e\ C1}$, $Q_{e\ C2}$ y $Q_{e\ calle}$ (m^3/s) son los caudales entrantes a la cámara provenientes de los conductos 1 y 2 y de la calle y Q_s (m^3/s) es el caudal saliente de la cámara.

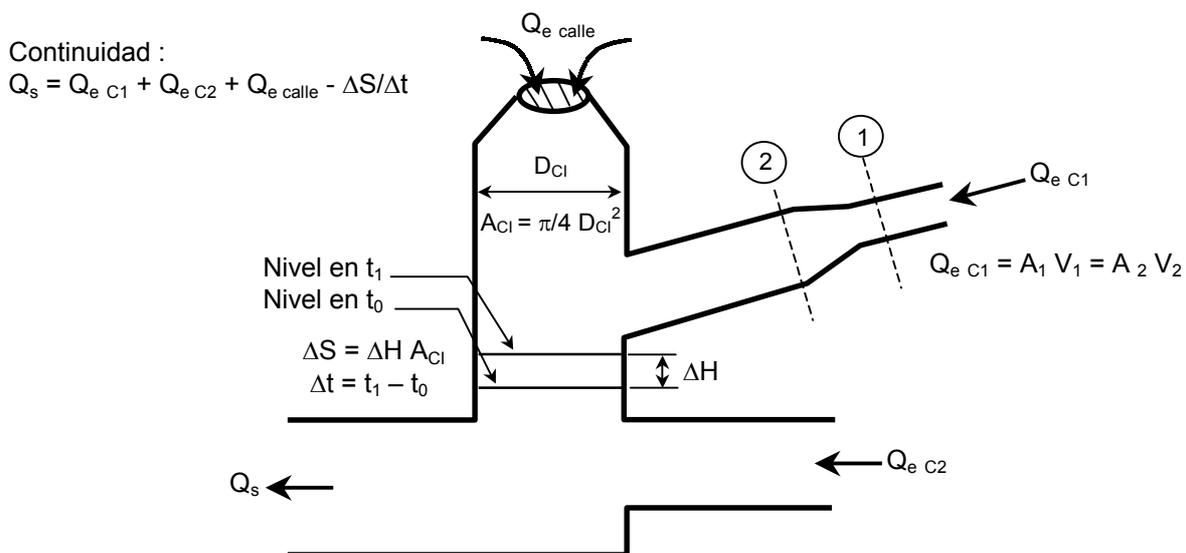


Figura 8.2. Principio de Continuidad aplicado a Flujo Impermanente y nonuniforme. Fuente: adaptación de ASCE-WEF (1992)

Durante el paso de una crecida en un canal a cielo abierto o un conducto (Figura 8.3), el flujo es impermanente y nonuniforme. En este caso, la ecuación de continuidad unidimensional, en derivadas parciales y en forma conservativa considerando el ingreso lateral de caudal nulo, se puede escribir como:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{8.3}$$

donde $Q(m^3/s)$ es el caudal en tránsito, $A(m^2)$ la sección transversal mojada, x (m) la dirección de flujo y t (s) la coordenada temporal.

Otra forma de expresar el principio de continuidad consiste en reemplazar el caudal Q por el producto equivalente del área transversal A por la Velocidad $V \rightarrow Q = A V$, desagregando la derivada del caudal en función de la coordenada espacial y la derivada del área en función del tiempo se llega a:

$$V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{8.4}$$

donde B (m) es el ancho de la sección mojada e y (m) es la altura de agua.

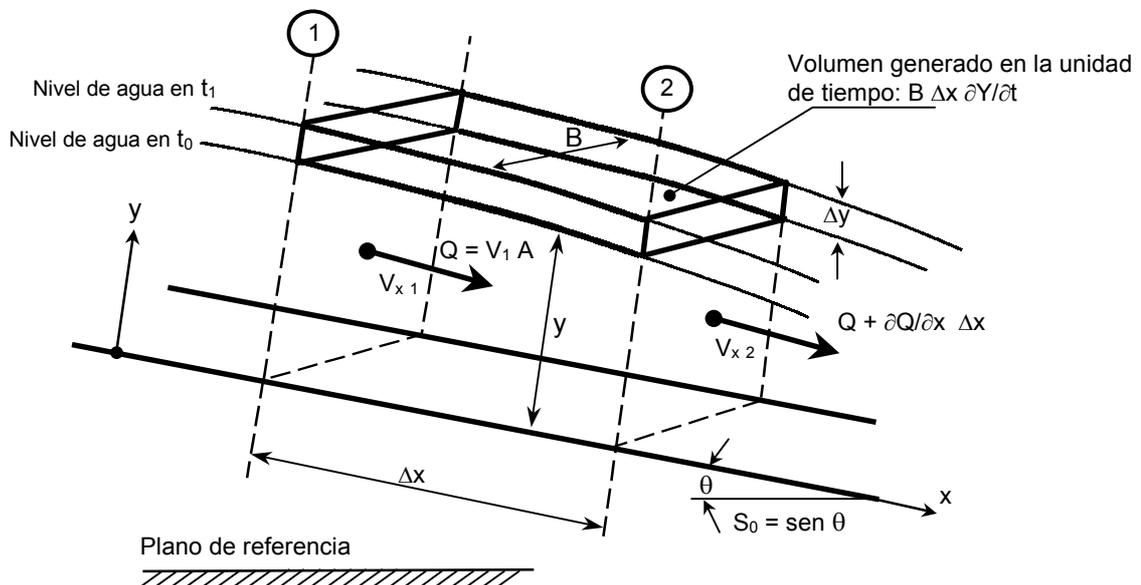


Figura 8.3. Esquema para flujo impermanente y nonuniforme en canales a cielo abierto o conducto (a presión atmosférica). Adaptación de ASCE-WEF (1992).

Cuando se procede a calcular el traslado de una crecida en un canal o en un conducto, ya sea con un método manual o un modelo matemático, es rigurosamente necesario verificar en cada paso de cálculo la continuidad de flujo. Una verificación gruesa de volumen entrante y volumen saliente en cualquier componente del sistema de drenaje dará idea del error en la continuidad e indicará la significancia de posibles errores numéricos por truncamiento o redondeo.

En el caso de existir intercambio aporte lateral de flujo el término de la derecha de las ecuaciones (8.3) y (8.4) debe ser igual a q ($m^3/s/m$), que representa el caudal lateral entrante o saliente al volumen de control.

8.2.2 Conservación de Cantidad de Movimiento o Momentum

La cantidad de movimiento o momentum del flujo que pasa a través de una sección de una canal o conducto por unidad de tiempo se define como el producto de la tasa de masa de flujo por la velocidad y puede expresarse como (Chow, 1982):

$$\text{Cantidad de movimiento} = \gamma / g Q v \tag{8.5}$$

donde γ (kg/m^3) es el peso específico del fluido, g (m/s^2) la aceleración de la gravedad, Q (m^3/s) el caudal y v (m/s) la velocidad.

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento es derivada a partir de la 2da. ley de Newton, fijando que la tasa de cambio en el tiempo de cantidad de movimiento o momento lineal (flujo neto de momento lineal en sección de control + cambio en el almacenamiento de momento lineal en el volumen de control) de una masa de fluido es igual a la suma de fuerzas externas actuando sobre la masa.



Las fuerzas actuantes mas importantes sobre un volumen de control de un canal en la dirección x incluyen la gravedad, la presión hidrostática y la fricción. Un esquema de las fuerzas actuantes se grafica en la figura 8.4. Pueden existir otras fuerzas actuantes debido a efectos de contracción-expansión, viento, etc.

La fuerza de gravedad se define como:

$$F_g = \gamma A \Delta x S_0 \tag{8.6}$$

donde γ (kg/m^3) es el peso específico del fluido, A (m^2) el área transversal, Δx (m) es la longitud del volumen de control y $S_0 = - dz_f/dx$ es la pendiente de fondo.

La resultante de las fuerzas de presión hidrostáticas es:

$$F_p = -(F_{p1} - F_{p2}) = -\gamma A \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x \tag{8.7}$$

donde y (m) es el tirante de agua y $\partial y/\partial x$ representa la pendiente de la superficie de agua en relación al fondo. El signo negativo representa que tiene que existir un ∂y negativo para que pueda existir flujo en la dirección positiva de x .

La fuerza de fricción (opuesta al sentido de escurrimiento) es igual a:

$$F_f = \tau_b P \Delta x = \gamma R S_f P \Delta x = \gamma A S_f \Delta x \tag{8.8}$$

donde τ_b (kg/m^2) es la tensión de corte sobre el borde del canal o conducto, y se puede definir como $\tau_b = \gamma R S_f$, R (m) es el radio hidráulico de la sección transversal mojada, P (m) es el perímetro mojado y S_f es la pendiente de fricción.

La pendiente de fricción puede definirse asumiendo como válidas para flujo impermanente, formulaciones para flujo permanente como Manning o Chezy. Teniendo en cuenta que la relación entre el coeficiente de Chezy C y el Coeficiente de Manning η es $C = R^{1/6} / \eta$, la pendiente de fricción puede ser definida como:

$$S_f = \frac{Q |Q|}{C^2 A^2 R} \tag{8.9a}$$

$$S_f = \frac{\eta^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} \tag{8.9b}$$

En lo que respecta al flujo neto de cantidad de movimiento y la variación de almacenamiento de cantidad de movimiento es demostrable (Cunge et al., 1980; Bertoni y Zamanillo, 1987) que ambas variables se pueden definir de la manera:

$$\text{Flujo neto de cantidad de movimiento} = A \Delta x \rho v \frac{\partial v}{\partial x} \tag{8.10}$$

$$\text{Variación de almacenamiento de cantidad de movimiento} = A \Delta x \rho \frac{\partial v}{\partial t} \tag{8.11}$$

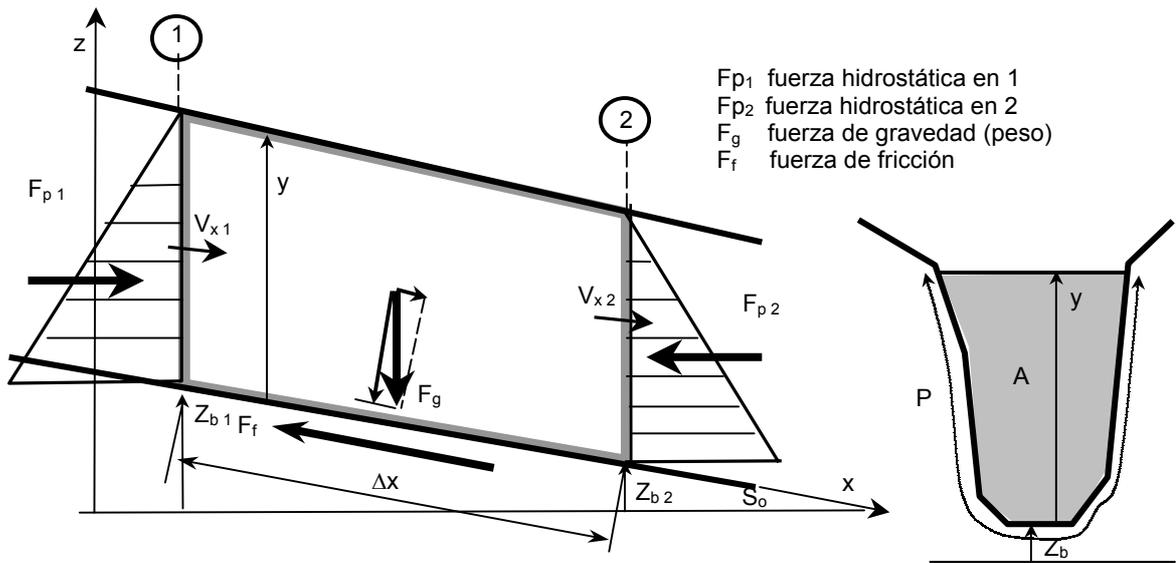


Figura 8.4. Fuerzas Externas consideradas en el Principio de Conservación de Cantidad de Movimiento

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento se obtiene mediante la consideración de las ecuaciones (8.6), (8.7), (8.8), (8.10) y (8.11). En término de aceleraciones la formulación es de la manera:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g S_o + g \frac{\eta^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \tag{8.12a}$$

Término que representa:

- la fuerza de fricción
- la fuerza de gravedad
- la fuerza de presión hidrostática
- el flujo neto de cantidad de movimiento o aceleración convectiva
- el cambio en el almacenamiento de cantidad de movimiento o aceleración local

Cabe destacar que la ec.(8.12) no tiene en cuenta el intercambio de cantidad de movimiento de alteraciones localizadas (expansiones-contracciones), viento y flujo lateral. Otra forma de escribir la ecuación de cantidad de movimiento es en términos de pendientes, con lo cual la ec.(8.12.a) se transforma en:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - S_o + S_f = 0 \tag{8.12b}$$

- pendiente de fricción
- pendiente de fondo
- pendiente por presión diferencial
- pendiente por aceleración convectiva
- pendiente por aceleración local

Sobre la misma ec.(8.12b) es posible reagrupar y clasificar los términos en función de los tipos de flujo que describen:

$$S_f = S_o - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \tag{8.12c}$$

- _____ flujo permanente y uniforme
- _____ flujo permanente y nonuniforme (gradualmente variado)
- _____ flujo impermanente y nonuniforme

Por otro lado, sobre la ec. (8.12c) es posible efectuar la siguiente clasificación de modelos de propagación de ondas de crecidas en base a los términos que consideran cada uno de ellos:

$$S_f = S_0 - \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (8.12d)$$

modelo de onda cinemática
 modelo de onda difusiva
 modelo de onda cuasi-dinámica
 modelo de onda dinámica

Las ecuaciones (8.4) y (8.12a-b) son denominadas formas no conservativas de las ecuaciones de flujo debido a que están escritas en función de la velocidad v . Asimismo, dichas ecuaciones son las denominadas ecuaciones de Saint-Venant en honor a quien la desarrollara por primera vez (Barre de Saint-Venant). Por razones de estabilidad numérica en aplicaciones prácticas la ecuación de cantidad de movimiento (al igual que la ec. de continuidad (8.3)) puede ser escrita en función del caudal Q teniendo en consideración que $Q = v A$, generando la denominada forma conservativa de la ecuación de cantidad de movimiento, de amplio uso práctico en modelación matemática hidrodinámica (Cunge et al., 1980):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g A \frac{\partial y}{\partial x} - g A S_0 + g A \frac{\eta^2 Q |Q|}{A^2 R^{4/3}} = 0 \quad (8.13)$$

La resolución numérica de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento (8.3) y (8.13) es de importancia cuando se analizan redes complejas de conductos y canales donde se pueden generar importantes efectos de remansos o mecanismos hidráulicos asociados a la impermanencia del flujo. Soluciones a las ecuaciones de flujo pueden encontrarse en bibliografía como Cunge et al. (1980), Mahmood y Yevjevich (1975), Chow (1982) entre otros autores.

Un esquema de resolución de las ecuaciones (8.3) y (8.13) en diferencias finitas implementado por Riccardi (1993) es:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{A_{j+1}^{n+1} - A_{j+1}^n}{\Delta t} + \frac{A_j^{n+1} - A_j^n}{\Delta t} \right) + \frac{1}{\Delta x} \left[\theta (Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1}) + (1-\theta) (Q_{j+1}^n - Q_j^n) \right] = 0 \quad (8.14)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1} - Q_{j+1}^n}{\Delta t} + \frac{Q_j^{n+1} - Q_j^n}{\Delta t} \right) + \frac{\theta}{\Delta x} \left[\left(\frac{Q^2}{A} \right)_{j+1}^{n+1} - \left(\frac{Q^2}{A} \right)_j^{n+1} \right] + \frac{(1-\theta)}{\Delta x} \left[\left(\frac{Q^2}{A} \right)_{j+1}^n - \left(\frac{Q^2}{A} \right)_j^n \right] \\ & + g \left[\theta \frac{A_{j+1}^{n+1} + A_j^{n+1}}{2} + (1+\theta) \frac{A_{j+1}^n + A_j^n}{2} \right] \left\{ \left[\theta \frac{y_{j+1}^{n+1} - y_j^{n+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{y_{j+1}^n - y_j^n}{\Delta x} \right] \right. \\ & \left. + \left[\theta \frac{Q_{j+1}^{n+1} |Q_{j+1}^{n+1}| + Q_j^{n+1} |Q_j^{n+1}|}{2} + (1-\theta) \frac{Q_{j+1}^n |Q_{j+1}^n| + Q_j^n |Q_j^n|}{2} \right] \right\} \\ & \times \left[\theta \frac{(K_{j+1}^{n+1})^2 + (K_j^{n+1})^2}{2} + (1-\theta) \frac{(K_{j+1}^n)^2 + (K_j^n)^2}{2} \right]^{-1} - S_0 \Big\} = 0 \quad 0.5 \leq \theta \leq 1.0 \quad (8.15) \end{aligned}$$

K se define como el coeficiente de transporte

$$K = A R^{2/3} / \eta \quad (8.16)$$

Todas las variables de las ecuaciones (8.14) y (8.15) se definen en la grilla espacio-temporal mostrada en Figura 8.5.

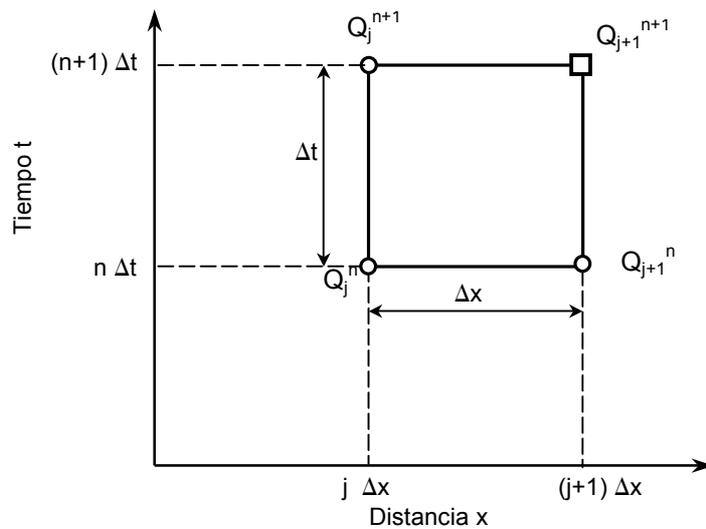


Figura 8.5. Grilla de cálculo computacional espacio-temporal

Simplificación para flujo permanente y uniforme: en todo canal o conducto de traza simple y donde no es probable la formación de un remanso debido a condiciones de borde aguas abajo, puede utilizarse la simplificación de flujo uniforme como ecuación de cantidad de movimiento. En este caso, partiendo de la igualdad $S_0 = S_f$ y proponiendo como fórmula de resistencia la de Manning, puede despejarse el caudal, obteniéndose la típica ecuación habitualmente utilizada en diseño de canales y conductos:

$$Q = \frac{1}{\eta} R^{2/3} A S_0^{1/2} \tag{8.17}$$

8.2.3 Conservación de Energía

La energía total en un fluido en movimiento es la suma de la energía potencial, la energía de presión y la energía cinética o de velocidad. El principio de conservación de energía fija que, en un fluido ideal sin intercambio de energía con fuentes externas, la suma de energía total no cambia a lo largo del elemento de flujo, cambiando solamente la distribución de las energías individuales que componen la total. Por lo tanto, la energía total del fluido es transformada pero es siempre conservada. En el campo de la hidráulica aplicada y específicamente en la hidráulica de los sistemas de drenaje pluvial, debe conocerse no solamente los componentes principales de la energía, sino también las probables fuentes de ganancias y pérdidas de energía debido a fricción, pérdidas locales (contracciones, expansiones, transiciones), bombeo, turbinas, resaltos hidráulicos y disipadores de energía. La energía total en el punto A de una línea de corriente en la Figura 8.6 (a) o (b) es igual a:

$$H = z + y + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \tag{8.18}$$

donde H (m) es la energía total, z(m) es la cota de fondo (referida a un plano de referencia arbitrario), y (m) es la altura desde el fondo del canal o conducto a la línea de flujo, p (kg/m²) es la presión sobre la línea de flujo, γ (kg/m³) es el peso específico del fluido, v (m/s) es la velocidad en la línea de corriente y g (m/s²) es la aceleración de la gravedad. La pendiente del fondo S_0 ha sido considerada despreciable en ec. (8.18) (cos θ = 1).

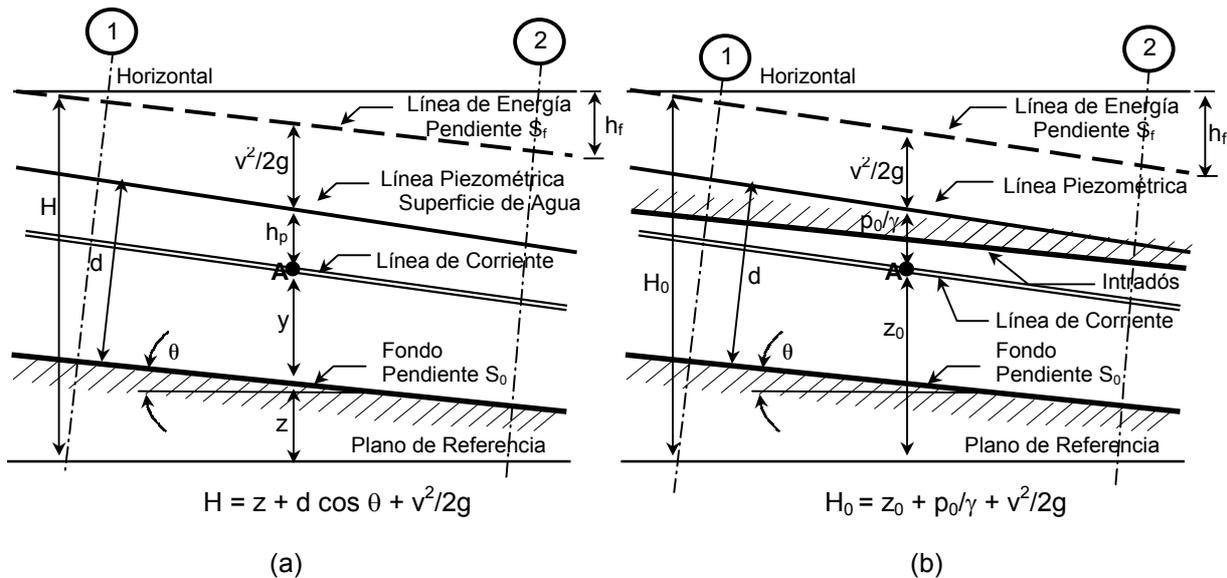


Figura 8.6. Definición de Términos de Energía en: (a) Canal a cielo abierto y (b) Conducto Cerrado

La variable H es energía por unidad de peso teniendo unidades de longitud y a menudo se la refiere como la carga total o energía total. El término p/γ es la energía de presión por unidad de peso y es conocida como la carga de presión h_p . Por otro lado $v^2/2g$ es la energía cinética por unidad de peso y es conocida como la carga de velocidad h_v .

Dado que z e y pueden ser referidas a cualquier línea de corriente, en canales a cielo abierto y en conductos cerrados funcionando a presión atmosférica o con flujo levemente a presión es habitual considerar una línea de corriente coincidente con la línea piezométrica y utilizar la expresión de la Figura 8.6 (a). En casos en que el flujo es claramente a presión en el conducto, donde la piezométrica se ubica a varios diámetros por encima del intradós del conducto se suele definir z hasta el eje del conducto, la altura de presión se define desde la línea piezométrica hasta el eje del conducto y se propone $y = 0$.

Considerando las secciones 1 y 2 de la Figura 8.6, la ecuación de energía puede escribirse:

$$z_1 + d_1 \cos \theta + \alpha \left(\frac{v_1^2}{2g} \right) = z_2 + d_2 \cos \theta + \alpha \left(\frac{v_2^2}{2g} \right) + H_L \tag{8.19}$$

donde z_1 y z_2 (m) son a las cotas de fondo de las secciones 1 y 2 referidas a un plano de referencia horizontal arbitrario; d_1 y d_2 (m) son los tirantes de flujo; θ es el ángulo del fondo respecto a la horizontal; v_1 y v_2 (m/s) son las velocidades medias del flujo; α es el coeficiente de distribución de velocidades que cuantifica la variación de la velocidad en la sección transversal y H_L (m) es la suma de todas las pérdidas de energía entre la secciones normales al flujo 1 y 2.

Las pérdidas representadas por H_L incluyen las denominadas pérdidas mayores o continuas y las menores o localizadas. Las pérdidas mayores o continuas son aquellas debidas a la fricción del agua contra el perímetro mojado (fondo, lados y/o techo) del canal o conducto. Las pérdidas menores o localizadas son aquellas pérdidas de energía en puntos específicos de la red como por ejemplo obras de embocadura, desembocaduras, expansiones, contracciones, uniones, bifurcaciones, curvas, pérdidas en cámaras de inspección, etc.

Línea de Energía y Línea Hidráulica o Piezométrica

Dos conceptos de suma utilidad en análisis de flujo lo constituyen las líneas de energía e hidráulica o piezométrica. Ambas líneas son mostradas en la Figura 8.6 para canales a cielo abierto y conductos cerrados respectivamente. Para el caso de flujo en canales a cielo abierto la línea hidráulica (LH) coincide con la superficie libre del escurrimiento en tanto que en conductos coincide con la superficie libre del flujo dentro del conducto mientras esta no supere el intradós del conducto cerrado y coincide con la superficie piezométrica (LP) (superficie que alcanza el flujo si colocamos un piezómetro) cuando el conducto funciona a presión. La línea de energía total (LE) es aquella que representa la energía total del flujo respecto a un plano de referencia horizontal arbitrario. La pendiente de la LE es denominada pendiente

de energía o pendiente de fricción y es tipificada habitualmente como S_f . La diferencia en vertical entre la LH (o LP) y la LE es la carga de velocidad ($v^2/2g$).

Como se mencionara, la LH coincide con la superficie libre en flujo a cielo abierto y en flujo en conductos cuando existe presión atmosférica dentro del conducto, y la energía potencial sobre el fondo ($y + p/\gamma$) = $(d \cos \theta)$. Si la pendiente de fondo es pequeña el $\cos \theta \rightarrow 1$, por lo que la energía potencial sobre el fondo puede asumirse igual a la altura vertical del flujo. Esta suposición es mantenida en el resto de la unidad (a menos que se especifique lo contrario) como así también que el coeficiente de distribución transversal de velocidades es supuesto $\alpha = 1.00$.

Energía Específica

Cuando el plano de referencia arbitrario es considerado en el fondo del canal a cielo abierto o conducto, la ecuación de la energía toma la forma:

$$E = y + \frac{v^2}{2g} \tag{8.20}$$

en la cual E (m) es conocida como la energía específica or unidad de peso del fluido. La curva de energía específica para una determinada sección y para un determinado caudal pasante (Figura 8.7) tiene mucho usos en hidráulica.

Ejercicio 8.1

Determinar la curva de energía específica en un canal rectangular de 3.00 m de ancho con un caudal de 10 m³/s.

Solución: Los resultados de los cálculos se muestran en la Tabla 8.1. La columna (1) corresponde al tirante de flujo y, las columna (2) es el área mojada A, la columna (3) es la velocidad de flujo calculada como Q/A, la columna (4) corresponde a la energía de velocidad $v^2/2g$ y la columna (5) es la energía específica determinada de acuerdo a ec. (8.20). En la Figura 8.7 se grafica la curva de energía específica. A modo comparativo se grafica en la misma figura la curva de energía específica correspondiente a un caudal de 20 m³/s. Puede verse claramente como al aumentar el caudal el flujo adquiere mayor energía específica, aumentando también el tirante crítico asociada a la energía mínima. Puede demostrarse (Chow, 1982) que la energía mínima del flujo en canales rectangulares es $E_{min} = 3/2 y_c$ vale decir que la energía de velocidad es $v_c^2/2g = 1/2 y_c$

Tabla 8.1. Cálculo de Energía Específica en un canal rectangular de 3.00 m de base de fondo y escurriendo un caudal de 10 m³/s. Ejercicio 8.1

(1) Tirante y (m)	(2) Área A (m ²)	(3) Velocidad v (m/s)	(4) $v^2/2g$ (m)	(5) Energía Específica E (m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.20	0.60	16.67	14.16	14.36
0.40	1.20	8.33	3.54	3.94
0.60	1.80	5.56	1.57	2.17
0.80	2.40	4.17	0.88	1.68
1.00	3.00	3.33	0.57	1.57
1.20	3.60	2.78	0.39	1.59
1.40	4.20	2.38	0.29	1.69
1.60	4.80	2.08	0.22	1.82
1.80	5.40	1.85	0.17	1.97
2.00	6.00	1.67	0.14	2.14
2.20	6.60	1.52	0.12	2.32
2.40	7.20	1.39	0.10	2.50
2.60	7.80	1.28	0.08	2.68
2.80	8.40	1.19	0.07	2.87
3.00	9.00	1.11	0.06	3.06
3.20	9.60	1.04	0.06	3.26
3.40	10.20	0.98	0.05	3.45
3.60	10.80	0.93	0.04	3.64
3.80	11.40	0.88	0.04	3.84
4.00	12.00	0.83	0.04	4.04

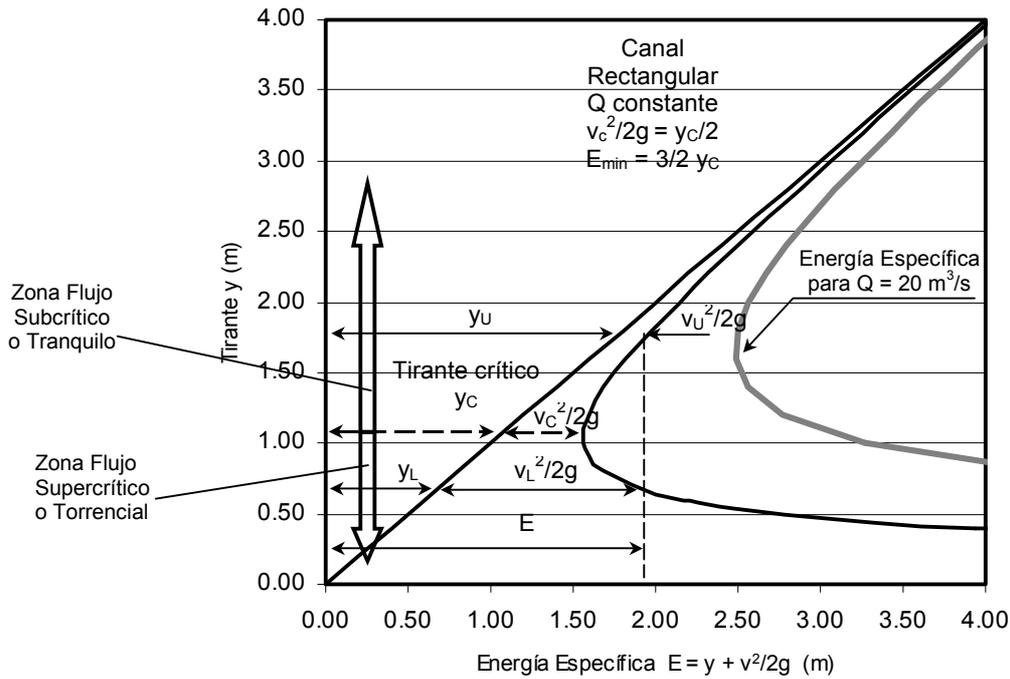


Figura 8.7. Energía Específica para un canal rectangular (Ejercicio 8.1)

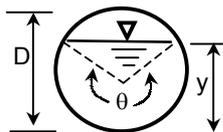
La altura correspondiente a la mínima energía específica se define como altura o tirante crítico y_c . La región de flujo con tirantes superiores al y_c es la zona de flujo subcrítico o tranquilo, en tanto que la región de flujo con tirantes menor a y_c se es la zona de régimen supercrítico o torrencial. Una línea vertical para cualquier nivel de energía superior a la mínima corta a la curva en dos puntos, un punto será con tirante menor al crítico (por ej. y_L en Figura 8.7) y al otro punto le corresponderá un punto de la curva con tirante superior al crítico (y_U en Figura 8.7). Estos dos tirantes o alturas de agua son definidos como tirantes alternos.

La curvatura de la curva en la zona de energía mínima puede ser puntiaguda o achatada dependiendo de la forma de la forma de la sección transversal. Si la curva tiende a ser achatada, la superficie de agua será inestable dentro del rango de alturas alrededor del 10 al 15% del tirante crítico a causa de que pequeños cambios de energía pueden producir importantes fluctuaciones en los tirantes.

Ejercicio 8.2

Determinar la curva de energía específica en un conducto circular de 3.00 m de diámetro para caudal de $10 \text{ m}^3/\text{s}$ y $20 \text{ m}^3/\text{s}$.

Solución: Para el cálculo del área mojada transversal tener en cuenta las formulaciones de la Tabla 5.2, donde se establecen las variables geométricas de la sección mojada en función del ángulo θ :



$$\theta = 2 \text{ arc cos } (1 - 2y/D)$$

$$\text{Área transversal: } 1/8 (\theta - \text{sen } \theta) D^2$$

En la Tabla 8.2 se presentan los resultados. A diferencia de los canales a cielo abierto, observar que en los conductos cerrados una vez que el flujo ocupa toda la sección, cualquiera sea la altura piezométrica superior al intradós, la energía de velocidad será siempre igual puesto que no hay cambios en la sección llena. En la Figura 8.8 se grafican las respectivas curvas de energía específica.

Tabla 8.2. Cálculo de Energía Específica en un conducto cerrado circular de 3 m. de diámetro escurriendo caudales de 10 y 20 m³/s. Ejercicio 8.2

Tirante y (m)	Ángulo θ (rad)	Área A (m ²)	Velocidad v (m/s)	$v^2/2g$ (m)	Energía Específica E (m) p/Q = 10 m ³ /s	Energía Específica E (m) p/Q = 20 m ³ /s
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
0.15	0.90	0.13	75.68	291.93	292.08	1167.86
0.30	1.29	0.37	27.18	37.66	37.96	150.94
0.45	1.59	0.66	15.04	11.53	11.98	46.57
0.60	1.85	1.01	9.94	5.03	5.63	20.73
0.75	2.09	1.38	7.24	2.67	3.42	11.43
0.90	2.32	1.78	5.61	1.60	2.50	7.31
1.05	2.53	2.20	4.54	1.05	2.10	5.24
1.20	2.74	2.64	3.79	0.73	1.93	4.12
1.35	2.94	3.09	3.24	0.54	1.89	3.49
1.50	3.14	3.53	2.83	0.41	1.91	3.13
1.65	3.34	3.98	2.51	0.32	1.97	2.93
1.80	3.54	4.43	2.26	0.26	2.06	2.84
1.95	3.75	4.86	2.06	0.22	2.17	2.81
2.10	3.96	5.29	1.89	0.18	2.28	2.83
2.25	4.19	5.69	1.76	0.16	2.41	2.88
2.40	4.43	6.06	1.65	0.14	2.54	2.95
2.55	4.69	6.40	1.56	0.12	2.67	3.05
2.70	5.00	6.70	1.49	0.11	2.81	3.15
2.85	5.38	6.94	1.44	0.11	2.96	3.27
3.00	6.28	7.07	1.41	0.10	3.10	3.41
3.15	6.28	7.07	1.41	0.10	3.25	3.56
3.30	6.28	7.07	1.41	0.10	3.40	3.71
3.45	6.28	7.07	1.41	0.10	3.55	3.86
3.60	6.28	7.07	1.41	0.10	3.70	4.01

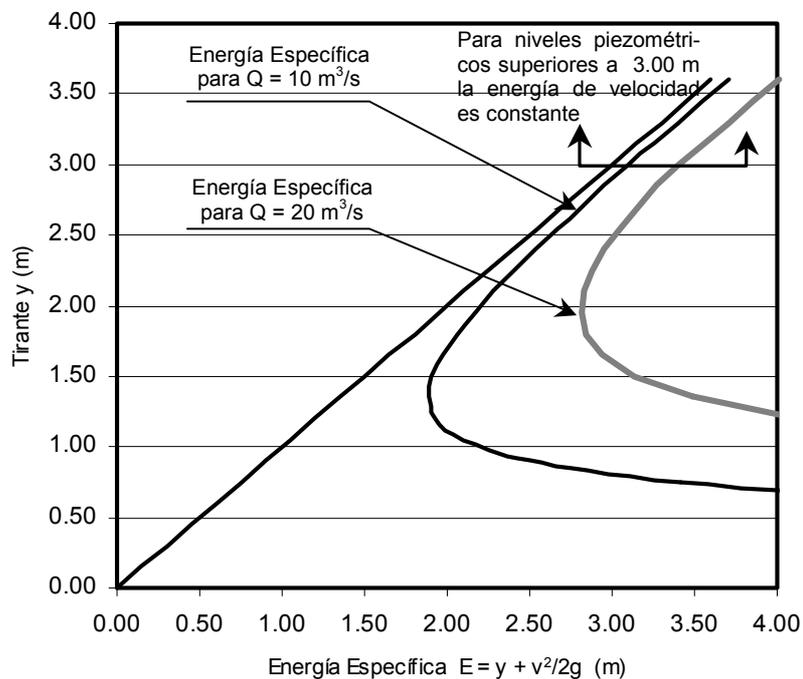


Figura 8.8. Energía Específica para un conducto circular (Ejercicio 8.2)

Número de Froude

El número de Froude en una sección transversal cualquiera se define como :

$$F = \frac{v}{\sqrt{g y_m}} \tag{8.21}$$

donde F (adimensional) es el número de Froude; v (m/s) la velocidad media del flujo en la sección transversal; g (m/s²) es la aceleración de la gravedad e y_m es el tirante hidráulico definido como:

$$y_m = \frac{A}{B} \tag{8.22}$$

donde A (m²) es la sección transversal mojada y B (m) es el ancho superficial mojado.

Cuando el flujo alcanza la energía específica mínima E_{min} el tirante es el crítico y_c, el número de Froude es F = 1.0. Si F es menor que 1.00 el flujo es subcrítico o tranquilo y si F > 1.00 el flujo es supercrítico o torrencial.

La significancia del número de Froude en diseño de drenaje urbano es que representa la relación entre la velocidad y la celeridad de una pequeña onda de gravedad y por lo tanto determina la dirección del cálculo del perfil de superficie libre del flujo. Una onda de gravedad será propagada en dirección hacia aguas arriba y hacia aguas abajo en flujo subcrítico ya que la velocidad de la onda es mayor que la velocidad de flujo, pero podrá solo propagarse hacia aguas abajo en flujo supercrítico. Consecuentemente, el cálculo del perfil de superficie libre siempre comenzará en una sección de control prosiguiendo hacia aguas arriba cuando el tirante en esa dirección sea mayor que el crítico y hacia aguas abajo cuando el tirante es menor que y_c. El número de Froude también es utilizado para detectar la ocurrencia de formación de un resalto hidráulico en un canal a cielo abierto o en un conducto.

Altura o Tirante Crítico

Como ya fuera mencionado en el punto anterior, el tirante crítico es definido como el tirante o altura de agua con la mínima energía específica para un determinado caudal. Este parámetro es de suma importancia puesto que el flujo si las condiciones geométricas lo permiten, tiende a el estado de mínima energía específica (por ejemplo en una caída hidráulica). Precisamente este estado de mínima energía se alcanza con el tirante de agua crítico. Para cualquier tirante superior o inferior al crítico el flujo tendrá mayor energía específica (ver Figuras 8.7 y 8.8). El tirante crítico es función **del caudal circulante, de las dimensiones de la sección y de la forma de la sección**. La determinación del tirante crítico puede realizarse a partir de la derivada de la energía específica respecto al tirante, y luego igualando a cero en búsqueda del mínimo de la función energía. French (1988), publicó ecuaciones semiempíricas para la estimación del tirante crítico, las que se presentan en la Tabla 8.3.

Tabla 8.3. Ecuaciones para determinar Tirante Crítico. Fuente: French (1988)

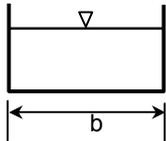
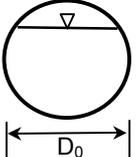
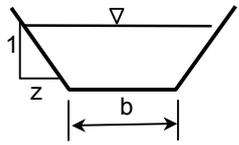
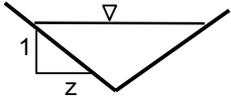
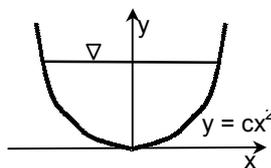
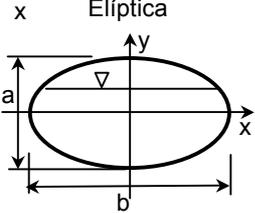
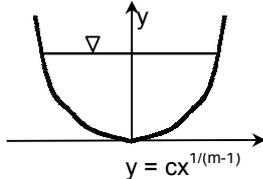
Sección	Tirante Crítico en función de $\psi = \alpha Q^2/g$	Observaciones
Rectangular 	$\left(\frac{\Psi}{b^2} \right)^{1/3}$	
Circular 	$\left(\frac{1.01}{D_0^{0.26}} \right) \Psi^{0.25}$	Rango de Aplicación $0.02 \leq y_c / D_0 \leq 0.85$

Tabla 8.3. Continuación

Sección	Tirante Crítico en función de $\Psi = \alpha Q^2/g$	Observaciones
<p>Trapezoidal</p> 	$0.81 \left(\frac{\Psi}{z^{0.75} b^{1.25}} \right)^{0.27} - \frac{b}{30z}$	<p>Rango de Aplicación $0.1 < Q/b^{2.5} < 0.4$</p> <p>Para $Q/b^{2.5} \leq 0.1$ Utilizar ecuación para Canal rectangular</p>
<p>Triangular</p> 	$\left(\frac{2\Psi}{z^2} \right)^{0.20}$	
<p>Parabólica</p> 	$(0.84 c \Psi)^{0.25}$	<p>Ecuación del contorno $y = c x^2$</p>
<p>Elíptica</p> 	$0.84 b^{0.22} \left(\frac{\Psi}{a^2} \right)^{0.25}$	<p>Rango de Aplicación $0.05 \leq y_c/2b \leq 0.85$</p>
<p>Exponencial</p> 	$\left(\frac{m^3 \Psi c^{2m-1}}{4} \right)^{1/(2m+1)}$	<p>Ecuación del contorno $y = c x^{1/(m-1)}$</p>

La ec.(8.23) puede considerarse una expresión general para tirante crítico en un canal de cualquier forma de la sección transversal:

$$\alpha \left(\frac{Q^2}{g} \right) = \frac{A^3}{B} \tag{8.23}$$

donde α (adim) es el coeficiente de distribución transversal de velocidad, Q (m^3/s) es el caudal pasante por la sección, g (m/s^2) es la aceleración de la gravedad, A (m^2) es el área transversal mojada y B (m) es el ancho superficial de la sección mojada.

Ejercicio 8.3

Determinar el tirante crítico en el canal rectangular del Ejercicio 8.1, con $B = 3.0$ m, $Q = 10$ m³/s y $\alpha = 1.00$.

Solución:

a) Según ec. (8.23) $\rightarrow Q^2 / g = A^3 / B = B^3 y_c^3 / B \rightarrow (10 \text{ m}^3/\text{s})^2 / 9.8 \text{ m/s}^2 = (3.0 \text{ m})^2 y_c^3 \rightarrow y_c = 1.04 \text{ m}$

b) Según 1era. fila de Tabla 8.3 $\rightarrow y_c = [Q^2 / (g B^2)]^{1/3} = [10^2 / (9.8 \times 3.0^2)]^{1/3} = 1.04 \text{ m}$

Ejercicio 8.4

En el conducto del Ejercicio 8.2 determinar el tirante crítico, con Diámetro $D_0 = 3.0$ m, $Q = 10$ y 20 m³/s y $\alpha = 1.00$.

$Q = 10 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow$ según 2da. Fila de Tabla 8.3 $\rightarrow y_c = (1.01 / D_0^{0.26}) (Q^2/g)^{0.25} = (1.01/3.0^{0.26}) \times (10^2/9.8)^{0.25}$
 $y_c = 1.36 \text{ m}$

$Q = 20 \text{ m}^3/\text{s} \rightarrow y_c = (1.01 / D_0^{0.26}) (Q^2/g)^{0.25} = (1.01/3.0^{0.26}) \times (20^2/9.8)^{0.25} = 1.92 \text{ m}$

8.3 TIRANTE NORMAL

El tirante normal y_N se define simplemente como el tirante o altura de agua en flujo uniforme asociado aun determinado caudal. Recordar que en flujo uniforme las pérdidas debido a la fricción del flujo contra el contorno perímetro mojado del canal o conducto son balanceadas por la componente de la fuerza de gravedad (peso) en la dirección del flujo. En otras palabras, las fuerzas de fricción y de gravedad en la dirección del flujo son iguales pero de sentido opuesto. Cuando existe tirante uniforme, la pendiente de fondo del canal o conducto, la línea hidráulica o piezométrica y la línea de energía son todas paralelas.

El tirante normal es función del caudal, de las dimensiones y forma del canal o conducto, de la pendiente de fondo y de la resistencia friccional al flujo. El valor del tirante normal puede ser calculado por ejemplo con la ecuación de Manning (8.17), teniendo en cuenta que la pendiente de fricción es igual a la de fondo $S_f = S_0$. En este caso el tirante normal aparece en el cálculo del radio hidráulico R y el área A , por lo que puede plantearse un método de proposición \rightarrow verificación para el cálculo del tirante normal.

Ejercicio 8.5

Calcular el tirante normal en el canal a cielo abierto de sección rectangular de ancho $b = 3.0$ m, del Ejercicio 8.1 para un caudal de 10 m³/s. Asumir una pendiente del 0.5% y un coeficiente de resistencia de Manning (a) $\eta = 0.016$ (hormigón) y (b) $\eta = 0.030$ (canal de tierra).

Solución:

(a) Se proponen tirantes y se verifican caudales considerando $\eta = 0.016$:

Tabla 8.4. Tirante Normal. Sección rectangular $b = 3.0$ m, $S_0 = 0.005$, $\eta = 0.016$ y $Q = 10$ m³/s

Tirante y_N (m)	Perímetro Mojado P_m (m)	Área A (m ²)	Radio Hidráulico R_H (m)	$Q = 1/\eta R_H^{0.66} A S_0^{0.5}$ (m ³ /s)
0.96	4.92	2.88	0.59	8.91
0.97	4.94	2.91	0.59	9.04
0.98	4.96	2.94	0.59	9.17
0.99	4.98	2.97	0.60	9.30
1.00	5.00	3.00	0.60	9.43
1.01	5.02	3.03	0.60	9.56
1.02	5.04	3.06	0.61	9.70
1.03	5.06	3.09	0.61	9.83
1.04	5.08	3.12	0.61	9.96
1.043	5.09	3.13	0.62	10.00

Nota de Tabla 8.4: La cantidad de valores presentados en la tabla para la iteración es totalmente arbitraria.

(b) Se proponen tirantes y se verifican caudales considerando $\eta = 0.030$:

Tabla 8.5. Tirante Normal. Sección rectangular $b = 3.0$ m, $S_0 = 0.005$, $\eta = 0.030$ y $Q = 10$ m³/s

Tirante y_N (m)	Perímetro Mojado P_m (m)	Área A (m ²)	Radio Hidráulico R_H (m)	$Q = 1/\eta R_h^{0.66} A S_0^{0.5}$ (m ³ /s)
1.57	6.14	4.71	0.77	9.30
1.58	6.16	4.74	0.77	9.38
1.59	6.18	4.77	0.77	9.46
1.60	6.20	4.80	0.77	9.54
1.61	6.22	4.83	0.78	9.62
1.62	6.24	4.86	0.78	9.70
1.63	6.26	4.89	0.78	9.78
1.64	6.28	4.92	0.78	9.86
1.65	6.30	4.95	0.79	9.93
1.66	6.32	4.98	0.79	10.01

Nota de Tabla 8.5: La cantidad de valores presentados en la tabla para la iteración es totalmente arbitraria.

Puede observarse como a medida que aumenta la rugosidad del canal aumenta el tirante normal.

Ejercicio 8.6

Calcular el tirante normal en el conducto de 3 m de diámetro del Ejercicio 8.1 para (a) un caudal de 10 m³/s y (b) un caudal de 30 m³/s. Asumir una pendiente del 0.5% y un coeficiente de resistencia de Manning $\eta = 0.016$ (hormigón).

Solución:

(a) $Q = 10$ m³/s, se proponen tirantes y se verifican caudales. Tener en cuenta expresiones de perímetro mojado y radio hidráulico en secciones circulares presentadas en Tabla 5.2.

Tabla 8.6. Tirante Normal. Sección Circular $D_0 = 3.0$ m, $S_0 = 0.005$, $\eta = 0.016$ y $Q = 10$ m³/s

Tirante y_N (m)	Angulo Interno (rad)	Área (m ²)	Perímetro Mojado P_m (m)	Radio Hidráulico R_H (m)	$Q = 1/\eta R_h^{0.66} A S_0^{0.5}$ (m ³ /s)
0.450	1.59	0.66	2.39	0.28	1.25
0.600	1.85	1.01	2.78	0.36	2.26
0.750	2.09	1.38	3.14	0.44	3.53
0.900	2.32	1.78	3.48	0.51	5.05
1.050	2.53	2.20	3.80	0.58	6.78
1.200	2.74	2.64	4.11	0.64	8.69
1.297	2.87	2.93	4.31	0.68	10.00

Nota de Tabla 8.6: La cantidad de valores presentados en la tabla para la iteración es totalmente arbitraria.

(b) $Q = 30$ m³/s, se proponen tirantes y se verifican caudales.

Tabla 8.7. Tirante Normal. Sección Circular $D_0 = 3.0$ m, $S_0 = 0.005$, $\eta = 0.016$ y $Q = 30$ m³/s

Tirante y_N (m)	Angulo Interno (rad)	Área (m ²)	Perímetro Mojado P_m (m)	Radio Hidráulico R_H (m)	$Q = 1/\eta R_h^{0.66} A S_0^{0.5}$ (m ³ /s)
2.700	5.00	6.70	7.49	0.89	27.48
2.750	5.11	6.79	7.67	0.89	27.65
2.800	5.24	6.87	7.86	0.87	27.73
2.850	5.38	6.94	8.07	0.86	27.71
2.900	5.55	7.00	8.32	0.84	27.54
2.950	5.77	7.04	8.65	0.81	27.14
3.000	6.28	7.07	9.42	0.75	25.79

Nota de Tabla 8.7: La cantidad de valores presentados en la tabla para la iteración es totalmente arbitraria.

Obsérvese que es imposible bajo hipótesis de flujo uniforme ($S_f = S_0$) que escurra $30 \text{ m}^3/\text{s}$ por las limitaciones de la sección en análisis. El conducto alcanza su capacidad máxima para $y = 2.80 \text{ m} \rightarrow Q = 27.73 \text{ m}^3/\text{s}$ y luego decae levemente la capacidad para sección llena ($y = 3.00 \text{ m} \rightarrow Q = 25.79 \text{ m}^3/\text{s}$), no pudiéndose lograr el escurrimiento de $30 \text{ m}^3/\text{s}$. En este caso la única alternativa de alcanzar el escurrimiento de $30 \text{ m}^3/\text{s}$ sin abandonar hipótesis de flujo uniforme es aumentar la pendiente de fondo. En el caso de considerar que el conducto fluiría a sección llena ($y = 3.00 \text{ m}$) la pendiente necesaria se puede despejar de la ecuación de Manning quedando una formulación del tipo:

$$S_0 = \left(\frac{Q \eta}{R^{2/3} A} \right)^2 \tag{8.24}$$

por lo que la pendiente necesaria para que pueda escurrir $30 \text{ m}^3/\text{s}$ a sección llena en flujo uniforme en un conducto circular de 3.00 m de diámetro y con un coeficiente de resistencia de Manning $\eta = 0.016$ es :

$$S_0 = [(30 \times 0.016) / (0.75^{0.667} \times 7.07)]^2 = \mathbf{0.00676}$$

Resulta de particular interés observar la variación del caudal en función del tirante normal en un conducto circular como el del ejercicio. Nótese que el caudal máximo se alcanza para un tirante que es un 90-95% del diámetro, comenzando a descender a medida que el tirante aumenta por encima de ese valor debido a la influencia del contorno mojado.

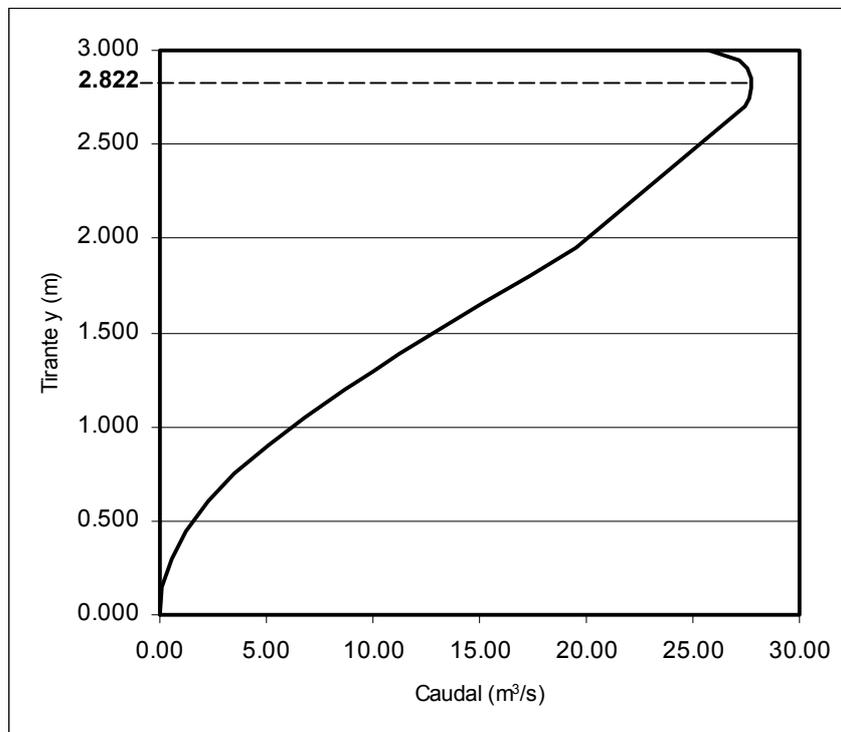


Figura 8.9. Caudal-tirante en un conducto circular de $D_0 = 3.0 \text{ m}$, $\eta = 0.016$ y $S_0 = 0.005$

8.4 PERFILES DE FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

8.4.1 Tipos de Perfiles de Flujo

Como ya fuera mencionado el flujo en canales abierto puede ser clasificado en uniforme y no uniforme. El flujo uniforme es caracterizado por el tirante normal calculado por ejemplo desde la formulación de Manning. Por otro lado, el flujo no uniforme puede ser gradualmente variado o rápidamente variado. El flujo es **gradualmente variado** si se verifican las siguientes suposiciones:

- (a) La pendiente de la línea de energía en una sección transversal de un canal es la misma a la que le correspondería para flujo uniforme en la sección con la misma velocidad y radio hidráulico.

- (b) La curvatura vertical de las líneas de corriente es lo suficientemente pequeña para permitir considerar la presión en el flujo como hidrostática en un plano normal al fondo.
- (c) El canal es prismático (de forma constante con alineamiento mayormente recto o curvaturas despreciables y pendiente de fondo constante)
- (d) Los coeficientes de ajuste de velocidad tanto para la consideración de cantidad de movimiento, como para la consideración de energía, son constantes a lo largo del canal o conducto.

En contraste, el flujo **rápidamente variado** no cumple las suposiciones anteriores, ocurriendo en transiciones abruptas como flujo sobre vertederos, bajo compuertas, y otras alternativas de flujo. El resalto hidráulico es quizás el mejor ejemplo de flujo rápidamente variado de interés en diseño de drenaje urbano. El flujo rápidamente variado tiene las siguientes características:

- (a) La curvatura local de las líneas de corriente es lo suficientemente pronunciada que no permite considerar una distribución de presión de flujo hidrostática.
- (b) Las rápidas variaciones en la velocidad y altura de flujo ocurren en tramos de canal o conducto relativamente cortos.
- (c) Los coeficiente de ajuste de velocidad para cantidad de movimiento y para energía varían fuertemente y puede ser muy dificultosa su estimación.

La ecuación dinámica de flujo gradualmente variado (Chow, 1982) puede deducirse a partir de la ecuación de energía (planteada en la Figura 8.6a):

$$H = z + d \cos \theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \tag{8.25}$$

donde H (m) es la energía total; d (m) el tirante de flujo medido perpendicularmente al fondo; θ el ángulo respecto a la horizontal; α coeficiente de distribución de velocidades; v (m/s) velocidad media de flujo en la sección transversal y g (m/s²) aceleración de la gravedad (ver Figura 8.10)

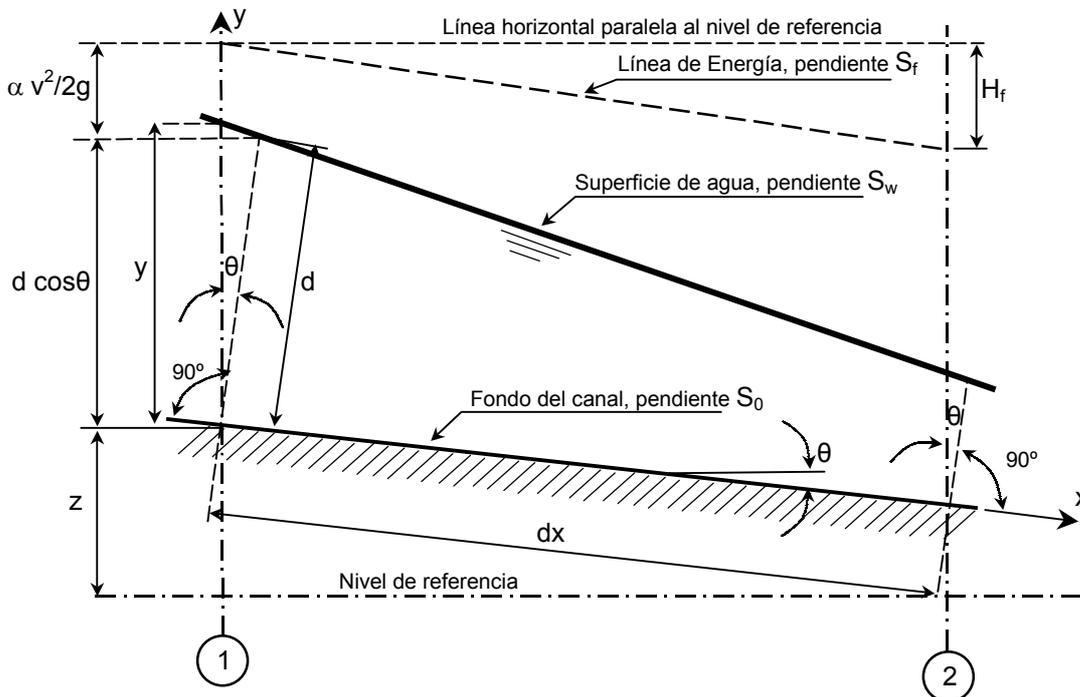


Figura 8.10. Deducción de la ecuación de flujo gradualmente variado

Se supone que θ y α son constantes a través del tramo del canal bajo consideración. Al tomar el fondo del canal como eje x y al derivar la ec. (8.25) con respecto a la longitud x del perfil de la superficie de agua, el cual se mide a lo largo del eje x , se obtiene la ecuación:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dz}{dx} + \cos \theta \frac{dd}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \tag{8.26}$$

La pendiente se define como el seno del ángulo de la pendiente y se supone que es positiva si desciende en la dirección del flujo y negativa si asciende en la dirección del flujo por lo que en la Figura 8.10, la pendiente de energía es $S_f = dH/dx$ y la pendiente del fondo del canal es $S_0 = \sin \theta = - dz/dx$. Al sustituir estas pendientes en la ec. (8.26) y al despejar dd/dx se llega a:

$$\frac{dd}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{\cos \theta + \alpha \frac{d}{dd} \left(\frac{v^2}{2g} \right)} \quad (8.27)$$

De acuerdo a Chow (1982) la ec.(8.27) es la ecuación diferencial general para flujo gradualmente variado, conocida de aquí en adelante como ecuación dinámica de flujo gradualmente variado, o simplemente la ecuación de flujo gradualmente variado. La ec. (8.27) representa la pendiente de la superficie libre de agua con respecto al fondo del canal. El tirante d se mide desde el fondo del canal y el fondo del canal se toma como el eje x . Luego la pendiente de la superficie del agua es igual a la pendiente de fondo del canal S_0 si $dd/dx = 0$, menor que S_0 si dd/dx es positiva, y mayor que S_0 si dd/dx es negativa. En otras palabras, la superficie del agua es paralela al fondo del canal cuando $dd/dx = 0$, aumenta cuando dd/dx es positiva y disminuye cuando dd/dx es negativa (Chow, 1982).

Para θ pequeño el $\cos \theta \approx 1$, $d \approx y$, y $dd/dx \approx dy/dx$ por lo que la ec.(8.27) se convierte en:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 + \alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g} \right)} \quad (8.28a)$$

Existen otras formas muy conocidas de la ecuación de flujo gradualmente variado que pueden ser fácilmente deducidas (Chow, 1982), como:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (K_N / K)^2}{1 - \frac{S_0}{S_{CN}} (K_N / K)^2} \quad (8.28b)$$

donde K es el coeficiente de transporte para el tirante real y (definido en ec.(8.16)), K_N es el coeficiente de transporte para el tirante normal y_N y S_{CN} es la pendiente crítica para el tirante normal del caudal Q . Otra forma de la ecuación de flujo gradualmente variado es:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (Q / Q_N)^2}{1 - (Q / Q_C)^2} \quad (8.28c)$$

donde Q es el caudal del flujo gradualmente variado con el tirante real, Q_N es el caudal normal asumiendo un tirante normal igual a y , Q_C es el caudal crítico asumiendo un tirante crítico igual a y .

Para canales rectangulares anchos, si se utiliza la ecuación de Manning la formulación para flujo gradualmente variado puede escribirse como:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (y_N / y)^{3.33}}{1 - (y_C / y)^3} \quad (8.28d)$$

La identificación de perfiles de superficie libre particulares en flujo permanente y gradualmente variado es determinada mediante las magnitudes relativas de las alturas o tirantes de flujo actuales, el tirante normal, el tirante crítico y la ubicación de secciones de control. Chow (1982) presenta una caracterización de los perfiles de superficie libre en flujo gradualmente variado caracterizados por la pendiente del canal y por la relación entre el tirante actual y los tirantes crítico y normal (Tabla 8.8). Las pendientes consideradas son:

- (a) Horizontal (H) $S_0 = 0$
- (b) Suave (M) $0 < S_0 < S_c$ (también se suele denominar pendiente débil)

- (c) Crítica (C) $S_0 = S_c > 0$
- (d) Empinada (S) $S_0 > S_c > 0$ (también se suele denominar pendiente fuerte)
- (e) Adversa (A) $S_0 < 0$ (también se suele denominar contrapendiente)

Nota: Las letras provienen del inglés *horizontal (H); mild (M); Critical (C); Steep (S); y adverse (A)*, La clasificación según el tirante de agua da lugar a 3 zonas:

- Zona 1 $y > y_N$ e $y > y_C$
- Zona 2 $y_N > y > y_C$ o $y_C > y > y_N$
- Zona 3 $y < y_N$ e $y < y_C$

La curva de superficie del flujo representará un **remanso** si el tirante (denominado profundidad en Chow (1982)) de flujo se incrementa en la dirección del flujo y una curva de **caída** si el tirante disminuye con la dirección de flujo. El término “remanso” se utiliza generalmente para indicar la curva longitudinal de la superficie de agua aguas arriba de una presa o la curva hacia aguas arriba de la superficie de un río afluente de otro de mayor jerarquía cuya altura influye sobre la descarga del tributario. En términos matemáticos puede demostrarse que el perfil de flujo es una curva de remanso si dy/dx es positiva y una curva de caída si dy/dx es negativa (recordar que x representa la dirección de movimiento de flujo e y la dirección perpendicular al fondo del canal o conducto).

La identificación del tipo de perfil de superficie libre es un primer paso fundamental en el cálculo de las cotas de agua en un canal o conducto de sistemas de drenaje.

Los perfiles de flujo pueden clasificarse en trece tipos diferentes de acuerdo con la naturaleza de la pendiente del canal o conducto y la zona en la cual se encuentra la superficie de flujo. Estos tipos se designan con H2; H3; M1; M2; M3; C1; C2; C3; A2 y A3. De los trece perfiles de flujo doce corresponden a flujo variado y uno el C2 a flujo uniforme. Nótese que en muchas ocasiones un perfil de flujo observado en un canal o conducto se sitúa en una única zona. Las características generales de los perfiles se presentan en la Tabla 8.8 y sus formas se muestran en las Figuras 8.11 y 8.12. Como los perfiles cerca del tirante crítico y del fondo del canal no pueden definirse con exactitud mediante la teoría de flujo gradualmente variado, éstos se muestran en línea punteada.

Tabla 8.8. Tipos de Perfiles de Flujo en Canales Prismáticos. Fuente: Chow (1982)

Pendiente del Canal	Designación			Relación de y con y_N e y_C			Tipo general de curva	Tipo de Flujo
	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 1	Zona 2	Zona 3		
Horizontal $S_0 = 0$	Ninguno			$y > y_N$	$>$	y_C	Ninguno	Ninguno
		H2		y_N	$>$	$y > y_C$	Caída	Sucrítico
			H3	y_N	$>$	$y_C > y$	Remanso	Supercrítico
Suave $0 < S_0 < S_c$	M1			$y > y_N$	$>$	y_C	Remanso	Subcrítico
		M2		y_N	$>$	$y > y_C$	Caída	Subcrítico
			M3	y_N	$>$	$y_C > y$	Remanso	Supercrítico
Crítica $S_0 = S_c$	C1			$y > y_N$	$=$	y_C	Remanso	Subcrítico
		C2		y_N	$=$	$y = y_C$	Paralelo al fondo del canal	Uniforme-Crítico
			C3	y_N	$=$	$y_C > y$	Remanso	Supercrítico
Empinada $S_0 > S_c > 0$	S1			$y > y_C$	$>$	y_N	Remanso	Subcrítico
		S2		y_C	$>$	$y > y_N$	Caída	Supercrítico
			S3	y_C	$>$	$y_N > y$	Remanso	Supercrítico
Adversa $S_0 < 0$	Ninguno			$y > (y_N)^*$	$>$	y_C	Ninguno	Ninguno
		A2		$(y_N)^*$	$>$	$y > y_C$	Caída	Subcrítico
			A3	$(y_N)^*$	$>$	$y_C > y$	Remanso	Supercrítico

Nota Tabla 8.8: * y_N entre paréntesis se supone como un valor positivo

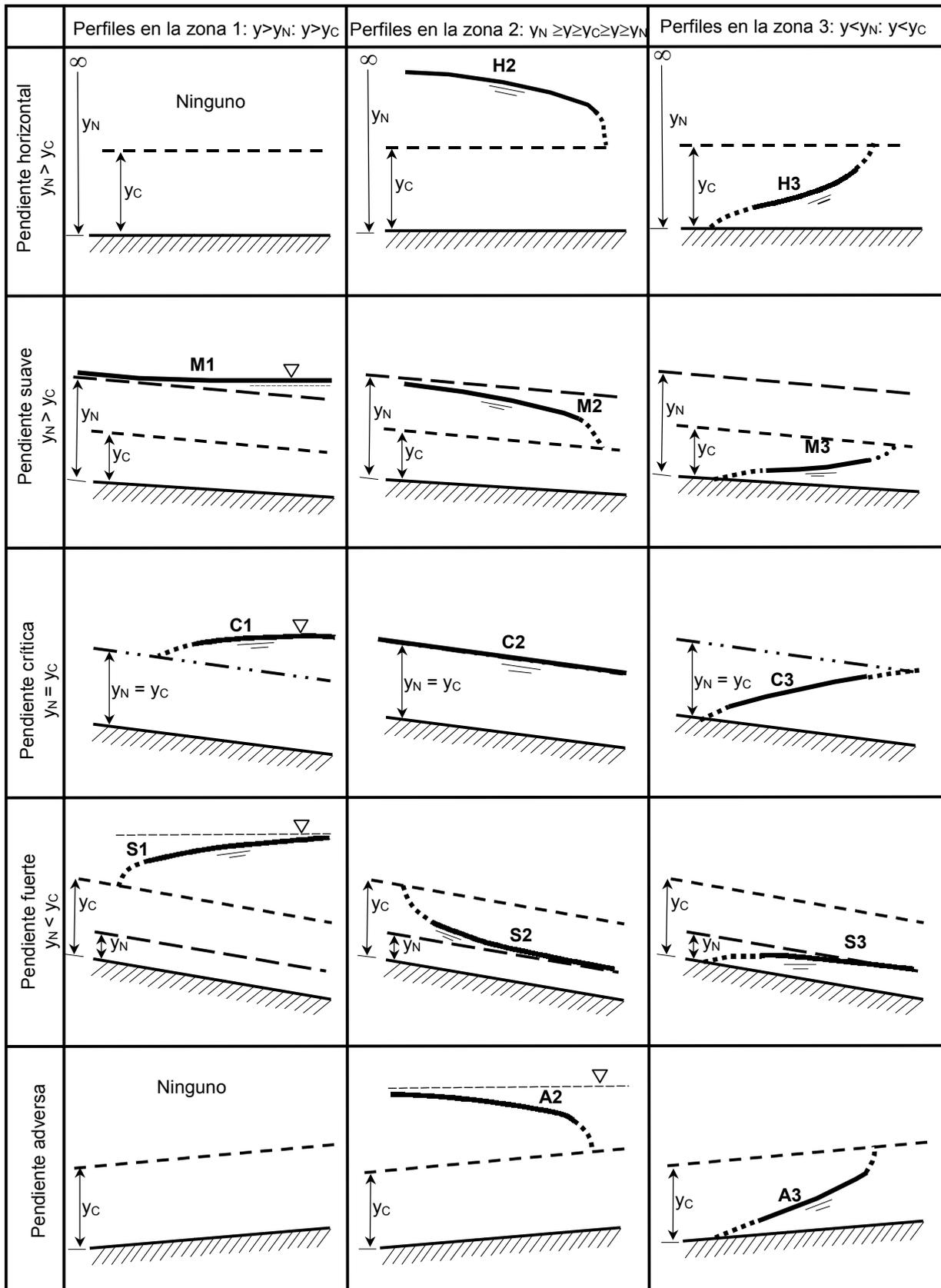


Figura 8.10. Clasificación de los perfiles de flujo para flujo gradualmente variado. Fuente: Chow (1982)

Perfiles Tipo M $S_0 < S_c$ e $y_N > y_c$

El perfil **M1** representa la curva de remanso más conocida; es el más importante de todos los perfiles de flujo desde el punto de vista práctico (Chow, 1982). Este perfil ocurre cuando el extremo de aguas debajo de una canal suave y largo se sumerge en un embalse hasta un tirante mayor que el tirante normal del

flujo en el canal. Este perfil de flujo se ubica en la zona 11. El extremo de aguas arriba de la curva es tangente a la línea del tirante normal, debido a que $dy/dx=0$ cuando $y = y_N$; y en el extremo aguas abajo es tangente a la superficie horizontal del embalse debido a que $dy/dx = S_0$ cuando $y = \infty$. Ejemplos comunes de M1 son el perfil por detrás de una presa en un río natural o un conducto o canal que acomete en un gran cuerpo receptor (río, lago) (Figura 8.12a) y el perfil en un canal que une dos embalses (Figura 8.12b).

Un perfil **M2** ocurre cuando el fondo del canal en el extremo aguas abajo se sumerge en un embalse con un tirante menor que el normal. El extremo aguas arriba del perfil de flujo es tangente a la línea de tirante normal y_N , debido a que $dy/dx = 0$ cuando $y = y_N$. Si la profundidad de sumergencia en el extremo aguas abajo es menor que la profundidad crítica, el perfil terminará abruptamente, con su extremo tangente a una línea vertical en un tirante igual al tirante crítico y_C , debido a que $dy/dx = \infty$ cuando $y = y_C$. Esto implica la formación de una caída hidráulica. Si la profundidad sumergencia en el extremo agua abajo es mayor que la profundidad crítica, entonces se formará tanto perfil como agua exista por encima de la superficie del embalse. Ejemplos son el perfil en el lado aguas arriba de un ensanchamiento abrupto en la sección transversal de una canal (Figura 8.12c) y el perfil en un canal que llega a un embalse., donde el nivel del embalse se muestra tanto por encima como por debajo de la línea de tirante crítico (Figura 8.12d).

En teoría el perfil **M3** comienza desde el fondo del canal aguas arriba, con un ángulo de pendiente vertical o con un ángulo agudo, dependiendo del tipo de ecuación de flujo uniforme que se utilice y termina con un resalto hidráulico en el extremo aguas abajo. Por lo general este tipo de perfil ocurre cuando un flujo supercrítico ingresa en un canal de pendiente suave o débil. A mayor velocidad del flujo entrante, más lejos aguas abajo se iniciará el perfil. El extremo teórico de aguas arriba del perfil interceptará el fondo del canal. En ese extremo el tirante tendría que ser 0 y la velocidad infinita por lo que el extremo teórico de aguas arriba de un perfil M3 no puede existir físicamente. Ejemplos de perfil M3 son el perfil de una corriente por debajo de una compuerta deslizante (Figura 8.12e) y el perfil después de un cambio en la pendiente de fondo de fuerte a débil (Figura 8.12f).

Perfiles Tipo S $S_0 > S_c$ e $y_N < y_c$

El perfil **S1** se inicia con un resalto en el extremo de aguas arriba y se vuelve tangente a la horizontal en el extremo de aguas abajo. Ejemplos son los perfiles de flujo por detrás de una presa en un canal empinado (Figura 8.12g) y en un canal empinado llegando a un embalse con una alta elevación (Figura 8.12h).

El perfil **S2** es una curva de caída. A menudo es muy corto y se asemeja una transición entre una caída hidráulica y un flujo uniforme, debido a que empieza aguas arriba con una pendiente vertical en el tirante crítico y es tangente a la línea del tirante normal en el extremo de aguas abajo. Ejemplos son los perfiles formados en el lado de aguas abajo de un ensanchamiento de sección de canal (Figura 8.12i) y en el lado empinado de un canal que cambia su pendiente de empinada a más empinada (Figura 8.12j).

El perfil **S3** es también del tipo transicional, conformado entre un flujo supercrítico entrante y la línea de profundidad normal a la cual el perfil es tangente. Ejemplos son el perfil en el lado de pendiente empinada en un canal que cambia pendiente de empinada a menos empinada (Figura 8.12k) y debajo de una compuerta con un tirante de flujo entrante menor que el tirante normal en un canal de pendiente empinada (Figura 8.12l).

Perfiles Tipo C $S_0 = S_c$ e $y_N = y_c$

Estos perfiles representan las condiciones de transición entre los perfiles M y S. Suponiendo un canal rectangular ancho, la ecuación (8.28d) muestra que los perfiles C1 y C3 son curvos y que el perfil C1 es asintótico a una línea horizontal (Figuras 8.12m y 8.12n). El perfil C2 representa el caso de flujo uniforme crítico.

Perfiles de tipo H $S_0 = 0$ e $y_N = \infty$

Estos son los casos limitantes de perfiles M cuando el fondo del canal se vuelve horizontal. Los perfiles H2 y H3 corresponden a los perfiles M2 y M3, pero un perfil H1 no puede establecerse en realidad, debido a que y_N es infinito. Ejemplos de los perfiles H se muestran en las Figuras 8.12o y 8.12p.

Perfiles tipo A $S_0 < 0$

El perfil A1 es imposible debido a que el valor de y_N no es real. Los perfiles A2 y A3 son similares a los perfiles H2 y H3, respectivamente. En general los perfiles tipo A rara vez ocurren. Ejemplos se muestran en las figuras 8.12q y 8.12r.

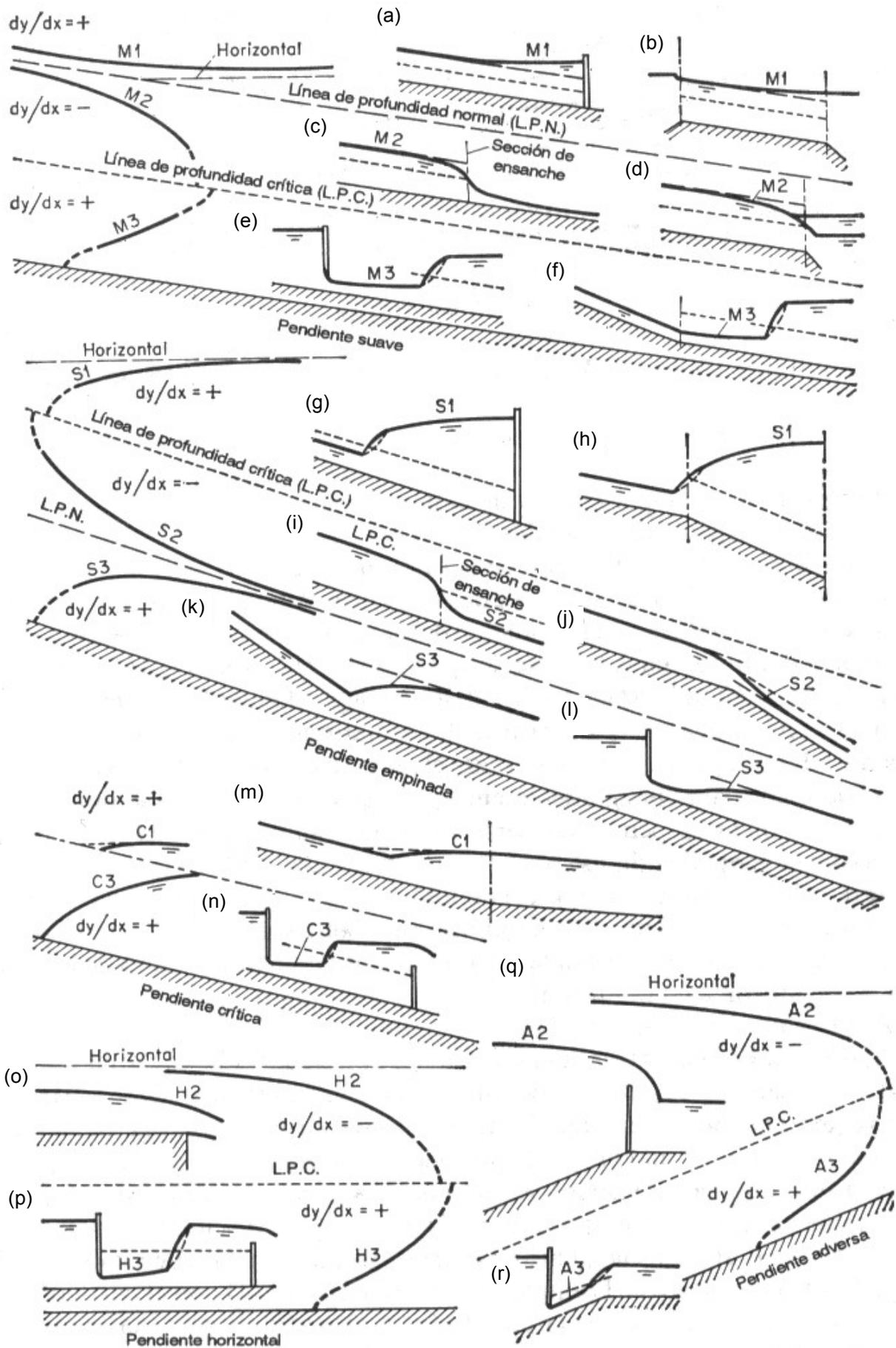


Figura 8.12. Ejemplos de Perfiles de Flujo. Fuente: Chow (1982)

8.4.2 Análisis del perfil de flujo

El análisis de perfil de flujo es un procedimiento utilizado para predecir la forma del perfil de flujo. Esto permite al ingeniero conocer de antemano los posibles perfiles de flujo que pueden ocurrir en un esquema de canal determinado. Este procedimiento constituye una parte muy significativa en todos los problemas de diseño de canales para flujo gradualmente variado.

A. Canal prismático con pendiente constante. El perfil de flujo en un canal prismático largo con una pendiente constante se describió en el punto anterior. Ejemplos comunes mostrados en la figura 8.13 deben ser útiles para determinar el tipo de perfil de flujo en un problema determinado.

B. Canal prismático con un cambio en la pendiente. Este canal es equivalente a un par de canales prismáticos conectados con la misma sección transversal pero con diferentes pendientes. En la Figura 8.14 se muestran veinte perfiles de flujo común en un canal prismático largo con un quiebre en la pendiente. Estos perfiles son explicativos por sí mismos. Sin embargo, deben mencionarse algunos aspectos especiales:

1. El perfil en el tirante crítico o cerca de él no puede predecirse con precisión mediante la teoría de flujo gradualmente variado, debido a que por lo general el flujo es rápidamente variado.
2. En teoría, al pasar la línea crítica, el perfil de flujo debería tener una pendiente vertical. Como el flujo a menudo es rápidamente variado cuando pasa la línea crítica, la pendiente real del perfil no puede predecirse con precisión. Por la misma razón, el tirante crítico no puede ocurrir exactamente encima del quiebre en el fondo del canal y puede ser diferente de la profundidad mostrada en la figura.
3. En algunos casos (Figuras 8.14g y 8.14l), el resalto hidráulico puede ocurrir en el canal de aguas arriba o en el canal de aguas abajo dependiendo de la pendiente relativa de los dos canales, dependiendo también de la rugosidad relativa y de la forma de los dos canales que se conectan (en este análisis se supone que estos valores son constantes). En el caso g, por ejemplo, el resalto ocurrirá en el canal de aguas abajo si el tirante normal en este canal es comparativamente pequeña. Cuando la pendiente del canal de aguas abajo decrece y, por consiguiente, el tirante normal aumenta, el resalto se moverá aguas arriba hasta llegar al canal de aguas arriba.
4. Si el canal de aguas arriba tiene una pendiente adversa (Figuras 8.14q a 8.14r), el caudal es fijado no por las condiciones del canal aguas arriba sino por la elevación del nivel del embalse aguas arriba, el cual es la asíntota horizontal del perfil A2. El procedimiento de análisis es suponer un caudal y determinar cuál caso de q a t describe mejor el perfil. Entonces, calcular el perfil de flujo en la dirección aguas arriba y determinar el nivel del embalse. Si el nivel calculado no concuerda con el nivel determinado para el embalse, entonces debe repetirse el cálculo con otro caudal supuesto hasta que el nivel calculado concuerde con el nivel determinado.
5. Perfiles comunes (Figura 8.14) se ilustran para canales largos en los cuales puede establecerse un flujo uniforme distante hacia aguas arriba y aguas abajo.

C. Canal prismático con varios cambios en la pendiente. Para tales canales el procedimiento de análisis general es como sigue:

1. Grafique el perfil del canal con una escala vertical exagerada.
2. Para cada tramo calcule y_N y grafique la línea de tirante normal y muéstrela mediante líneas punteadas a lo largo de todo el canal.
3. Para cada tramo calcule y_C y grafique la línea de profundidad crítica y muéstrela mediante líneas punteadas a lo largo de todo el canal.
4. Localice todas las posibles secciones de control. En la sección de control el flujo debe pasar a través de un tirante de control que puede ser el tirante crítico, el tirante normal o cualquier otra profundidad conocida.

El término "sección de control" tiene un significado amplio. Se refiere a cualquier sección en la cual el tirante de flujo es conocido o puede ser controlada en un nivel requerido.

Existen tres tipos de sección de control:

a. **Sección de Control Aguas Arriba.** Ocurre en cualquier tramo empinado en el extremo de aguas arriba, debido a que el flujo en un canal empinado tiene que pasar a través de la sección crítica en el extremo de aguas arriba y luego seguir en el perfil S1 o en el S2. Por consiguiente, el tirante crítico es el tirante de control. Si la superficie del agua del lado aguas abajo es muy alta, ésta puede aumentar la superficie de flujo en la sección de control aguas arriba. Cuando varios tramos empinados ocurren en sucesión, la sección de control se localiza en el extremo de aguas arriba del tramo inicial. El control de aguas arriba también ocurre en tramos suaves y largos, debido a que las curvas M1 o M2 se aproximan al tirante normal en el extremo de aguas arriba.

b. **Sección de Control Aguas Abajo.** Ocurre en el extremo de aguas abajo de cualquier tramo empinado largo, debido a que el flujo se aproximará al tirante normal en el extremo de aguas abajo. Si el extremo de aguas abajo de un canal suave termina en una caída libre, puede suponerse que la sección de control se localiza en el borde donde el tirante es crítico.

c. **Sección Artificial de Control.** Se presenta en una estructura de control, como un vertedero, una presa o una compuerta deslizante, en la cual el tirante de control es conocido o puede determinarse.

5. Empezando con el tirante de control en cada sección de control trazar en cada tramo un perfil continuo. La posición del perfil en cada tramo puede localizarse correctamente con respecto a las líneas de tirante normal y de tirante crítico. Para este propósito, los perfiles comunes descritos antes deberían ser útiles.

6. Cuando el flujo es supercrítico en la parte de aguas arriba de un tramo pero subcrítico en la parte de aguas abajo, el perfil de flujo tiene que pasar por el tirante crítico en algún lugar dentro del tramo. Al cruzar la línea de tirante crítico por lo general se crea un resalto hidráulico al subir el agua desde una profundidad baja hasta su profundidad secuente.

D. Canales no prismáticos y canales con flujo espacialmente variado. En canales no prismáticos y canales con flujo espacialmente variado, el análisis de flujo se vuelve complicado por el hecho de que la sección de control puede ocurrir en cualquier sección de canal y su posición no puede determinarse con facilidad. Considere tres pendientes de canal diferentes para tres tipos de flujo: (1) flujo continuo en un canal prismático (Figura 8.15a), (2) flujo especialmente variado con un caudal que aumenta en un canal prismático (Figura 8.15b) y (3) flujo continuo en un canal no prismático con una pendiente constante pero con sección transversal variable (Figura 8.15b). Todos los canales tiene caída libre.

En el primer tipo de flujo, éste cambia de subcrítico a supercrítico a medida que la pendiente del canal varía de suave a empinada. Por consiguiente, la sección crítica de control debe transferirse del extremo de aguas abajo al extremo de aguas arriba: Nótese que la transferencia de la sección crítica de control ocurre casi instantáneamente. En el instante de la transición, o sea el momento en que el tirante normal coincide con el tirante crítico, convirtiéndose en un tirante transicional, el flujo crítico ocurre a través de toda la longitud del canal (esquema intermedio de la Figura 8.15a), y cualquier sección en el tramo es, por consiguiente, una sección crítica.

En el segundo y en el tercer tipo de flujo la transición de estado de flujo ocurrirá gradualmente de sección a sección, a medida que la sección crítica de control se mueve hacia aguas arriba. En cualquier momento durante la transición (esquema intermedio de la Figura 8.15b), el flujo hacia aguas abajo de la sección de control es supercrítico, y el flujo hacia aguas arriba es subcrítico.

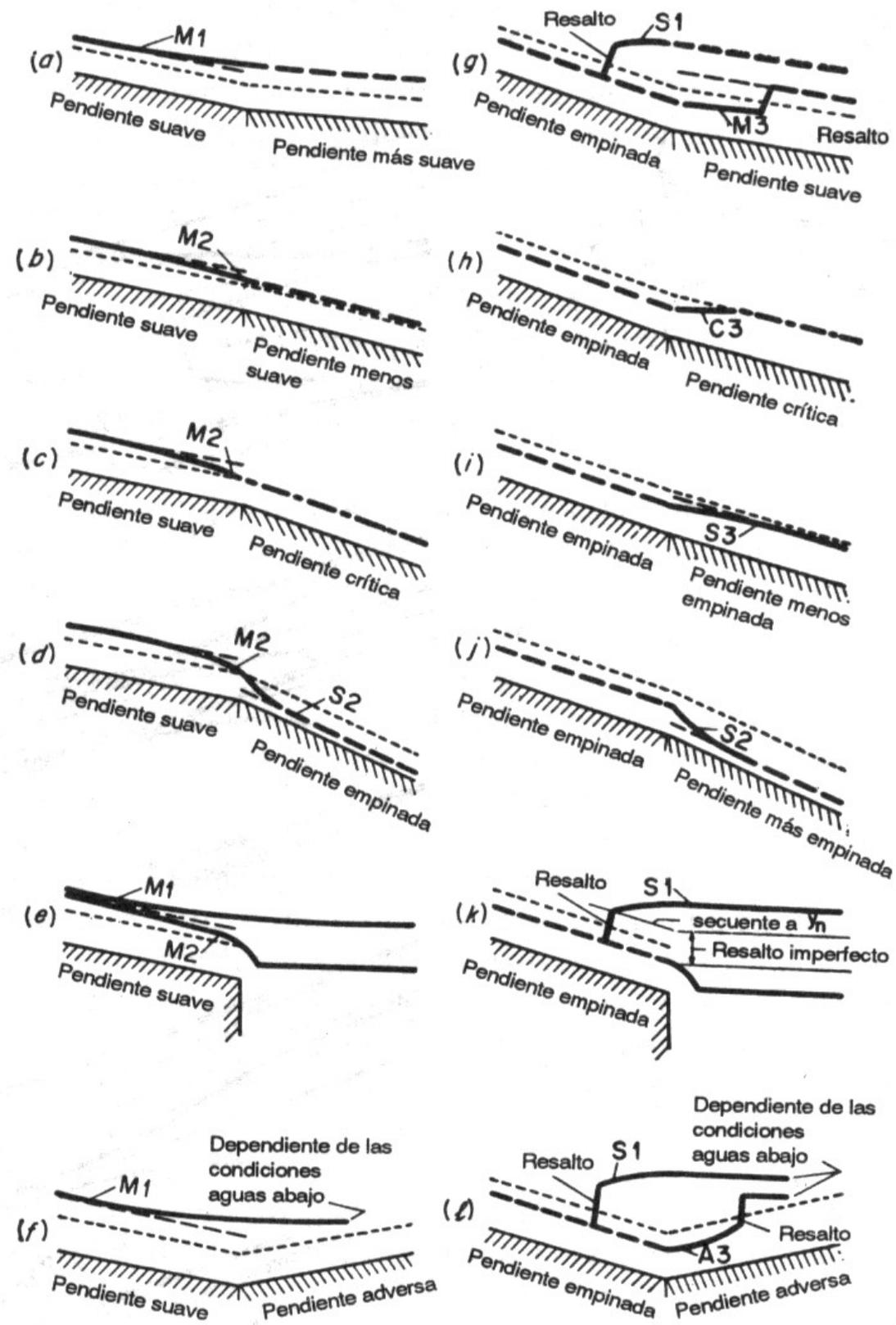


Figura 8.14. Perfiles de flujo gradualmente variado en un canal prismático largo con un pendiente de fondo. Fuente: Chow (1982)

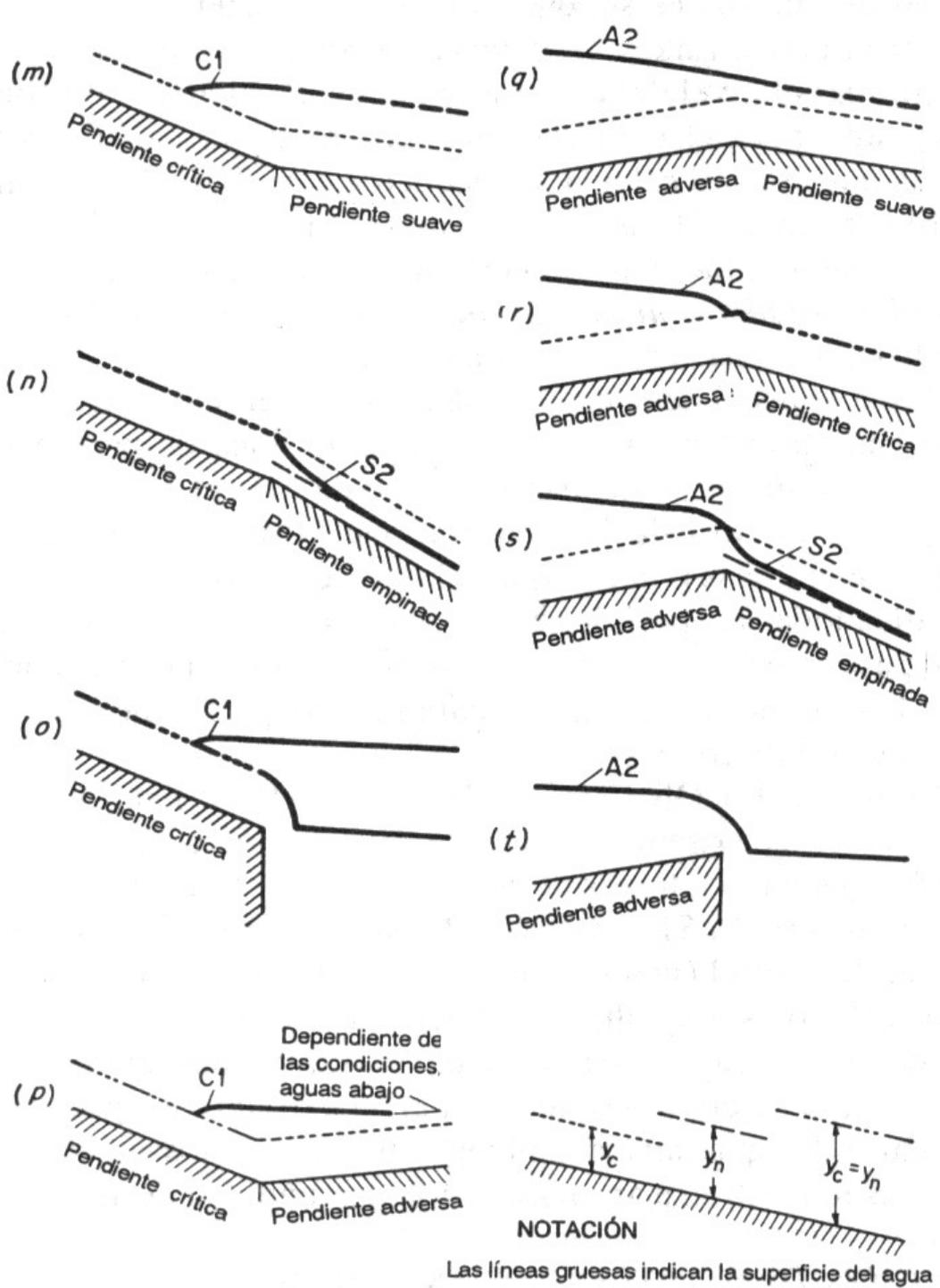


Figura 8.14. (continuación)

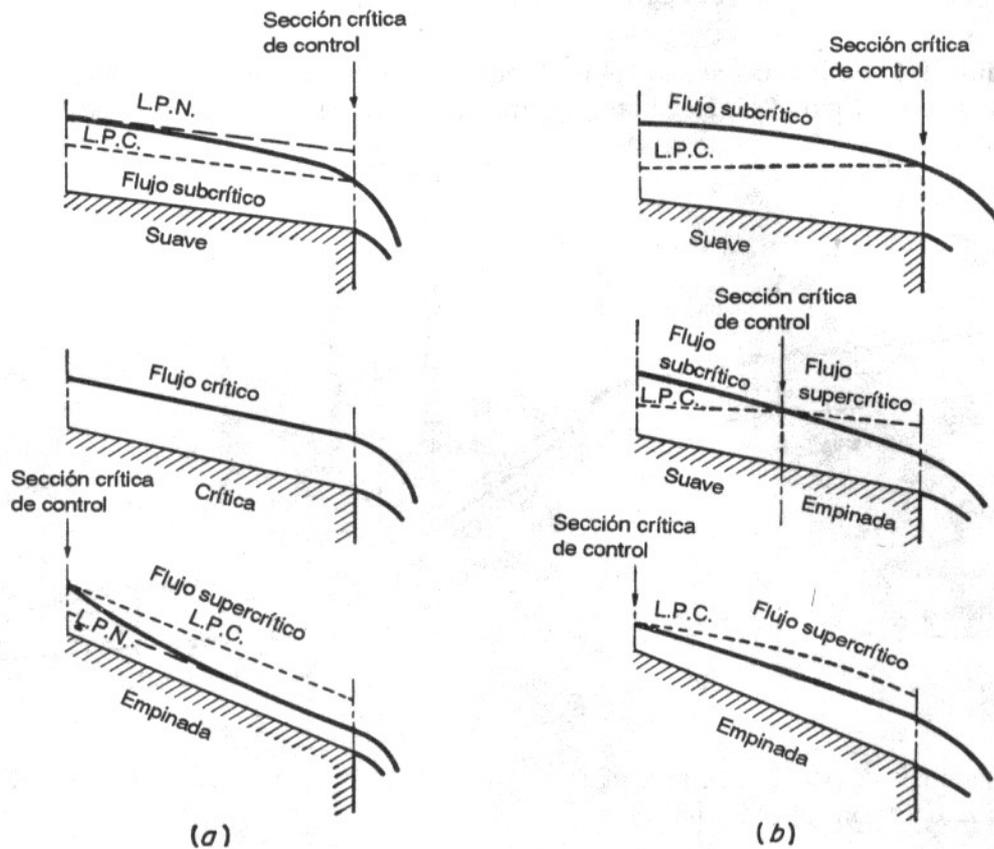


Figura 8.15. Localización de la Sección Crítica de Control. (a) Flujo en un canal Prismático; (b) Flujo en un canal no prismático o flujo espacialmente variado. Fuente: Chow (1982)

8.5 RESALTO HIDRÁULICO

8.5.1 Descripción del resalto

Según Chow (1982), se está en presencia de un fenómeno hidráulico local denominado *salto* o *resalto hidráulico* cuando se presenta un cambio rápido en la profundidad de flujo de un nivel bajo (flujo supercrítico) aguas arriba a un nivel alto (flujo subcrítico) aguas abajo resultando en un brusco levantamiento de la superficie de agua. Este fenómeno ocurre frecuentemente en un canal aguas debajo de una compuerta de regulación, al pie de un vertedero o en un brusco cambio de un canal de gran pendiente a plano.

Si el salto es bajo, es decir, si el cambio de profundidad de flujo es pequeño, el agua no levantará abruptamente pero pasará de un nivel bajo a uno mayor a través de una serie de ondulaciones, disminuyendo gradualmente en tamaño. Este tipo de salto se lo denomina salto ondulatorio.

Cuando el salto es alto, o sea que el cambio de profundidad de flujo es significativo se lo denomina salto fuerte. El salto fuerte involucra una cantidad relativamente grande de pérdida de energía a través de la disipación en el cuerpo turbulento de agua dentro del salto. Consecuentemente la energía del flujo aguas abajo del resalto es considerablemente menor que aguas arriba del salto. Esta característica del resalto lo hace adecuado para su utilización como disipador de energía de flujo. Una conceptualización de la pérdida de energía a través del resalto puede verse en la Figura 8.16, donde se presentan la curva de energía específica, la configuración del resalto y la curva de fuerza específica. La profundidad antes del resalto se conoce como tirante inicial y_1 , en tanto que la profundidad después del resalto se conoce como tirante conjugado y_2 . Debe quedar claro la diferenciación entre los tirantes conjugados y_1 e y_2 asociados a una misma fuerza específica y los tirantes alternos y_1 e y_2' asociados a una misma energía de flujo. Como es sabido en un resalto se conserva la fuerza específica, por lo que a partir de una biunívoca

combinación de tirantes antes y después del salto y_1 e y_2 (tirantes conjugados), y contando con la variación de energía específica es posible evaluar la pérdida de energía ΔE para un determinado estado del flujo y una geometría dada.

Entre las múltiples aplicaciones prácticas del resalto hidráulico encontramos su utilización para disipar energía del agua que fluye sobre vertederos y otras estructuras hidráulicas, previniendo la erosión aguas abajo de las estructuras

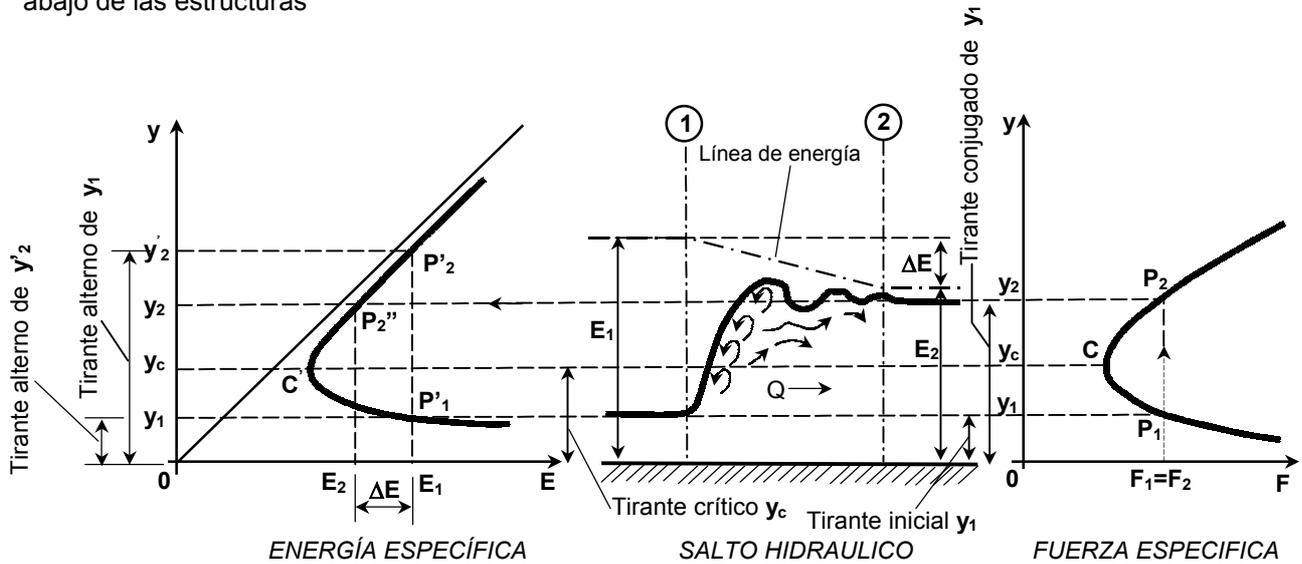


Figura 8.16. Resalto Hidráulico interpretado en función de las curvas de Fuerza y Energía Específica Fuente: Chow (1982)

8.5.2 Resalto en canales rectangulares horizontales

Para flujo supercrítico en un canal rectangular horizontal, la energía de flujo se disipa a través de la resistencia friccional a lo largo del canal, dando como resultado un descenso en la velocidad y un incremento en la profundidad en la dirección del flujo. Un resalto hidráulico se formará en el canal si el número de Froude F_1 del flujo, el tirante de flujo y_1 y el tirante y_2 aguas abajo satisfacen la ecuación:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \tag{8.29}$$

donde y_1 (m) es el tirante aguas arriba del resalto, y_2 (m) es el tirante conjugado aguas abajo del resalto y F_1 es el número de Froude del flujo supercrítico aguas arriba que puede calcularse en secciones rectangulares como:

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} \tag{8.30}$$

donde V_1 (m/s) es la velocidad del flujo aguas arriba del resalto y g (m/s^2) la aceleración de la gravedad. La ec. (8.29) puede representarse mediante la curva presentada en la Figura 8.17. Esta curva se ha verificado satisfactoriamente en ensayos experimentales y es muy útil para el análisis y diseño de resaltos hidráulicos.

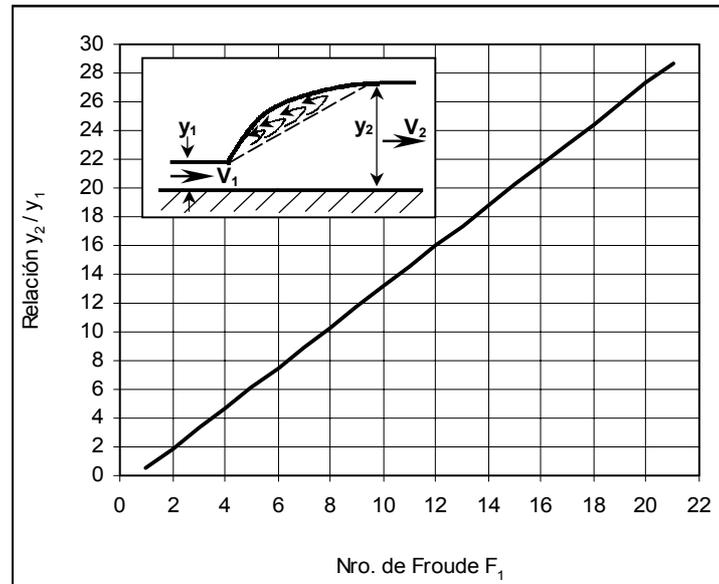


Figura 8.17. Relación entre F_1 y los tirantes conjugados y_2/y_1 para un resalto hidráulico en un canal rectangular horizontal. Fuente: Chow (1982)

8.5.3 Tipos de resalto

De acuerdo con los estudios del Bureau of Reclamation (Peterka, 1958) los resaltos hidráulicos en fondos horizontales pueden clasificarse convenientemente según el número de Froude F_1 del flujo entrante (Figura 8.17). Las características del resalto y la disipación de energía varían con cada tipo:

Para $F_1 = 1.0$, el flujo es crítico y por consiguiente *no se forma el resalto*. Este estado corresponde al punto C en el diagrama de energía y fuerza específicas de la Fig. 8.16.

Para $F_1 = 1.0$ a 1.7 , la diferencia entre los tirantes conjugados y_1 e y_2 es muy leve. En la medida en que el número de Froude se acerca a 1.7 se forman pequeños remolinos en la superficie del agua que conforman *ondulaciones*. Se produce un *resalto ondulante*.

Para $F_1 = 1.7$ a 2.5 , se desarrollan una serie de remolinos sobre la superficie del resalto, pero la superficie del agua hacia aguas abajo permanece uniforme. La velocidad a través de la sección es razonablemente uniforme y la pérdida de energía es baja. Se trata de un *resalto débil*.

Para $F_1 = 2.5$ a 4.5 , existe un chorro oscilante que entra desde el fondo del resalto hasta la superficie y se devuelve sin ninguna periodicidad. Cada oscilación produce una onda grande con período irregular, muy común en canales, que puede viajar hacia aguas abajo causando daños ilimitados. Este fenómeno se denomina *resalto oscilante*.

Para $F_1 = 4.5$ a 9.0 , el extremo aguas abajo del remolino superficial y el punto sobre el cual el chorro de alta velocidad tiende a dejar el flujo ocurren prácticamente en la misma sección vertical. La acción y la posición de este resalto son menos sensibles a la variación en la profundidad de aguas abajo. El resalto se encuentra bien balanceado y la disipación de energía varía de 45% a 70%. Se presenta entonces el *resalto estable*.

Para $F_1 \geq 9.0$, el chorro de alta velocidad choca con paquetes de agua intermitentes que corren hacia abajo a lo largo de la cara frontal del resalto, generando ondas hacia aguas abajo y puede prevalecer una superficie rugosa. La acción del resalto es brusca pero efectiva debido a que la disipación de energía puede alcanzar un 85%. Se trata de un *resalto fuerte*.

8.5.4 Características del resalto

Se presentan a continuación varias características básicas del resalto hidráulico en canales rectangulares horizontales.

Pérdidas de energía: en el resalto la pérdida de energía es igual a la diferencia de las energías específicas antes y después del resalto. Puede demostrarse que la pérdida es:

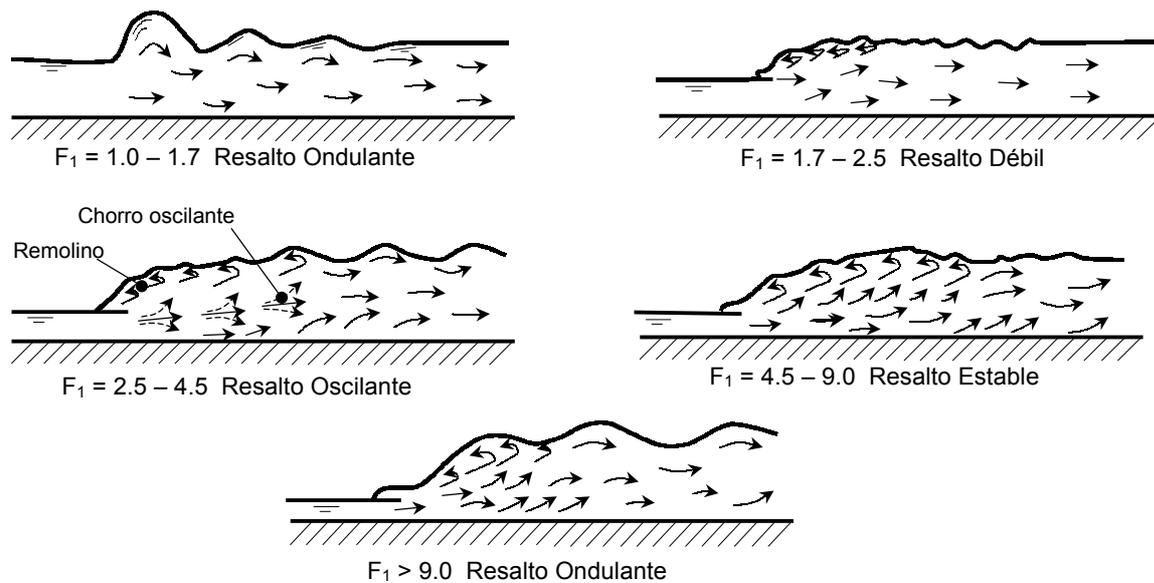


Figura 8.18. Tipos de Resallos Hidráulicos. Fuente: Chow (1982)

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4 y_1 y_2} \tag{8.31}$$

donde E_1 y E_2 son las energías específicas asociados a los tirantes conjugados del resalto.

Eficiencia: es la relación entre la energía específica antes y después del resalto. Se demuestra que la eficiencia es:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(8F_1^2 + 1)^{3/2} - 4F_1^2 + 1}{8F_1^2 (2 + F_1^2)} \tag{8.32}$$

esta ecuación indica que la eficiencia de una resalto es una función adimensional, que depende solo del número de Froude del flujo entrante. Se define como *pérdida relativa* a la relación $1 - E_2 / E_1$, que también es función adimensional al de F_1 .

Altura del resalto: es la diferencia entre los tirantes antes y después del resalto (tirantes conjugados)

$$h_R = y_2 - y_1 \tag{8.33}$$

Al expresar cada término de la ec. (8.33) como la relación con respecto a la energía específica del flujo entrante E_1 llegamos a expresiones relativas, donde h_R / E_1 es la *altura relativa del resalto*, y_1 / E_1 es el *tirante inicial relativo* e y_2 / E_1 es el *tirante conjugado relativo*. Puede demostrarse que todas estas relaciones son funciones adimensionales de F_1 :

$$\frac{h_R}{E_1} = \frac{(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 3)}{F_1^2 + 2} \tag{8.34}$$

$$\frac{y_1}{E_1} = \frac{2}{(2 + F_1^2)} \tag{8.35}$$

$$\frac{y_2}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1}{(2 + F_1^2)} \tag{8.36}$$

Dado que la eficiencia, la pérdida relativa, la altura relativa y los tirantes relativos inicial y conjugado de un resalto hidráulico en un canal rectangular de fondo horizontal son funciones adimensionales del número de Froude del flujo entrante:

mero de Froude del flujo entrante F_1 , pueden graficarse en función de F_1 resultando en una familia de curvas características (Figura 8.19). En relación a dichas curvas es interesante resaltar los siguientes aspectos:

1. La máxima altura relativa h_R / E_1 es 0.507 y se produce cuando $F_1 = 2.77$.
2. El máximo tirante conjugado relativo y_2 / E_1 es 0.8 y se presenta cuando $y_1 / E_1 = 0.4$ y $F_1 = 1.73$.
Los experimentos han mostrado que la transición de un resalto ondulante a uno débil se produce aproximadamente cuando $F_1 = 1.73$.
3. Cuando $F_1 = 1$ el flujo es crítico e $y_1 = y_2 = 2/3 E_1$.
4. Cuando F_1 aumenta, los cambios en todas las relaciones características se vuelven graduales.

Las curvas características proveen al proyectista una idea general del rango de condiciones en las cuales la estructura debe funcionar. Por ejemplo, en el diseño de una compuerta deslizante que involucre un resalto por debajo de la compuerta, estas curvas muestran con claridad la formación del resalto para diferentes grados de apertura de la compuerta bajo una altura determinada. El análisis anterior es aplicable tanto a canales rectangulares como a no rectangulares.

Las curvas características fueron verificadas por el Bureau of Reclamation (Peterka, 1958), encontrándose una concordancia perfecta entre la curva y_1 / E_1 y los valores observados en los ensayos. La correspondencia entre valores teóricos y experimentales en la relación E_2 / E_1 (o $\Delta E / E_1$) fue razonablemente buena para valores de $F_1 \geq 2$. La curva recomendada por el Bureau para $\Delta E / E_1$ se muestra en línea punteada en la Figura 1.4. Es totalmente admisible considerar la curva teórica para $F_1 \geq 2$ y la experimental para $F_1 < 2$. La comparación de valores teóricos y experimentales para las relaciones h_R / E_1 e y_2 / E_1 fue buen para valores elevados de F_1 , pero fueron dispersos para valores de $F_1 < 3$, no pudiéndose definir con adecuada precisión las curvas experimentales.

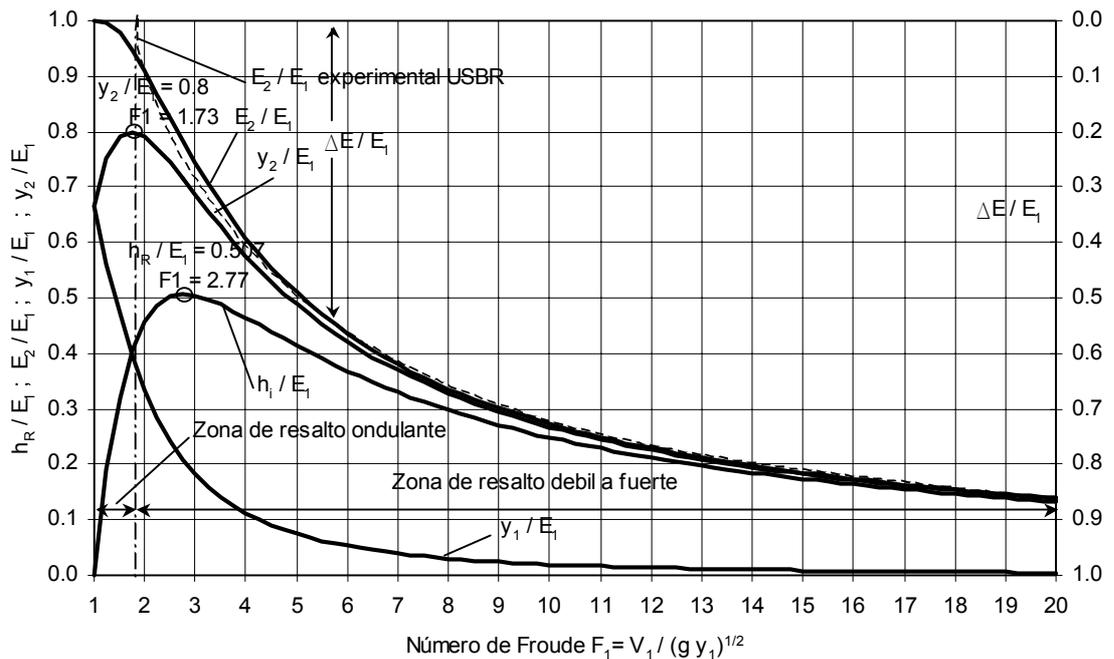


Figura 8.19. Curvas características de resaltos hidráulicos en canales rectangulares horizontales. Fuente: Chow (1982).

8.5.5 Longitud del resalto

La longitud del resalto L_R puede definirse como la distancia medida desde la cara frontal del resalto hasta un punto de la superficie inmediatamente aguas abajo del remolino. En rigor esta distancia no puede determinarse con facilidad pero ha sido investigada experimentalmente por una gran cantidad de ingenieros hidráulicos (Chow, 1982). De acuerdo a Chow (1982), para propósitos prácticos, la graficación de la relación de la longitud del resalto y el tirante con jugado L_R / y_2 es la más conveniente, debido a que la curva resultante muestra la regularidad de una parte plana para el rango de los resaltos bien conformados. En la Figura 8.20 se presenta la relación citada basada en datos experimentales recomendada por el Bureau of Reclamation (Peterka, 1958) y también presentada por Chow (1982). La curva muestra

da en la Figura 8.20 se desarrolló ante todo para canales rectangulares, en ausencia de datos adecuados, esta curva puede aplicarse aproximadamente a resaltos formados en canales trapecoidales (Chow, 1982).

8.5.6 El perfil superficial

El conocimiento del perfil superficial de un resalto es necesario en el diseño del borde libre para los muros laterales del cuenco disipador donde ocurre el resalto. Asimismo, el perfil superficial es importante a los efectos del cálculo estructural de la platea de fondo, debido a que experimentos han demostrado que la presión vertical en el piso horizontal bajo un resalto hidráulico es prácticamente la misma que indicaría el perfil de la superficie de agua.

Con base en datos experimentales, Chow (1982) presenta para la determinación del perfil de la superficie de agua del resalto una serie de curvas adimensionales (ver Figura 8.21) para varios valores de F_1 , estos valores fueron tomados de trabajos realizados por Bakhmeteff y Matzke en 1936 (citados por Chow, 1982). En la Figura 8.21 se representan la relación entre la coordenada en altura del resalto respecto a su altura total y/h_R en función de la relación entre la coordenada en horizontal y la altura del resalto x/h_R , para F_1 variando de 1.98 a 8.63.

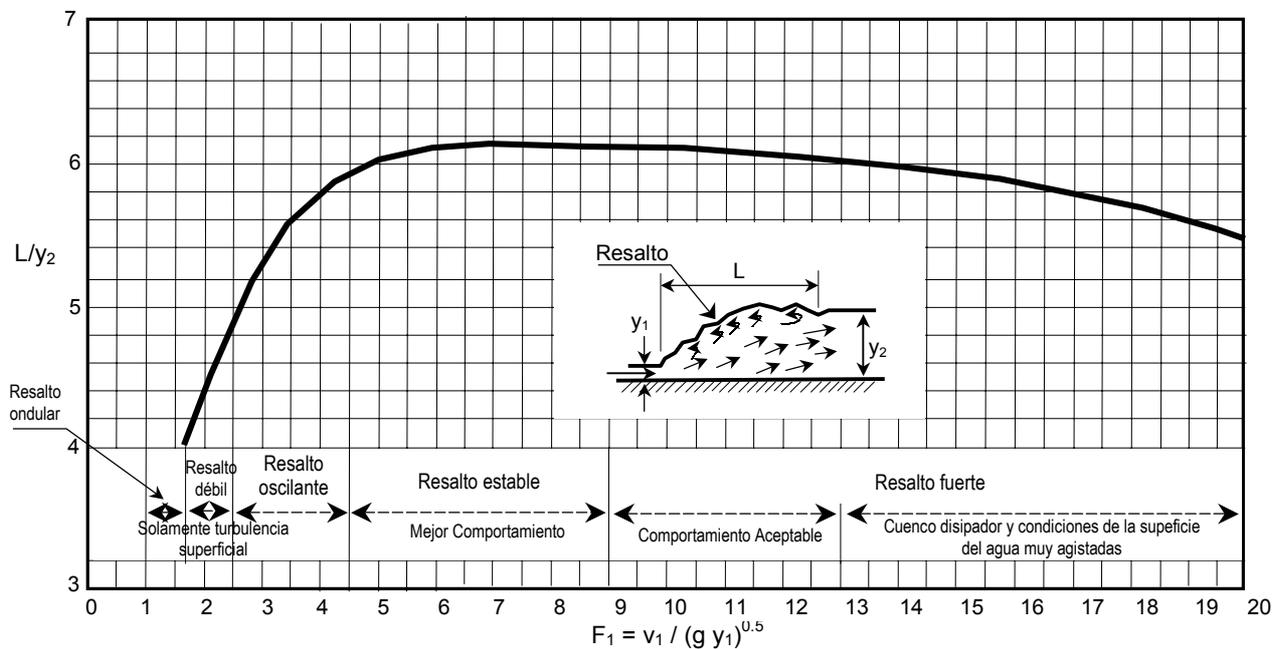


Figura 8.20. Longitud en términos del tirante conjugado y_2 de resaltos en canales horizontales.

Fuente: Chow (1982).

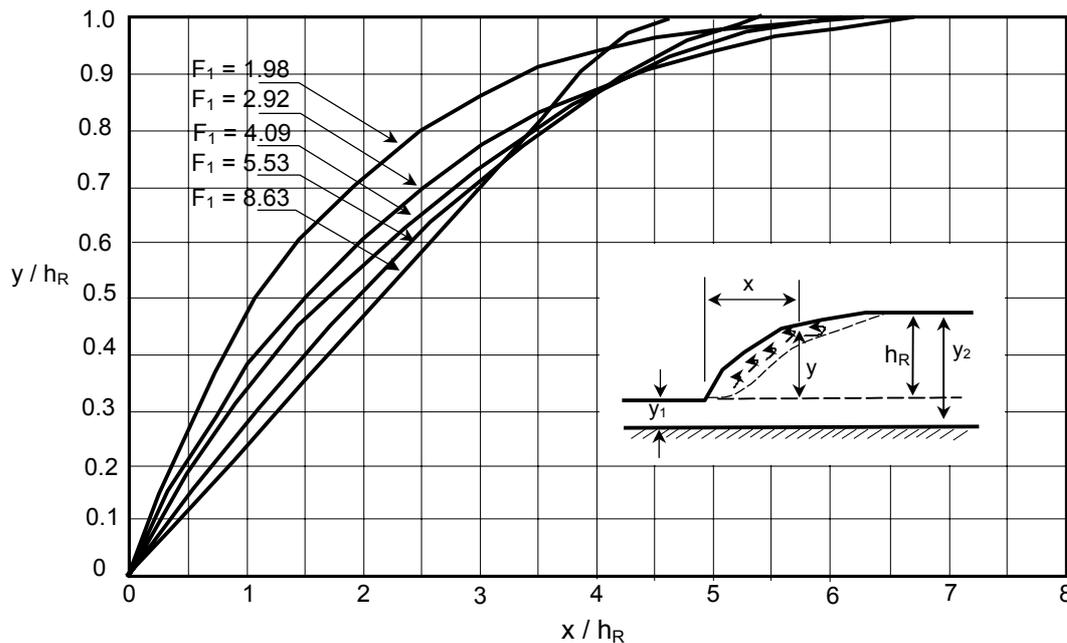


Figura 8.21. Perfiles superficiales adimensionales de resaltos hidráulicos en canales horizontales
Fuente: Chow (1982).

Ejercicio 8.7

Bajo la abertura de una compuerta escurre agua hacia un cuenco disipador rectangular de un ancho similar a la compuerta. La velocidad media y tirante del flujo después de la contracción de la compuerta son 26 m/s e $y_1 = 1.70$ m respectivamente. Determinar el tirante conjugado y_2 , la longitud del cuenco necesaria para contener el resalto, la pérdida relativa de energía y el tipo de resalto esperable.

Solución: El número de Froude puede calcularse mediante la ec. (8.30)

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{g y_1}} = \frac{26 \text{ m/s}}{\sqrt{9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 1.70 \text{ m}}} = 6.34$$

La relación entre los tirante conjugados puede calcularse mediante la ec. (8.29) o la Figura 8.17:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) = 0.50 \times \left(\sqrt{1 + 8 \times 6.34^2} \right) = 9.0$$

Por lo que $y_2 = 9.0 \times 1.70 \text{ m} = \mathbf{15.3 \text{ m}}$

La longitud del resalto puede determinarse mediante la Figura 8.20, entrando con $F_1 = 6.34$ se establece $L/y_2 = 6.10$, con lo que la longitud del resalto es $L = 6.10 \times 15.3 \text{ m} = \mathbf{93.3 \text{ m}}$

Para determinar la pérdida de energía relativa puede utilizarse la Figura 8.19, ingresando con F_1 se establece $\Delta E/E_1 \cong 0.60$ lo que significa un **60%** de pérdida de la energía del flujo entrante.

El tipo de resalto esperable, de acuerdo con la Figura 8.18, es del tipo **estable**, que puede ser considerado como una conformación hidráulica muy satisfactoria para la disipación de energía.

8.6 PÉRDIDAS DE ENERGÍA POR FRICCIÓN

La mayor pérdida de energía en un canal o conducto es la fricción o pérdida por corte contra el contorno mojado. La pérdida de energía en un canal o conducto puede ser calculada desde la expresión genérica:

$$H_f = L \bar{S}_f \quad (8.37)$$

donde H_f (m) es la pérdida de energía debido a la fricción expresada en términos de altura; L (m) es la longitud del canal o conducto y \bar{S}_f es la pendiente de fricción promedio en el tramo de longitud L , refiriendo con 1 y 2 el inicio y final del tramo, la pendiente media de fricción puede aproximarse a $(S_{f1} + S_{f2}) / 2$, como también puede calcularse considerando un tirante de flujo medio en el tramo y_{m1-2} y con dicho tirante calcular la pendiente media de fricción.

Existe una amplia variedad de formulaciones para estimar la pendiente de fricción, que han sido desarrolladas para resolver las dificultades asociadas con la aplicación del principio de energía en la resolución de problemas de diseño. Muchas de tales ecuaciones, que son aplicables a canales y conductos, son en esencia empíricas. Su ámbito de aplicación es el flujo uniforme, pero respetando ciertas restricciones es posible utilizarlas en flujo gradualmente variado. Un tratamiento amplio y detallado y comparaciones de distintas formulaciones pueden encontrarse por ejemplo en Chow (1982); Henderson (1966).

Por razones prácticas, en esta unidad se aborda la discusión sobre dos formulaciones, la fórmula de Manning y la de Darcy-Weisbach, las que son recomendadas por diversos autores y utilizadas en la práctica ampliamente por ingenieros proyectistas adecuándolas a muchos problemas de diseño de sistemas de drenaje.

8.6.1 Ecuación de Darcy-Weisbach

La ecuación de Darcy-Weisbach fue originariamente desarrollada para flujo en conductos pero puede ser utilizada también en canales. Tiene la ventaja de su aplicabilidad a cualquier fluido en un amplio rango de condiciones. Para conductos operando a sección llena la pendiente de fricción puede escribirse como:

$$S_f = \frac{f v^2}{D 2g} \quad (8.38)$$

donde f es un factor adimensional de fricción, D (m) el diámetro del conducto, v (m/s) la velocidad media del flujo y g (m/s²) la aceleración de la gravedad.

Una adaptación de la ecuación de Darcy-Weisbach para estimar la pendiente de fricción canales a cielo abierto es (Zuidema et al., 1987):

$$S_f = \frac{f v^2}{4R 2g} \quad (8.39)$$

donde R (m) es el radio hidráulico de la sección.

Puede demostrarse que el factor de fricción f puede ser expresado como:

$$f = \phi \left(R_e, \frac{k}{D} \right) \quad (8.40)$$

donde ϕ significa función; k (unidad de longitud) es la rugosidad absoluta efectiva del material constitutivo de la superficie del conducto (ver valores en Tabla 8.9), D (misma unidad de longitud que k) es el diámetro del conducto y R_e es el número de Reynolds. La expresión del número de Reynolds, considerando como longitud característica el diámetro del conducto es:

$$R_e = \frac{D v}{\nu} \quad (8.41)$$

donde ν (m^2/s) es la viscosidad cinemática del flujo (considerada $\nu = 1.141 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ para agua limpia a $15 \text{ }^\circ\text{C}$). El número de Reynolds expresa físicamente la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas de fricción, usualmente en función de parámetros geométricos y de flujo convenientes. Al número de Reynolds calculado a partir del diámetro de la cañería también se lo suele representar como R_{eD} .

Como ya fuera mencionado con anterioridad, el nro. de Reynolds permite clasificar el flujo en laminar o turbulento. Existe un valor crítico del valor crítico del nro. de Reynolds $R_e \approx 2200$ por debajo del cual el flujo es laminar, en tanto que para Reynolds superiores a 2200 el flujo es turbulento. En flujo turbulento existen tres zonas o subclases: rango liso, rango de transición y rango rugoso (ver Diagrama de Moody en Figura 8.22). Entre $2200 \leq R_e \leq 200000$ el régimen es poco turbulento (liso y transición) y para $R_e > 200000$ el flujo es completamente turbulento. En general todos los regímenes asociados a escurrimiento pluvial en conductos cerrados y canales a cielo abierto son de tipo turbulento rugoso. Para otros regímenes puede consultarse por ejemplo a Shames (1995).

En régimen turbulento rugoso, donde la rugosidad absoluta efectiva es varias veces mayor que la subcapa laminar, la ecuación para determinar el factor de fricción f es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{D}{k} + 1.14 \quad (8.42)$$

La validez de ec.(8.42) es a partir de la denominada recta de Moody que tiene la ecuación:

$$\frac{R_e \sqrt{f}}{D/k} = 200 \quad (8.43)$$

En la Figura 8.22, puede observarse claramente como a partir de la recta de Moody (régimen turbulento rugoso) el factor de fricción f no depende del nro. de Reynolds.

En la Tabla 8.9 se presentan valores de la rugosidad efectiva absoluta para distintos materiales constitutivos de conductos.

Cabe destacar que en el caso mas general, el número de Reynolds se integra con una longitud característica del escurrimiento como el radio hidráulico (R) en vez del diámetro, por lo que la ec.(8.41) puede escribirse:

$$R_e = \frac{R v}{\nu} \quad (8.44)$$

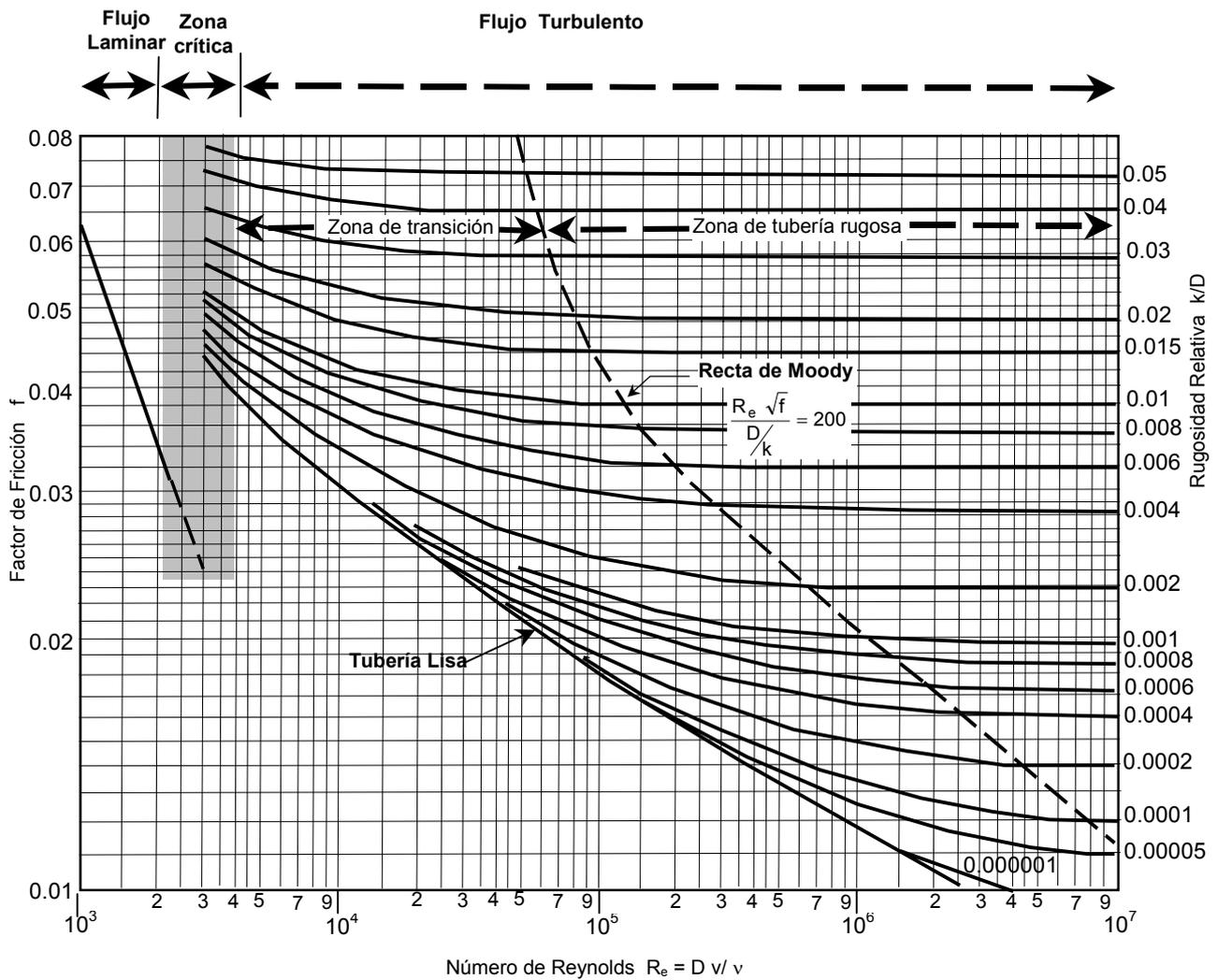


Figura 8.22. Diagrama de Moody. Adaptado de Shames (1995)

8.6.2 Ecuación de Manning

La ecuación de Manning es utilizada ampliamente en el análisis de flujo uniforme y gradualmente variado en conductos cerrados y canales a cielo abierto. La expresión original de la ecuación de Manning es:

$$v = \frac{1}{\eta} R^{2/3} S_f^{1/2} \tag{8.45}$$

donde v (m/s) es la velocidad media del flujo, R (m) es el radio hidráulico, y S_f (m/m) es la pendiente de fricción. A partir de la ec.(8.45) es posible establecer la formulación para el caudal (ec.(8.17)) o la pendiente de fricción (ec.(8.9b)). Valores típicos de η se presentan en la Tabla 8.9. Listados más completos del coeficiente de Manning pueden hallarse por ejemplo en Chow (1982).

Puede demostrarse fácilmente que la ec.(8.45) puede ser rescrita como:

$$S_f = \left(\frac{Q \eta}{A R^{2/3}} \right)^2 \tag{8.46a}$$

o

$$S_f = \frac{19.6 \eta^2}{R^{4/3}} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \tag{8.46b}$$

Tabla 8.9. Coeficientes de Fricción de Manning y Valores de Rugosidad Absoluta efectiva para varios materiales de conductos y canales a cielo abierto. Fuente: Zuidema et al. (1987)

	Coeficiente de Manning η	Rugosidad Absoluta Efectiva k (mm)
Conductos Cerrados		
Asbesto Cemento	0.011 – 0.015	0.3 – 3.0
Ladrillo	0.013 – 0.017	1.5 – 6.0
Hierro Fundido	0.011 – 0.015	0.3 – 3.0
Hormigón Monolítico		
Superficie Suave	0.012 – 0.014	0.3 – 1.5
Superficie Rugosa	0.015 – 0.017	1.5 – 6.0
Hormigón Prefabricado	0.011 – 0.015	0.3 – 3.0
Metal Corrugado (corrugaciones 12 mm x 70 mm)		
Plano	0.022 – 0.026	30 – 60
Fondo Revestido	0.018 – 0.022	9 – 30
PVC	0.010 – 0.015	0.30
Arcilla Vitrificada	0.011 – 0.015	1.5 – 3.0
Canales a Cielo Abierto		
Canales Revestidos		
Asfalto	0.013 – 0.017	
Ladrillo	0.012 – 0.018	
Hormigón	0.011 – 0.020	0.3 – 9.0
Empedrado o RipRap	0.020 – 0.035	6.0
Vegetal	0.030 – 0.040	
Canales Excavados o Dragados		
En tierra, recto y uniforme	0.020 – 0.030	3.0
En tierra, sinuoso y bastante uniforme	0.025 – 0.040	
En roca	0.030 – 0.045	
Sin Mantenimiento	0.050 – 0.140	
Cursos Naturales (de jerarquía menor, ancho de inundación ≤ 30 m)		
Sección Bastante Regular	0.030 – 0.070	
Sección Irregular con pozos	0.040 – 0.100	

8.6.3 Características de flujo a superficie libre en un conducto cerrado circular

Tomando como ejemplo la sección circular, en la figura 8.23 se muestran mediante líneas continuas las curvas adimensionales para $A_{II}R_{II}^{2/3} / AR^{2/3}$ y $R_{II}^{2/3} / R^{2/3}$. El subíndice II indica la condición de flujo lleno. Si se supone que el valor del coeficiente de Manning η es constante o independiente de la variación del tirante, estas dos curvas representarán la variación de las relaciones del caudal y la velocidad con sus valores correspondientes a flujo lleno (es decir, Q/Q_{II} y V/V_{II}). Tanto la curva de caudal como la de velocidad muestran valores máximos, los cuales ocurren alrededor de $0.938 D_0$ y $0.81D_0$, de manera respectiva. Matemáticamente puede obtenerse el tirante correspondiente a caudal máximo, o $0.938 D_0$, simplemente igualando a cero la primera derivada de $AR^{2/3}$ con respecto a y , debido a que el caudal calculado mediante la ecuación de Manning es proporcional a $AR^{2/3}$, para η y S constantes. De manera similar, debido a que la velocidad calculada con la ecuación de Manning es proporcional a $R^{2/3}$, puede obtenerse la profundidad correspondiente a máxima velocidad, o $0.81D_0$, al igualar a cero la primera derivada de $R^{2/3}$. Además, la curva adimensional de Q/Q_{II} muestra que, cuando el tirante es mayor que alrededor de $0.82 D_0$, es posible tener dos tirantes diferentes para el mismo caudal, uno por encima y otro por debajo del valor de $0.938 D_0$. Del mismo modo, la curva de v/v_{II} muestra que, cuando el tirante es mayor que el correspondiente a la mitad del diámetro, es posible tener dos tirantes diferentes para la misma velocidad, una por encima y otra por debajo del valor de $0.81 D_0$.

El análisis anterior se basa en la suposición de que el coeficiente de rugosidad permanece constante a medida que la profundidad cambia. En realidad, se ha demostrado que el valor de η para: alcantarillas y

conductos de drenaje limpios, por ejemplo, se incrementa hasta el 28% de $1.00 D_0$ a $0.25 D_0$, donde dicho coeficiente aparece como un máximo. Este efecto tiene como consecuencia que el caudal y la velocidad máximos reales ocurran a profundidades alrededor de $0.97 D_0$ y $0.94 D_0$, respectivamente. En la figura 8.23 se muestran, mediante líneas punteadas, las curvas correspondientes de Q/Q_{II} y v/v_{II} . De acuerdo con la suposición de un valor constante de η , la velocidad debería ser la misma para un flujo con profundidad igual a la mitad del diámetro que para un flujo o tubo lleno; por otro lado, si se supone que el valor de η varía con la profundidad, tal como se muestra, la velocidad de flujo medio es sólo 0.8 de la velocidad de flujo lleno.

El análisis anterior para conductos circulares también se aplica a cualquier conducto cerrado con techo que se cierra gradualmente. Las profundidades exactas correspondientes a caudal y velocidad máximas, sin embargo, dependerán de la forma y de la variación de la rugosidad de la sección del conducto específico. Como el caudal y la velocidad máximos de un conducto cerrado con clave (techo) que se cierra gradualmente no ocurre en la profundidad total, esto significa que el conducto no fluirá lleno con su máxima capacidad, en cuanto mantenga un flujo de canal abierto con una pendiente uniforme libre de obstrucciones.

Sin embargo, para propósitos prácticos, puede suponerse que el caudal máximo de un conducto circular o un conducto cerrado similar con clave que se cierra gradualmente ocurre a la profundidad total (tirante = D_0)

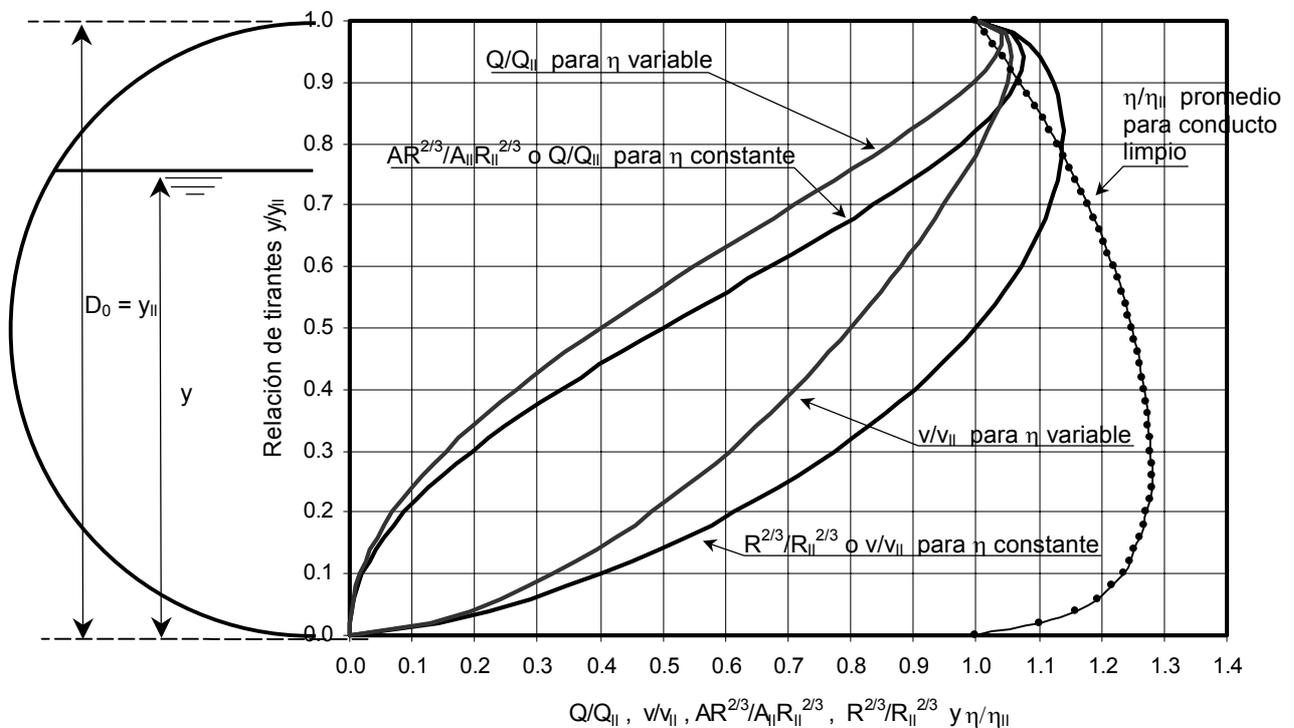


Figura 8.23. Características del flujo en una sección circular. Fuente: Chow (1984)

8.6.4 Dimensionamiento de Conductos y Canales

Para el dimensionamiento de canales se utilizan las formulaciones de caudales para régimen uniforme originadas en las ecuaciones de Manning y de Darcy Weisbach. En el punto 5.4.2.6 de la Unidad 5 se presentan ecuaciones para resolver el dimensionamiento de secciones circulares y rectangulares en conductos.

Para el caso de canales a cielo abierto con secciones transversales simples (triangular, cuadrado o trapecial) pueden utilizarse las funciones geométricas de las secciones presentadas en la Tabla 5.2 para la determinación del área, el perímetro mojado y el radio hidráulico y mediante la ec. (5.19) o la similar ec. (8.17).

En el caso de secciones circulares de conductos la resolución en diámetro es explícita, en cambio en secciones rectangulares, triangulares, trapeciales o más complejas el método es iterativo. En primer

lugar se propone una determinada sección donde se fijan de antemano características geométricas como base de fondo y, taludes de las paredes laterales y se propone un tirante con lo cual se verifica si el caudal estimado para la sección propuesta concuerda con el caudal de diseño. En caso de concordancia el problema está resuelto, en caso negativo se aumentará o disminuirá la sección mojada de modo tal de acercar la capacidad de la sección al caudal de diseño dato.

Ejercicio 8.8

1) Dimensionar un conducto (a) circular, un conducto (b) rectangular y (c) un canal a cielo abierto trapezoidal con una base de fondo de 2.0 m y un talud lateral de 1:1, para permitir el escurrimiento a presión atmosférica de un caudal de 8 m³/s.

La pendiente disponible es $S_0 = 0.004$, el material es hormigón con $\eta = 0.016$. Controlar que la velocidad sea menor a 3 m/s.

En el caso (b) una vez dimensionada la sección compare el caudal que podría conducir la sección si no se deja una revancha en la altura.

2) Analizar alternativas de diseño en el caso de que no se verifique una velocidad máxima de 2 m/s.

Solución:

1) Dimensionamiento de secciones

La hipótesis de flujo uniforme indica que $S_f = S_0$ y el dimensionamiento consiste en estimar el tirante normal asociado a cada forma y características hidráulicas de escurrimiento (ver punto 8.3, Ejercicios 8.5 y 8.6)

1.(a) Conducto Circular

$$\text{Ecuación de Manning: aplicando ec.(5.20)} \rightarrow D = \left(\frac{3.218 \times 8 \times 0.016}{0.004^{0.5}} \right)^{0.375} = \underline{2.02 \text{ m}}$$

$$\text{La velocidad en el conducto es: } 8 \text{ m}^3/\text{s} / (3.1416 \times 2.02^2 / 4) \text{ m}^2 = 2.5 \text{ m/s} < 3.0 \text{ m/s}$$

1.(b) Conducto rectangular

Se propone un conducto de 2 m de ancho B. Con ec. (5.21) se proponen diferentes tirantes hasta encontrar aquel que verifique los 8 m³/s:

$$Q = \frac{1}{\eta} \frac{(B y)^{1.667}}{(2y + B)^{0.667}} S_0^{0.50} = 8 \text{ m}^3 / \text{s} \rightarrow \underline{y = 1.44 \text{ m}}$$

debe tenerse en cuenta una revancha mínima en altura de 0.20 m para evitar el rozamiento con el techo del conducto., con lo que la sección rectangular mínima debe ser de 2.00 m x 1.64 m.

$$v = 8 \text{ m}^3/\text{s} / (2.00 \times 1.44) = 2.78 \text{ m/s} < 3.00 \text{ m/s}$$

Caso de no dejar revancha: si no se hubiera dejado revancha en la fricción debe tenerse en cuenta el techo del conducto por lo que el perímetro mojado y el radio hidráulico para $y = 1.44 \text{ m}$ es

$$P_m = 2y + 2B = 2 \times 1.44 + 2 \times 2.00 = 6.88 \text{ m} \text{ (en lugar de } 2y + B = 4.88 \text{ m)} ;$$

$$R = A/P_m = (2.0 \times 1.44) / 6.88 = 0.4181 \text{ m} \text{ (en lugar de } 0.59 \text{ m)}$$

El caudal que podría transportar tal sección se determina aplicando ec.(5.21) a los nuevos parámetros determinados, estableciéndose un valor $Q = 1/0.016 \times 0.418^{0.666} \times 2.88 \times 0.004^2 = 6.36 \text{ m}^3/\text{s}$

Puede observarse que el caudal es un 80% del caudal de diseño, por lo que el conducto resulta subdimensionado.

En un caso general la disminución del caudal es directamente proporcional a $R^{0.666}$ considerando una situación con revancha (si aporte friccional del techo) y sin revancha (aporte friccional del techo).

$$\text{En el caso en estudio: } R_{\text{con revancha}}^{0.66} = 0.59^{0.66} = 0.70 ; R_{\text{sin revancha}}^{0.66} = 0.418^{0.66} = 0.56 \rightarrow 0.56/0.70 = 0.80.$$

Alternativa de diseño contemplando la influencia del techo del conducto: en este caso se debe determinar un tirante asociado que satisfaga la ecuación de flujo considerando en el perímetro mojado también el techo:

$$Q = \frac{1}{\eta} \frac{(B y)^{1.667}}{(2y + 2B)^{0.667}} S_0^{0.50} = 8 \text{ m}^3 / \text{s} \rightarrow y = 1.70 \text{ m}$$

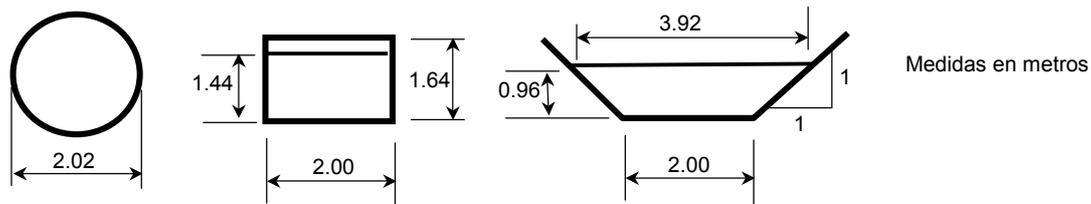
1. (c) Canal Trapecial

Se aplica la ec.(8.17), teniendo en cuenta las funciones geométricas de las sección trapecial (Tabla 5.2):

$$Q = \frac{1}{\eta} A R^{0.667} S_0^{0.50} = 8 \text{ m}^3 / \text{s} \rightarrow y = 0.96 \text{ m}$$

$$v = 8 \text{ m}^3/\text{s} / (2.96 \times 0.96) = 2.81 \text{ m/s} < 3.0 \text{ m/s}$$

Las secciones teóricas determinadas son:



2) Alternativas de diseño cuando no se verifica limitación de velocidad máxima de 2 m/s.

a) Sección Circular.

Se estudia la incidencia del aumento del diámetro con lo cual el conducto funcionará parcialmente lleno. Es recomendable ir considerando saltos de diámetro de 0.10 m y en cada caso establecer el tirante que permite el transporte de 8 m³/s y determinar la velocidad. La metodología para determinar cada tirante asociado al caudal de diseño es la desarrollada en Ejercicio 8.6. A continuación se presenta una Tabla conteniendo el diámetro considerado el tirante para el caudal e diseño, y la velocidad asociada.

Tabla 8.10a Secciones Circulares con diferentes diámetros parcialmente llenas para conducir 8 m³/s

Diámetro (m)	Tirante (m)	θ (rad)	Area (m ²)	Pm (m)	R(m)	Q(m ³ /s)	v (m/s)
2.1	1.554	4.14	2.75	4.35	0.63	8.00	2.91
2.2	1.479	3.85	2.72	4.23	0.64	8.00	2.94
2.3	1.424	3.62	2.70	4.17	0.65	8.00	2.96
2.4	1.380	3.44	2.69	4.13	0.65	8.00	2.97

Puede observarse que la velocidad asociada al transporte de 8 m³/s aumenta a medida que aumenta el diámetro. Una alternativas de disminuir el diámetro es no viable que implica operar con una sección llena menor a la prevista originalmente para 2.02 m de diámetro, esto conduce a velocidades superiores a la establecida para es diámetro. Este problema no tiene solución con sección circular.

b) Sección Rectangular.

Al igual que en el caso anterior se estudia la incidencia del aumento del ancho de base.

Tabla 8.10b. Secciones Rectangulares con diferentes anchos para conducir 8 m³/s

Ancho (m)	Tirante (m)	Area (m ²)	Pm (m)	R(m)	Q(m ³ /s)	v (m/s)
2.10	1.365	2.87	4.83	0.59	8.00	2.79
2.20	1.300	2.86	4.80	0.60	8.00	2.80
2.30	1.241	2.85	4.78	0.60	8.00	2.80
5.00	0.637	3.19	6.27	0.51	8.01	2.52
10.20	0.390	3.98	10.98	0.36	8.00	2.01
10.30	0.388	3.99	11.08	0.36	8.00	2.00

Observar que hay que aumentar el ancho del conducto a más de 10 m lo que es muy antieconómico, el perímetro (sin incluir techo) aumenta de 4.88 m (para 2.00 de ancho) a más de 11.0 m, este aumento indica proporcionalmente el aumento del material constitutivo del conducto (no considerando el aumento de espesor de paredes y techo).

Como conclusión puede decirse que la modificación de la forma de la sección no es un criterio recomendable cuando se debe disminuir en tal magnitud la velocidad máxima. Debe analizarse la posibilidad de modificar la pendiente de fondo del conducto.

c) Sección Trapecial

Se estudia la incidencia del aumento del ancho de base de fondo.

Tabla 8.10c. Secciones Trapecial con diferentes anchos de fondo para conducir 8 m³/s

Ancho (m)	Tirante (m)	Area (m ²)	Pm (m)	R(m)	Q(m ³ /s)	v (m/s)
2.10	0.937	2.85	4.75	0.60	7.99	2.81
2.20	0.917	2.86	4.79	0.60	8.00	2.80
2.30	0.897	2.87	4.84	0.59	8.00	2.79
5.00	0.584	3.26	6.65	0.49	8.00	2.46
9.90	0.387	3.98	11.00	0.36	8.00	2.01
10.00	0.385	4.00	11.09	0.36	8.01	2.00

Valen las mismas consideraciones que para la sección rectangular.

8.7 PÉRDIDAS LOCALES

Además de las pérdidas de energía continuas debido a la fricción contra los contornos de los conductos y canales, existen las pérdidas de energía locales debido a bruscos cambios de secciones transversales, uniones, bifurcaciones, curvas, embocaduras, desembocaduras o acometidas, obstrucciones y dispositivos de control de flujo como orificios, umbrales o vertederos y compuertas. Estas pérdidas ocurren en una relativamente corta distancia y son representadas generalmente por una fuerte pendiente o una caída repentina en la línea de energía (Figura 8.24).

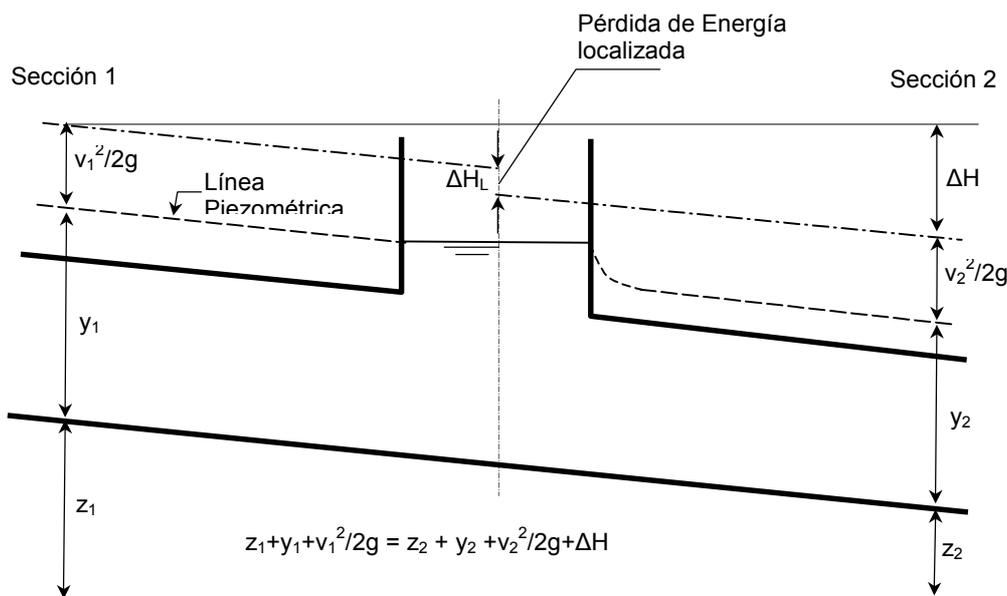


Figura 8.24. Esquema de una pérdida de energía localizada

De acuerdo a ASCE-WEF (1992) en largos conductos donde la relación longitud diámetro es L/D >> 1000, las pérdidas de energía locales son generalmente muy pequeñas en relación a las pérdida por fricción y pueden ser despreciadas. A raíz de lo anterior algunos autores aluden como pérdidas mayores a las continuas por fricción y como pérdidas menores a las localizadas. No obstante si los conductos son cortos o no alcanzan la longitud referenciada para la no consideración de las pérdidas locales, si existen cámaras de inspección, cambios de dirección en la traza de los conductos, cambios de pendiente de fondo de los conductos, uniones, bifurcaciones o cambios de dimensiones en los conductos, las pérdidas localizadas pueden exceder las pérdidas por fricción y dominar el mecanismo de escurrimiento.

A los efectos del cálculo, las pérdidas localizadas pueden ser expresadas en términos de veces la carga de velocidad, o en términos de veces la diferencia de velocidades, dependiendo del tipo de pérdida involucrada. La forma general de expresar una pérdida de carga es:

$$H_L = K_L \left(\frac{v^2}{2g} \right) \quad (8.47)$$

donde H_L (m) es la pérdida de energía localizada, K_L es un coeficiente que depende del tipo de pérdida y $(v^2/2g)$ es la energía de velocidad.

Los coeficientes de pérdida de energía localizada y la forma de la ecuación es diferente dependiendo del tipo de pérdida, del tipo de flujo si es a superficie libre (a presión atmosférica) o a presión, y a veces dependiendo si el flujo es crítico o supercrítico. Discusiones más completas sobre la temática pueden encontrarse por ejemplo en Chow (1982). A continuación se describen fórmulas de pérdida de energía localizada correspondientes a estructuras comúnmente encontradas en redes de conductos pluviales y en canales a cielo abierto.

8.7.1 Pérdida de Energía en Entradas o Embocaduras

La pérdida de energía localizada debido a embocaduras de alcantarillas, conductos o descargadores de fondo puede ser estimada utilizando la ec.(8.47) donde el coeficiente es referenciado como K_e y la velocidad de referencia es la velocidad inmediatamente a continuación de la embocadura.

ASCE-WEF (1992) recomienda la utilización de una serie de coeficientes aptos para embocaduras funcionando total o parcialmente llenas.

Tabla 8.11. Coeficiente de Pérdida de Energía en Embocaduras funcionando total o parcialmente llenas. Fuente: extractado de ASCE-WEF(1992)

Tipo de Estructura y Diseño de la Embocadura	$H_e = K_e \left(\frac{v^2}{2g} \right)$ Coeficiente K_e
Conductos circulares de Hormigón	
Conducto saliente de terraplén (sin pared frontal). Borde ranurado	0.20
Conducto saliente de terraplén (sin pared frontal). Borde en ángulo recto	0.50
Con pared frontal vertical y muros laterales	
Borde ranurado	0.20
Borde en ángulo recto	0.50
Borde redondeado $r = 1/12 D$	0.20
Borde redondeado $r = 1/8 D$	0.15
Borde Redondeado $r = 1/4 D$	0.10
Bordes chaflanados a 45°	0.20
Con pared acompañando pendiente de talud de terraplén	0.70
Conductos circulares y conductos tipo arco de Metal Corrugado	
Conducto saliente de terraplén (sin pared frontal) (pared delgada)	0.90
Entrada con pared vertical y muros laterales. Bordes en ángulo recto	0.50
Entrada acompañando a talud de terraplén, talud revestido o no revestido	0.70
Entrada con bordes chaflanados a 45°	0.20
Alcantarillas o Conductos con Sección Cajón de Hormigón Armado	
Entrada con pared frontal acompañando a terraplén	0.50
Borde redondeado en los 3 lados con un radio $r = 1/12$ la altura del conducto o bordes chaflanados en los 3 lados	0.20
Entrada con muros laterales con un ángulo entre 30° - 75° respecto a eje vertical	
Borde superior en ángulo recto	0.40
Borde superior redondeado con $r = 1/12$ altura de conducto o chaflanado	0.20
Entrada con muros laterales con un ángulo entre 10° - 25° respecto a eje vertical. Borde recto	0.50
Entrada con muros laterales paralelos. Borde superior recto	0.70

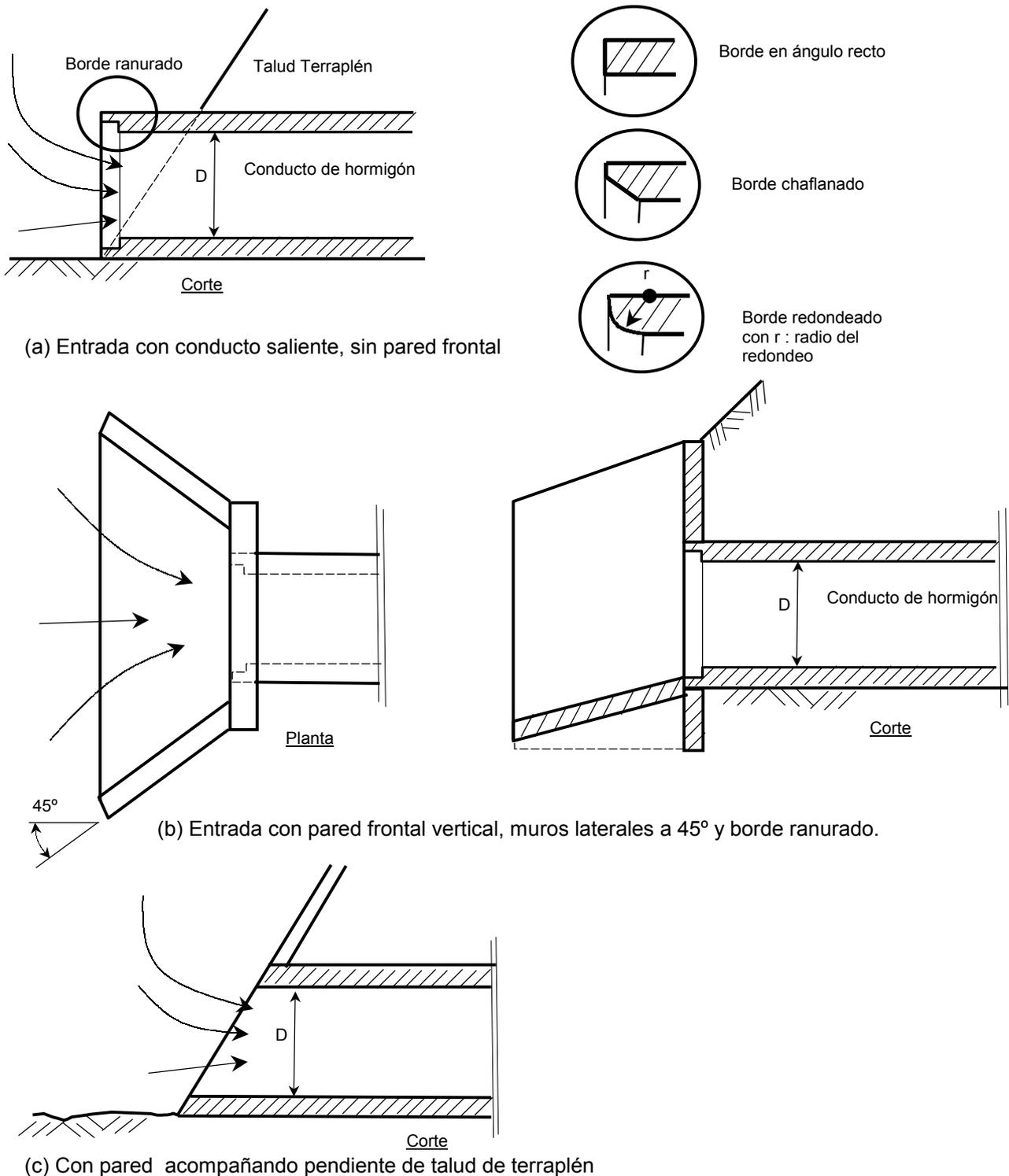


Figura 8.25. Características de Entradas a Conductos y Alcantarillas

Zuidema et al. (1987) presentan un simplificado grupo de coeficientes de pérdida de energía en entrada o embocadura. El coeficiente de pérdida en entradas lo fijan desde: 0.20 para entradas bien diseñadas con pared frontal, muros laterales y bordes redondeados; hasta 1.00 en entradas con el conducto sobresaliendo del talud sin pared frontal y sin muros laterales. Para entradas con bordes en ángulo recto y con pared frontal, el coeficiente de pérdida de carga se fija en 0.50.

Ejercicio 8.9

En el conducto dimensionado con sección circular en el ejercicio 8.8, determinar las pérdidas de carga por embocadura suponiendo que tiene bordes rectos y pared frontal vertical y muros laterales.

Solución: De acuerdo con Tabla 8.11 el coeficiente de pérdida de carga es $K_e = 0.50$. La velocidad de flujo es $v = 2.5$ m/s con lo que la pérdida de energía localizada en la embocadura es:
 $H_e = 0.50 \times [2.5^2 / (2 \times 9.81)] = \underline{0.16 \text{ m}}$

8.7.2 Pérdidas de Energía en Transiciones

Una transición es una obra donde un conducto o un canal a cielo abierto cambia la dimensión de su sección transversal. Los cambios en las secciones transversales (áreas) implican cambios en las velocidades significando pérdidas de energía. Las pérdidas de energía en contracciones y expansiones pueden ser expresadas en términos de energía cinética en los dos extremos de la transición (ec. 8.48 y 8.49):

Contracción:

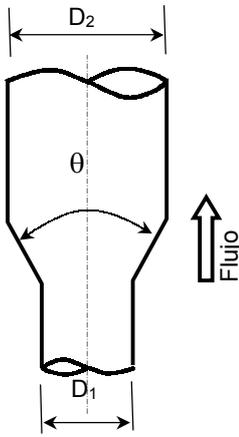
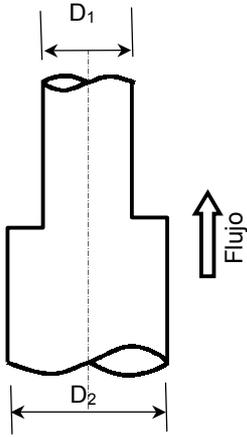
$$H_c = K_c \left(\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right) \quad \text{Para } v_2 > v_1 \quad (8.48)$$

Expansión:

$$H_e = K_e \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right) \quad \text{Para } v_1 > v_2 \quad (8.49)$$

Donde K_c y K_e son los coeficientes de pérdida de energía en contracción y expansión respectivamente, en tanto que v_1 y v_2 son las velocidades aguas arriba y aguas abajo de la transición. En la Tabla 8.12 se presentan valores típicos de K_c y K_e .

Tabla 8.12. Coeficientes de Pérdida de Energía en Contracciones y Expansiones.
 Fuente: Linsley y Franzini (1964) citado por ASCE-WEF (1992).

<p>(a) Expansión K_e</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>$\theta(^{\circ})$</th> <th>$D_2/D_1=3$</th> <th>$D_2/D_1=1.5$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>10</td><td>0.17</td><td>0.17</td></tr> <tr><td>20</td><td>0.40</td><td>0.40</td></tr> <tr><td>45</td><td>0.86</td><td>1.06</td></tr> <tr><td>60</td><td>1.02</td><td>1.21</td></tr> <tr><td>90</td><td>1.06</td><td>1.14</td></tr> <tr><td>120</td><td>1.04</td><td>1.07</td></tr> <tr><td>180</td><td>1.00</td><td>1.00</td></tr> </tbody> </table> <p>El ángulo θ es el ángulo en grados entre los lados de la expansión.</p>	$\theta(^{\circ})$	$D_2/D_1=3$	$D_2/D_1=1.5$	10	0.17	0.17	20	0.40	0.40	45	0.86	1.06	60	1.02	1.21	90	1.06	1.14	120	1.04	1.07	180	1.00	1.00		<p>(b) Embocadura de Conducto desde un embalse</p> <p>1) Bien redondeada $H_L = 0.04 v^2/2g$</p> <p>2) Bordes rectos $H_L = 0.5 v^2/2g$</p> <p>3) Borde ranurado $H_L = 0.2 v^2/2g$</p> <p><i>Nota:</i> esta transición puede ser considerada como una variante de contracción</p>
$\theta(^{\circ})$	$D_2/D_1=3$	$D_2/D_1=1.5$																								
10	0.17	0.17																								
20	0.40	0.40																								
45	0.86	1.06																								
60	1.02	1.21																								
90	1.06	1.14																								
120	1.04	1.07																								
180	1.00	1.00																								
<p>(c) Contracción K_c</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>D_2/D_1</th> <th>K_c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0.5</td></tr> <tr><td>0.4</td><td>0.4</td></tr> <tr><td>0.6</td><td>0.3</td></tr> <tr><td>0.8</td><td>0.1</td></tr> <tr><td>1.0</td><td>0.0</td></tr> </tbody> </table>	D_2/D_1	K_c	0	0.5	0.4	0.4	0.6	0.3	0.8	0.1	1.0	0.0														
D_2/D_1	K_c																									
0	0.5																									
0.4	0.4																									
0.6	0.3																									
0.8	0.1																									
1.0	0.0																									

Henderson (1969) recomienda el uso de $H_t = K_t (v_1 - v_2)^2 / 2g$ (donde H_t y K_t son la pérdida de carga y el coeficiente de pérdida en la transición) en lugar de las ec.(8.48) y (8.49), sin embargo se indica que los dos métodos dan resultados similares cuando $1.5 < v_1/v_2 < 2.5$.

En expansiones bruscas y graduales, respectivamente, con flujo a presión, pueden ser utilizados los coeficientes de Tabla 8.13 y 8.14 en conjunto con ec.(8.47).

En contracciones bruscas, con flujo a presión, pueden ser utilizados los coeficientes de Tabla 8.15 en conjunto con ec.(8.47).

Para transiciones fuera del rango de las comprendidas en Tablas 8.13 a 8.15, ASCE-WEF (1992) recomienda consultar Daily y Harleman (1966).

Tabla 8.13. Coeficientes de Pérdida de Energía en Expansiones Bruscas con Flujo a Presión.
Fórmula $H_L = K_L (v_1^2 / 2g)$. Fuente: ASCE-WEF (1992)

D_2/D_1 cociente entre mayor y menor diámetro		$v_1 =$ velocidad en conducto de menor diámetro											
D_2/D_1	Velocidad v_1 (m/s)												
	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80	2.10	2.40	3.00	3.60	4.50	6.00	9.00	12.0
1.2	0.11	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
1.4	0.26	0.26	0.25	0.24	0.24	0.24	0.24	0.23	0.23	0.22	0.22	0.21	0.20
1.6	0.40	0.39	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36	0.35	0.35	0.34	0.33	0.32	0.32
1.8	0.51	0.49	0.48	0.47	0.47	0.46	0.46	0.45	0.45	0.43	0.42	0.41	0.40
2.0	0.60	0.58	0.56	0.55	0.55	0.54	0.53	0.52	0.52	0.51	0.50	0.48	0.47
2.5	0.74	0.72	0.70	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	0.64	0.63	0.62	0.60	0.58
3.0	0.83	0.80	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.70	0.69	0.67	0.65
4.0	0.92	0.89	0.87	0.85	0.84	0.83	0.82	0.80	0.79	0.78	0.76	0.74	0.72
5.0	0.96	0.93	0.91	0.89	0.88	0.87	0.86	0.84	0.83	0.82	0.80	0.77	0.75
10.0	1.00	0.99	0.96	0.95	0.93	0.92	0.91	0.89	0.88	0.86	0.84	0.82	0.80
∞	1.00	1.00	0.98	0.96	0.95	0.94	0.93	0.91	0.90	0.88	0.86	0.83	0.81

Tabla 8.14. Coeficientes de Pérdida de Energía en Expansiones Graduales con Flujo a Presión.
Fórmula $H_L = K_L (v_1^2 / 2g)$. Fuente: ASCE-WEF (1992)

D_2/D_1 cociente entre mayor y menor diámetro		$v_1 =$ velocidad en conducto de menor diámetro											
D_2/D_1	Velocidad v_1 (m/s)												
	2°	4°	6°	8°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	60°
1.1	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	0.05	0.10	0.12	0.16	0.18	0.19	0.20	0.23
1.2	0.02	0.02	0.02	0.03	0.04	0.09	0.16	0.21	0.25	0.29	0.31	0.33	0.37
1.4	0.02	0.03	0.03	0.04	0.06	0.12	0.23	0.30	0.36	0.41	0.44	0.47	0.53
1.6	0.03	0.03	0.04	0.05	0.07	0.14	0.26	0.35	0.42	0.47	0.51	0.54	0.61
1.8	0.03	0.03	0.04	0.05	0.07	0.15	0.28	0.37	0.44	0.50	0.54	0.58	0.65
2.0	0.03	0.04	0.04	0.05	0.07	0.16	0.29	0.38	0.46	0.52	0.56	0.60	0.68
2.5	0.03	0.04	0.04	0.05	0.08	0.16	0.30	0.39	0.48	0.54	0.58	0.62	0.70
3.0	0.03	0.04	0.04	0.05	0.08	0.16	0.31	0.40	0.48	0.55	0.59	0.63	0.71
∞	0.03	0.04	0.05	0.06	0.08	0.11	0.31	0.40	0.49	0.56	0.60	0.64	0.72

Tabla 8.15. Coeficientes de Pérdida de Energía en Contracciones Bruscas con Flujo a Presión.
Fórmula $H_L = K_L (v_1^2 / 2g)$. Fuente: ASCE-WEF (1992)

D_1/D_2 cociente entre mayor y menor diámetro		$v_2 =$ velocidad en conducto de menor diámetro											
D_1/D_2	Velocidad v_2 (m/s)												
	0.60	0.90	1.20	1.50	1.80	2.10	2.40	3.00	3.60	4.50	6.00	9.00	12.0
1.1	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.06
1.2	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.09	0.10	0.11
1.4	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.18	0.18	0.18	0.18	0.19	0.20
1.6	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.25	0.25	0.25	0.24
1.8	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34	0.33	0.33	0.32	0.32	0.31	0.29	0.27
2.0	0.38	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.36	0.36	0.35	0.34	0.33	0.31	0.29
2.2	0.40	0.40	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.38	0.37	0.37	0.35	0.33	0.30
2.5	0.42	0.42	0.41	0.41	0.41	0.41	0.40	0.40	0.39	0.38	0.37	0.34	0.31
3.0	0.44	0.44	0.43	0.43	0.43	0.43	0.42	0.42	0.41	0.40	0.39	0.36	0.33
4.0	0.47	0.46	0.46	0.46	0.45	0.45	0.45	0.44	0.43	0.42	0.41	0.37	0.34
5.0	0.48	0.47	0.47	0.47	0.47	0.46	0.46	0.45	0.45	0.44	0.42	0.38	0.35
10.0	0.49	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.47	0.46	0.46	0.45	0.43	0.40	0.36
∞	0.49	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47	0.47	0.47	0.46	0.45	0.44	0.41	0.38

8.7.3 Pérdidas de Energía en Cámaras de Inspección y Uniones

Las cámaras de inspección representan una combinación de una expansión y una contracción de flujo. Las pérdidas de energía en estas estructuras son muy variables dependiendo de la geometría de la unión y de las condiciones de flujo.

Las uniones se conforman cuando dos o más conductos se juntan para formar otro conducto o canal. Las uniones pueden constituir cámaras de inspección o cámaras de conexiones (no tiene acceso). Las uniones representan puntos críticos en un sistema de drenaje pluvial urbano y deben ser diseñadas como una transición a través de la cual el flujo cambia de dirección.

Cuando múltiples conductos convergen a una unión, deben provocar un escurrimiento suavizado para no generar demasiadas pérdidas de energía del flujo. Ángulos elevados entre los ejes de dos conductos ($> 60^\circ$), una diferencia de altura entre los intradós (mayor que 0.15 m) y la ausencia de un canal semicircular o curvo en el fondo de la unión son factores que promueven la turbulencia y las pérdidas de carga elevadas. Un problema especial lo constituye la unión entre un conducto pequeño y uno de gran dimensión.

Las pérdidas en las uniones en cámaras de inspección pueden ser cuantificadas en un 20-30% de las pérdidas totales de energía. De todos modos esta cantidad puede variar en un rango muy amplio. En los casos extremos, las uniones en cámaras de inspección pueden producir pérdidas de energía en un porcentaje muy superior al indicado (ASCE-WEF, 1992). Estas pérdidas pueden ser minimizadas con un cuidadoso diseño de las mismas. Para una discusión más completa ASCE-WEF (1992) recomienda consultar a Marsalek (1985, 1986, 1987).

En una unión con alineación recta de los conductos y donde no hay cambio de dimensión, la pérdida de carga puede ser estimada por:

$$H_{Cl} = 0.05 \left(\frac{v^2}{2g} \right) \quad (8.50)$$

donde H_{Cl} (m) es la pérdida de energía en la cámara de inspección.

Para otras configuraciones de uniones de conductos cerrados, las pérdidas de energías puede ser estimadas desde las ecuaciones presentadas junto a las Figuras 8.26 y 8.27 (correspondiente a la ciudad de Austin Texas, 1987, citado por ASCE-WEF, 1992).

Ejercicio 8.10

Estimar la pérdida de carga en una cámara de inspección en un tramo recto de un conducto de $D_0 = 1.00$ m. En la cámara llega un caudal de $1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ por el conducto y $0.30 \text{ m}^3/\text{s}$ desde una conexión de sumidero.

Solución: Se trata del caso (a) de la Figura 8.28, siendo $Q_1 = 1.00 \text{ m}^3/\text{s}$, $D_1 = 1.0$ m, $v_1 = 1.28$ m/s; $Q_2 = 1.30 \text{ m}^3/\text{s}$, $D_2 = 1.0$ m, $v_2 = 1.67$ m/s y $Q_3 = 0.30 \text{ m}^3/\text{s}$. Utilizando la ec. (8.51a):

$$H_{Cl} = \frac{1.67^2}{2 \times 9.81} - \frac{0.5 \times 1.28^2}{2 \times 9.81} = \underline{\underline{0.10 \text{ m}}}$$

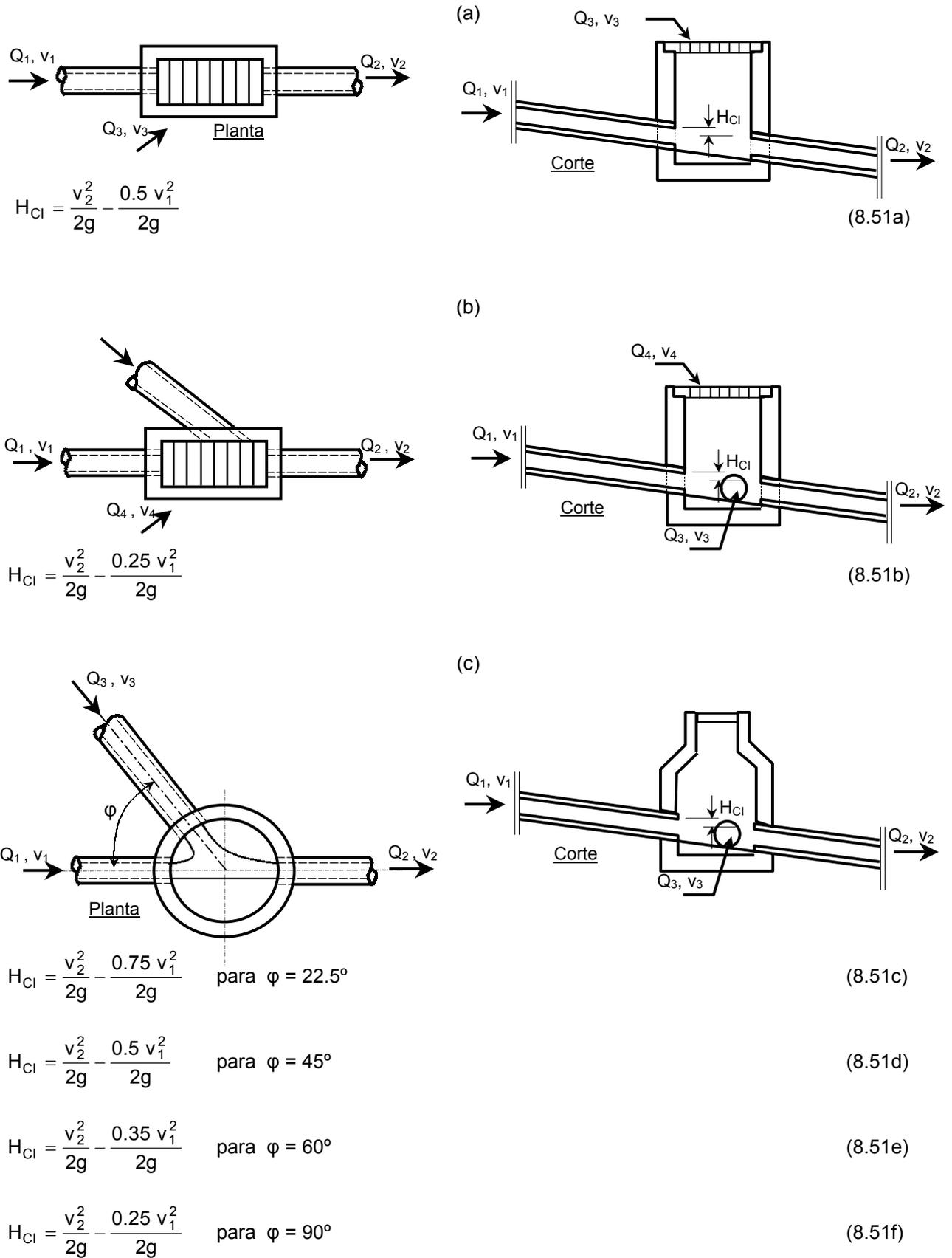
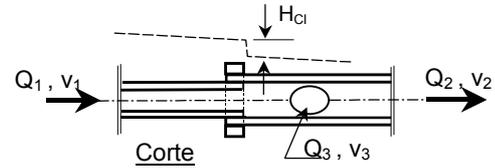
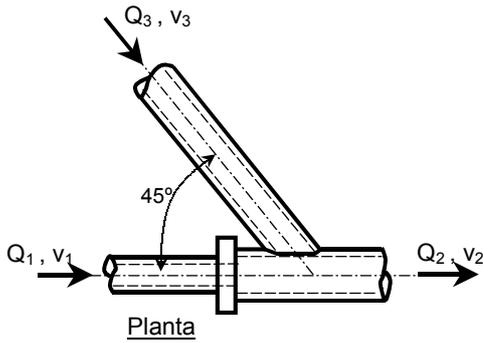


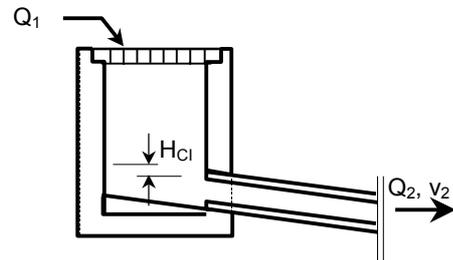
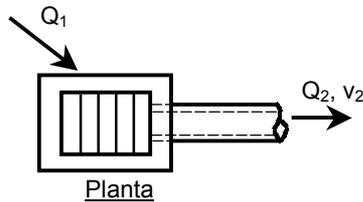
Figura 8.26. Pérdida de energía debido a turbulencia en estructuras. (a) Unión Alineada; (b) Unión con dos conductos alienados y un ramal lateral; (c) Cámara de Inspección con dos conductos alineados y un ramal con un ángulo φ . Fuente: ASCE-WEF (1992)

(a)



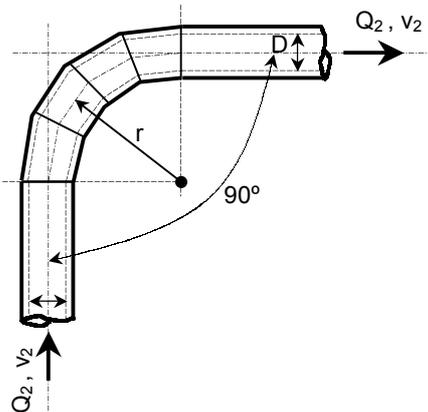
$$H_{Cl} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{0.75 v_1^2}{2g} \tag{8.51g}$$

(b)



$$H_{Cl} = 1.25 \frac{v_2^2}{2g} \tag{8.51h}$$

(c)



$$H_{Cl} = 0.50 \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{si } r = D \tag{8.51i}$$

$$H_{Cl} = 0.40 \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{si } r = 2 \text{ a } 8 D \tag{8.51j}$$

$$H_{Cl} = 0.25 \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{si } r = 8 - 20 D \tag{8.51k}$$

$$H_{Cl} = 0 \quad \text{si } r > 20 D \tag{8.51l}$$

Cuando las curvas tienen un ángulo diferente a 90°, pueden aplicarse los siguientes factores a las pérdidas calculadas para la curva a 90°:

- Curva 60° → 0.85
- Curva 45° → 0.70
- Curva 22.5° → 0.40

Figura 8.27. Pérdida de energía debido a turbulencia en estructuras. (a) Ramal Y con conexión a 45°; (b) Cámara de Inspección en arranque de cañería; (c) Curva con distintos radios de curvatura. Fuente: ASCE-WEF (1992)

8.7.4 Pérdidas de Energía en Curvas

Los alineamientos de los conductos de drenaje pluvial frecuentemente cambian de dirección. Tales cambios de direcciones constituyen curvas, las que pueden ser graduales o abrupta. En diseño de es común resolver los cambios de dirección de los conductos en forma abrupta mediante una cámara de inspección. Las cámaras pueden o no tener placas deflectoras orientadoras de flujo. En la Figura 8.28(a) se presenta un esquema de una curva abrupta mediante una cámara de inspección y en la Figura 8.28(b) se presenta una curva conformada por tramos de conducto (caso semejante al presentado en Figura 8.27(c))

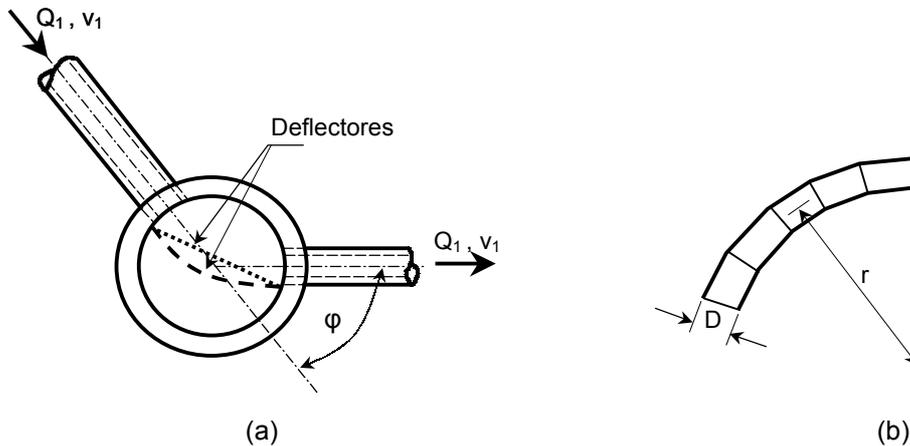


Figura 8.28. Curvas en conductos pluviales. (a) Curva abrupta mediante cámara de inspección; (b) Curva gradual mediante tramos de conductos.

La estimación de las pérdidas de carga en curvas bruscas y graduales puede realizarse mediante la ecuación general (8.47), aplicando los coeficientes extraídos de la Figura 8.29 (Zuidema et al., 1987). En tal gráfica se representan los coeficientes de pérdida de energía en función del ángulo de la curva, correspondiente a curvas abruptas con cámaras de inspección con y sin placa deflectora orientadora del flujo y curvas graduales para diferentes relaciones entre el radio de curvatura y el diámetro del conducto.

En el caso de ángulos menores a 40° puede utilizarse la siguiente formulación (Wright-McLaughlin Engineers, 1969 citado por Zuidema, 1987):

$$H_L = 0.25 \sqrt{\frac{\varphi}{90^\circ}} \frac{v^2}{2g} \tag{8.52}$$

donde φ (°) es el ángulo de deflexión.

Los valores de coeficientes de pérdida de energía en curvas corresponden a flujo con elevado número de Reynolds (turbulento rugoso), flujo habitualmente encontrado en prácticas de ingeniería hidráulica en sistemas de drenaje pluvial.

Las pérdidas de energía en canales a cielo abierto pueden ser estimadas utilizando los coeficientes de pérdida presentados en la Tabla 8.16 en conjunto con ecuación general (8.47). Si el cociente entre el radio de la curva r y el ancho del canal B es igual o mayor que 3 las pérdidas pueden despreciarse (ASCE-WEF, 1992).

Tabla 8.16. Coeficientes de Pérdida de Energía en Curvas en Canales a Cielo Abierto. Fuente: ASCE-WEF (1992)

r/D	K_L
2.5	0.02
2.0	0.07
1.5	0.12
1.0	0.25

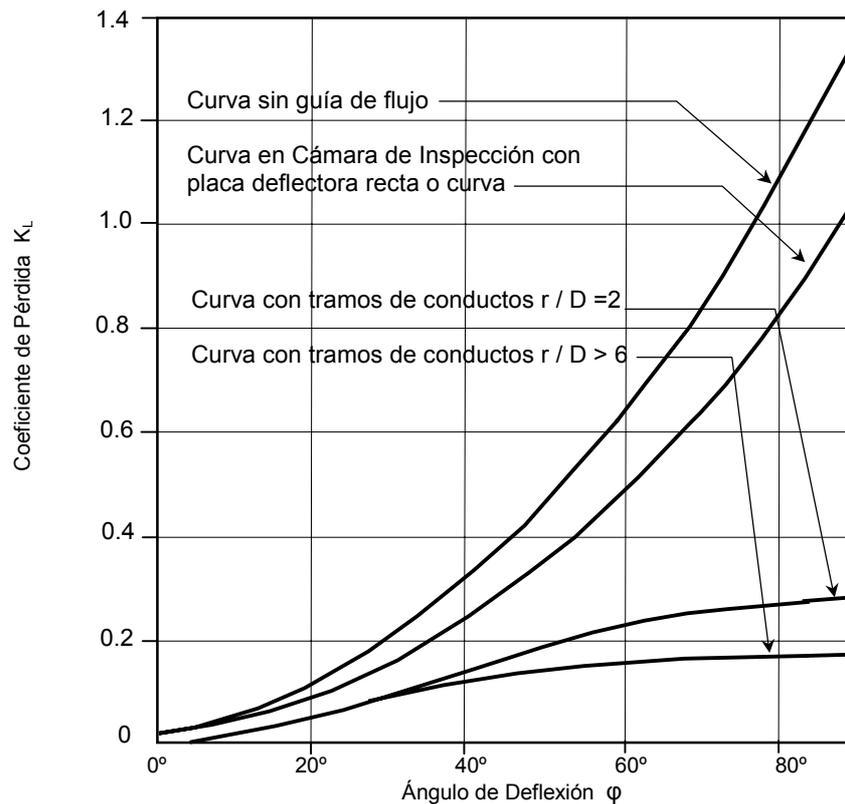


Figura 8.29. Coeficientes de Pérdida de Carga en Curvas. Fuente: (Zuidema et al. (1987))

Ejercicio 8.11

En el mismo caso del Ejercicio 8.10 considerasr un cambio en la alineación del conducto que sale de la cámara de inspección respecto al que llega de 90°. Considerar el caso (a) Sin placa deflectora de flujo (b) Con placa deflectora de flujo.

Solución:

(a) El coeficiente de pérdida de energía puede extraerse de la Figura 8.29. Para 90° → K_L = 1.35, aplicando ec. (8.47) la pérdida es: H_L = 1.35x1.67² / (2x9.8) = **0.19 m**

(b) En el caso de considerar una placa orientadora de flujo el coeficiente de pérdidaa descende a (desde Figura 8.29) K_L = 1.04, por lo que la pérdida es : H_L = 1.04x1.67² / (2x9.8) = **0.15 m**

8.7.5 Pérdidas de Energía en Rejas

En ocasiones la entrada o embocadura de conductos pluviales puede requerir la instalación de rejas para impedir el acceso de basura, escombros, etc. a los conductos. La pérdida de carga a través de rejas puede ser expresada en términos de la energía de velocidad del flujo adyacente a la reja, del modo general planteado por la ec. (8.47). Ruus (1981) presenta una ecuación para determinar el coeficiente de pérdida de energía en la reja:

$$K_L = \beta \frac{s^{4/3}}{b} \text{sen } \delta \tag{8.53}$$

donde s (m) es el espesor de los barrotes de la reja; δ (°) es el ángulo de inclinación de las barrotes y b(m) ancho útil entre los barrotes. Los valores del coeficiente β pueden ser determinados a partir de la siguiente tabla:

Tabla 8.17. Coeficiente β para pérdida de energía en rejas con barrotes. Fuente: Ruus (1981)

Forma del barrote		β
Nariz y Cola con ángulo recto $L/s = 5$		2.42
Nariz recta, Cola semicircular $L/s = 5$		1.83
Nariz y Cola semicirculares $L/s = 5$		1.67
Barrote redondo		1.79
Perfil Hidrodinámico		0.76

Nota: L (m) longitud de la sección transversal de la reja

Nariz es la cara del perfil del barrote que apunta hacia aguas arriba y la Cola es la cara hacia aguas abajo

En los casos en que la velocidad de aproximación a la reja no supera el valor de 1.0 m/s las pérdidas de energía causadas por una reja sin obstrucción son despreciables.

8.8 CALCULO DE PERFILES DE SUPERFICIE LIBRE

El diseño de ciertos canales a cielo abierto y sistemas de conductos para drenaje pluvial puede ser afectado por la forma de los perfiles de flujo sean estos remansos o caídas. En consecuencia, es esencial determinar la forma y cotas (o tirantes) de estas curvas. En los puntos 8.4.1 y 8.4.2 se ha expuesto convenientemente acerca de los tipos de perfiles de flujo y el análisis de los mismos, en tanto que en este punto se presentará un metodología adecuada para la determinación del perfil de superficie libre del flujo. Si bien todos los casos de perfiles de flujo son posibles, la descripción matemática de los perfiles puede limitarse para el uso en sistema de drenaje pluvial a los seis casos más comunes como los tipificados como M1, M2 M3, S1, S2 y S3.

En el caso de formarse curvas de caída (perfiles M2 y S2, ver Tabla 8.8 y Figuras 8.10 a 8.15), es posible analizar la reducción de costos en obras mediante la reducción de las dimensiones de los conductos dado que la altura de flujo disminuye hacia aguas abajo. Sin embargo, debe tenerse especial cuidado en proponer este tipo de alternativas puesto que existen reglas generales de diseño en que se desaconseja reducir dimensiones de conductos en la dirección aguas abajo excepto en casos debidamente estudiados.

Para el caso de formarse curvas de remanso (M1, M3, S1y S3, ver Tabla 8.8 y Figuras 8.10 a 8.15) resulta de interés en todo proyecto analizar la longitud de su incidencia hacia aguas arriba.

Como ya fuera mencionado, todos los cálculo de perfil de superficie libre de agua debe comenzar en una sección de control donde el tirante es conocido. Si el flujo es supercrítico el cálculo de las cotas de la superficie de agua se realiza hacia aguas abajo y si es subcrítico hacia aguas arriba. Existe una amplia bibliografía donde se presentan métodos de resolución discretos y métodos analíticos como por ejemplo Chow (1982) y Henderson (1966).

Existen dos métodos clásicos de cálculo del perfil de superficie libre, ambos basados en un proceso paso a paso: el método Directo y el Método Estándar. Ambos métodos suministran la información necesaria para la definición altimétrica del perfil de superficie libre.

El Método Directo se basa en la estimación de la ubicación (distancia desde el punto anterior conocido) correspondiente a tirantes de flujo propuestos en los pasos de cálculo. Puede recomendarse para el cálculo manual de curvas de remanso en canales o conductos prismáticos ya que no demanda demasiados cálculos.

El Método Estándar se basa en el cálculo del tirante de flujo para una distancia propuesta (desde el punto de cálculo anterior) computando una pendiente de fricción mediante la proposición de un tirante arbitrario. Este método es iterativo y es más apto para ser utilizado en computadoras.

Ambos métodos plantean la resolución de la ecuación de energía entre dos secciones (ver Figura 8.10), en una de las cuales debe ser conocido el tirante:

$$z_1 + y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + H_f \tag{8.54}$$

donde la altura de fricción es $H_f = S_{f,m} \Delta x$, siendo $S_{f,m}$ la pendiente de fricción (que es la pendiente de la línea de energía) promedio entre las secciones 1 y 2.

Teniendo en cuenta que $(z_1 - z_2) = S_0 \Delta x$, puede operarse algebraicamente y llegar a la ecuación base del **Método Directo**:

$$\Delta x = \frac{\left(y_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) - \left(y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right)}{S_0 - S_{f,m}} \tag{8.55}$$

donde Δx (m) es la distancia entre dos secciones de cálculo 1 y 2; los dos términos entre paréntesis en el numerador son las energías específicas en 1 y 2; S_0 (m/m) es la pendiente de fondo entre 1 y 2 y $S_{f,m}$ (m/m) es la pendiente promedio de fricción entre 1 y 2 :

$$S_{f,m} = (S_{f,1} + S_{f,2}) / 2 \tag{8.56}$$

Una de las formas de plantear el **Método Estándar** es mediante la siguiente formulación:

$$\left(y_2 + \frac{v_2^2}{2g} \right) = \left(y_1 + \frac{v_1^2}{2g} \right) - \Delta x (S_0 - S_{f,m}) \tag{8.57}$$

En cada paso de cálculo se supone conocido el flujo en uno de los extremos del segmento, por ejemplo en 1, el Δx se establece a priori; se proponen tirantes y_2 hasta encontrar a aquel que mediante una metodología de proposición→verificación se verifique la igualdad planteada en ec. (8.57). El $S_{f,m}$ se calcula mediante ec. (8.56)

Ejercicio 8.12

Determinar mediante el método de cálculo Directo una curva de remanso tipo M1 en un conducto que descarga con un nivel de agua en el cuerpo receptor que alcanza el intradós del conducto. El diámetro del conducto es 2.40 m y tiene una pendiente de fondo del 1 por mil ($S_0 = 0.001$), transportando $2.2 \text{ m}^3/\text{s}$. En su desembocadura en un canal a cielo abierto, la cota de agua del canal es de 2.40 m sobre el fondo del conducto. Puede asumirse una rugosidad $\eta = 0.013$ para flujo lleno. Determinar la longitud requerida para alcanzar el tirante normal.

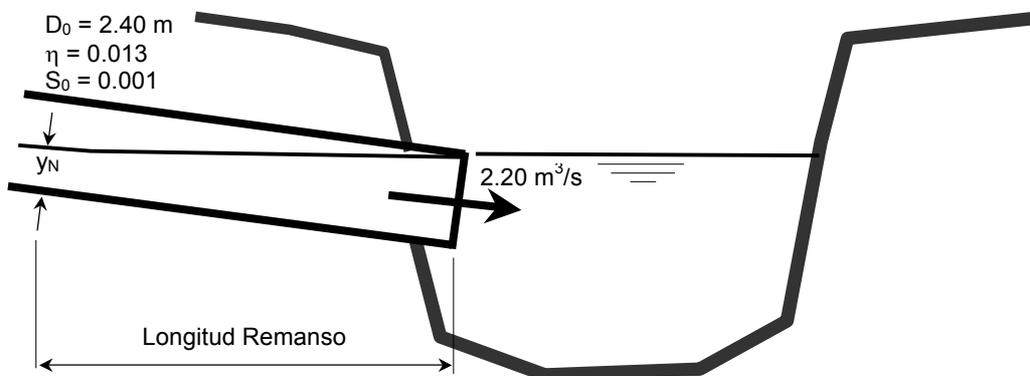


Figura 8.30. Remanso Método Directo. Ejercicio 8.10.

1) Determinación de Tirantes Normal y Crítico: a los efectos de verificar el tipo de flujo deben determinarse el tirante normal y el crítico.

1.a) Tirante Normal

Se proponen tirantes y se verifican caudales mediante ec. (8.17), considerando funciones geométricas de sección circular de Tabla 5.2. Para la rugosidad debe utilizarse las relaciones entre η para cualquier altura y η para sección llena establecidas en Figura 8.23.

El tirante normal resultante es:

Tirante (m)	θ (rad)	Area (m ²)	Pm (m)	R(m)	η/η_{II}	Q(m ³ /s)	v (m/s)
0.982	2.78	1.74	3.33	0.52	1.25	2.20	1.26

1.b) Tirante Crítico

Para la determinación del tirante crítico puede utilizarse la expresión correspondiente a la sección circular de la Tabla 8.3:

$$y_C = \left(\frac{1.01}{D_0^{0.26}} \right) \left(\frac{Q^2}{g} \right)^{0.25} = \underline{\underline{0.674 \text{ m}}}$$

El tirante normal es mayor que el tirante crítico ($y_N > y_C$) \rightarrow flujo subcrítico. Además como el control del flujo está en la desembocadura con una imposición de tirante igual al diámetro ($y = 2.40$ m), se verifica $y > y_N$; $y > y_C$. Con ambas condiciones \rightarrow Remanso Subcrítico M1 (ver Tabla 8.8 y Figura 8.10).

2) Determinación de curva de remanso

El cálculo se inicia en la desembocadura y evoluciona hacia aguas arriba. En el primer paso del cálculo se considera como sección 2 la correspondiente a la desembocadura (sección dato). En la Tabla 8.18 se presenta la resolución considerando 16 puntos de cálculo entre el tirante en la sección de control ($y = 2.40$ m) y el tirante normal ($y = 0.982$ m). En la Figura 8.31 se grafica el perfil calculado.

La columna (1) es el tirante propuesto comenzando desde 2.40 m (borde aguas abajo) hasta el tirante normal 0.982 m, con un salto de 20 intervalos.

La columna (2) es el ángulo interno de cálculo (ver Tabla 5.2).

La columna (3) es el área trnsversal calculada a partir de (2) (ver Tabla 5.2).

La columna (4) es la velocidad de flujo $v = Q / A$.

La columna (5) es la energía de velocidad.

Las columnas (6) y (7) son el perímetro mojado y radio hidráulico respectivamente (ver Tabla 5.2).

La columna (8) es la relación entre Manning a sección llena y Manning para sección parcialmente llena (ver Figura 8.23).

La columna (9) es la pendiente de fricción calculada mediante la ecuación de Manning (8.46).

La columna (10) es la pendiente de fricción promedio entre secciones consecutivas (ec. (8.57)).

La columna (11) es la distancia parcial calculada mediante ec. (8.55).

Tabla 8.18. Remanso Método Directo. Ejercicio 8.12

y (m) (1)	θ (rad) (2)	A (m ²) (3)	v (m/s) (4)	$v^2/2g$ (m) (5)	Pm (m) (6)	R _H (m) (7)	η/η_{LL} (8)	S _f (m/m) (9)	S _{f m} (m/m) (10)	Δx (m) (11)
2.400	6.28	4.52	0.49	0.01	7.54	0.60	1.00	0.000079		
2.329	5.59	4.49	0.49	0.01	6.71	0.67	1.01	0.000071	0.000075	76
2.258	5.30	4.42	0.50	0.01	6.36	0.69	1.02	0.000072	0.000071	76
2.187	5.07	4.33	0.51	0.01	6.09	0.71	1.04	0.000074	0.000073	76
2.116	4.88	4.22	0.52	0.01	5.86	0.72	1.05	0.000078	0.000076	76
2.046	4.71	4.11	0.54	0.01	5.65	0.73	1.06	0.000083	0.000081	76
1.975	4.54	3.98	0.55	0.02	5.45	0.73	1.07	0.000090	0.000087	77
1.904	4.39	3.85	0.57	0.02	5.27	0.73	1.09	0.000099	0.000095	77
1.833	4.25	3.71	0.59	0.02	5.10	0.73	1.10	0.000110	0.000105	78
1.762	4.12	3.56	0.62	0.02	4.94	0.72	1.11	0.000123	0.000117	79
1.691	3.98	3.41	0.65	0.02	4.78	0.71	1.12	0.000140	0.000132	80
1.549	3.73	3.09	0.71	0.03	4.48	0.69	1.15	0.000185	0.000163	164
1.407	3.49	2.76	0.80	0.03	4.19	0.66	1.17	0.000258	0.000222	174
1.266	3.25	2.42	0.91	0.04	3.90	0.62	1.20	0.000379	0.000318	194
1.124	3.01	2.08	1.06	0.06	3.62	0.57	1.22	0.000591	0.000485	246
0.98	2.78	1.74	1.26	0.08	3.33	0.52	1.25	0.000994	0.000793	567

Longitud total (m) 2114

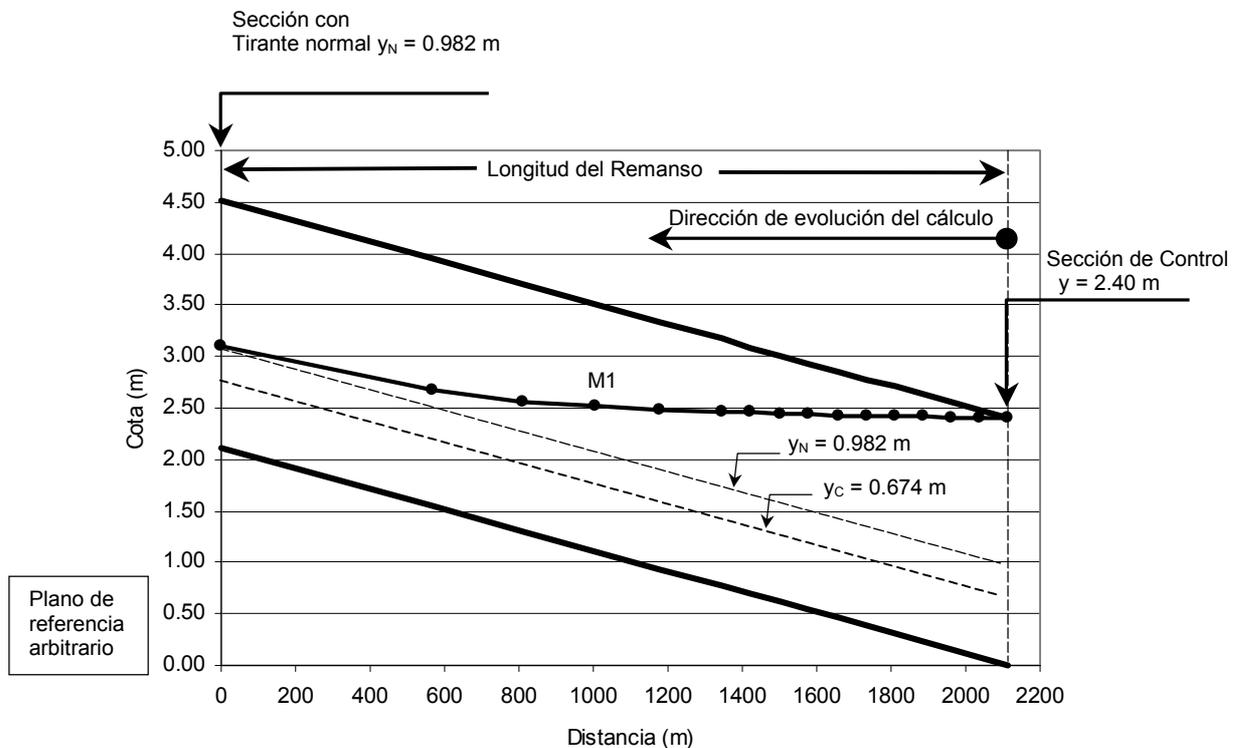


Figura 8.31. Perfil de Superficie Libre Remanso M1. Ejercicio 8.12.

Ejercicio 8.13

Un caudal de 1.15 m³/s escurren por un canal de débil pendiente e ingresa en un conducto de 0.90 m de diámetro, el cual tiene una pendiente de 2% (S₀ = 0.02). Debe determinarse el perfil de la superficie de agua hacia aguas abajo de la embocadura del conducto. Se asume un coeficiente de rugosidad constante en altura $\eta = 0.013$. No considerar pérdida de carga en la entrada.

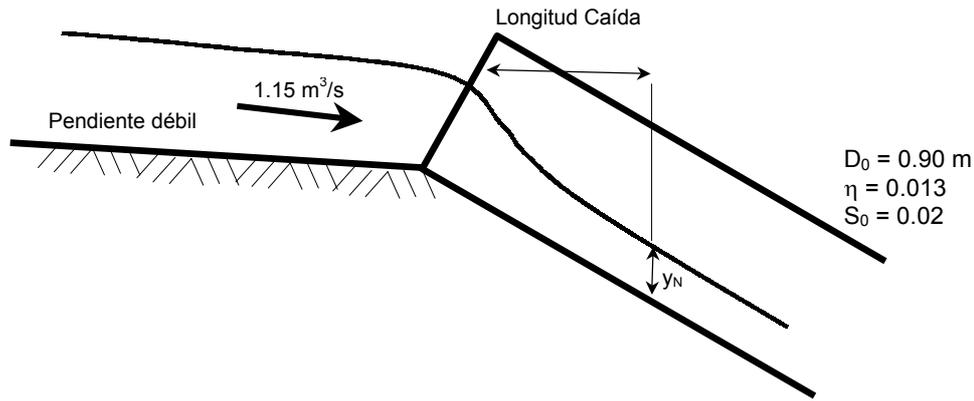


Figura 8.32. Curva de Caída. Método Estándar. Ejercicio 8.13

1) Determinación de Tirantes Normal y Crítico:

1.a) Tirante Normal

Se proponen tirantes y se verifican caudales mediante ec. (8.17), considerando funciones geométricas de sección circular de Tabla 5.2.

El tirante normal resultante es:

Tirante (m)	θ (rad)	Area (m ²)	Pm (m)	R(m)	η/η_{II}	Q(m ³ /s)	v (m/s)
0.422	3.02	0.29	1.36	0.22	1.00	1.15	3.91

1.b) Tirante Crítico

Para la determinación del tirante crítico puede utilizarse la expresión correspondiente a la sección circular de la Tabla 8.3:

$$y_c = \left(\frac{1.01}{D_0^{0.26}} \right) \left(\frac{Q^2}{g} \right)^{0.25} = \mathbf{0.628 \text{ m}}$$

Dentro del conducto el tirante normal es menor el tirante crítico ($y_N < y_c$) \rightarrow flujo uniforme supercrítico. Además como antes de la embocadura existe flujo subcrítico y después supercrítico \rightarrow formación de tirante crítico en el cambio de pendiente y curva de caída S2 hasta alcanzar el tirante normal. El control del flujo está en la embocadura con un tirante igual al crítico ($y = 0.628 \text{ m}$) y el cálculo debe progresar hacia aguas abajo.

2) Determinación de curva de remanso

El cálculo se inicia en la embocadura y evoluciona hacia aguas abajo. En el primer paso del cálculo se considera como sección 1 la correspondiente a la embocadura (sección dato). En la Tabla 8.19 se presenta la resolución considerando 7 puntos de cálculo. En la Figura 8.33 se grafica el perfil calculado.

Tabla 8.19. Remanso Método Estándar. Ejercicio 8.13

Δx (m)	y (m)	θ (rad)	A (m ²)	v (m/s)	$v^2/2g$ (m)	Pm (m)	R _H (m)	η/η_{LL}	S _f (m/m)	S _{f m} (m/m)
(1)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	0.628	3.96	0.47	2.43	0.30	1.78	0.27	1.00	0.005803	
5	0.518	3.44	0.38	3.03	0.47	1.55	0.24	1.00	0.010175	0.007989
5	0.488	3.31	0.35	3.26	0.54	1.49	0.24	1.00	0.012322	0.011248
10	0.457	3.17	0.32	3.55	0.64	1.43	0.23	1.00	0.015322	0.013822
10	0.444	3.11	0.31	3.68	0.69	1.40	0.22	1.00	0.016898	0.016110
20	0.430	3.05	0.30	3.83	0.75	1.37	0.22	1.00	0.018865	0.017882
20	0.422	3.03	0.30	3.88	0.77	1.37	0.22	1.00	0.019486	0.019176

L = 70 m

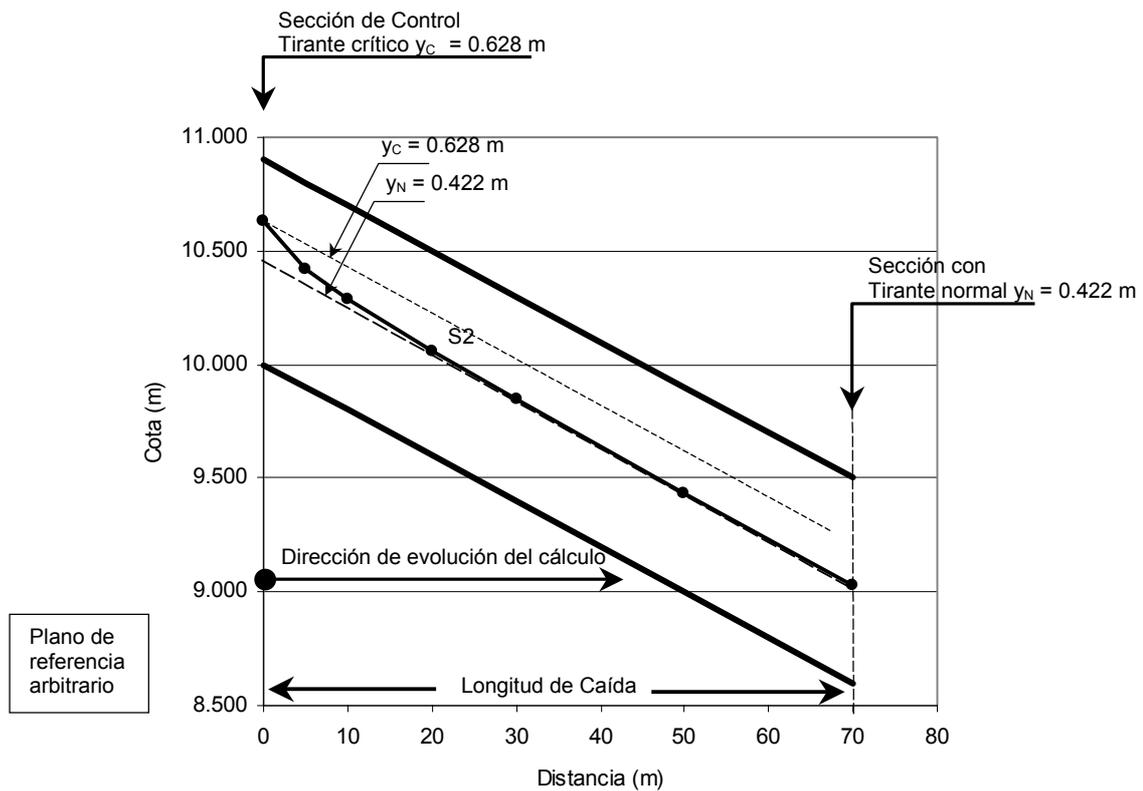


Figura 8.33. Perfil de Superficie Libre Tipo Caída. Ejercicio 8.3

8.9 VELOCIDADES LÍMITES

A lo largo de esta Unidad se ha profundizado acerca de la capacidad hidráulica y su forma de estimación de componentes hidráulicos de los sistemas de drenaje pluvial. En la práctica de diseño de conductos deben sumarse restricciones a la velocidad del flujo. En el diseño hidráulico de colectores es conveniente limitar la velocidad del agua con el objeto de:

- Asegurar la autolimpieza del colector: la velocidad del agua debe ser lo suficientemente elevada para evitar la sedimentación de las partículas sólidas que transporta, lo que podría incidir en su correcto funcionamiento.
- Evitar daños en las paredes del colector debido a la acción mecánica del agua, lo que requiere limitar las velocidades máximas.

8.9.1 Velocidad de Autolimpieza

El problema de la velocidad de autolimpieza en conductos ha sido estudiado por muchos investigadores. Camps (1946) citado por Zuidema et al. (1987), desarrolló una ecuación en base a los resultados de Shield para la velocidad requerida para el transporte de sedimentos en conductos funcionando a sección llena:

$$v_{al} = \sqrt{\frac{8\beta}{f} g(s-1)D_g} = \frac{R^{1/6}}{\eta} \sqrt{\beta(s-1) D_g} \tag{8.58}$$

donde $R(m)$ es el radio hidráulico, s (adim) es la gravedad específica de la partícula del sedimento transportado, $D_g (m)$ es el diámetro representativo de la partícula, β es una constante adimensional pudiéndose adoptar $\beta = 0.04$ para movimiento incipiente de la partícula sedimentada y $\beta = 0.8$ para una autolimpieza adecuada, f es el factor de fricción, η es el coeficiente de rugosidad de Manning y $g (m/s^2)$ es la

aceleración de la gravedad. En el caso de suelos granulares el diámetro puede ser tomado como el diámetro medio de la partícula en tanto que en suelos cohesivos debe considerarse el diámetro medio del cascote o agrupamiento de partículas.

La ec.(8.58) indica que la velocidad requerida para transporte de materiales en conductos depende fuertemente de la dimensión de las partículas y su peso específico, y depende menos fuertemente de la forma del conducto y del tirante de flujo representado por medio del radio hidráulico a un potencia de 1/6.

Para un caudal y condiciones de contorno dadas, la velocidad en una sección depende de la pendiente del colector y de las características geométricas e hidráulicas de dicha sección (forma y rugosidad). Normalmente, y siempre que la topografía lo permita, es la pendiente el parámetro que admite una mayor variabilidad y por tanto se fija de manera que se verifiquen las velocidades límites recomendadas.

Por otro lado, resulta muy dificultoso diseñar conductos de manera tal de lograr velocidades que verifiquen autolimpieza en todo momento dado que el flujo en conductos pluviales y pluviocloacales es impermanente implicando variaciones continuas de tirante y la velocidad. A pesar de diseñar un conducto con una capacidad de autolimpieza para el caudal de diseño no necesariamente implica que se verifique para caudales menores.

En conductos pluviales el mínimo flujo posible es nulo, por lo cual que no se cumplirán condiciones de autolimpieza bajo tales condiciones. Diversos autores sugieren que en conductos pluviales la autolimpieza se verifique para un flujo moderado menor al de diseño. Tal flujo moderado puede corresponder al flujo de recurrencia mensual, o sea aquél que se presenta en promedio unas 12 veces al año.

En sistemas combinados (pluviocloacales) la autolimpieza es más difícil de lograr puesto que son incompatibles los menores diámetros para lograr autolimpieza en desagües cloacales con diámetros mayores para escurrimiento pluvial de diseño. Consecuentemente, los sistemas pluviocloacales a menudo están sujetos a sufrir depósitos de sedimentos durante períodos secos (sin lluvias), siendo estos depósitos “barridos” durante las lluvias. Este mecanismo produce un gran concentración de contaminantes durante los primeros minutos de escurrimiento en el cuerpo receptor.

Los trabajos de Camp (ec. (8.58)) fueron extendidos por Fair et al., (1966) referenciado por Zuidema et al., (1987) para flujo menor que el correspondiente a sección llena. Las relaciones entre parámetros hidráulicos que verifican condiciones de autolimpieza a flujo lleno y parámetros que verifican autolimpieza a flujo parcialmente lleno son las siguientes:

$$\frac{S_{al}}{S_{al\ II}} = \frac{R_{\ II}}{R} \tag{8.59a}$$

$$\frac{v_{al}}{v_{al\ II}} = \frac{\eta_{\ II}}{\eta_{pl\ II}} \left(\frac{R}{R_{\ II}} \right)^{1/6} \tag{8.59b}$$

$$\frac{Q_{al}}{Q_{al\ II}} = \frac{\eta_{\ II}}{\eta} \frac{A}{A_{\ II}} \left(\frac{R}{R_{\ II}} \right)^{1/6} \tag{8.59c}$$

donde el subíndice -al- significa autolimpieza ; -II- significa condición de flujo a sección llena. Considerando las relaciones representadas en la Figura 8.23, resulta de utilidad superponer la relación entre la velocidad a sección parcialmente llena y la velocidad a sección llena (de Figura 8.23) versus la relación entre velocidad de autolimpieza a sección parcialmente llena y la velocidad de autolimpieza a sección llena (ec. (8.59b)). Dichas relaciones se presentan en la Figura 8.34. Puede observarse claramente que si se diseña de modo tal de que la velocidad de flujo a sección llena sea igual a la de autolimpieza a sección llena, la condición de autolimpieza se cumplirá para todo tirante superior a 0.5 D₀, por el contrario para tirantes inferiores a la mitad del diámetro la autolimpieza no se verifica. Por ejemplo para un tirante igual a 0.20 D₀ la velocidad de autolimpieza necesaria es 0.72 la velocidad de autolimpieza a sección llena (v_{al II}) en tanto que la velocidad de flujo es igual a 0.48 la velocidad a sección llena (v_{II}) . Si lo que se quisiera asegurar es que para el tirante 0.20 D₀ se verifique autolimpieza la velocidad de flujo a sección llena debe ser v_{II} = 0.72/0.48 v_{al II} = 1.5 v_{al II}.

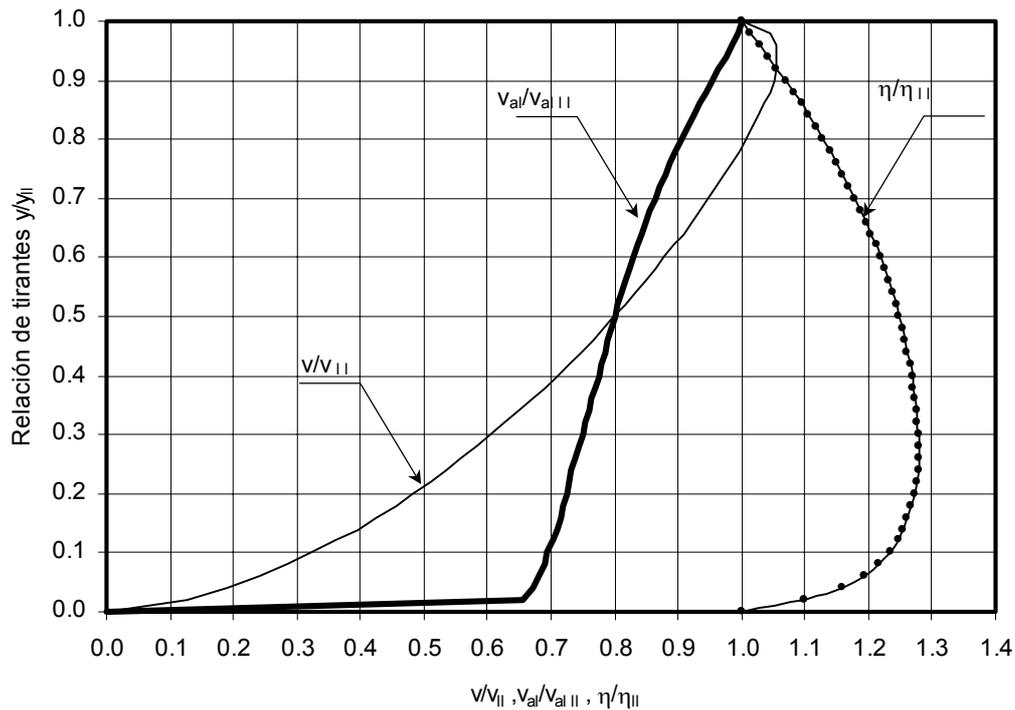


Figura 8.34. Relaciones de velocidades de flujo y de autolimpieza para tirantes inferiores al diámetro

A pesar de que generalmente no se dispone de una amplia información de la concentración y granulometría de los sedimentos en colectores pluviales, es bien sabido que tanto los sedimentos finos (limo, arcillas), arenas y sedimentos más gruesos ingresan a los conductos en cantidades apreciables. Si el material depositado no es removido por el flujo debe recurrirse a operaciones de mantenimiento para su remoción periódica.

Si bien muchos criterios se basan en la determinación de la velocidad de autolimpieza basada en el tamaño del sedimento, Ackers (1978) citado por Zuidema (1987) mostró que para un determinado diámetro de un conducto, la velocidad requerida para evitar la acumulación de sedimentos varía significativamente con la concentración del sedimentos. El autor derivó relaciones que vinculan la velocidad, el diámetro del conducto y la concentración del sedimento en la forma siguiente:

$$D = C_1 Q^{0.43} \tag{8.60}$$

$$v = C_2 D^{0.325} \tag{8.61}$$

donde D (m) es el diámetro de requerido, v (m/s) la velocidad de flujo requerida, Q (m³/s) el caudal y C₁ y C₂ son coeficientes (ver Tabla 8.20) que dependen de la concentración del sedimento y del grado de limpieza requerida.

Tabla 8.20. Coeficientes recomendados para el Diámetro requerido para el conducto y para la Velocidad de autolimpieza. Fuente: Ackers (1978) citado por Zuidema (1987)

Concentración del sedimento (mg/l)	Conducto limpio		Capa de sedimento con un espesor de 0.10 el diámetro del conduco	
	C ₁	C ₂	C ₁	C ₂
100	1.36	0.62	1.46	0.56
200	1.26	0.74	1.36	0.65
500	1.16	0.90	1.23	0.83

Como se ha reseñado no existe un criterio unánime para fijar el valor de la velocidad mínima admisible en colectores diseñados para transportar aguas pluviales. Ante ausencia de información acerca de probables sedimentos a transportar, pueden considerarse los siguientes valores presentados por Dolz Ripollés (1992) que pueden servir de referencia:

- la velocidad mínima para el caudal de proyecto será de 1 m/s
- en colectores pluvio-cloacales la velocidad de las aguas servidas (en tiempo seco) deberá ser superior a 0.6 m/s.
- en aguas residuales con elevada DBO y temperatura próxima a 30° es aconsejable una velocidad superior a 1 m/s.

Ejercicio 8.14

En el Ejercicio 8.8 se ha dimensionado un conducto circular de $D_0 = 2.02$ m para transportar $8 \text{ m}^3/\text{s}$, con una pendiente $S_0 = 0.003$ y una coeficiente de Manning para sección llena $\eta = 0.016$, resultando una velocidad para sección llena de $v = 2.50$ m/s. El sedimento en consideración tiene un $D_{50} = 0.0003$ m y la concentración aproximada es de 40 mg/l. Se requiere determinar el rango de tirantes para el cual se verifica autolimpieza.

Solución:

(a) Determinación de velocidad de autolimpieza para flujo a sección llena

(a1) Mediante ec. (8.58)

$$v_{al} = \frac{0.50^{1/6}}{0.016} \sqrt{0.8 \times (2.65 - 1) \times 0.0003} = \underline{1.10 \text{ m/s}} < 2.50 \text{ m/s} \rightarrow \text{la velocidad necesaria para autolimpieza es menor que la de diseño implicando buenas condiciones de trabajo.}$$

(a2) Mediante ecuaciones (8.60) y (8.61)

De Tabla 8.20 se adoptan C_1 y C_2 para concentración de 100 mg/l $\rightarrow C_1 = 1.36$ y $C_2 = 0.62$. El diámetro máximo requerido y la velocidad de autolimpieza resultan de acuerdo a ec.(8.60) y ec.(8.61):

$D = 1.36 \times 8^{0.43} = \underline{3.30 \text{ m}} > 2.02 \text{ m} \rightarrow \text{buenas condiciones}$

$v = 0.62 \times 3.30^{0.325} = \underline{0.92 \text{ m/s}} < 2.50 \text{ m/s} \rightarrow \text{al igual que en parte (a1) se verifican buenas condiciones.}$

(b) Determinación del rango de verificación de autolimpieza

Para determinar el límite de tirante mínimo en el cual se verifica autolimpieza, dado que se conocen las respectivas velocidades a sección llena: velocidad de flujo $v = 2.50$ m/s y velocidad de autolimpieza necesaria para sección llena $v_{al \parallel} = 1.10$ m/s, debe trabajarse con las relaciones de flujo v/v_{\parallel} y $v_{al}/v_{al \parallel}$ representadas en Figura 8.34. Un método posible es proposición de $y/D_0 \rightarrow$ verificación de relaciones.

La relación entre velocidades de flujo para distintos tirantes puede considerarse: $r_1 = v / 2.50 \text{ m/s}$ y la relación entre velocidades de autolimpieza para distintos tirantes: $r_2 = v_{al} / 1.10 \text{ m/s}$.

Dado que se busca el punto en que la velocidad de flujo para un determinado tirante (flujo parcialmente lleno) iguala a la velocidad de autolimpieza para ese tirante puede plantearse la siguiente igualdad:

$v = v_{al}$, que a su vez puede escribirse como $2.50 r_1 = 1.10 r_2$, despejando la relación de velocidades de autolimpieza puede re escribirse la formulación anterior como $r_2 = 2.50/1.10 r_1 \rightarrow r_2 = 2.27 r_1$, lo que indica que se debe hallar la relación de tirantes en la cual la relación de velocidades de autolimpieza es 2.27 veces la relación de velocidades de flujo.

A través de la Figura 8.34 se determina:

$$y/D_0 = 0.09 \quad r_1 = v / v_{\parallel} = 0.307 \quad r_2 = v_{al} / v_{al \parallel} = 0.697 \quad r_2 / r_1 = 2.27 \quad Q / Q_{\parallel} = 0.029$$

en términos absolutos: $y = 0.182$ m

$$v_{0.182 \text{ m}} = 0.307 \times 2.50 = 0.77 \text{ m/s}$$

$$v_{al \ 0.182 \text{ m}} = 0.697 \times 1.10 = 0.77 \text{ m/s}$$

$$Q_{0.182 \text{ m}} = 0.029 \times 8.0 = 0.23 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se concluye que para tirantes mayores o iguales a 0.09 m o caudales superiores o iguales a 0.23 m^3/s se verifican condiciones de autolimpieza en el conducto.

8.9.2 Velocidad Máxima Admisible

La velocidad máxima admisible en un colector es fijada para evitar en la medida de lo posible el deterioro en juntas (si las hubiera) y en la superficie. El deterioro puede provenir desde la acción erosiva del flujo por rozamiento o como consecuencia del fenómeno de cavitación. Para evitar el fenómeno de cavitación Dolz Ripolléz (1992) recomienda cuidar la ejecución de la solera, de manera que la superficie de hormigón en contacto con el agua a elevada velocidad presente la menor cantidad de irregularidades posibles.

Por otro lado el poder erosivo del agua sobre el hormigón por ejemplo, depende de la velocidad y la calidad del agua, de la resistencia superficial del hormigón y de las características del material sólido transportado (tamaño, formas, cantidad y dureza). La existencia de partículas sólidas arrastradas por el flujo incrementa de forma importante su poder erosivo. Davis y Sorensen (1969) citado por Dolz Ripolléz (1992), han observado velocidades superiores a 12 m/s en agua limpia sin que se produzcan daños en el hormigón (en esta cita no se especifica la calidad del hormigón).

Según Dolz Ripolléz (1992), para un colector que presente una correcta ejecución (principalmente juntas y solera) la velocidad máxima deberá ser fijada teniendo en cuenta los siguientes factores que son favorables a permitir velocidades elevadas:

- baja cantidad y pequeño tamaño del material sólido transportado
- existencia de un *espesor de hormigón de sacrificio* en la solera
- carácter esporádico en el funcionamiento del colector
- existencia de inspección y mantenimiento, favorecida por el carácter esporádico de funcionamiento del colector.

El autor concluye que si no se presentan características claramente contrarias a las expresadas en los cuatro factores anteriores no es recomendable sobrepasar para cuadal de proyecto los 6 m/s.

ASCE WPCF (1986) citado por Dolz Ripolléz (1992) y WPCF (1970) citado por Zuidema et al., (1987) recomienda para flujo continuo en conducto cloacales o pluvio-cloacales una velocidad máxima de 3 m/s. En conductos pluviales donde el flujo es intermitente puede permitirse velocidades superiores a 3 m/s. No obstante, se recomienda no sobrepasar las velocidades superiores a 6 m/s aún en condiciones de diseño (WPCF, 1970 citado por Zuidema et al., 1987).

Cuando no es posible por condicionamientos topográficos limitar la pendiente del colector por debajo de un valor que asegure velocidades inferiores a la recomendada, deberán introducirse estructuras de disipación de energía en el colector.

8.10 BIBLIOGRAFÍA

- ASCE-WEF (American Society of Civil Engineers y Water Environment Federation) (1992), *Design and Construction of Urban Stormwater Management Systems*, ASCE Manuals and Reports of Engineering Practice No. 77, WEF Manual of Practice FD-20; American Society of Civil Engineers, New York.
- Bertoni, J. y Zamanillo, E. (1987), Notas sobre Tránsito de Crecidas, Curso de Posgrado sobre Modelos Matemáticos en Hidrología Superficial, FCEIA, UNR, Rosario.
- Cunge, J.A., Holly, F.M. y Verwey, A. (1980), *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman Publishing Limited, Londres. 420 p.
- Chow, V.T. (1982), *Hidráulica de los Canales Abiertos*, McGraw-Hill Interamericana, Buenos Aires. 667 p.
- Daily, J. and Harleman, D (1966), *Fluids Dynamics*, Addison-Wesley Publishers, Reading, MA.
- Dolz Ripolléz, J. (1992), *Grandes Colectores.- Criterios Hidráulicos de Diseño en Inundaciones y Redes de Drenaje Urbano*, (Dolz, J., Gomez, M. y Martin, J. editores), UPC, Barcelona.
- French, R. (1988), *Hidráulica de los Canales Abiertos*, McGraw-Hill Interamericana, Buenos Aires. 724 p.
- Henderson, Fm (1966), *Open Channel Flow*, Mc Millan Co, New York. 200 p.

- Marsalek, J. (1985), Head losses at selected sewer manholes, APWA, Special Report N° 52, American Public Works Association, Chicago, IL.
- Marsalek, J. (1986), Hydraulically efficient junctions manholes, APWA, Special Report N° 53 (2), American Public Works Association, Chicago, IL.
- Marsalek, J. (1987), Improving flow in junctio manholes, Civil Engineering, 57 (1).
- Mahmood, K. and Yevjevich, V. (eds) (1975), Unsteady Flow in Open Channels, Vol. I y II, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, EU. 923 p.
- Peterka , a. J., 1958, Hydraulic Design of Stilling Basin and Energy Dissipators, Bureau Of Reclamation, Water Resources Technical Publication, Engineering Monograph N° 25, Denver, Colorado. 222 p.
- Riccardi, G. (1993), Modelo Matemático Hidrodinámico Unidimensional DHIS7, Reporte de Investigación, CIUNR, UNR, CURIHAM, Rosario. 20 p.
- Ruus, E. (1981), Head Losses, en Closed-Conduit Flow (Chaudhry, M. and Yevjevich, V. eds), Chapter 2, Water Resources Publications, Chelsea, Michigan.
- Shames, I. (1995), Mecánica de los Fluídos, Mc Graw Hill Interamericana, Bogotá, Colombia. 825 p.
- Zuidema, F., Rawls, W. Marsalek, J. and Geiger, W. (1987), Manual on Drainage in Urbanized areas, Vol. I, UNESCO, Paris. 203 p.