

## **CAPÍTULO 5**

# **ESCURRIMIENTO**

---

**Curso:     HIDROLOGÍA EN MEDIOS ANTROPIZADOS**

**Maestría en Recursos Hídricos de Llanura  
Centro Universitario Rosario de Investigaciones Hidroambientales  
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura  
Universidad Nacional de Rosario**

**Dr. Ing. Civil GERARDO RICCARDI**

**ROSARIO, 2004.**

## ÍNDICE

- 5.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS
  - 5.1.1 Modelos y Métodos de Análisis
  - 5.1.2 Etapas de Diseño y Análisis de Sistemas de Drenaje
  
- 5.2 HIDROGRAMA Y TIEMPOS CARACTERÍSTICOS DE RESPUESTA DE UNA CUENCA
  - 5.2.1 Flujo Mantiforme y Encausado
  - 5.2.2 Hidrograma y Tiempos Característicos
  
- 5.3 ESTIMACION DEL TIEMPO DE CONCENTRACION
  - 5.3.1 Estimación en base a datos de eventos lluvia-caudal
    - 5.3.1.1 Cursos de agua con aportes subterráneos u otro aporte de caudal base
    - 5.3.1.2 Cursos de agua Intermitentes
  - 5.3.2 Estimación en base a formulaciones
    - 5.3.2.1 Funciones Geométricas de distintas Secciones Transversales de Canales
  
- 5.4 EL MÉTODO RACIONAL
  - 5.4.1 Ventajas, Limitaciones y Aplicabilidad
  - 5.4.2 Parámetros y Factores del Método Racional
    - 5.4.2.1 Área de Drenaje
    - 5.4.2.2 Intensidad media máxima
    - 5.4.2.3 Coeficiente de Escurrimiento C
    - 5.4.2.4 Análisis Teórico del Coeficiente de Escurrimiento C
    - 5.4.2.5 Algunos desarrollos a partir del Método Racional
    - 5.4.2.6 Dimensionamiento de Conductos
  - 5.4.3 El Método Racional Modificado
    - 5.4.3.1 Aplicación en Sistemas de Microdrenaje Urbano
    - 5.4.3.2 Análisis de Confluencias
  - 5.4.4 El Método Racional para Lluvias con Duración mayor que el Tiempo de Concentración
  
- 5.5 MÉTODOS HIDROLÓGICOS PARA LA DETERMINACIÓN DE HIDROGRAMAS
  - 5.5.1 Síntesis de Teoría de Hidrograma Unitario
    - 5.5.1.1 Convolución o Carga del Hidrograma Unitario
    - 5.5.1.2 Hidrograma Unitario Instantáneo
  - 5.5.2 Hidrogramas Unitarios Sintéticos
    - 5.5.2.1 Hidrograma Unitario Sintético Adimensional del SCS
    - 5.5.2.2 Hidrograma Unitario Triangular
    - 5.5.2.3 Hidrograma Unitario Sintético de Clark
    - 5.5.2.4 Método del Hidrograma Unitario sintético Urbano de Colorado
    - 5.5.2.5 Hidrograma Unitario mediante Embalses Lineales en serie
  
- 5.6 TRÁNSITO DE CAUDALES EN RIOS Y CANALES
  - 5.6.1 Traslado Directo
  - 5.6.2 Método de Muskingum y Muskingum-Cunge
  
- 5.7 ONDA CINEMÁTICA
  - 5.7.1 Soluciones analíticas de la Onda Cinemática para geometrías simples
  
- 5.8 BIBLIOGRAFÍA

# ESCURRIMIENTO

El análisis criterioso del escurrimiento superficial, incluyendo la determinación del caudal máximo, el volumen de escorrentía y la variación del caudal en el tiempo, de igual manera que el período medio de retorno o recurrencia asociado a esos valores, constituyen importantes factores de un proyecto de drenaje urbano (Porto, 1995). Todo error cometido en esta etapa podrá introducir incoherencias graves en la planificación de la cuenca que traerán como consecuencia obras sub o sobre dimensionadas. El caudal máximo de escurrimiento, el volumen de escorrentía, y las variaciones temporales de las variables (hidrogramas, limnigramas, etc.) proveen información básica para la planificación, proyecto y construcción de obras de drenaje y formulación de medidas no estructurales.

Es importante reconocer también que los valores obtenidos en el análisis del escurrimiento son siempre aproximados y contienen incertidumbres hidrológicas, producto del déficit en la información disponible y las simplificaciones y abstracciones de los métodos considerados y los criterios adoptados. Este hecho no justifica de ninguna manera, actitudes poco rigurosas en esta etapa, pues cuanto más meticulosos y sistemáticos son los procedimientos utilizados, menor será la probabilidad de ocurrencia de errores comprometedores (Porto, 1995).

La mejor forma de evitar errores e incompatibilidades de carácter hidrológico es elaborar un Plan Director de Drenaje Urbano para todo el distrito y/o cuencas y cada solución parcial debe estar en compatibilidad con los lineamientos de plan director.

Cuando no existe un plan director, es recomendable analizar globalmente la hidrología de toda la cuenca en conjunto con el estudio minucioso de la subcuenca en estudio. Según Porto (1995), dos aspectos deben merecer la atención especial del proyectista:

# la ocupación futura de la cuenca, principalmente en lo que se refiere a tasas de impermeabilización y otras intervenciones humanas que puedan por ejemplo, reducir tiempo de concentración de la cuenca u ocupar áreas inadecuadas.

# efectos causados por las obras en estudio aguas arriba y aguas abajo del tramo de intervención.

## 5.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Una metodología posible de los estudios hidrológicos de drenaje urbano, sigue en la mayoría de los casos un procedimiento como el ilustrado en la Figura 5.1.

La Fase 1 que involucra la elección del período medio de retorno (o recurrencia) de las obras debe ser resuelta en base al contexto social y económico del ambiente urbano en análisis y a consideraciones de los daños que involucraría la falla de las obras en proyecto. En el Capítulo 3, punto 3.3.5 se desarrollan cuestiones al respecto.

Las Fases 2, 3 y 4 correspondiente a los estudios de precipitaciones, determinación de lluvia de diseño y evento extraordinario, determinación de hidrogramas de crecidas asociados al diseño y a evento extraordinario e inundaciones asociadas a los mismos evento se resuelven mediante técnicas de la hidrología urbana. En este capítulo se presentarán técnicas para la determinación del escurrimiento superficial.

El paso 5 correspondiente al diseño de las estructuras hidráulicas necesarias para mitigar un determinado riesgo de inundación se resuelve con herramientas que provee el diseño en hidráulica. En capítulos posteriores se presentan conceptos acerca del diseño hidráulico.

La Fase 6 debe resolverse en forma interdisciplinaria entre los especialistas en saneamiento pluvial, los urbanizadores y los legisladores locales de modo de articular las políticas, reglas, normativas, ordenanzas, etc. relacionadas al control de uso y ocupación del suelo en la cuenca en estudio.

En el Capítulo 6 se incorporan conceptos acerca de diseño, planificación y aspectos metodológicos del diseño hidrológico.

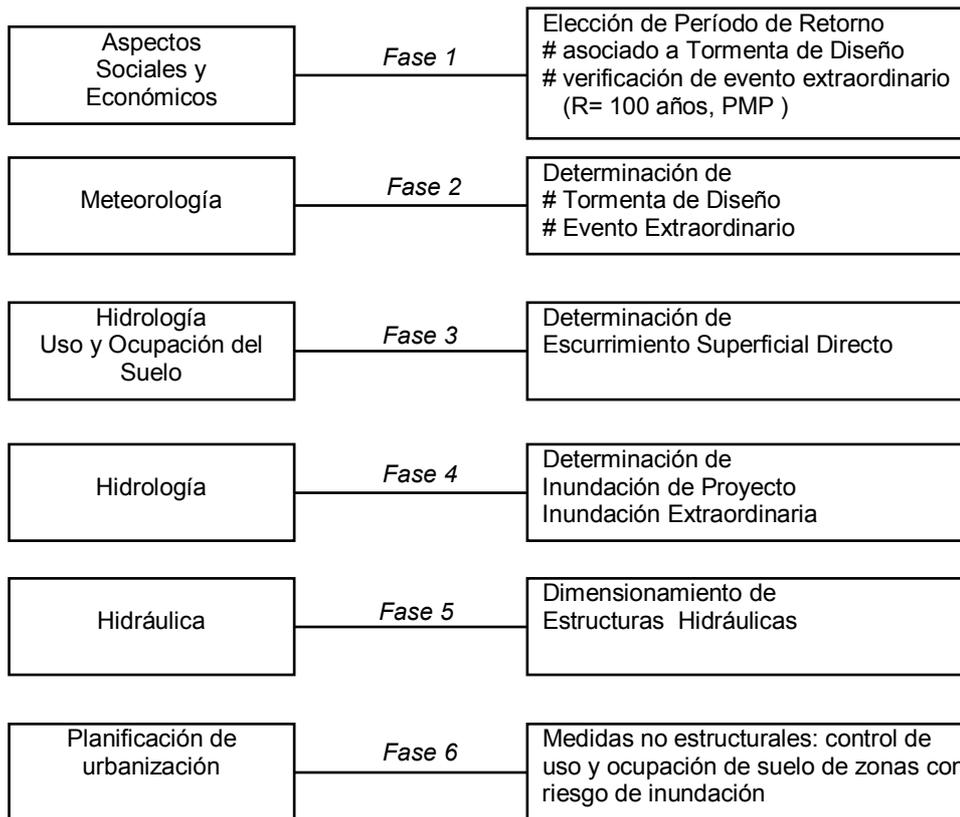


Figura 5.1. Secuencia de Etapas de un Estudio de Drenaje Urbano. Adaptación de Porto (1995)

### 5.1.1 Modelos y Métodos de Análisis

Una primera aproximación para describir la transformación lluvia-caudal corresponde a los *modelos de caja negra* (Fig. 5.2a) los cuales operan basados en la conversión de un estímulo o señal de entrada (lluvia) a una señal de salida (caudal), mediante un determinado algoritmo de transformación, sin una explicitación de los mecanismos físicos reales de los procesos. Con estas características podemos mencionar desde el caso relativamente simple de un modelo intuitivo como el *método racional*, hasta complejos modelos como los de *simulación estocástica*, basados en análisis estadísticos de series de tiempo.

La segunda aproximación corresponde a los modelos de dos componentes (Fig. 5.2b). El primer componente evalúa la abstracción de las *pérdidas* producidas, en el que se cuantifica la porción de lluvia total caída que se vio afectada por los procesos de intercepción, almacenamiento superficial, evaporación e infiltración. El remanente de lluvia corresponde al escurrimiento superficial y su movimiento se evalúa mediante un *modelo de tránsito*, el cual cuantifica el retardo y atenuación de la onda de crecida conformada por los múltiples aportes de la cuenca. En general estos modelos se basan en analogías con los procesos reales, pero no son físicamente realistas a nivel de detalle de los procesos. Generalmente las simulaciones son por eventos, generando resultados en los intervalos de tiempo en que se divide el tiempo total del evento. La información antecedente (humedad de suelo, estado de almacenamiento superficial) debe ser suministrada como dato. Dentro de estas metodologías podemos citar las diversas variantes de técnicas de hidrograma unitario.

El tercer nivel de aproximación corresponde a los modelos matemáticos basados en el *modelo de procesos físicos* (Fig. 5.2c). En este tipo de modelos se identifican y evalúan matemáticamente gran parte de los procesos presentes en el ciclo hidrológico. Existe una amplia variedad de este tipo de modelos, difiriendo en el grado de contemplación y despreciación de los procesos físicos. Estos modelos pueden ser operados por eventos o en largos períodos de tiempo (meses, años) ,con intervalos temporales a diferente escala. La información antecedente de cada evento puede ser generada dentro del proceso de simulación temporalmente continua. La consideración de la distribución areal de las variables hidrológicas contempladas en la modelación se realiza mediante la subdivisión de la cuenca en subcuencas vinculadas.

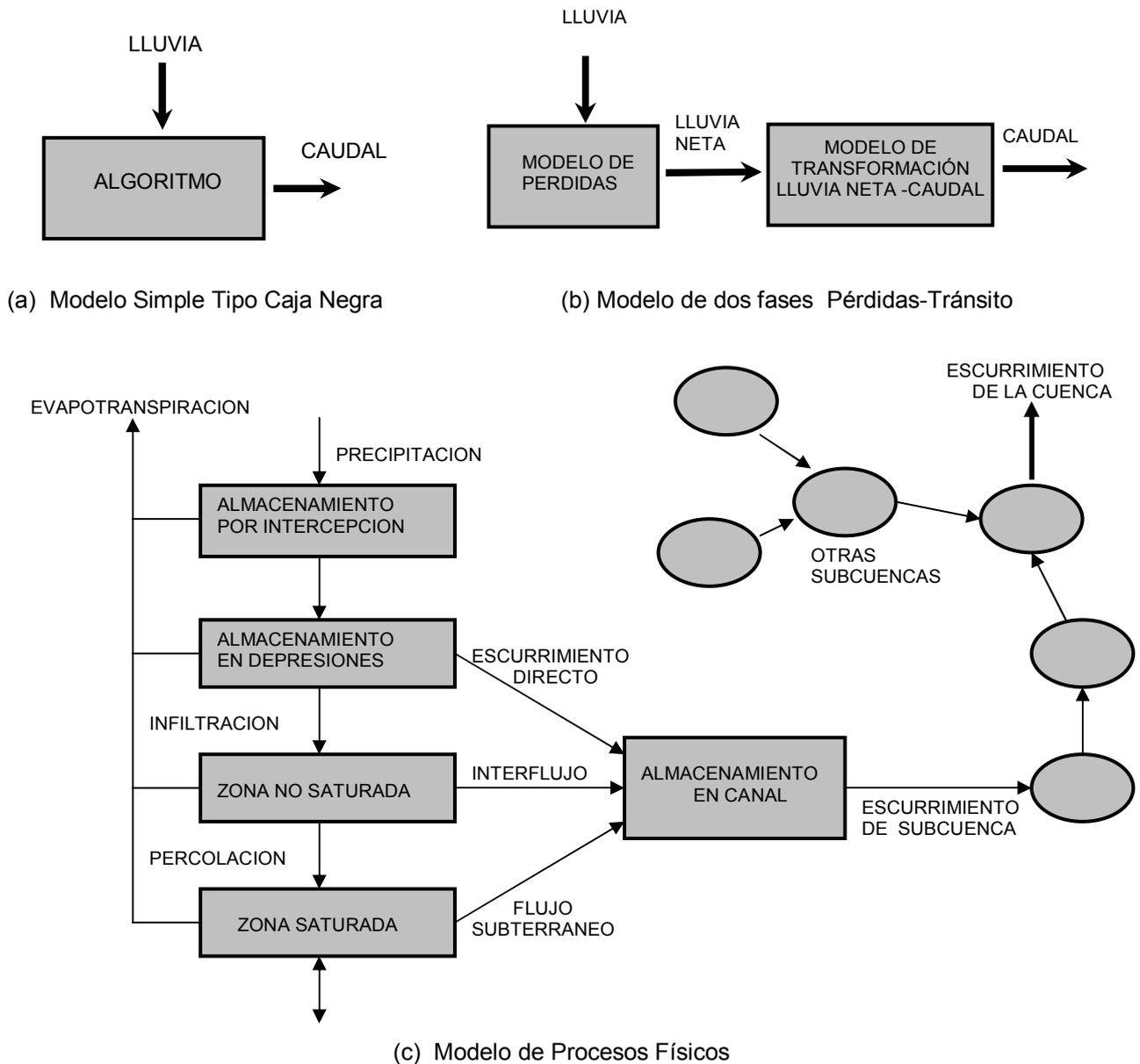


Figura 5.2. Modelos para describir la transformación Lluvia-Caudal

En este capítulo se presta mayor énfasis a dos abordajes que son de uso consagrado en Hidrología Urbana, el clásico Método Racional y diversas variantes basados en la teoría de Hidrograma Unitario (Figura 5.3). El método racional es aplicable en principio a cuencas con área de drenaje inferior a 1 km<sup>2</sup> en tanto que técnicas de hidrograma unitario son recomendables en cuencas de mayor superficie. En ambos métodos tanto la crecida de proyecto como el hidrograma respectivo son determinados a partir de una tormenta o lluvia de diseño o proyecto (ver Capítulo 3), de la cual son descontadas las diversas pérdidas de escurrimiento (ver Capítulo 4), y por hipótesis se considera la crecida con recurrencia similar a la tormenta.

Esta hipótesis, en principio criticable, porque no siempre las mismas tormentas generan las mismas crecidas, debido a que no son siempre las mismas las condiciones antecedentes de humedad de suelo y las modificaciones de las condiciones de escurrimiento de la cuenca (generalmente significativas en áreas urbanas) alteran las relaciones entre las lluvias y los caudales generados. En función de lo anterior, se acostumbra a asumir valores conservadores de humedad antecedente del suelo y elaborar previsiones sobre las condiciones futuras de escurrimiento.

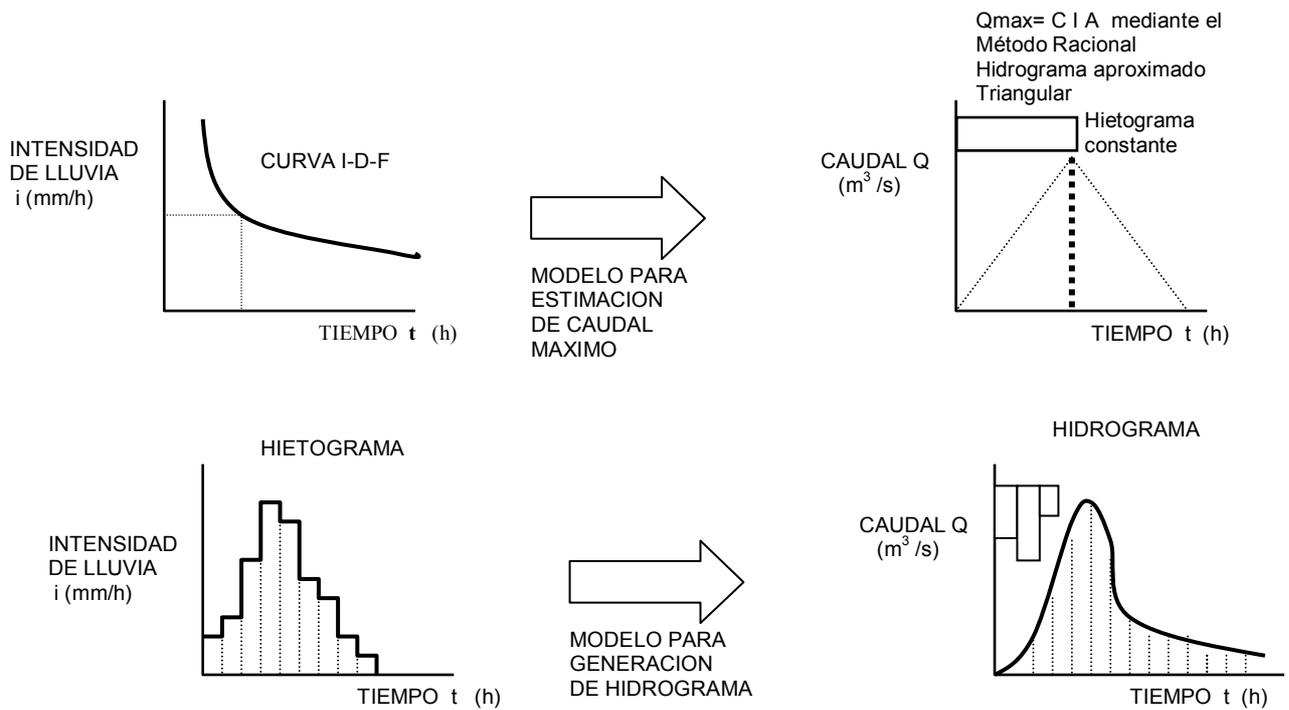


Figura 5.3. Modelos Lluvia-Caudal para generación de Caudal Máximo e Hidrogramas

### 5.1.2 Etapas de Diseño y Análisis de Sistemas de Drenaje

Las tareas a las que se enfrenta los especialistas en drenaje en general comprenden:

- (a) el uso de métodos o modelos para determinar caudales de diseño, hidrogramas, localización y dimensiones de los componentes del sistema y
- (b) el uso de modelos de mayor rigurosidad para analizar para cualquier tipo de evento el comportamiento del sistema una vez fijadas las características de los componentes del sistema.

Los métodos y modelos hidrológicos e hidráulicos utilizados para diseño son más simples que para el análisis del sistema.

En la Figura 5.4, puede verse un diagrama de las tareas en etapas de diseño y análisis.

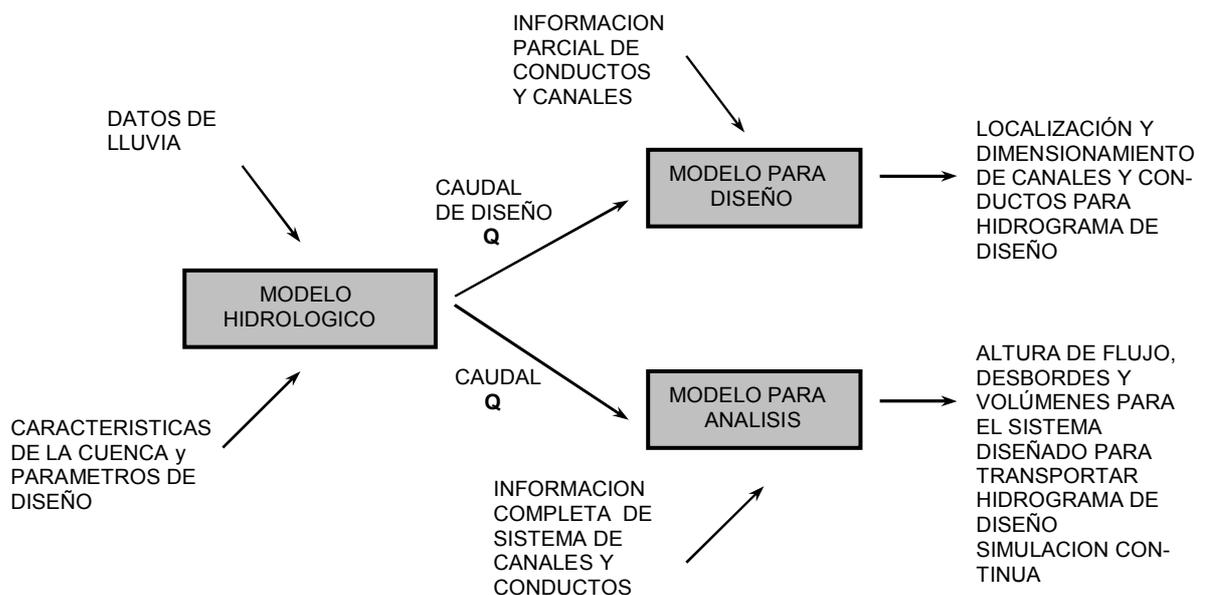


Figura 5.4. Etapas de Diseño y Análisis

## 5.2 HIDROGRAMA Y TIEMPOS CARACTERÍSTICOS DE RESPUESTA DE UNA CUENCA

### 5.2.1 Flujo Mantiforme y Encausado

En la mayoría de las cuencas, las urbanas incluídas, el escurrimiento es en una primera etapa no encausado, generalmente mantiforme para luego a medida que drena hacia la sección de control o salida de la cuenca y se junta con escurrimiento proveniente de otros puntos encausarse en curso definidos (ver Figura 5.5). En el caso de cuencas urbanas el escurrimiento mantiforme lo constituye el flujo en techos, patios, veredas, estacionamientos, sobre calles hasta cunetas, sobre pistas de aeropuertos, etc. Por otro lado el escurrimiento encausado se presenta una vez que los desagües mantiformes son captados y conducidos como por ejemplo por conductos pluviales domiciliarios, cordones cunetas, redes de conductos, canales y todos tipo de cursos de agua. El encausamiento se da por ejemplo en una planicie que drena hacia un zanjón, o en una calle cuando el agua caída sobre el pavimento fluye hacia la cuneta, pudiendo existir también obras de captación que hacen que el flujo que llegue hasta ellas (encausado o mantiforme) sea captado y conducido. Ejemplo de ellas pueden ser las rejillas de patio domiciliarias (de canaletas de techo a conductos), las bocas de tormenta (de cordones cunetas a conductos) las captaciones de zanjas (de zanjas de tierra a conductos).

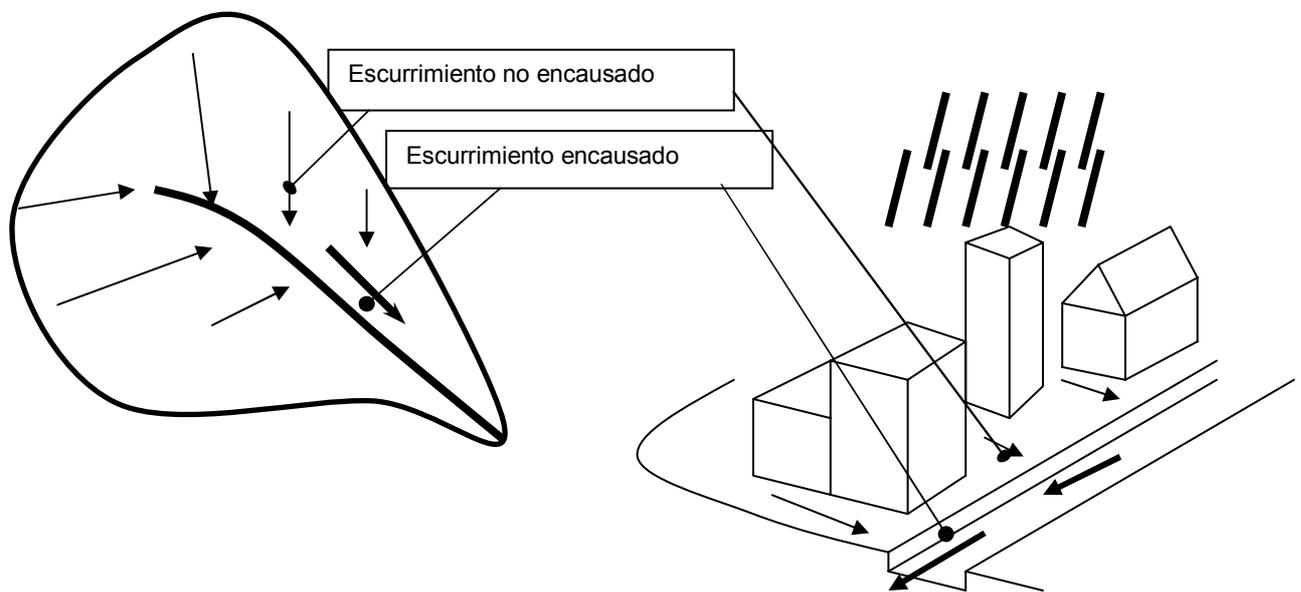


Figura 5.5. Flujo Encausado Mantiforme y Encausado

### 5.2.2 Hidrograma y Tiempos Característicos

Todo hidrograma, que representa la variación temporal del caudal en un punto dado de la cuenca, está conformado por dos ramas claramente diferenciadas. Una primer rama es la rama ascendente o curva de concentración de caudales, donde el caudal evoluciona desde su valor base (generalmente cero o despreciable en cuencas urbanas) hasta su valor máximo o caudal máximo (también denominado caudal punta, caudal pico, etc). El inicio de esta rama puede definirse coincidente al comienzo de la lluvia neta o lluvia que escurre (deducidas las pérdidas por interceptación y almacenamiento superficial inicial). Puede demostrarse que esta rama está fuertemente influenciada por la intensidad de la lluvia que la produce.

El caudal base está relacionado al aporte de napas subterráneas por lo que en diseño de redes de saneamiento pluvial, excepto que también se diseñe como red de abatimiento de napa, puede considerarse nulo para elementos en que no pueda producirse la exfiltración (conductos de PVC, hormigón, canales revestidos, etc.).

Una vez que el caudal ha llegado a su valor máximo comienza a descender (para ese instante ya ha cesado la lluvia) hasta llegar un punto en que cesa el escurrimiento superficial o directo. Esta rama del hidrograma constituye la rama descendente o de recesión y esta asociado a características propias de la cuenca.

Concluido el escurrimiento superficial continúa el descenso de caudales influenciado mayormente por características vinculadas al escurrimiento subsuperficial y subterráneo de la cuenca.

En la Figura 5.6 se muestra un hidrograma generado por una determinado lluvia total P, de la cual escurre una cierta porción P<sub>N</sub>. En la parte (a) se presenta un hietograma-hidrograma observado y en la parte (b) la porción del hietograma e hidrograma que constituye el escurrimiento directo.

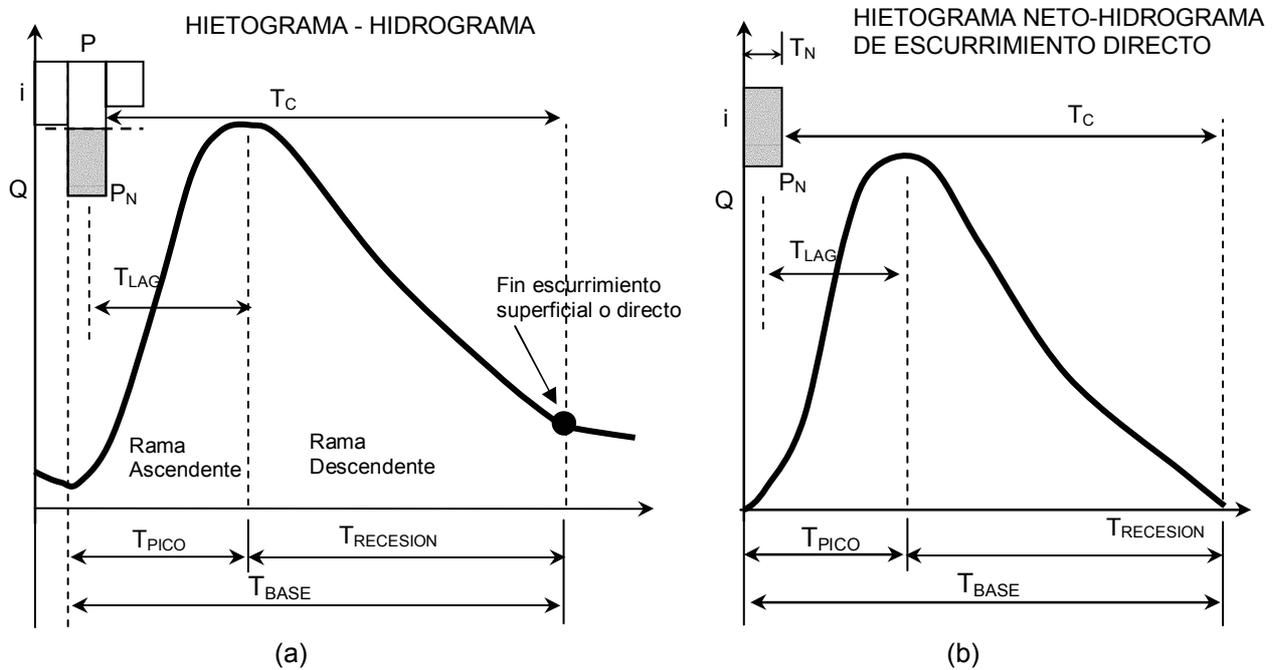


Figura 5.6. Descripción de Hietograma-Hidrograma genérico. (a) Hietograma-Hidrograma ; (b) Hietograma Neto-Hidrograma de Escurrimiento Superficial o Directo

El tiempo de atraso, retardo o Lag ( $T_{LAG}$ ) es el tiempo entre el centro de gravedad de la lluvia neta y el pico del hidrograma.

El tiempo de ascensión ( $T_{PICO}$ ) comprende el intervalo de tiempo desde inicio de hidrograma directo (inicio lluvia neta) hasta la presentación del caudal máximo.

El tiempo neto ( $T_N$ ) es el tiempo en que dura la lluvia neta o que escurre.

Los 3 tiempos característicos enunciados anteriormente pueden vincularse mediante :

$$T_{PICO} = T_{LAG} + 0.5 T_N \quad (5.1)$$

### Tiempo de Concentración

Uno de los parámetros más importantes en lo que concierne a la respuesta de la cuenca en términos temporales es el tiempo de concentración  $T_C$  que mide el tiempo que tarda en llegar a la sección de control (o salida) de la cuenca en estudio una gota de agua desde el punto hidrológicamente más alejado. Debe hacerse notar que en cierta bibliografía el tiempo de concentración es definido como el tiempo de viaje de la onda de crecida desde el punto hidrológicamente más alejado.

Hidrológicamente más alejado se refiere a la combinación de distancia a recorrer, modo de escurrimiento (mantiforme, difuso, encausado) y resistencia al escurrimiento (rugosidad de la superficie por donde escurre el flujo). No necesariamente el flujo que drena desde el punto más alejado en términos de distancia es el que llega en último término. En el par hietograma-hidrograma genérico el tiempo de concentración se representa por el tiempo entre que cesa la lluvia neta y el fin del hidrograma superficial o directo.

El tiempo de concentración puede entenderse como aquel tiempo para lo cual está aportando escurrimiento simultáneamente toda la cuenca a la sección de control.

Adicionando al  $T_C$  el tiempo de lluvia neta  $T_N$  se define el tiempo de base del hidrograma  $T_B$ :

$$T_B = T_C + T_N \quad (5.2)$$

El  $T_B$  representa el tiempo total en el que se produce escurrimiento superficial o directo.

### 5.3 ESTIMACION DEL TIEMPO DE CONCENTRACION

El tiempo de concentración en cuencas urbanas puede ser considerado como la suma los tiempo de viaje del flujo mantiforme: techos, patios, jardines, calles, predios de estacionamiento y los tiempos de viaje en cordones-cuneta, cunetas, redes de conductos, canales de drenaje, pequeños cursos y otras vías de drenaje. Los factores que influyen sobre el tiempo de concentración están asociados a características morfológicas e hidráulicas de la cuenca y la intensidad de la lluvia.

Puede afirmarse que el  $T_C$  en flujo mantiforme depende de la distancia máxima recorrida por el flujo, de la pendiente superficial, de la rugosidad superficial de la vía de desagüe, de la intensidad de la lluvia y la de la infiltración.

En flujo encausado además de los factores enunciados para flujo mantiforme, depende de las características geométricas de la sección de conducción (área mojada, radio hidráulico, rugosidad, etc.).

La estimación del tiempo de concentración puede realizarse mediante datos observados lluvia-caudal o mediante formulaciones empíricas. La primer alternativa es más rigurosa pero prácticamente inaplicable en cuencas urbanas puesto que el escenario hidráulico final no está disponible al comienzo del proyecto. Por otro lado la disponibilidad de datos lluvia-caudal en cuencas urbanas es prácticamente nula, excepto en grandes ciudades (algunas cuencas urbanas de Buenos Aires, Rosario, Córdoba, etc.).

#### 5.3.1 Estimación en base a datos de eventos lluvia-caudal

En este caso podemos encontrarnos con dos alternativas: cursos permanentes, con aporte de flujo subterráneo para conformar el caudal de base y cursos de agua intermitentes los cuales funcionan solamente cuando se presenta una tormenta, siendo en este caso el caudal base nulo.

##### 5.3.1.1 Cursos de agua con aportes subterráneos u otro aporte de caudal base

En este caso debe efectuarse primeramente debe efectuarse la separación del hidrograma de escurrimiento superficial o directo (ver técnicas en Chow et al, 1994 u Orsolini, 2000). Una vez establecido y cuantificado volumetricamente el escurrimiento superficial debe efectuarse la separación de la lluvia neta desde el hietograma de lluvia total observado (mediante técnicas de Horton, Green y Ampt , método del CN, u otra metodología). Por condición de continuidad la lluvia neta multiplicada por el área de la cuenca debe ser estrictamente igual al área encerrada por el hidrograma de escurrimiento directo.

El tiempo de concentración puede estimarse a partir del fin de la lluvia neta hasta el fin del escurrimiento directo (Figura 5.7). Esta metodología debe repetirse para varias observaciones con lo que podrá inferirse un tiempo de concentración medio. Debe tenerse presente que la determinación de los tiempos de concentración mediante datos observacionales no implican condiciones críticas (consideradas en diseño) de humedad antecedente (la ocurrencia de lluvia es aleatoria), por lo cual en los casos en que el tiempo de concentración manifieste dependencia no despreciable de las características hidrológicas precedentes de la cuenca debe tenerse especial cuidado en la selección de los eventos a considerar en la definición del  $T_C$ .

Es esperable que una cuenca húmeda manifieste un comportamiento más rápido que en una condición de humedad antecedente media. Esta característica está fuertemente gobernada por las superficies permeables de la cuenca, con lo cual en cuencas altamente impermeabilizadas puede considerarse despreciable la influencia de la humedad antecedente en la determinación del  $T_C$ .

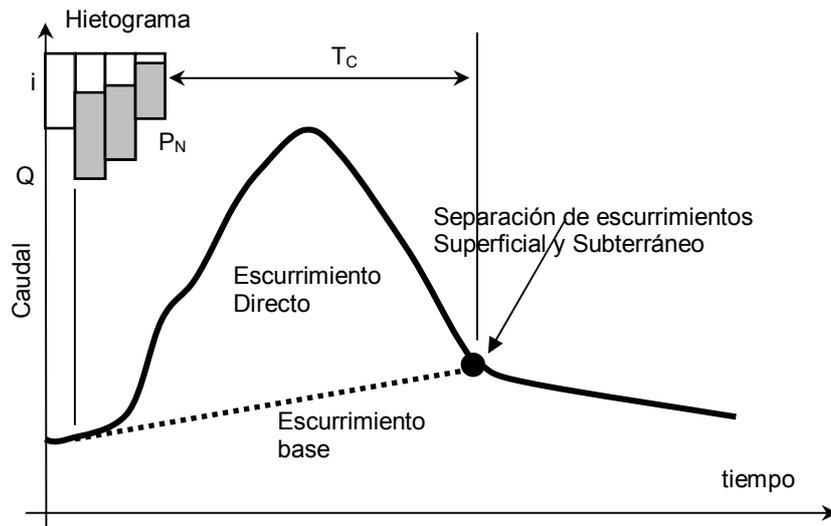


Figura 5.7. Tiempo de Concentración en Cursos de Agua con escurrimiento base

### 5.3.1.2 Cursos de agua Intermitentes

La metodología es similar al caso anterior excepto que no existe el caudal base, el tiempo de concentración será el comprendido entre el punto temporal de inicio de escurrimiento superficial hasta su cesación.

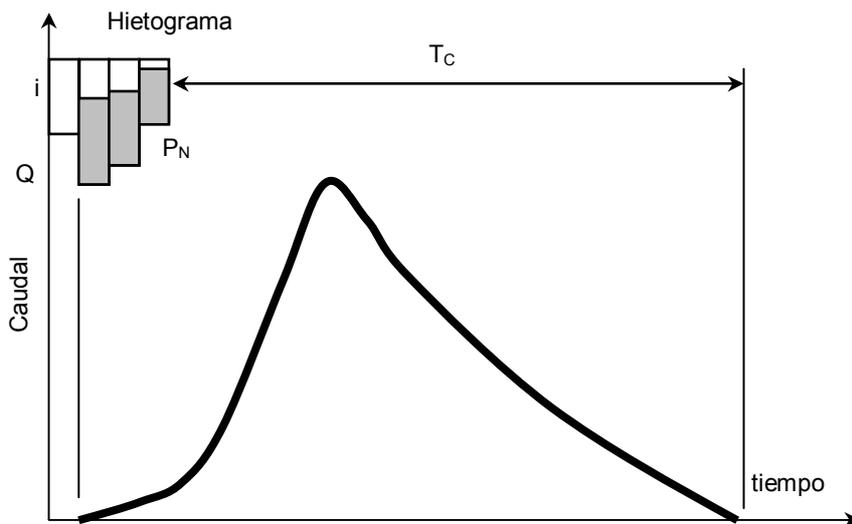


Figura 5.8. Tiempo de Concentración en Cursos de Agua Intermitentes

### 5.3.2 Estimación en base a formulaciones

Existe una numerosa cantidad de formulaciones algunas analíticas y la gran mayoría empíricas para la determinación del tiempo de concentración. En general la metodología de cálculo recomendable es descomponer el tiempo de concentración en tiempo de flujo mantiforme y tiempo de flujo encausado:

$$T_c \text{ (o } t_c) = \text{ tiempo de escurrimiento mantiforme (no encausado) (A) + tiempo flujo canalizado (encausado) (B)}$$

En todos los casos es necesario evaluar la importancia relativa de cada escurrimiento. En *cuencas grandes* (A) es despreciable, solo evaluar  $T_c$  de (B).

En cualquier método para estimar el tiempo de concentración, las incertidumbres relacionadas al camino de flujo mantiforme, rugosidad, pendiente y variación espacial y temporal de la lluvia pueden hacer sucumbir cualquier hipótesis asumida desde la física del escurrimiento.

Dada la cantidad de fórmulas, la metodología más conveniente es *utilizar criteriosamente varias y comparar*.

(i) KIRPICH: desarrollada sobre cuencas rurales con  $3\% < S < 10\%$  y  $A < 0,50 \text{ km}^2$ . Adecuada para flujo encausado. No debe utilizarse en  $L > 10 \text{ km}$

$$T_c = 3.989 L^{0,77} S^{-0,385} \quad (5.3)$$

donde  $T_c$ : (min); L: longitud del curso en (km); S: pendiente media longitudinal del curso en (m/m)

(ii) CALIFORNIA CULVERTS PRACTICE: variante de la anterior

$$T_c = 57 L^{1,155} H^{-0,385} \quad (5.4)$$

donde  $T_c$ : (min); L(km); H(m): diferencia de cotas entre extremos.

(iii) FEDERAL AVIATION AGENCY: desarrollada para aeropuertos, es aplicable cuando el flujo mantiforme prevalece:

$$T_c = 22.73 (1.10 - C) L^{0,50} S^{-0,33} \quad (5.5)$$

donde  $T_c$  (min); L: (km); S (m/m); C coeficiente del Método Racional ( $0 < C < 1$ )

(iv) UDFCD, Denver, CO: (variante anterior) es aplicable a cuencas pequeñas no urbanizadas para establecer el tiempo inicial de flujo mantiforme :

$$T_c = 0.70 (1.10 - C_{R=5\text{años}}) L^{0,50} S^{-0,33} \quad (5.6)$$

$T_c$  (min); L (m)  $\leq 500 \text{ m}$ ; S (m/m); C Coeficiente Método Racional para R = 5 años

(v) Mc CUEN, WONG Y RAWLS: desarrollada por regresión en base a datos de diferentes cuencas urbanas. Es adecuada para flujo mantiforme preponderante.

$$T_c = 0.01462 L^{0,5552} i_2^{-0,7164} S^{-0,2070} \quad (5.7)$$

$T_c$  (hs); L (pies) longitud total de todos los caminos del agua;  $i_2$  (pulgada/hora) es la intensidad de lluvia para R=2 años; S (pies/milla)

Nota: 1 pulgada = 25.4 mm; 1 pie = 0.3048m; 1 milla = 1609 m

(vi) METODO CINEMATICO : se basa en el cálculo de las velocidades medias del flujo por tramos

$$T_c = 16.67 \sum L / V \quad (5.8)$$

$T_c$  (min); V: velocidad media en el tramo en (m/s); L (km).

Los valores orientativos de velocidad a aplicarse en ec. (5.8) pueden extraerse de la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Valores Orientativos de Velocidad para estimación Tiempo de Concentración.  
Fuente: Adaptación de Chow et al. (1994).

Tipo de escurrimiento	Pendiente en %					
	0 – 0.5	0.5-1	1-3	3-7	7-11	11-
<b>Flujo No Concentrado</b>						
Monte intermedio	0 a 0.15	0.15 a 0.20	0.20 a 0.30	0.30 a 0.50	0.50 a 0.60	>1.00
Pastizales	0 a 0.25	0.25 a 0.40	0.40 a 0.65	0.65 a 1.00	1.00 a 1.30	>1.30
Cultivos con surcos	0 a 0.30	0.30 a 0.45	0.45 a 0.75	0.75 a 1.20	1.20 a 1.50	>1.50
Pavimentos	0 a 1.00	1.00 a 1.50	1.50 a 2.60	2.60 a 4.00	4.00 a 5.20	>5.20
<b>Flujo Concentrado</b>						
Canales mal definidos	0 a 0.25	0.25 a 0.40	0.40 a 0.60	0.60 a 1.20	1.20 a 2.10	>2.10
Canales bien definidos (usar ecuación de Manning)						

Notas de Tabla 5.1 :

- La condición de Flujo No Concentrado ocurre en los sectores superiores de la cuenca antes que el flujo superficial comience a encausarse en una curso definido.
- Cuando sea posible, deben realizarse determinaciones más precisas para condiciones particulares mediante cualquier formulación para velocidad en canales (Manning, Chezy, etc.)

La velocidad en canales bien definidos es posible calcularla mediante la formulación de Manning :

$$V = 1/n R^{2/3} S^{1/2} \tag{5.9}$$

donde V (m/s); n es el coeficiente de Manning; R radio hidráulico (m);

Valores del coeficiente de Manning n

- Hormigón Alisado: 0.012 a 0.015
  - Asfalto: 0.013 a 0.016
  - Empedrado Rugoso: ~ 0.040
  - Cursos naturales: 0.030 a 0.040
  - Canales mal definidos: 0.060 a 0.080
  - Superficies naturales con vegetación: 0.080 a 0.150
- (para mayor detalle respecto a coeficientes de Manning consultar por ej. en Chow, 1982)

(vii) ONDA CINEMATICA: fórmula conceptual del tiempo de concentración basada en el concepto de Onda Cinemática:

$$T_c = \frac{441 (L n)^{0.60}}{S^{0.30} i^{0.40}} \tag{5.10}$$

Tc = f (1/i<sup>0.40</sup>) (min) contempla la no linealidad en el escurrimiento; L (km): longitud del curso principal; n rugosidad de Manning para flujo mantiforme; S (m/m) pendiente i: (mm/h) intensidad de la precipitación.

Dado que el Tc resulta función de la intensidad, se resuelve con un proceso iterativo:

1. Con algunas de las fórmulas empíricas se calcula un tiempo Tc
2. De las curvas I-D-R determinar la intensidad para el D = Tc
3. Con el valor de i calcular un nuevo Tc
4. Repetir pasos 2 y 3 hasta lograr una convergencia satisfactoria

(viii) Fórmula LAG – SCS: fórmula desarrollada para cuencas rurales con áreas de drenaje de hasta 8 km<sup>2</sup> con escurrimiento predominantemente mantiforme. Para su utilización en cuencas urbanas debe adaptarse el valor de CN. Esta fórmula sobreestima el valor de Tc respecto a Kirpich y Dooge.

$$T_c = 3.42 L^{0.8} [(1000/CN) - 9]^{0.70} S^{-0.5} \tag{5.11}$$

con  $T_c$  (min),  $L$  (km),  $CN$  (adim) y  $S$  (m/m).

ix) **Dooge**: fórmula determinada con datos de cuencas rurales en Irlanda, con áreas de 140 a 930 km<sup>2</sup>. Refleja el comportamiento de cuencas medias y escurrimiento predominante en canales.

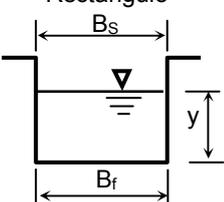
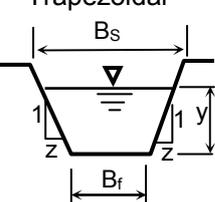
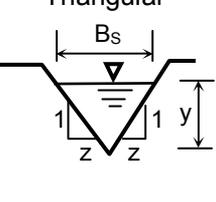
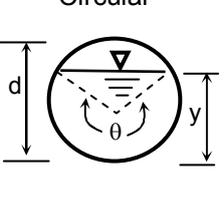
$$T_c = 21.188 A^{0.41} S^{-0.17} \tag{5.12}$$

con  $T_c$  (min),  $A$  (km<sup>2</sup>) área de la cuenca y  $S$  (m/m)

### 5.3.2.1 Funciones Geométricas de distintas Secciones Transversales de Canales

A continuación se sintetizan una serie de funciones geométricas para distintas secciones transversales simples que pueden tener los canales o conductos. Estas funciones serán de utilidad de aquí en adelante para el cálculo de la capacidad hidráulica de los componentes de sistemas de drenaje pluvial urbano.

Tabla 5.2. Funciones Geométricas de Secciones Transversales Simples

Tipo de Sección	Rectángulo	Trapezoidal	Triangular	Circular
				
Área A	$B_f y$	$(B_f + zy)y$	$zy^2$	$\frac{1}{8}(\theta - \text{sen}\theta)d^2$
Perímetro Mojado P	$B_f + 2y$	$B_f + 2y\sqrt{1+z^2}$	$2y\sqrt{1+z^2}$	$\frac{1}{2}\theta d$
Radio Hidráulico R <sub>H</sub>	$(B_f y) / (B_f + 2y)$	$\frac{(B_f + zy)y}{B_f + 2y\sqrt{1+z^2}}$	$\frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta}\right)d$
Ancho Superficial B <sub>s</sub>	$B_f$	$B_f + 2zy$	$2zy$	$\left[\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]d$

#### Ejercicio 5.1

*Tiempo de concentración en cuenca no urbanizada*

Una cuenca no urbanizada de 0,4 km<sup>2</sup> está mayormente constituida por un suelo arcilloso. La longitud de la cuenca es de 750 m con una pendiente media del 0,5%. La longitud de flujo mantiforme (antes de encausarse) es de 120 m con una pendiente de 0.8%.

Considerar un  $C_{5\text{años}}=0.10$

Solución:

*Flujo Mantiforme:*  $T_{c_{ne}} = 0.70 (1.1 - 0.1) 120^{0.5} 0.008^{-0.33} = \underline{38 \text{ min}}$

*Flujo encausado: Velocidad de escurrimiento.* Se considera una velocidad de 0.10 m/s (canal mal definido con  $S=0,5\%$ )

$T_{c_e} = 630 \text{ m} / 0.10 \text{ m/s} = 6300 \text{ s} = \underline{105 \text{ min}} \rightarrow T_c = 38 \text{ min} + 105 \text{ min} = \underline{143 \text{ min}}$

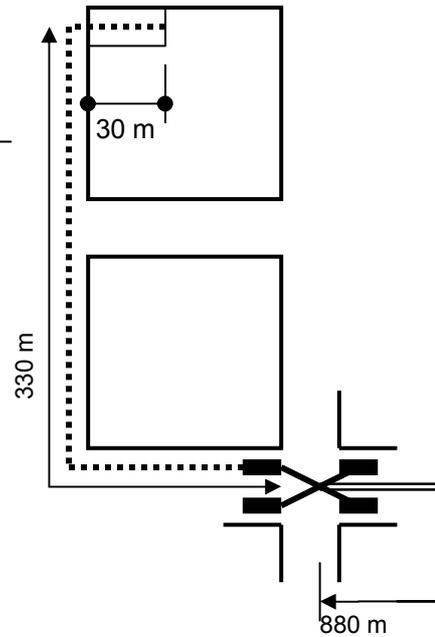
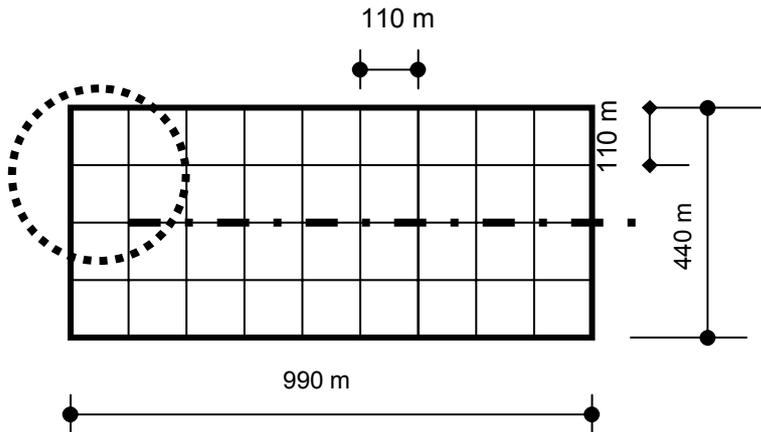
**Ejercicio 5.2**

*Tiempo de concentración en cuenca urbanizada*

Una cuenca urbanizada con uso residencial tiene una superficie de 0.4356 km<sup>2</sup>. El máximo recorrido del agua es 1240 m. El máximo recorrido de flujo mantiforme que dreña desde un lote tiene una longitud de 30 m y una pendiente promedio del 1%. Este flujo es mayormente sobre césped hasta la cuneta. Una vez recorrido como máximo 330 m. por cordón cuneta el escurrimiento pluvial ingresa a conductos mediante bocas de tormenta. Tanto los cordones cuneta como los conductos tiene una pendiente longitudinal de 0.3%. Considerar un C<sub>5años</sub> para el primer tramo de 0.35 correspondiente a flujo escurriendo sobre césped corto (entradas vehiculares). Suponer que el conducto subterráneo tiene un diámetro de 0.60 m.

Solución:

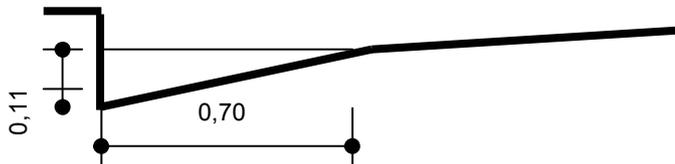
1er. tramo: Escurrimiento mantiforme por el lote



$$T_{mantiforme} = 0.70 \times (1.1 - 0.35) \times 30^{0.5} \times 0.01^{-0.33} = 13 \text{ min}$$

2do tramo: Encausado por cordón cuneta:

Velocidad en cuneta : (se considera 3/4 de la capacidad máxima )

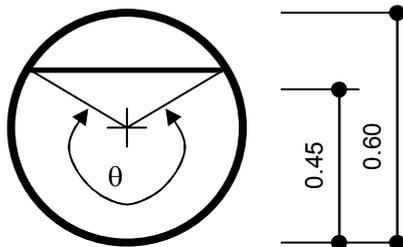


$$V = 0.75 / \eta \ S^{1/2} \ y^{2/3} = 0.75 / 0.015 \times 0.003^{1/2} \times 0.11^{2/3} = 0.63 \text{ m/s}$$

$$T_{cuneta} = 330 \text{ m} / 0.63 \text{ m/s} = 524 \text{ s} = 9 \text{ min}$$

3er. Tramo: Encausado por conducto (se considera conducto parcialmente lleno a 3/4 de su máxima capacidad)

Si el tirante es 0.45 m  $\theta = 2 \cos^{-1} [1 - 2y/d] = 4.1888$



Elementos geométricos sección circular:  
 Área = 1/8 (θ - sen θ) d<sup>2</sup>  
 Perim. mojado = 1/2 θ d  
 Ancho superior = (sen θ/2) d  
 con θ en radianes

$$A = 1/8 \times (4.1888 - \text{sen } 4.1888) \times 0.60^2 = 0.227 \text{ m}^2$$

$$P_m = 0.5 \times 4.1888 \times 0.60 \text{ m} = 1.257 \text{ m}$$

$$R_h = 0.227 / 1.257 = 0.18 \text{ m}$$

$$V = 1/0.015 \times 0.003^{1/2} \times 0.18^{2/3} = 1.16 \text{ m/s}$$

$$T_{\text{conducto}} = 880 \text{ m} / 1.16 \text{ m/s} = 759 \text{ s} = \underline{13 \text{ min}}$$

$$T_c = 13 + 9 + 13 \text{ min} = \underline{35 \text{ min}}$$

### Ejercicio 5.3

En una superficie plana de longitud 1.2 km, con rugosidad  $n = 0.030$ , pendiente media 2 por mil, determinar el tiempo de concentración utilizando la fórmula de onda cinemática y considerando una relación intensidad-duración  $i \text{ (mm/h)} = 1900 / (14.35 + D \text{ (min)})^{0.844}$ .

#### Solución:

En una primera aproximación se puede calcular un  $T_c$  tentativo con la fórmula de UDFCD-Denver

$$T_c^* = 0.70 (1.10 - C_{R=5\text{años}}) L^{0.50} S^{-0.33} \text{ considerando } C = 0.50:$$

$$T_c^* = 0.70 \times (1.10 - 0.60) 1200^{0.5} 0.002^{-0.33} = 115 \text{ min}$$

1. Se iguala duración e lluvia  $D^* = T_c^* \rightarrow D^* = 115 \text{ min} \rightarrow$  se calcula intensidad  $i^* = 31.3 \text{ mm/h}$
2. Se calcula  $T_c^{**}$  mediante ec. (5.10)  $\rightarrow T_c^{**} = 99 \text{ min}$
3.  $D^{**} = T_c^{**} \rightarrow D^{**} = 99 \text{ min} \rightarrow i^{**} = 35 \text{ mm/h}$
4. Cálculo  $T_c^{***}$  mediante ec. (5.10)  $\rightarrow T_c^{***} = 95 \text{ min}$
5.  $D^{***} = T_c^{***} \rightarrow D^{***} = 95 \text{ min} \rightarrow i^{***} = 36.1 \text{ mm/h}$
6. Cálculo  $T_c^{****}$  mediante ec. (5.10)  $\rightarrow T_c^{****} = 94 \text{ min}$
7. Se adopta  $T_c = 94 \text{ min}$

### Importante

El tiempo de concentración suele acotarse a un valor mínimo de 5 a 20 minutos según el complejo hidrológico y las características climáticas de la cuenca en estudio (ASCE-WEF, 1992).

Para un análisis más riguroso en la determinación del tiempo de viaje puede emplearse el concepto de velocidad de onda o celeridad

$$C = v \pm (g A/B)^{1/2}$$

donde  $v$  (m/s) es la velocidad de flujo,  $A$  ( $\text{m}^2$ ) es el área transversal mojada y  $B$  (m) el ancho de boca de la sección mojada.

## 5.4 EL MÉTODO RACIONAL

En los años 1840, en Irlanda Mulvaney inventaba un dispositivo para medir intensidades de precipitaciones y presentaba a la comunidad hidráulica los primeros avances del todavía vigente Método Racional. A pesar de las válidas críticas al método, se sigue utilizando para el diseño de redes de conductos debido a su simplicidad. Es común como metodología de diseño una vez que se ha seleccionado la distribución y dimensionamiento de los conductos por el método racional, verificar la bondad del sistema mediante algoritmos de tránsito hidrodinámico.

El concepto general del método racional está fundado en que si una lluvia con intensidad  $i$  comienza en forma instantánea y continúa en forma indefinida, la tasa de escorrentía continuará creciendo hasta que se llegue al tiempo de concentración de la cuenca  $T_c$ , en el cual toda la cuenca estará contribuyendo flujo en la sección de control o salida de la cuenca. El producto entre el área  $A$  de la cuenca y la intensidad  $i$  de la lluvia es el caudal de entrada a la cuenca ( $iA$ ), y la relación entre este caudal de entrada y el caudal máximo  $Q$  (que ocurre para un tiempo  $T_c$ ) se conoce como *coeficiente de escorrentía o escurrimiento*  $C$  ( $0 \leq C \leq 1$ ).

La ecuación del caudal máximo es:

$$Q = \frac{1}{3.6} C i A \quad (5.13a)$$

con  $Q$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $A$  ( $\text{km}^2$ ) área de la cuenca de aporte;  $i$  (mm/h) intensidad de la lluvia para la duración considerada y  $C$  (adimensional) coeficiente de escurrimiento.

O también:

$$Q = \frac{1}{360} C i A \quad (5.13b)$$

con  $Q(\text{m}^3/\text{s})$ ;  $A$  (Ha);  $i$  (mm/h) y  $C$  (adimensional).

El método racional está basado en las siguientes premisas :

1. El caudal máximo en cualquier punto de diseño es directamente proporcional a la intensidad promedio resultante de una lluvia de duración igual al tiempo de concentración del flujo en el punto considerado.
2. El caudal máximo en un punto de cierre de un área simple ocurre cuando la duración de lluvia alcanza el tiempo de concentración y la intensidad de lluvia es considerada constante a lo largo de toda la duración de la lluvia.
3. El valor de caudal máximo en un punto de cierre de un área compuesta puede resultar de considerar:
  - el área de aporte de toda la cuenca incluyendo superficies permeables + impermeables (asociado al correspondiente  $T_{C_{\text{cuenca}}}$ ) o
  - alguna subcuenca (comprendida dentro de la cuenca) con superficie impermeable directamente conectada (asociada a  $T_{C_{\text{impermeable}}}$ ).
  - Lluvias con duraciones comprendidas entre los tiempos de concentración de las subcuencas
4. El período de retorno o recurrencia del caudal máximo es el mismo que el período de retorno de la intensidad de lluvia promedio (asociada a  $D = T_c$ )
5. El tiempo de concentración en un determinado punto de diseño es el tiempo de viaje del flujo desde el punto más alejado comprendido en la cuenca de aporte al punto de diseño. Esta premisa se aplica a punto más alejado en tiempo, lo que implica que no necesariamente significa más alejado en distancia.
6. La lluvia presenta uniformidad espacial y temporal.
7. Las condiciones de permeabilidad de la cuenca se mantienen constantes durante la lluvia .

#### 5.4.1 Ventajas, Limitaciones y Aplicabilidad

**Ventajas:** el método racional es ampliamente utilizado para el diseño de sistemas de drenaje pluviales en Estados Unidos y otros países (Chow et al., 1994) debido a su simplicidad y al hecho de que permite la determinación de las dimensiones de las redes en la medida que el cálculo avanza hacia aguas abajo.

**Limitaciones:** la experiencia de uso del método racional ha mostrado que cuando se lo usa correctamente puede proporcionar estimaciones satisfactorias de los caudales máximos en pequeñas cuencas donde los efectos de almacenamiento son despreciables.

ASCE-WEF (1992) y UDFCD (1984) desaconsejan el uso del método racional para cuencas con superficies superiores a  $0.8 \text{ km}^2$  . No obstante la limitación no tiene que ver directamente con la extensión superficial sino con la presencia de encharcamientos y almacenamientos en la cuenca que pueden afectar al caudal máximo, o donde el diseño y operación de grandes estructuras de drenaje deben ser reproducidas en el diseño, particularmente cuando estas involucran almacenamiento.

El uso del método racional puede ser posible en algunos casos donde los efectos de almacenamiento afectan el caudal máximo, mediante un criterioso ajuste del coeficiente de escurrimiento

Si bien el método racional determina un único valor se suele asociar a un hidrograma triangular.

No considera humedad antecedente.

Cuando la cuenca manifiesta un comportamiento complejo (con varias subcuencas) con almacenamientos no despreciables el método racional tiende a sobreestimar el caudal máximo.

El método racional no proporciona información acerca del tránsito hidrodinámico de crecidas a través de obras de drenaje. Otra de las razones por las cuales el método racional es limitado a pequeñas áreas es que las prácticas de buen diseño requieren el tránsito o ruteo de hidrogramas en grandes cuencas para lograr diseños económicos.

Otra desventaja del método racional ( y también de otros métodos) es que en el diseño se asume que el flujo escurre hacia el punto de diseño y que no hay ningún tipo de remanso o reflujos en la sección de salida que pueda modificar el caudal máximo o el hidrograma de diseño. No obstante este no es una falla del Método Racional en si mismo sino del procedimiento de diseño. Cuando se debe analizar sistemas subdimensionados (flujo a presión) o crecidas superiores a las de diseño donde interactúan el sistema menor (conductos) con el sistema mayor (calles, canales) pudiendo existir reflujos, remansos, trasvases de cuenca, etc., el método racional no es una herramienta adecuada.

**Aplicabilidad:** es aplicable a pequeñas cuencas urbanas y rurales.

Es ampliamente utilizado en el proyecto de sistemas de drenaje urbano (cordón-cuneta; sumideros; etc.)

**Características de una cuenca “pequeña” :**

- (i) la lluvia puede ser asumida uniforme en el espacio y en el tiempo
- (ii) la duración de las tormentas habitualmente excede el tiempo de concentración.
- (iii) el escurrimiento básicamente es mantiforme.
- (iv) el proceso de almacenamiento en canales es despreciable.

El diseño de sistema de desagües pluviales mediante el método racional puede considerarse como diseño preliminar cuya bondad puede verificarse mediante el tránsito de hidrogramas por un modelo de cálculo más complejo.

## 5.4.2 Parámetros y Factores del Método Racional

### 5.4.2.1 Área de Drenaje

Debe determinarse el tamaño y la forma de la cuenca o subcuenca en estudio. El área de drenaje se asume constante siempre y cuando no exista trasbasamiento. Debe tenerse especial atención para análisis de crecidas con recurrencia superior a proyecto puesto que los niveles superan cordones y el área se amplía:

*Área de aporte para lluvia máxima  $R = 100$  años  $\geq$  Área de aporte lluvia de proyecto  $2 \leq R \leq 10$  años*

El área puede determinarse a partir de mapas planialtimétricos , desde aerofotografía o imágenes satelitales de alta resolución. Deben determinarse el área de drenaje que contribuye al sistema que se está proyectando y las áreas de las subcuencas (si existen) de drenaje donde amerite el dimensionamiento de estructuras hidráulicas. El esquema de la divisoria de drenaje debe seguir las fronteras reales en lugar de las subdivisiones establecidas en los loteos (pueden darse la coincidencia entre límites de cuencas o subcuencas y límites catastrales).

### 5.4.2.2 Intensidad media máxima

La intensidad media máxima se obtiene de curvas I-D-R del sitio en estudio, y se selecciona en base la duración D de la lluvia de diseño y la recurrencia adoptada. La duración de la lluvia de diseño se considera igual al tiempo de concentración de la cuenca Tc.

Como ya fuera descripto, se supone que el caudal máximo de escurrimiento se produce en el tiempo de concentración Tc cuando toda la cuenca está aportando a la sección en estudio o proyecto. Puede utilizarse un procedimiento basado en tanteos para determinar el tiempo crítico de concentración cuando existen varias vías posibles del escurrimiento.

### 5.4.2.3 Coeficiente de Escurrimiento C

El coeficiente de escurrimiento C representa los efectos integrados de la infiltración, evaporación, retención, ruteo o tránsito de flujo e interceptación, procesos que actúan sobre la distribución temporal y valor máximos de los caudales de escurrimiento. Es el coeficiente que presenta la mayor incertidumbre. Su uso en la fórmula implica una relación fija entre el Qmax y la intensidad de lluvia que lo ori-

gina, lo cual en realidad no es una relación fija. El coeficiente de escurrimiento es el cociente entre el escurrimiento directo y el total precipitado (relación de volúmenes)

El valor teórico del coeficiente de escurrimiento está entre  $0 \leq C \leq 1$ , sin embargo desde un punto de vista práctico es  $0.05 \leq C \leq 0.98$ . En cuencas no uniforme en lo que concierne a cobertura, uso y ocupación del suelo es práctica común ponderar el valor de  $C$  en función de las áreas. Una selección apropiada del coeficiente de escurrimiento requiere del conocimiento y la experiencia de parte del hidrólogo.

La proporción de lluvia total que alcanzará los sistemas de drenaje dependerá del porcentaje de permeabilidad, de la pendiente y de las características de encharcamiento de la superficie. Superficies impermeables, tales como los pavimentos de asfalto, de hormigón o los techos de viviendas y edificios, producirán un escurrimiento cercano al 100%, después de que la superficie haya sido completamente mojada, independientemente de la pendiente.

Toda la información obtenida en tareas de campaña, fotografías aéreas y satelital son de suma utilidad en la estimación de la naturaleza de la superficie dentro del área de drenaje. Además, los sistemas de información geográfica en la actualidad contribuyen de manera importante en la definición de los tipos de superficies y su delimitación.

El coeficiente de escurrimiento también depende de las características y las condiciones del suelo. La tasa de infiltración disminuye a medida que la lluvia continúa y también es influida por las condiciones de humedad antecedente en el suelo.

Otros factores que influyen en el coeficiente de escurrimiento son la intensidad de la lluvia, la proximidad del nivel freático, el grado de compactación del suelo, la porosidad del subsuelo, la vegetación, la pendiente del suelo y el almacenamiento en depresiones. Debe hacerse una criteriosa elección del coeficiente para representar los efectos integrados de todos los factores.

En las Tablas 5.3a, 5.3b y 5.3c se presentan diversos valores del coeficiente de escurrimiento hallados en bibliografía. Los valores de  $C$  se presentan en función de las características del suelo, la recurrencia de diseño, la pendiente y porcentaje de zona impermeable.

En la Figura 5.10 se presentan valores de coeficientes de escurrimiento en función de las características de la superficie y de la intensidad de la lluvia.

La definición más apropiada del coeficiente de escurrimiento debe realizarse con aquella tabulación o figura cuyas características coincidan de la mejor manera con la superficie de la cuenca estudio.

#### 5.4.2.4 Análisis Teórico del Coeficiente de Escurrimiento $C$

El método racional implícitamente considera la existencia de dos procesos: el traslado (concentración) y la difusión (almacenamiento) (Bertoni et al., 1995). En cuencas muy abruptas el mecanismo predominante es el traslado, en tanto que en cuencas naturales coexisten los dos mecanismos y la difusión es el mecanismo predominante en cuencas sumamente planas. Es demostrable que el coeficiente de escurrimiento engloba implícitamente procesos de pérdidas + difusión.

En el caso de un proceso de traslado predominante (Figura 5.9a) la diferencia entre  $C$  y 1 representa la pérdida de escurrimiento que sufre el hietograma considerado constante en su duración, de este modo  $i_e$  puede ser considerada como la intensidad de la porción de lluvia que produce escurrimiento. En este caso la relación entre la intensidad  $i$  de la lluvia total y la intensidad de la lluvia que escurre  $i_e$  esta relacionada con el coeficiente de escurrimiento  $C$  mediante:

$$i_e / i = C \quad (5.14)$$

En este caso el volumen de escurrimiento es:

$$V_N = i_e t_N A = C I A t_N \quad (5.15)$$

Por lo que cualquiera sea la forma asumida del hidrograma, el volumen debe ser igual a ec. (5.15). En el caso de asumir un hidrograma triangular (lineal en ramas ascendente y descendente) el tiempo de base resulta igual dos veces el  $t_N$  con lo cual el volumen es:

$$V_N = Q_P t_N \tag{5.16}$$

En el caso de coexistir procesos de traslado y difusión (Figura 5.9b) el coeficiente de escurrimiento representará el efecto de ambos procesos sobre el caudal máximo  $C = C_{pérdidas} C_{difusión}$ . Aquí el método si bien puede ajustar de manera adecuada al caudal máximo nada informa sobre la ubicación del pico del hidrograma y de la forma. Es claro que en estos casos la hipótesis de hidrograma triangular es inapropiada por lo que desaconsejable su utilización a menos que no exista una real demanda de la conformación del hidrograma en el problema en cuestión.

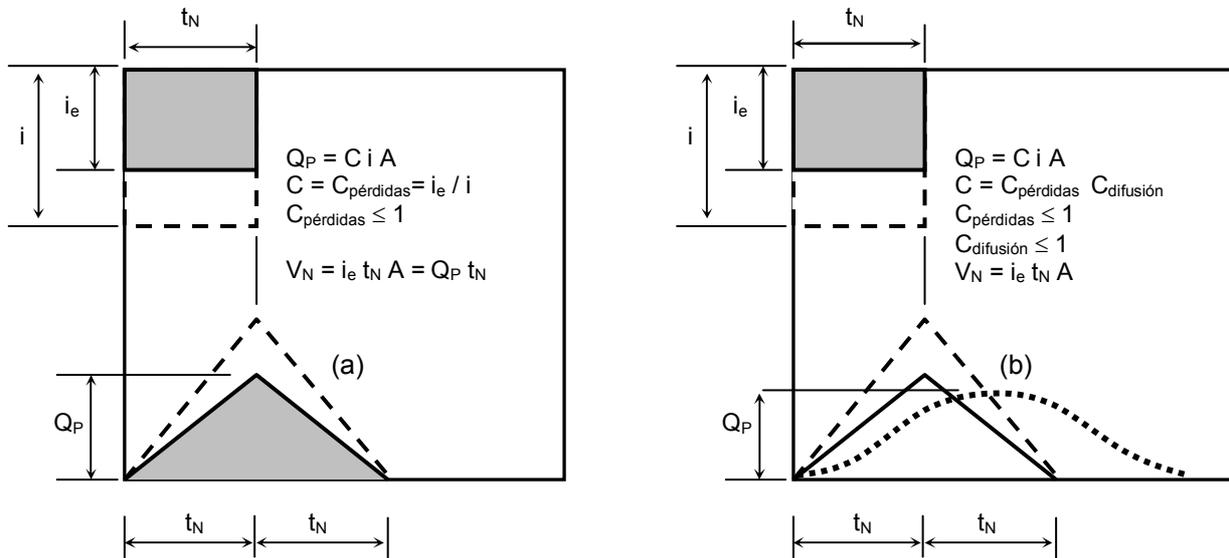


Figura 5.9. Traslado y Difusión en Método Racional. (a) Proceso de Traslado; (b) Procesos de Traslado y de Difusión. Fuente: Bertoni et al., (1995).

Tabal 5.3a. Coeficientes de Esguurrimiento. Estándares en ciudad de Austin, Texas, EU.  
Fuente: Chow et al., (1994)

Característica de la Superficie	Recurrencia (años)						
	2	5	10	25	50	100	500
<b><u>Áreas desarrolladas</u></b>							
Asfalto	0.73	0.77	0.81	0.86	0.90	0.95	1.00
Hormigón : pavimentos, techos	0.75	0.80	0.83	0.88	0.92	0.97	1.00
Zonas Verdes (jardines, parques, etc.):							
Condición pobre (cubierta de pasto menor al 50% del área)							
Pendiente llana: 0-2%	0.32	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.58
Media: 2-7%	0.37	0.40	0.43	0.46	0.49	0.53	0.61
Elevada: > 7%	0.40	0.43	0.45	0.49	0.52	0.55	0.62
Condición media (cubierta de pasto entre 50% - 75% del área)							
Pendiente llana: 0-2%	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
Media: 2-7%	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Elevada: > 7%	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Condición buena (cubierta de pasto mayor al 75% del área)							
Pendiente llana, 0-2%	0.21	0.23	0.25	0.29	0.32	0.36	0.49
Media, 2-7%	0.29	0.32	0.35	0.39	0.42	0.46	0.56
Elevada ; > 7%	0.34	0.37	0.40	0.44	0.47	0.51	0.58
<b><u>Áreas no desarrolladas</u></b>							
Áreas de cultivos							
Pendiente llana: 0-2%	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.57
Media: 2-7%	0.35	0.38	0.41	0.44	0.48	0.51	0.60
Elevada: > 7%	0.39	0.42	0.44	0.48	0.51	0.54	0.61
Pastizales							
Pendiente llana: 0-2%	0.25	0.28	0.30	0.34	0.37	0.41	0.53
Media: 2-7%	0.33	0.36	0.38	0.42	0.45	0.49	0.58
Elevada: > 7%	0.37	0.40	0.42	0.46	0.49	0.53	0.60
Bosques							
Pendiente llana: 0-2%	0.22	0.25	0.28	0.31	0.35	0.39	0.48
Media: 2-7%	0.31	0.34	0.36	0.40	0.43	0.47	0.56
Elevada: > 7%	0.35	0.39	0.41	0.45	0.48	0.52	0.58

Tabal 5.3b. Coeficientes de Escurrimiento. Fuente: ASCE- WEF, 1992.

Descripción del área	Rango de Coeficiente C
Área Comercial:	
Central	0.70 a 0.95
Barrios	0.50 a 0.70
Área Residencial:	
Residencias aisladas	0.35 a 0.50
Unidades múltiples (separadas)	0.40 a 0.60
Unidades múltiples (conjugadas)	0.60 a 0.75
Lotes con área $\geq 2000 \text{ m}^2$	0.30 a 0.45
Área con edificios de departamentos:	0.50 a 0.70
Área Industrial:	
Industria liviana	0.50 a 0.80
Industria pesada	0.60 a 0.90
Parques, cementerios:	0.10 a 0.25
Parques recreacionales:	0.20 a 0.35
Áreas linderas a vías de ferrocarril:	0.20 a 0.40
Áreas sin mejoras:	0.10 a 0.30

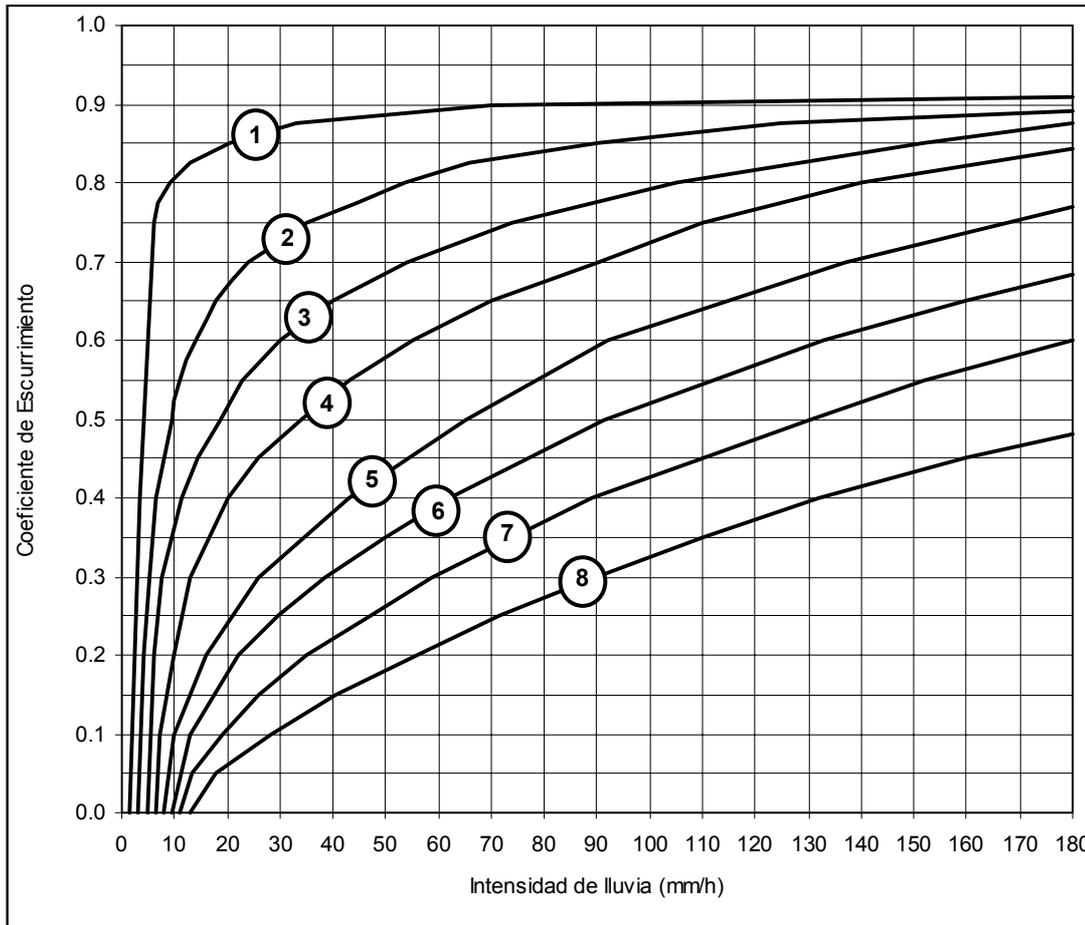
Nota: El rango de valores de C son típicos para recurrencias de 2 – 10 años. Para recurrencias superiores deben utilizarse mayores valores del coeficiente de escurrimiento

Factor multiplicador para tormentas no frecuentes:

Recurrencia [años]	Factor multiplicador
2 a 10	1.00
25	1.10
50	1.20
100	1.25

Tabal 5.3c. Coeficientes de Escurrimiento. Fuente: UDFCD (1984)

Uso de la tierra y característica superficial	Porcentaje impermeable	Recurrencia en años			
		2	5	10	100
<b>Área Comercial:</b>					
Área Central	95	0.87	0.87	0.88	0.89
Área periférica	70	0.60	0.65	0.70	0.80
<b>Área Residencial:</b>					
Viviendas aisladas	--	0.40	0.45	0.50	0.60
Viviendas múltiples (separadas)	50	0.45	0.50	0.60	0.70
Viviendas múltiples (conjugadas)	70	0.60	0.65	0.70	0.80
Lotes con áreas mayores a 2000 m <sup>2</sup>	--	0.30	0.35	0.40	0.60
Edificios de departamentos	70	0.65	0.70	0.70	0.80
<b>Área Industrial:</b>					
Industria pesada	80	0.71	0.72	0.76	0.82
Industria liviana	90	0.80	0.80	0.85	0.90
Parques, cementerios:	7	0.10	0.18	0.25	0.45
Parques recreacionales:	13	0.15	0.20	0.30	0.50
Escuelas:	50	0.45	0.50	0.60	0.70
Áreas linderas a vías de ferrocarril:	20	0.20	0.25	0.35	0.45
Áreas no desarrolladas con uso de tierra no definido: :	45	0.43	0.47	0.55	0.65
<b>Calles:</b>					
Pavimentadas	100	0.87	0.88	0.90	0.93
Mejoradas	40	0.40	0.45	0.50	0.60
Veredas, senderos:	96	0.87	0.87	0.88	0.89
Techos:	90	0.80	0.85	0.90	0.90
Superficies c/césped sobre suelo arenoso:	0	0.00	0.01	0.05	0.20
Superficies c/césped sobre suelo arcilloso:	0	0.05	0.15	0.25	0.50



- 1 Áreas Impermeables, Techos, Hormigón. Áreas de ciudad con elevada densidad de población y completamente construidas.
- 2 Superficies arcillosas, Escaso Pavimento, Areniscas, Empedrados, Rocas. Áreas de Ciudad y Zonas Comerciales con importante densidad de construcción.
- 3 Zonas con viviendas aisladas sobre suelo sin cobertura vegetal (desnudo).
- 4 Suelo desnudo, Arenisca. Zonas Residenciales Urbanas totalmente construidas con jardines limitados.
- 5 Suelo constituido por Marga desnuda. Zonas residenciales suburbanas con jardines.
- 6 Viviendas sumamente aisladas sobre Marga ordinaria. Áreas suburbanas completamente construidas sobre estratos arenosos.
- 7 Parques, Áreas con césped y Praderas.
- 8 Campos cultivados con buen crecimiento. Estratos arenosos.

Figura 5.10. Coeficiente de Escurrimiento para Cuencas Urbanas. Adaptado de Bertoni et al. (1995)

### 5.4.2.5 Algunos desarrollos a partir del Método Racional

Mediante la formulación del método racional es posible establecer el caudal máximo por unidad de área de la cuenca o caudal específico el cual tiene la expresión:

$$q_P = \frac{Q_P}{A} = C i \tag{5.17}$$

el caudal específico queda definido como el producto entre el coeficiente de escurrimiento y la intensidad de la lluvia. Como la intensidad adoptada es función de la recurrencia de la lluvia y de la duración puede deducirse a partir de ec. (5.17) que  $q_p = f(C, R, D)$ .

Por otra parte al despejar el coeficiente de escurrimiento de la ecuación del método racional puede escribirse:

$$C = \frac{Q_p}{i A} \quad (5.18)$$

por lo que el coeficiente de escurrimiento puede ser interpretado como el caudal máximo adimensional por unidad de área de la cuenca y por unidad de lluvia caída.

#### 5.4.2.6 Dimensionamiento de Conductos

Si bien el movimiento de flujo y el dimensionamiento hidráulico de conductos y otros componentes de los sistemas de drenaje urbano es abordado en detalle en el Capítulo 8, en este punto se presenta una sintética descripción de la técnica de dimensionamiento de conductos a los efectos de poder ser utilizados en ejercicios de aplicaciones del método racional.

En la selección de las dimensiones de los conductos de redes de desagües pluviales, se calcula las mínimas dimensiones requeridas y luego en función de la disponibilidad comercial (conductos prefabricados) o de las técnicas constructivas y materiales disponibles (conductos fabricados in situ) se selecciona las dimensiones adecuadas.

Una vez que se ha estimado el caudal máximo de diseño en el conducto se determina el diámetro del conducto (en caso de ser circular) o la base y la altura (en caso de rectangular) requerido para conducir dicho caudal. El flujo considerado en conductos pluviales debe ser a superficie libre (excepto circunstancias especiales) y puede dimensionarse la sección mediante las clásicas ecuaciones de Manning o de Darcy-Weisbach para el flujo en canales abiertos. La pendiente de fricción  $S_f$  se supone igual a la pendiente de fondo del conducto  $S_f = S_0$ , si se supone flujo uniforme. En secciones cerradas rectangulares o cuadradas es conveniente dejar libre entre el tirante de agua de proyecto y el intradós del conducto por lo menos 0.10-0.20 m para evitar la participación del techo del conducto en la resistencia al escurrimiento.

Un análisis más detallado sobre dimensionamiento de colectores se presenta en Unidad 8.

#### Ecuación de Manning

##### Sección Circular:

El caudal en una sección circular a sección llena puede estimarse por:

$$Q = \frac{1}{\eta} R_H^{0.667} A S_0^{0.50} = \frac{0.312}{\eta} S_0^{0.50} D^{2.667} \quad (5.19)$$

donde  $Q$  ( $m^3$ ) es el caudal;  $S_0$  ( $m/m$ ) la pendiente de fondo;  $\eta$  el coeficiente de resistencia de Manning;  $R_H$  ( $m$ )  $D$  ( $m$ ) y  $A$  ( $m^2$ ) son el radio hidráulico, el diámetro y área de la sección llena respectivamente. Recordar que cuando se considera una sección circular llena  $R_H = D/4$ . De ec. (5.19) es posible despejar el diámetro  $D$ :

$$D = \left( \frac{3.218 Q \eta}{S_0^{0.50}} \right)^{0.375} \quad (5.20)$$

##### Sección Rectangular:

En este caso deben proponerse la base de fondo (o el tirante) y determinarse luego el tirante (o la base de fondo). De acuerdo con la nomenclatura utilizada en Tabla 5.2 la ecuación de caudal puede expresarse:

$$Q = \frac{1}{\eta} R_H^{0.667} A S_0^{0.50} = \frac{1}{\eta} \frac{(B_f y)^{1.667}}{(2y + B_f)^{0.667}} S_0^{0.50} \quad (5.21)$$

donde  $B_f$ (m) base de fondo; y (m) altura de la sección llena.

### Ecuación de Darcy-Weisbach

#### Sección Circular:

El caudal en una sección circular a sección llena puede estimarse por:

$$Q = A \left( \frac{8g}{f} R_H S_0 \right)^{0.50} = \frac{\pi D^2}{4} \left( \frac{8g}{f} \frac{D}{4} S_0 \right)^{0.50} \quad (5.22)$$

donde  $f$  es el factor de fricción de Darcy-Weisbach y  $g$  ( $m/s^2$ ) la aceleración de la gravedad. El factor de fricción de Darcy-Weisbach y el coeficiente de resistencia de Manning están relacionados por:

$$f = \frac{8 g \eta^2}{R_H^{0.333}} \quad (5.23a)$$

$$\eta = \left( \frac{f R_H^{0.33}}{8 g} \right)^{0.50} \quad (5.23b)$$

Despejando el diámetro de ec.(5.22) :

$$D = \left( \frac{0.811 f Q^2}{g S_0} \right)^{0.20} \quad (5.24)$$

#### Sección Rectangular:

$$Q = A \left( \frac{8g}{f} R_H S_0 \right)^{0.50} = B_f y \left( \frac{8g}{f} \frac{B_f y}{(2y + B_f)} S_0 \right)^{0.50} = \frac{(B_f y)^{1.50}}{(2y + B_f)^{0.50}} \left( \frac{8g}{f} S_0 \right)^{0.50} \quad (5.25)$$

### 5.4.3 El Método Racional Modificado

El método racional puede ser aplicado a cuencas simples y compuestas. Las cuencas simples pueden ser consideradas aquellas en la cual el flujo encausado no presenta demasiada importancia relativa y el esguurrimiento es predominantemente mantiforme. Pueden considerarse cuencas simples desde una cuenca de pocas hectáreas para el análisis de microdrenaje como una cuenca rural de  $1 \text{ km}^2$  donde se desea analizar el macrodrenaje. Debe tenerse siempre presente para la aplicación del método racional que, tanto en las cuencas pequeñas (pocas hectáreas) o mayores ( $0.8\text{--}1.0 \text{ km}^2$ ), el mecanismo de almacenamiento debe ser siempre despreciable.

Cuando se trata de una cuenca simple en la que se desea evaluar el microdrenaje por ejemplo el aporte hacia un grupo de bocas de tormentas (Figura 5.11a) donde en este caso la cuenca es de aproximadamente 5 Ha, o en una cuenca rural (Figura 5.11b) el método racional puede ser aplicado directamente empleando la relación  $Q = C i A$ .

En cuencas compuestas (Figura 5.12a y 5.12b) donde el flujo encausado comienza a presentar importancia dentro del proceso de esguurrimiento y se pretende diseñar estructuras hidráulicas en diferentes subcuencas o diseñar por ejemplo, colectores o canales a medida que la cuenca de aporte se agranda en dirección hacia aguas abajo, la aplicación del método racional a cada subcuenca y la posterior superposición de caudales máximos o hidrogramas tiende a producir sobreestimaciones. La solución alternativa es la aplicación del Método Racional Modificado lo que significa la aplicación incremental del método racional clásico.

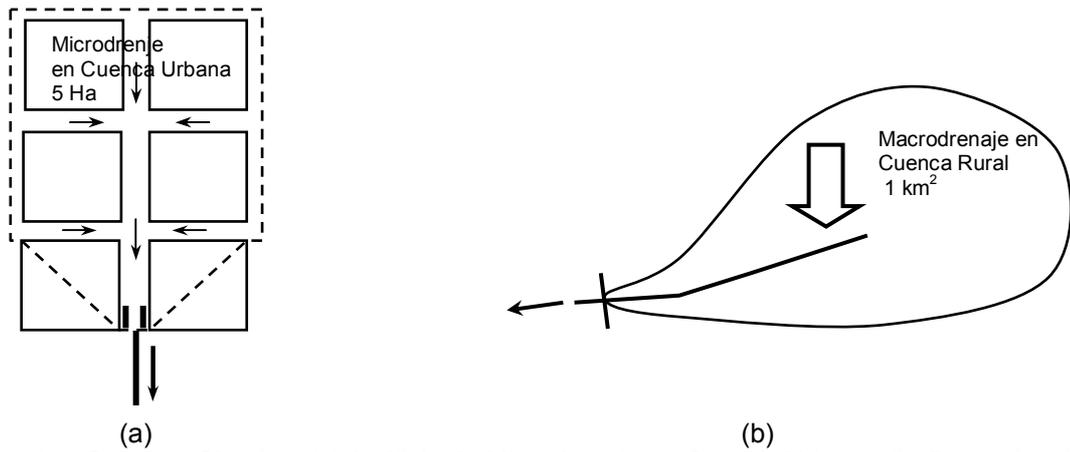


Figura 5.11. Cuencas Simples. (a) Análisis de Microdrenaje en Cuenca Urbana; (b) Determinación de Macro drenaje en Cuenca Rural.

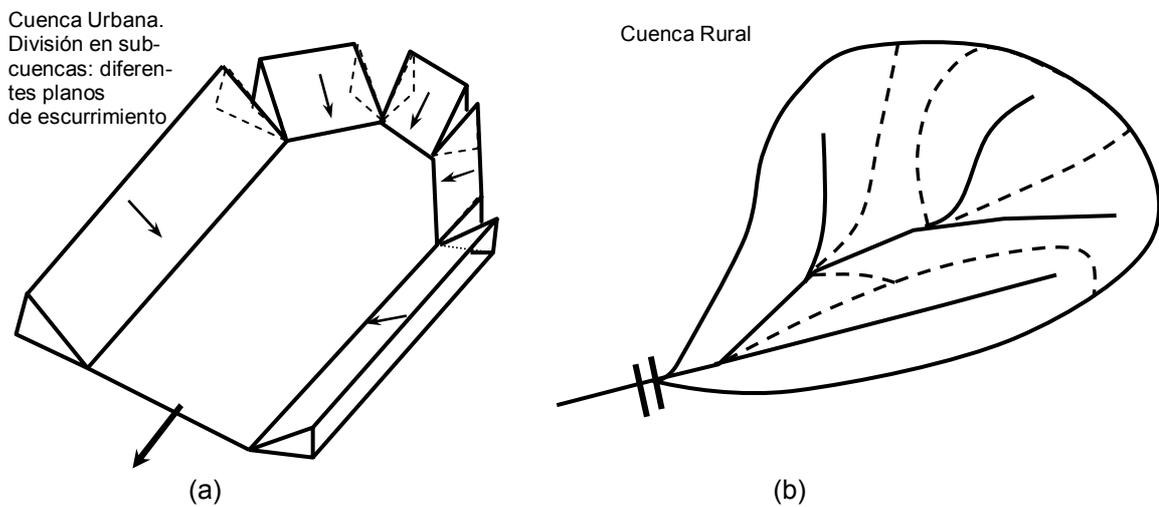


Figura 5.12. Cuencas Compuestas. (a) Cuenca Urbana; (b) Cuenca Rural.

En cuencas compuestas, donde el flujo encausado comienza a presentar importancia dentro del proceso de escurrimiento es necesario subdividir el trayecto de escurrimiento en subtramos elementales (Figura 5.13).

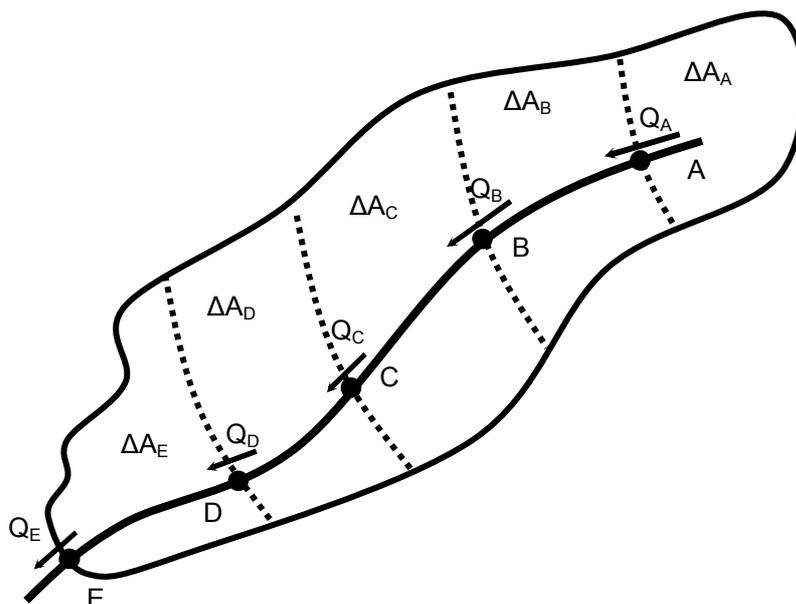


Figura 5.13. Esquema genérico de Cuenca de Compuesta para la utilización del Método Racional Modificado

La metodología de cálculo del Método Racional Modificado puede sintetizarse en los siguientes pasos:

- 1) Estimar  $T_{C_A} \rightarrow$  adoptando recurrencia  $R \rightarrow D = T_{C_A} \rightarrow i_A$
- 2)  $Q_A = C_A i_A A_A$  donde  $A_A = \Delta A_A$
- 3) Transitar  $Q_A$  hasta el punto B según fórmula de escurrimiento (por ejemplo Manning)
- 4) Calcular el tiempo de viaje de  $A \rightarrow B$   $t_{A \rightarrow B}$
- 5)  $T_{C_B} = T_{C_A} + T_{A \rightarrow B}$
- 6)  $Q_B = C_B i_{t_{C_B}} A_B$  donde  $A_B = \Delta A_A + \Delta A_B$
- 7) reiterar pasos 3) al 6) hasta llegar al punto E

Ventajas:

- # simplicidad de aplicación y
- # evita sobreestimaciones típicas del Método Racional clásico cuando es aplicado a cuencas compuestas.

Desventaja:

- # Nada asegura que el caudal se incremente hacia aguas abajo, pueden originarse inconvenientes y/o errores durante el diseño.
- Siempre** el caudal de diseño en punto aguas abajo debe ser superior al inmediato anterior aguas arriba.

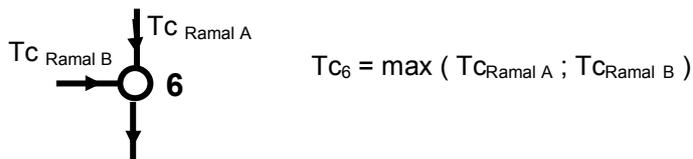
Situaciones prácticas frecuentes:

- (i) En cada subtramo existen cunetas a zanjas paralelas a cada lado del pavimento. Cada tramo drena  $\frac{1}{2}$  del escurrimiento calculado en el punto de diseño correspondiente.
- (ii) En cada punto de diseño pueden confluir dos o más subcuencas, por ej. en Figura 5.13, en el punto B confluyen el escurrimiento drenando por conducto desde  $\Delta A_A$  y por superficie desde  $\Delta A_B$ . Deben sumarse los caudales cuidadosamente (se expone la suma en puntos siguientes).

### 5.4.3.1 Aplicación en Sistemas de Microdrenaje Urbano

En la Figura 5.14 se ejemplifica la aplicación del Método Racional Modificado en un Sistema de Microdrenaje Urbano.

El criterio para la selección del tiempo de concentración para el punto de diseño **6** donde confluyen dos ramales es utilizar el mayor de los  $T_C$  involucrados :



El caudal total en el punto 6 se estima:

- selección de  $T_{C_6} \rightarrow$  mediante IDR  $\rightarrow$  cálculo de intensidad media máxima  $i$
- área  $\rightarrow$  toda el área que aporta al punto de diseño 6 (en este caso por dos ramales)
- Coeficiente de escurrimiento  $C \rightarrow$  ponderar por áreas de acuerdo a las características de las áreas de aporte

De acuerdo con la subdivisión en subcuencas resaltada en Figura 5.15 pueden establecerse las siguientes pautas:

- Para el dimensionamiento de las bocas de tormenta BT en puntos de diseño 1 a 8 se considera las áreas de aporte  $\Delta A_1, \Delta A_2, \Delta A_3, \Delta A_4, \Delta A_5, \Delta A_6, \Delta A_7$  y  $\Delta A_8$  respectivamente

- Para el dimensionamiento del conducto de:
  - 1 → 2 se considera  $\Delta A_1$
  - 2 → 3 se considera  $\Delta A_1 + \Delta A_2$
  - 3 → 6 se considera  $\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3$
  - 4 → 5 se considera  $\Delta A_4$
  - 5 → 6 se considera  $\Delta A_4 + \Delta A_5$
  - 6 → 8 se considera  $\Delta A_1 + \Delta A_2 + \Delta A_3 + \Delta A_4 + \Delta A_5 + \Delta A_6$
  - 7 → 8 se considera  $\Delta A_7$
  - desde 8 se considera el área total

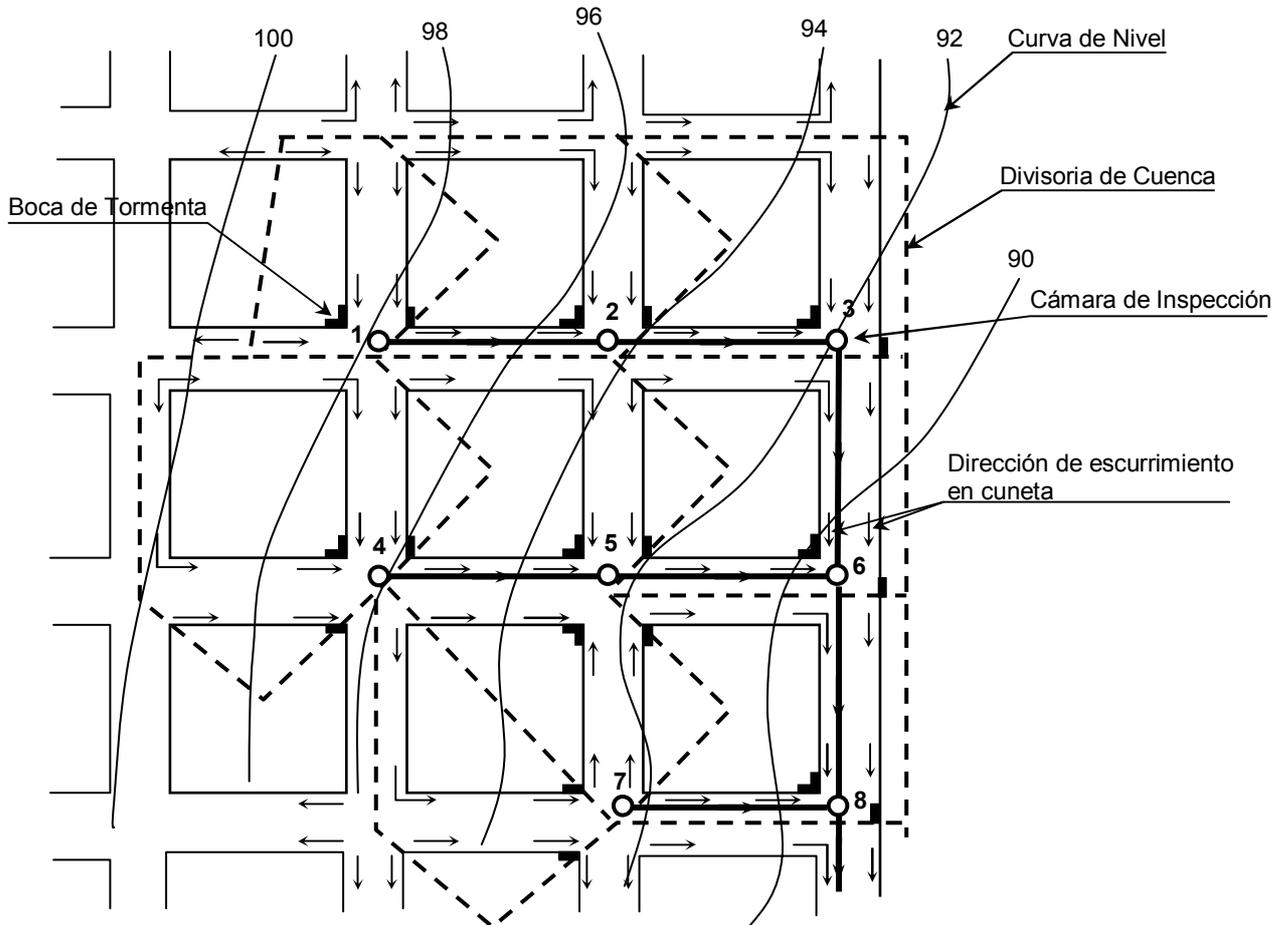


Figura 5.14. El Método Racional Modificado en Sistema de Microdrenaje Urbano

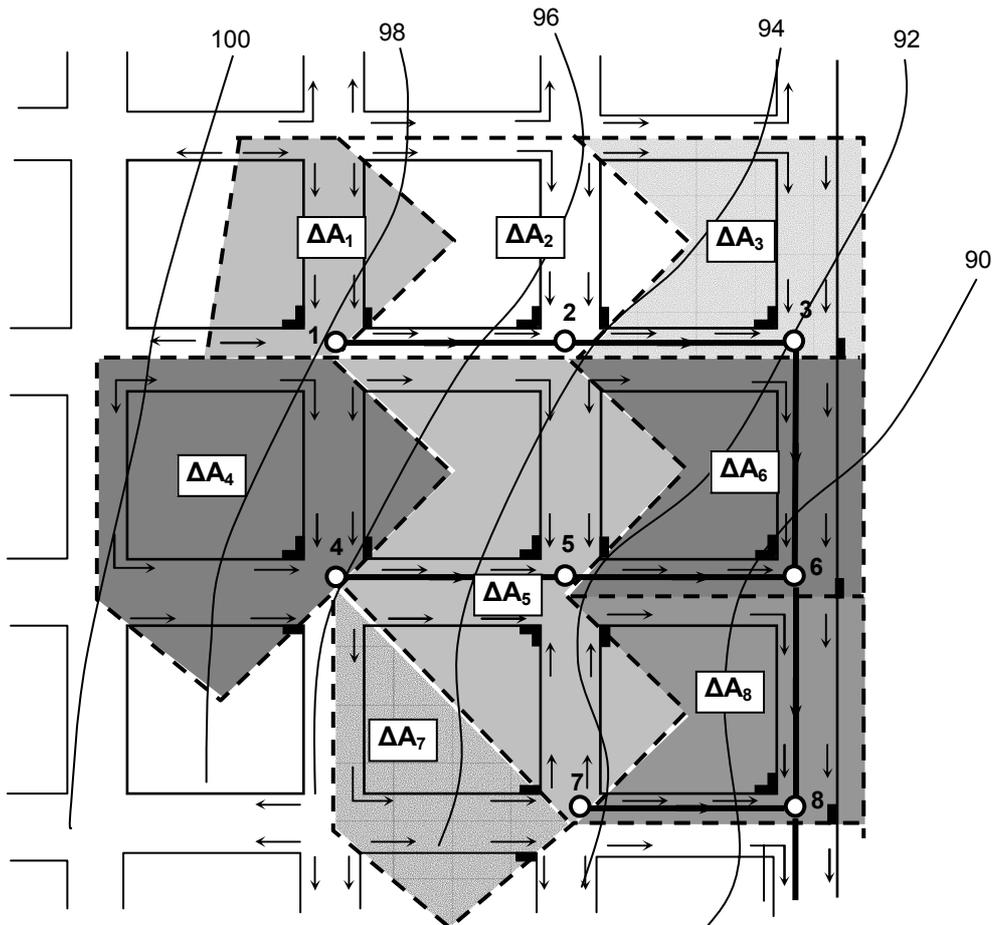


Figura 5.15. Sistema de Microdrenaje Urbano. Definición de Áreas de Aporte a Puntos de Diseño

**5.4.3.2 Análisis de Confluencias**

Las confluencias e presentan cuando en un punto del sistema de drenaje aportan dos o más subcuencas ya sea mediante conductos o escurriendo superficialmente. Se recomiendan analizar el caso en función de los tiempos de concentración de las cuencas aportantes al punto de confluencia. Las confluencias constituyen siempre puntos de diseño de la red.

**Caso 1.** Los tiempos de concentración de las subcuencas aportantes tiene el mismo tiempo de concentración (por ejemplo  $T_{cA} \approx T_{cB}$ ) lo que implica que el tiempo de concentración en el punto de estudio considerando la suma de las dos subcuencas de aporte es igual al de las subcuencas. Esto implica que la intensidad a considerar en la cuenca suma también es igual a las utilizadas en las correspondiente subcuencas. El caudal máximo será directamente la suma:

$$Q_{\text{max confluencia}} = \sum_{j=1}^{\text{Nro. de confluente s}} Q_{\text{max } j} \tag{5.26}$$

**Caso 2.** Las subcuencas confluyentes tienen distinto tiempo de concentración, lo que implica que en cada una se determinaron distintas intensidades de diseño. Por ej. en el caso de dos subcuencas A y B en el caso de que el  $T_{cA} < T_{cB}$ :

Cuenca A		Cuenca B
$T_{cA}$	<	$T_{cB}$
$i_A$	>	$i_B$
$Q_A$	≤	$Q_B$

Dentro de un conjunto de posibles situaciones, existen dos perfectamente diferenciadas, considerando hidrogramas triangulares (Bertoni et al., 1995):

(i) La cuenca más rápida (de menor  $T_c$ ) produce la mayor descarga individual (Figura 5.16), en este caso el caudal en la confluencia puede ser considerado:

$$Q_{\max \text{ confluencia}} = Q_A + Q_B \frac{T_{cA}}{T_{cB}} \quad (5.27)$$

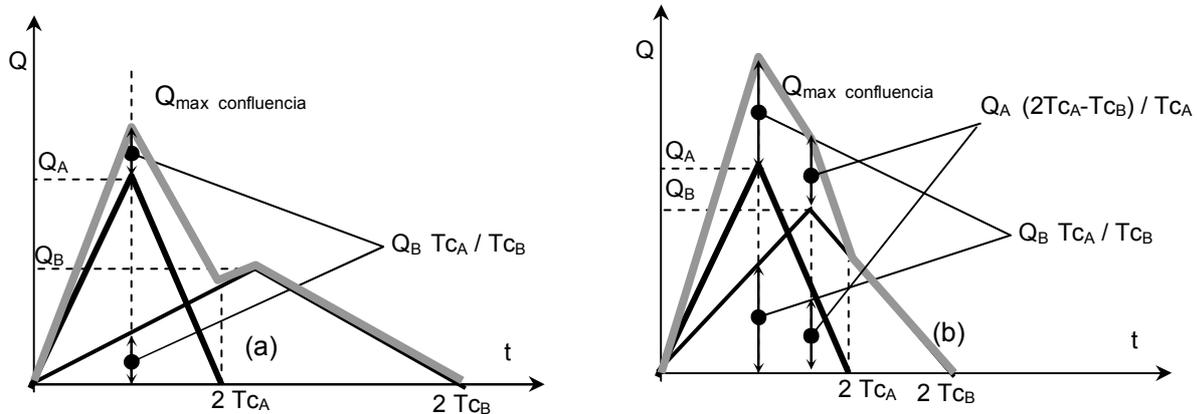


Figura 5.16. Caso Cuenca rápida produce el mayor caudal individual. (a)  $T_c$  claramente diferenciados; (b)  $T_c$  levemente diferenciados

(ii) La cuenca más lenta (de mayor  $T_c$ ) produce la mayor descarga individual (Figura 5.17). En este caso deben analizarse los puntos de la superposición pudiendo resultar el valor máximo de caudal algunas de las siguientes opciones de superposición :

$$Q_{\max \text{ confluencia}} = \max \left[ Q_A + Q_B \frac{T_{cB}}{T_{cA}}; Q_B + Q_A \frac{2T_{cA} - T_{cB}}{T_{cB}} \text{ si } (T_{cB} < 2T_{cA}); Q_B \text{ si } (T_{cB} \geq 2T_{cA}) \right] \quad (5.28)$$

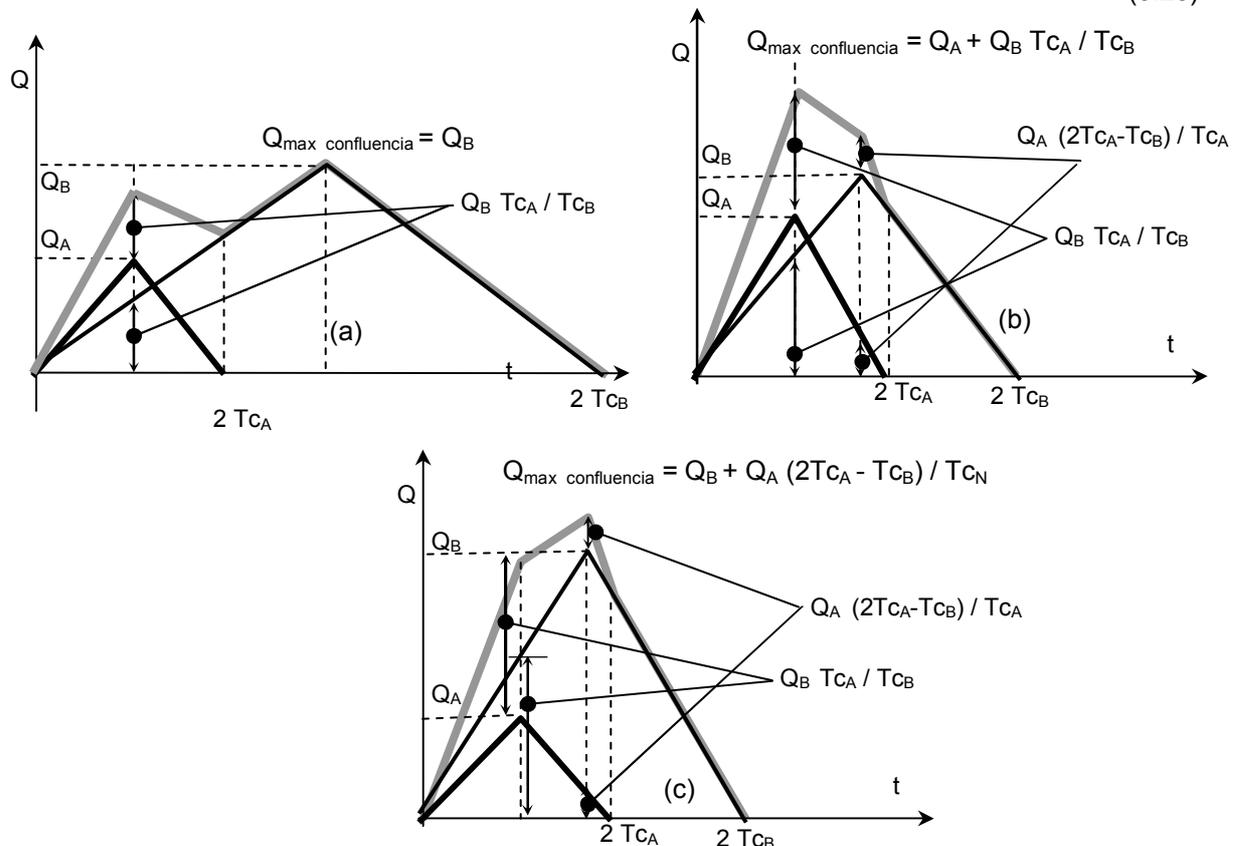


Figura 5.17. Caso Cuenca lenta produce el mayor caudal individual. (a)  $T_c$  claramente diferenciados; (b)  $T_c$  levemente diferenciados con caudales individuales levemente diferenciados; (c)  $T_c$  levemente diferenciados con caudales individuales claramente diferenciados.

**Caso General.** Proceder a investigar todas los escenarios posible con lluvias de diferentes duraciones, (diferentes intensidades) entre los tiempos de concentraciones de las subcuencas confluyentes. Por ejemplo en el caso de 2 subcuencas con  $T_{C1} < T_{C2}$ , se deberán analizar las lluvias con duraciones  $T_{C1} \leq D \leq T_{C2}$ . Se adopta como caudal de proyecto para la confluencia aque que resulte mayor.

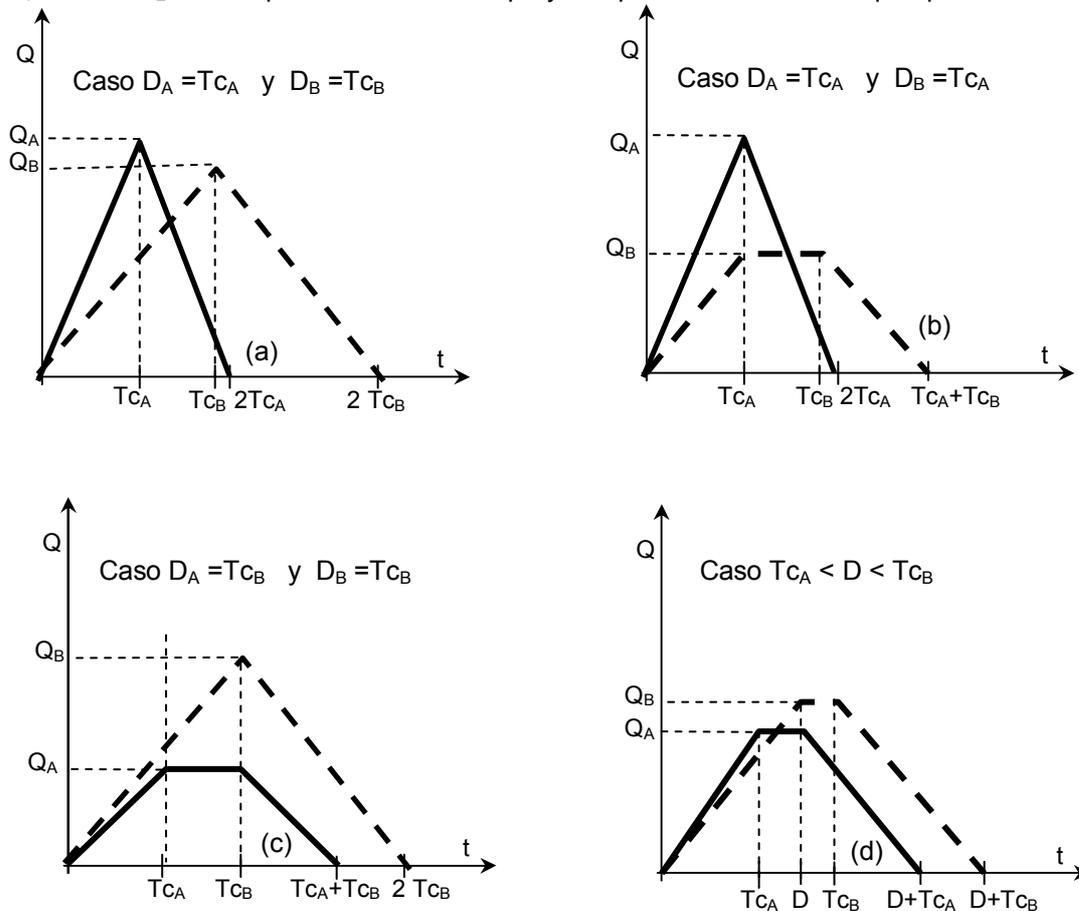


Figura 5.18. Diferentes Alternativas de Duración de Lluvia para Análisis de Confluencia  
 (a) Caso  $D_A = T_{C_A}$  y  $D_B = T_{C_B}$ ; (b)  $D_A = D_B = T_{C_A}$ ; (c)  $D_A = T_{C_B}$  y  $D_B = T_{C_B}$ ;  
 (d)  $T_{C_A} < D < T_{C_B}$

**Ejercicio 5.4**

Utilizar el método racional para determinar el caudal de diseño para las 2 bocas de tormenta y 2 conductos de la microcuenca urbana que se muestra en la Figura 5.19. La recurrencia de diseño es  $R = 5$  años. La relación I-D para  $R = 5$  años está dada por la relación :  $i = 1305.5 / (D + 7.8)^{0.75}$   $i$  [mm/h]  $D$  [min]

**Subcuenca A** Área:  $10118 \text{ m}^2$  Impermeable: 40%  
 El coeficiente de esguimiento se considera  $C_{imper} = 0.90$   $C_{perm} = 0.20$   
 $C_{ponderado} = 0.48$ ;  
 $L_{imper} = 61 \text{ m}$ ;  $L_{perm} = 76.20 \text{ m}$ ;  $S = 0.01$   
 $\eta_{imper} = 0.100$ ;  $\eta_{perm} = 0.200$

**Subcuenca B** Área :  $16200 \text{ m}^2$  Impermeable: 15%  
 $C_{imper} = 0.90$   $C_{perm} = 0.20$ ;  $C_{ponderado} = 0.30$ ;  
 $L_{imper} = 61 \text{ m}$ ;  $L_{perm} = 145 \text{ m}$ ;  $S = 0.01$   
 $\eta_{imper} = 0.100$ ;  $\eta_{perm} = 0.200$   
 Longitud de conducto 1 = 120 m

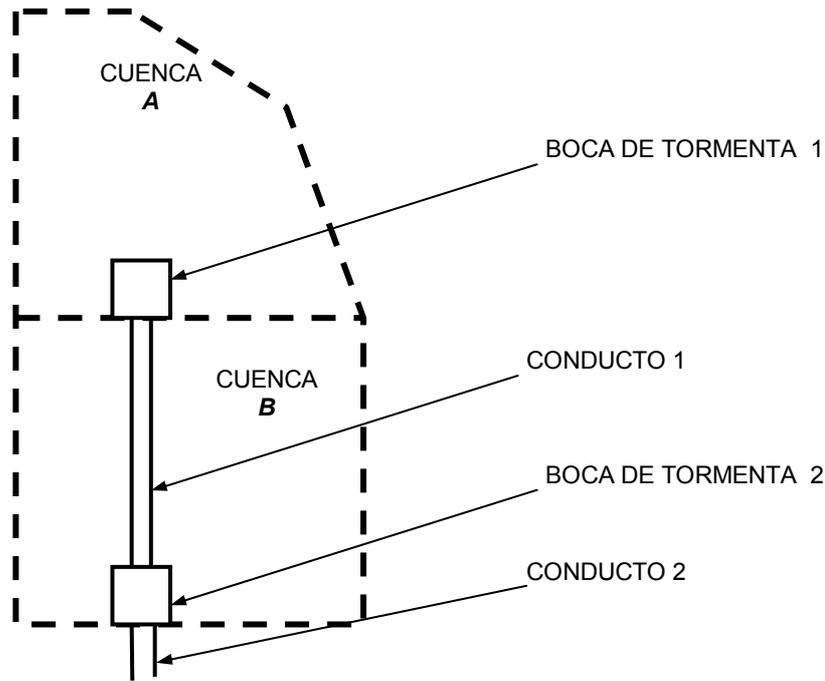


Figura 5.19. Método Racional en Microcuena Urbana

**Solución:**

**Cálculo del tiempo de concentración.** Se realiza mediante iteración de la ecuación de intensidad y la de Tc de onda cinemática (ec. (5.10)), en cada subcuena y en forma individual por zona permeable e impermeable.

$$T_c = \frac{441(L n)^{0.60}}{S^{0.30} i^{0.40}}$$

Tabla 5.4. Cálculo del Tc en Ejercicio 5.4

Durac [min]	i [mm/h]	Cuenca A		Cuenca B	
		Tc imper (min)	Tc perm (min)	Tc imper (min)	Tc perm (min)
8	164.74	10.69	18.49	10.69	27.21
10	150.65	<u>11.08</u>	19.16	<u>11.08</u>	28.20
12	139.09	<u>11.44</u>	19.78	<u>11.44</u>	29.12
14	129.41		20.36		29.97
16	121.16		20.90		30.77
18	114.05		21.41		31.53
20	107.84		<u>21.90</u>		32.24
22	102.36		<u>22.36</u>		32.92
24	97.49		22.80		33.57
26	93.13				34.19
28	89.20				34.78
30	85.64				35.35
32	82.39				35.91
34	79.42				36.44
36	76.68				<u>36.95</u>
38	74.16				<u>37.45</u>

Tabla 5.5. Valores de tiempo de concentración e intensidades determinados en Ejercicio 5.4.

	Cuenca A		Cuenca B	
	Impermeable	Permeable	Impermeable	Permeable
Tc	11 min	22 min	11 min	37 min
i	144.9 mm/h	105.1 mm/h	144.9 mm/h	75.4 mm/h

Boca de tormenta 1 y Conducto 1:

i) Considerando la subcuenca A entera el área de aporte es  $10118 \text{ m}^2$ , el  $T_c = 22 \text{ min}$ , la intensidad asociada  $i = 105.1 \text{ mm/h}$  y el coeficiente de escurrimiento ponderado  $C = 0.48$   
 $Q = 0.48 \cdot 10118 \cdot 105.1 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.142 \text{ m}^3/\text{s}}$

ii) Considerando la zona impermeable de la subcuenca A el área de aporte es  $4047 \text{ m}^2$ ,  $T_c = 11 \text{ min}$ , la intensidad asociada  $i = 144.9 \text{ mm/h}$  y el coeficiente de escurrimiento  $C = 0.90$   
 $Q = 0.90 \cdot 4047 \cdot 144.9 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.147 \text{ m}^3/\text{s}}$

el caudal de diseño de la BT 1 y el Conducto 1 es  $Q = 0.147 \text{ m}^3/\text{s}$  y está controlado por el escurrimiento desde el sector impermeable de la Subcuenca A.

#### Boca de tormenta 2:

i) Considerando la subcuenca B entera el área de aporte es  $16200 \text{ m}^2$ , el  $T_c = 37 \text{ min}$ , la intensidad asociada  $i = 75.4 \text{ mm/h}$  y el coeficiente de escurrimiento ponderado  $C = 0.30$   
 $Q = 0.30 \cdot 16200 \cdot 75.4 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.102 \text{ m}^3/\text{s}}$

ii) Considerando la zona impermeable de la subcuenca B el área de aporte es  $2430 \text{ m}^2$ ,  $T_c = 11 \text{ min}$ , la intensidad asociada  $i = 144.9 \text{ mm/h}$  y el coeficiente de escurrimiento  $C = 0.90$   
 $Q = 0.90 \cdot 2430 \cdot 144.9 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.088 \text{ m}^3/\text{s}}$

el caudal de diseño de la BT 2 es  $Q = 0.102 \text{ m}^3/\text{s}$  y está controlado por el escurrimiento de la subcuenca B entera.

#### Conducto 2:

i) Cuenca completa: Se debe analizar los tiempos de viaje del agua proveniente de subcuencas A y B. Considerando la cuenca completa área de aporte es  $26318 \text{ m}^2$ . Asumiendo una velocidad de onda en el conducto 1 de  $1 \text{ m/s}$ , el tiempo de viaje de la BT 1 a la BT 2 es  $2 \text{ min}$ . Por lo tanto el tiempo contado a partir de la subcuenca A  $T_{cA} = 11+2 = 13 \text{ min}$

El  $T_c$  a partir de la subcuenca B es  $T_c = 37 \text{ min}$ . Dado que es el mayor tiempo computado el tiempo de concentración para la cuenca completa considerando un área de aporte de  $26318 \text{ m}^2$  es  $T_c = 37 \text{ min}$ . La intensidad asociada es  $i = 75.4 \text{ mm/h}$  y el coeficiente de escurrimiento ponderado  $C = 0.37$ .

$$Q = 0.37 \cdot 26318 \cdot 75.4 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.204 \text{ m}^3/\text{s}}$$

ii) Áreas impermeables de A y B : considerando solamente las área impermeable de la subcuencas A y B ( $A = 4047 \text{ m}^2 + 2430 \text{ m}^2 = 6477 \text{ m}^2$ ), el tiempo de concentración es  $T_c = 13 \text{ min}$  que le corresponde una intensidad de  $134,25 \text{ mm/h}$ . El coeficiente de escurrimiento es  $C = 0.90$

$$Q = 0.90 \cdot 6477 \cdot 134.25 / (1000 \cdot 3600) = \underline{0.217 \text{ m}^3/\text{s}}$$

El Caudal de Diseño a la Salida de la Cuenca es  $Q = 0.217 \text{ m}^3/\text{s}$  y es controlado por los sectores impermeables de la cuenca.

#### **Ejemplo 5.5** (Fuente Bertoni et al., 1995)

Determinar los caudales máximos de proyecto en las secciones de control 1 y 2. Los datos son los siguientes:

Para cierre en 1  $A_1 = 0.8 \text{ km}^2$ ;  $i_1 = 50 \text{ mm/h}$ ;  $C = 0.50$

Para cierre en 2 (cuenca completa)  $A_2 = 0.9 \text{ km}^2$ ;  $i_2 = 40 \text{ mm/h}$ ;  $C = 0.50$

La cuenca tiene la característica de tener la mayor parte del área concentrada en la cabecera (Figura 5.20).

#### Solución:

Caudal máximo en 1:  $Q_{\max A} = 1/3.6 \times 0.5 \times 50 \times 0.8 = \underline{5.56 \text{ m}^3/\text{s}}$

Caudal máximo en 2:  $Q_{\max B} = 1/3.6 \times 0.5 \times 40 \times 0.9 = \underline{5.0 \text{ m}^3/\text{s}}$  → el caudal máximo en 2 menor que en 1 → no es real → inconveniente del método.

Esto se da en aquellas cuencas en que desde un punto de control a otro en la dirección aguas abajo la longitud de viaje del flujo aumenta de forma considerable en tanto que el aumento de área no es tan importante. Al alargarse el camino del flujo  $\rightarrow$  aumenta  $T_c \rightarrow$  disminuye la intensidad asociada a la cuenca completa. Si el coeficiente de escurrimiento se mantiene aproximadamente constante y si el aumento de área no compensa la baja de intensidad esto da como resultado la disminución del caudal de cálculo hacia aguas abajo.

Un criterio para resolver esta inconsistencia puede ser considerar como caudal de diseño en la sección aguas abajo el mismo que en el punto de diseño aguas arriba. Una variante algo más rigurosa puede ser considerar el hidrograma triangular que se conforma en 1, hacerlo transitar sin amortiguamiento por el tramo 1 $\rightarrow$ 2 (con lo que se retrasaría en relación inversa a la velocidad de flujo y en relación directa a la distancia 1-2) y luego en el punto de diseño 2 considerar como una confluencia adicionándole el hidrograma de aporte de la fracción  $(A_2 - A_1)$ .

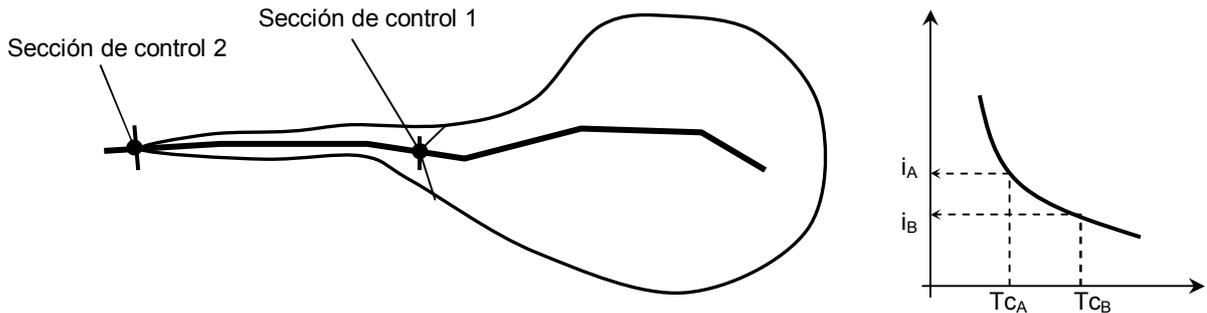


Figura 5.20. Cuenca caracterizada por concentración de área en cabecera . Ejercicio 5.5

**Ejercicio 5.6.** (Fuente Bertoni et al., 1995)

Determinar la descarga máxima para la cuenca compuesta (Figura 5.21) de 1 km<sup>2</sup> con las características siguientes

	Subcuenca A	Subcuenca B
Área (km <sup>2</sup> )	0.40	0.60
Coefficiente C	0.60	0.30
Tc (min)	20	60

La subcuenca A tiene un mayor grado de impermeabilización en tanto que la subcuenca B tiene características semiurbanas por lo que resulta sumamente más lenta. Ambas cuencas aportan al punto de cierre. El la subcuenca B se cuenta con un trazo aproximado de las curvas de igual tiempo de concentración o isócronas.

Se sugiere adoptar una recurrencia  $R = 10$  años.

La ecuación de la IDR es  $i$  (mm/h) =  $1000 R^{0.2}$  (años) /  $[D$  (min) + 20  $]^{0.7}$

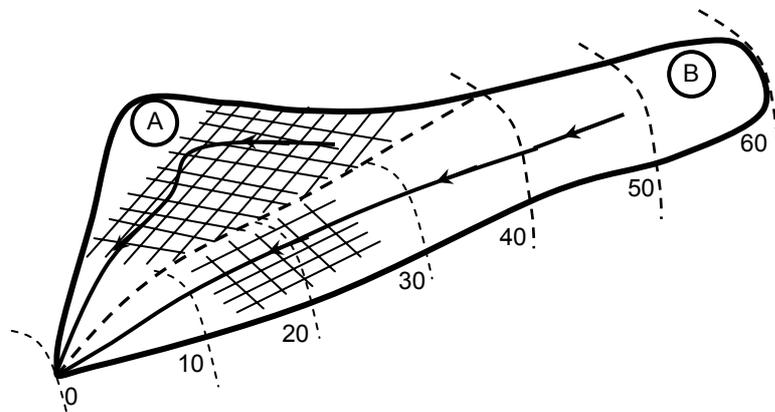


Figura 5.21. Cuenca Compuesta. Ejercicio 5.6.

**Solución:**

Por tratarse de un caso de confluencia de dos subcuencas de características bien diferenciadas la solución consiste en analizar las variaciones del  $Q_{max}$  en el punto de cierre de la cuenca para distintas duraciones de la lluvia, considerando  $T_{CA} \leq D \leq T_{CB}$ .

Tabla 5.6. Cálculo de Caudales en punto de cierre para distintas duraciones. Ejercicio 5.6.

Duración lluvia D (min)	i de IDR (mm/h)	$Q_A$ ( $m^3/s$ )	Superficie de contribución de subcuena B ( $km^2$ )	$Q_B$ ( $m^3/s$ )	$Q_{max}$ ( $m^3/s$ )
20	119.8	8.00	0.20	2.00	10.00
30	102.5	6.83	0.30	2.56	9.40
40	90.2	5.95	0.40	3.00	8.95
50	81.0	5.40	0.50	3.37	8.77
60	73.7	4.91	0.60	3.68	8.59

**Nota:** La superficie de contribución o aporte de la subcuena B se debe determinar en función de las isócronas. Cuando se carga una subcuena con una lluvia de duración inferior a su tiempo de concentración es claro que no toda la subcuena aporta en el momento de producirse el caudal máximo.

El caudal máximo en el punto de cierre se considera para la lluvia de duración 20 min con un caudal máximo  $Q_{max} = 10.00 m^3/s$ .

**Ejercicio 5.7**

En la Figura 5.22 se muestra una cuenca de drenaje de 8.0 Ha compuesta por 4 subcuencas. Se desea establecer los caudales máximos en B1 y B2, diseñar las BT en 1 y 2 y calcular el conducto C1 y C2.

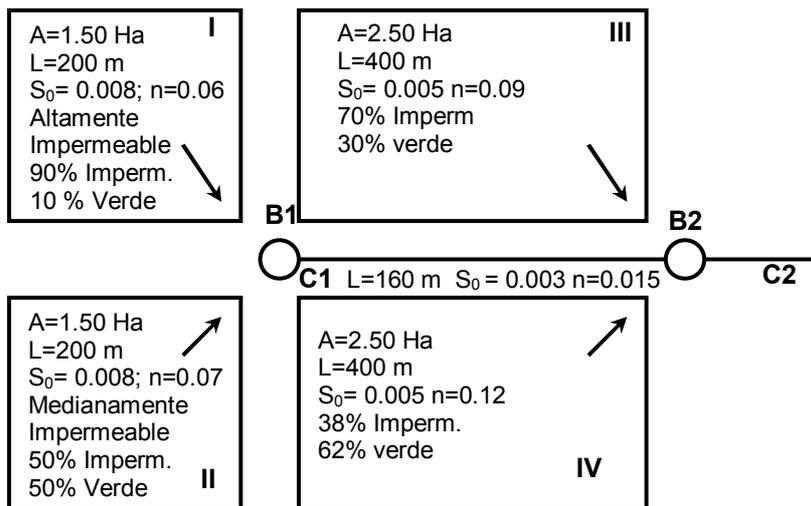


Figura 5.22. Cuenca Urbana de 8.0 Ha. Ejercicio 5.7

**Otros Datos:**

Recurrencia adoptada: 5 años

La relación I-D-R en el área es:  $i = (1239 R^{0.15}) / (D+20)^{0.76} R$  (años), D (min); i(mm/h)

Velocidad admisible en conductos  $V_{adm} = 2 m/s$

**Solución:**

(i) **Determinación de Coeficientes de escurrimiento en las subcuencas:**

Para áreas altamente impermeabilizadas, medianamente impermeables y verdes se considera de Tabla 5.3a  $C_{imper} = 0.90$  ;  $C_{verde} = 0.25$ , luego se ponderan la subcuencas en función de la distribución de áreas:

- Área I :  $0.90 \times 0.90 + 0.10 \times 0.25 = 0.835$
- Área II:  $0.50 \times 0.90 + 0.50 \times 0.25 = 0.575$
- Área III:  $0.62 \times 0.25 + 0.38 \times 0.90 = 0.495$
- Área IV:  $0.10 \times 0.90 + 0.90 \times 0.25 = 0.315$

(ii) Tiempos de concentración:

(ii.a) Estimación Preliminar. Formulación de Tc independiente de la intensidad:

UDFCD, Denver, CO: aplicable a cuencas pequeñas y flujo mantiforme :

$$T_c = 0.70 (1,10 - C_{R=5\text{años}}) L^{0,50} S^{-0,33}$$

Tc(min); L (m) < 500 m ; S (m/m); C Coeficiente Método Racional para R=5años

$$\begin{aligned} T_{c\ I} &= 0.70 (1.10 - 0.835) 200^{0,50} 0.008^{-0,33} = \underline{13 \text{ min}} \\ T_{c\ II} &= 0.70 (1.10 - 0.575) 200^{0,50} 0.008^{-0,33} = \underline{26 \text{ min}} \\ T_{c\ III} &= 0.70 (1.10 - 0.495) 400^{0,50} 0.005^{-0,33} = \underline{49 \text{ min}} \\ T_{c\ IV} &= 0.70 (1.10 - 0.315) 400^{0,50} 0.005^{-0,33} = \underline{63 \text{ min}} \end{aligned}$$

(ii.b) Formulación de Tc dependiente de la intensidad (onda Cinemática ec. (5.10):

$$T_c = \frac{441(L n)^{0,60}}{S^{0,30} i^{0,40}}$$

$$i = (1239 R^{0,15}) / (D+20)^{0,76}$$

Cuenca I:

D = Tc (min)	i (mm/h)	L (km)	n	S (m/m)	Tc (min)
13.00	114.56	0.20	0.06	0.01	20.10
20.10	98.98	0.20	0.06	0.01	21.31
21.31	96.79	0.20	0.06	0.01	21.51
21.51	96.46	0.20	0.06	0.01	21.54

Se adopta  $T_{cI} = 22 \text{ min}$   $i_I = 95.60 \text{ mm/h}$

Cuenca II:

D = Tc (min)	i (mm/h)	L (km)	N	S (m/m)	Tc (min)
26.00	89.30	0.20	0.07	0.008	24.36
24.36	91.76	0.20	0.07	0.008	24.10
24.10	92.17	0.20	0.07	0.008	24.06

Se adopta  $T_{cII} = 24 \text{ min}$   $i_{II} = 92.33 \text{ mm/h}$

Cuenca III:

D = Tc (min)	i (mm/h)	L (km)	n	S (m/m)	Tc (min)
49.00	65.88	0.40	0.09	0.005	55.83
55.83	61.38	0.40	0.09	0.005	57.44
57.44	60.42	0.40	0.09	0.005	57.80

Se adopta  $T_{cIII} = 58 \text{ min}$   $i_{III} = 60.10 \text{ mm/h}$

Cuenca IV:

D = Tc (min)	i (mm/h)	L (km)	n	S (m/m)	Tc (min)
63.00	57.36	0.40	0.12	0.005	70.13
70.13	53.92	0.40	0.12	0.005	71.89
71.89	53.15	0.40	0.12	0.005	72.31
72.31	52.97	0.40	0.12	0.005	72.40

Se adopta  $T_{cIV} = 73 \text{ min}$   $i_{IV} = 52.67 \text{ mm/h}$

(iii) Dimensionamiento Bocas de Tormenta en B1 y Tramo de Conducto C1

(iii.a) Bocas de Tormenta en B1:

Tiempo de concentración áreas I + II:  $T_c = 24 \text{ min}$   $i = 92.33 \text{ mm/h}$

$$C_{I+II} = (0.835 \times 1.50 \text{ Ha} + 0.575 \times 1.50 \text{ Ha}) / 3.0 \text{ Ha} = 0.705$$

$$Q_{B1} = 0.705 \times 92.33 \text{ mm/h} \times 1/3600 \times 1/1000 \times 3.0 \text{ Ha} \times 10000 = \underline{0.533 \text{ m}^3/\text{s}}$$

# Verificación con subárea mas impermeable:

$$Q_i = 0.835 \times 95.60 \text{ mm/h} \times 1.50 \text{ Ha} \times 1/360 = 0,332 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si se asume que 1 boca de tormenta en cordón de 1.20 m de longitud con 0,20m de altura de reja puede captar un caudal de 100 lts/s (0.100 m<sup>3</sup>/s) se deberán disponer 6 bocas de tormentas en punto de diseño B1

(iii.b) Conducto C1:

$$Q = 0.533 \text{ m}^3/\text{s}; \quad S_0 = 0.003 \quad n = 0.015; \quad \text{Sección circular}$$

$$Q = 1/n (D/4)^{0.666} S_0^{0.50} A_{cII} \rightarrow \underline{D = 0.80 \text{ m}}$$

La velocidad en el conducto será  $V = Q / A \quad V = 1.25 \text{ m/s} \rightarrow$  menor a  $V_{adm}$

(iv) Dimensionamiento Bocas de Tormenta en B2 :

$$\text{Tiempo de concentración áreas III + VI: } \underline{T_c = 73 \text{ min}} \quad \underline{i = 52.67 \text{ mm/h}}$$

$$C_{III+VI} = (0.495 \times 2.50 \text{ Ha} + 0.315 \times 2.50 \text{ Ha}) / 5.0 \text{ Ha} = 0.405$$

$$Q_{B2} = 0.405 \times 52.67 \text{ mm/h} \times 5.0 \text{ Ha} \times 1/360 = \underline{0.296 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Verificación con subárea mas impermeable:

$$Q_i = 0.495 \times 60.10 \text{ mm/h} \times 2.50 \text{ Ha} \times 1/360 = 0.207 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se deberán disponer 3 Bocas de tormenta en punto de diseño B2

(v) Dimensionamiento de conducto C2

El tiempo de concentración resultará del máximo entre :

- a) el escurrimiento procedente de la subcuenca II (tiempo de viaje hasta B1 + tiempo de viaje por conducto) y
- b) el escurrimiento procedente de subcuenca IV (la más lenta)

$$T_{c \text{ a)}} = 24 \text{ min} + 160 \text{ m} / 1.25 \text{ m/s} = \underline{26 \text{ min}} \quad \underline{i = 89.30 \text{ mm/h}}$$

$$T_{c \text{ b)}} = \underline{73 \text{ min}}$$

(v.a) Lluvia Única en toda la cuenca con duración igual a Tc de la cuenca (Figura 5.23)

$$T_{c \text{ I+II+III+IV}} = \underline{73 \text{ min}} \quad \underline{i = 52.67 \text{ mm/h}} \quad \underline{A = 8 \text{ Ha}}$$

$$C_{ponderado \text{ en toda la cuenca}} = (0.835 \times 1.50 + 0.575 \times 1.50 + 0.495 \times 2.50 + 0.315 \times 2.50) / 8 = 0.52$$

$$Q_{B2} = 0.52 \times 52.67 \text{ mm/h} \times 8.0 \text{ Ha} \times 1/360 = \underline{0.609 \text{ m}^3/\text{s}}$$

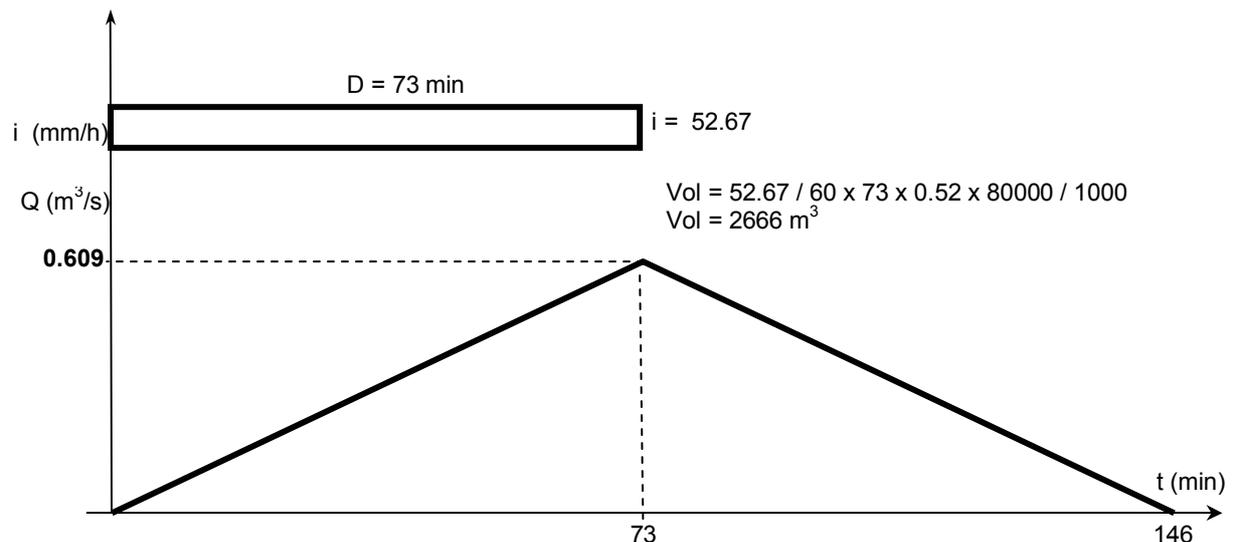


Figura 5.23. Lluvia Única en toda la cuenca con duración igual a Tc de la cuenca. Ejercicio 5.7.

(v.b) Tratamiento como confluencia con duraciones de lluvias diferentes (Figura 5.24)

1. Hidrograma que llega de B1 por C1 con  $D_{I,II} = T_c = 26 \text{ min}$   $i = 89.30 \text{ mm/h}$

$$Q_{B1-C1} = 0.705 \times 89.30 \text{ mm/h} \times 1/360 \times 3.0 \text{ Ha} = \underline{0.524 \text{ m}^3/\text{s}}$$

2. Hidrograma que llega superficialmente a B2 (punto (iv))

$$D_{III,IV} = T_c = 73 \text{ min} \rightarrow Q_{B2} = \underline{0.296 \text{ m}^3/\text{s}}$$

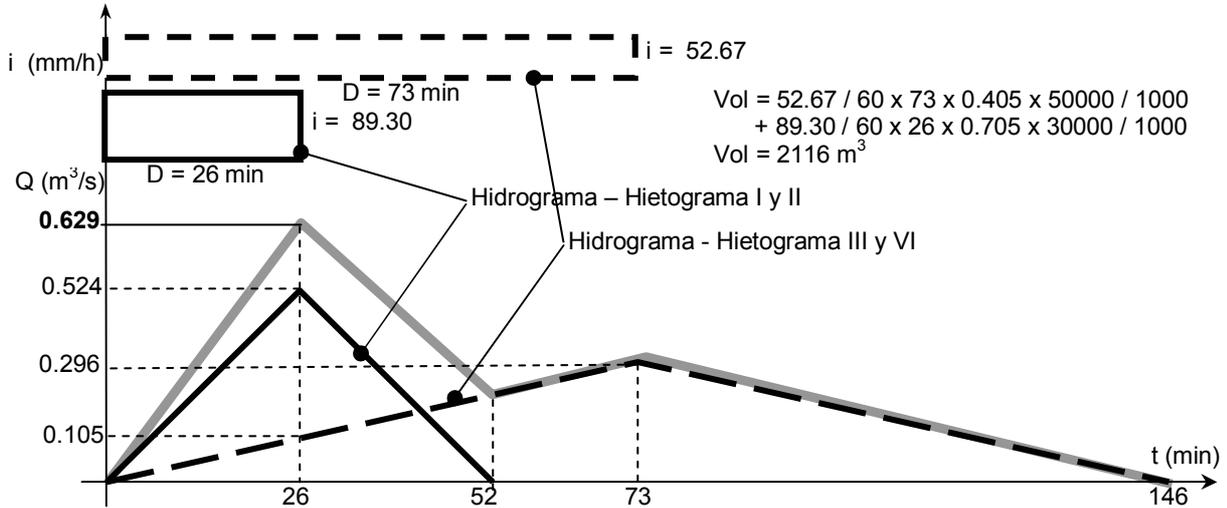


Figura 5.24. Alternativa con duraciones de lluvias diferentes. Ejercicio 5.7.

(v.c) Lluvia Única en toda la cuenca con duración igual a  $T_c$  de la subcuencas I y II (Figura 5.25)

$$D_{I,II} = T_c = 26 \text{ min} \quad i = 89.30 \text{ mm/h}$$

Para el caso de las subcuencas III y IV como la duración es menor al  $T_{c,III,IV} = 73 \text{ min}$  debe aproximarse el área de aporte al caudal máximo para una duración de lluvia de 26 min. Por cuestiones de simplicidad se adopta una variación lineal de las isócronas con lo cual el área de aporte para  $D = 26 \text{ min}$  puede calcularse como  $A_{\text{aporte III y IV}} = 26/73 \times 5.0 \text{ Ha} = 1.78 \text{ Ha}$

El caudal máximo proveniente de III y IV es:

$$Q_{III,IV} = 0.405 \times 89.30 \text{ mm/h} \times 1/360 \times 1.78 \text{ Ha} = \underline{0.179 \text{ m}^3/\text{s}}$$

Bajo esta hipótesis el caudal máximo generado en la cuenca es:

$$Q_{\text{max}} = 0.524 \text{ m}^3/\text{s} + 0.179 \text{ m}^3/\text{s} = \underline{0.703 \text{ m}^3/\text{s}}$$

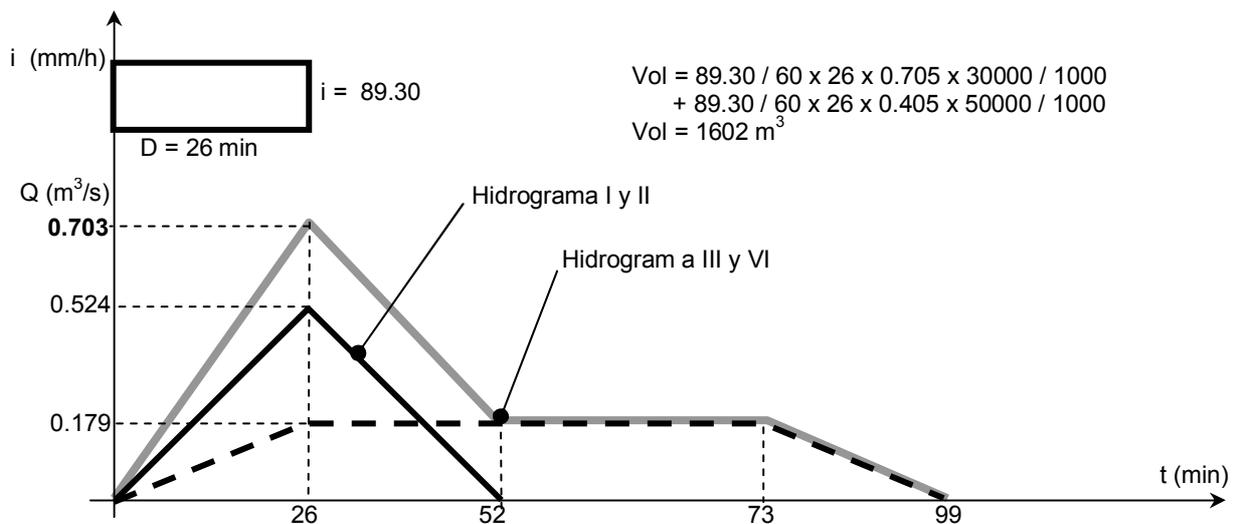


Figura 5.25. Lluvia Única en toda la cuenca con  $D = T_{c,I,II}$ . Ejercicio 5.7.

Puede concluirse que la situación que mayor caudal genera en la salida de la cuenca es la alternativa de lluvia única en toda la cuenca con una duración de  $D = 26$  min e  $i = 89.30$  mm/h.

Es de importancia resaltar que en términos de volúmenes de esguerrimiento la alternativa de lluvia única en toda la cuenca con duración igual al  $T_c$  de la cuenca es la que produce el volumen máximo

Diámetro del conducto C2 (suponiendo misma pendiente y rugosidad que C1):

$$Q_{C2} = 0.703 \text{ m}^3/\text{s} \text{ se adopta un } \underline{D_{C2} = 0.90 \text{ m}} \rightarrow \text{a sección llena } Q_{0.90} = 0.860 \text{ m}^3/\text{s}$$

#### 5.4.4 El Método Racional para Lluvias con Duración mayor que el Tiempo de Concentración

El método racional puede ser utilizado, bajo determinadas circunstancias, para lluvias con duración mayor al tiempo de concentración de la cuenca en estudio. Según Chow et al., (1994) esta adaptación del método fue desarrollada de tal manera que los conceptos del método racional pudieran utilizarse para determinar los hidrogramas utilizables en el diseño de almacenamientos, en lugar de solamente los caudales máximos de crecidas para el diseño de redes de drenaje pluvial urbano. El método racional puede utilizarse para el diseño preliminar de almacenamientos de detención en cuencas con áreas de 8 -12 Ha (Chow et al., 1994).

La forma del hidrograma producido por el método racional con duraciones de lluvias superiores al  $T_c$  de la cuenca en estudio se propone trapezoidal, el cual se construye ajustando la duración de las ramas de ascenso y de recesión del hidrograma hasta hacerlas iguales al tiempo de concentración  $T_c$ , y calculando el caudal máximo con la formulación clásica (ec.(5.13)). El hidrograma generado alcanzará su valor máximo cuando el tiempo de lluvia iguale al  $T_c$ , luego permanecerá constante (se asume que está aportando toda la cuenca simultáneamente) hasta el fin de la lluvia, a continuación la curva de recesión irá a cero linealmente en un tiempo igual al  $T_c$ . Por lo tanto, el tiempo de base del hidrograma será:  $T_b = T_c + D$ . Una ilustración de distintos hidrogramas generados para duraciones de lluvias mayores a  $T_c$  se muestran en la Figura 5.26. El ejemplo corresponde a una cuenca hipotética de 10 Ha de superficie, con  $T_c = 10$  min y relación IDR  $i = 1900 / (14.35 + D)^{0.844}$  para  $R = 5$  años y un Coeficiente de Esguerrimiento  $C = 0.80$ .

Los hidrogramas para lluvias de mayor duración que  $T_c$ , tienen caudales máximos menores, debido a que sus intensidades de lluvia también son decrecientes. Sin embargo, los volúmenes de esguerrimiento son mayores dado que la lámina total crece a pesar de descender la intensidad.

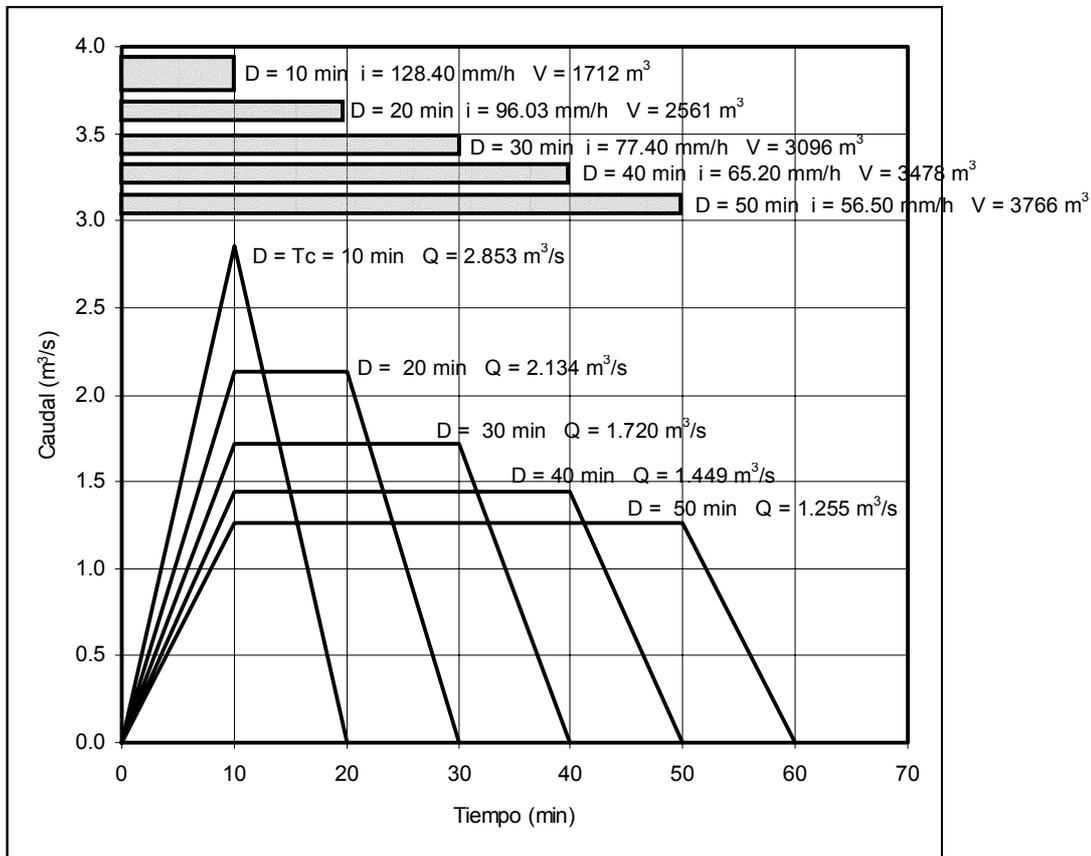


Figura 5.26. Hidrogramas asociados al Método Racional para duraciones de lluvia superiores al  $T_c$

Esta potencialidad del método racional, si bien el hidrograma es aproximado (simplificado linealmente) es útil para por ejemplo el diseño preliminar de embalses. En efecto, si se conoce un caudal admisible de salida de un determinado embalse de detención, es posible establecer el volumen máximo requerido para el diseño del embalse aproximándolo al volumen encerrado entre cada hidrograma y el caudal admisible de salida. Calculando el almacenamiento para hidrogramas de lluvias con diferentes duraciones, el hidrólogo puede determinar la duración crítica para la tormenta de diseño como aquella que requiere el mayor volumen de detención. Como se trata de figuras geométricas simples (triángulos y trapecios) tanto el volumen de embalse en función de la duración como la duración crítica para el mayor volumen necesario pueden determinarse analíticamente. En el Capítulo correspondiente a Embalses Urbanos se aborda con mayor profundidad esta temática relacionada a la determinación del volumen de embalses para distintos tipos de detenciones domiciliarias, en bocas de tormenta, barriales y a nivel de cuenca urbana.

## 5.5 MÉTODOS HIDROLÓGICOS PARA LA DETERMINACIÓN DE HIDROGRAMAS

Cuando las condiciones de esguurrimiento en una cuenca no hacen razonable suponer como válidas las hipótesis que sustentan al método racional es necesario recurrir a metodologías más complejas que permitan definir de forma más precisa el hidrograma generado asociado a una determinada lluvia neta.

Las hipótesis del método racional que generalmente se tornan cuestionables son :

a) Hipótesis de intensidad constante de lluvia a largo de su duración: en la medida que la duración de la lluvia aumenta, la suposición se vuelve menos realista; como los caudales de proyecto dependen de la distribución temporal de la lluvia, si esta hipótesis no se cumple es necesario aplicar un método que considere tal variabilidad.

b) La hipótesis de almacenamiento despreciable: en función de la mecánica del esguurrimiento de la cuenca y especialmente cuando el tamaño de la cuenca crece, tal suposición pasa a ser poco realista. La consideración de tal hipótesis acarrea valores muy conservadores de caudales máximos.

La forma del hidrograma es determinada por el tránsito de la lluvia neta o excedente sobre la cuenca, y su análisis y descripción puede ser hecho por métodos hidráulicos o hidrológicos. Los métodos hidráulicos se basan en las ecuaciones de flujo impermanente (conservación de masa y cantidad de movimiento) y los métodos hidrológicos se basan en los conceptos de traslado y almacenamiento. En este Capítulo se abordarán en su mayoría métodos hidrológicos para descripción del hidrograma y como alternativa de metodología hidráulica el método basado en la onda cinemática.

Los conceptos de traslado y de almacenamiento son esenciales para todo estudio de esguurrimiento en canales, reservorios y cuencas hidrográficas. En los casos de esguurrimiento en cuencas hidrográficas, estos procesos pueden ser estudiados separadamente, lo que simplifica los métodos de cálculo.

El traslado puede ser definido simplifícadamente como el movimiento de agua a lo largo de canales en dirección paralela al fondo. El tiempo de traslado es , por lo tanto, el tiempo que una partícula de agua tarda en recorrer una determinada distancia.

El almacenamiento puede ser interpretado como el movimiento de agua en dirección perpendicular al fondo del canal y representa una porción de la lluvia neta que queda, temporariamente, retenida en la cuenca y que llegará a la sección de control o salida de la cuenca con un cierto atraso.

El traslado puede ser considerado sinónimo de concentración y el almacenamiento sinónimo de difusión o amortiguamiento.

El tránsito de lluvia neta por una cuenca es, básicamente, el mismo fenómeno de tránsito de una onda de crecida por un embalse o un canal y difiere de estos apenas en la importancia relativa que, en cada uno de los casos, asumen los procesos de traslado y almacenamiento. En la siguiente tabla se muestra un resumen de los conceptos descriptos:

Tabla 5.6. Traslado y Almacenamiento. Fuente: Porto (1995)

	Traslado	Almacenamiento
EMBALSE	Despreciable	Dominante
CANAL	Dominante	Poco importante, excepto en grandes áreas inundadas
CUENCA	Importante	Importante, excepto en pequeñas cuencas urbanas

### 5.5.1 Síntesis de Teoría de Hidrograma Unitario

El hidrograma unitario (HU) es la función de respuesta de pulso unitario para un sistema hidrológico lineal. Propuesto originariamente por Sherman (1932) (citado por Chow et al., (1994)), puede definirse como el hidrograma producido por una unidad de lluvia excedente o neta distribuida uniformemente sobre un cuenca con una duración específica (Figura 5.27). La unidad de lluvia neta puede ser definida por conveniencia, en general en países que trabajan con el sistema métrico se admite como precipitación unitaria  $P_{uni} = 10 \text{ mm}$ . El hidrograma unitario es un modelo lineal simple que puede usarse para deducir el hidrograma resultante de cualquier cantidad de lluvia neta.

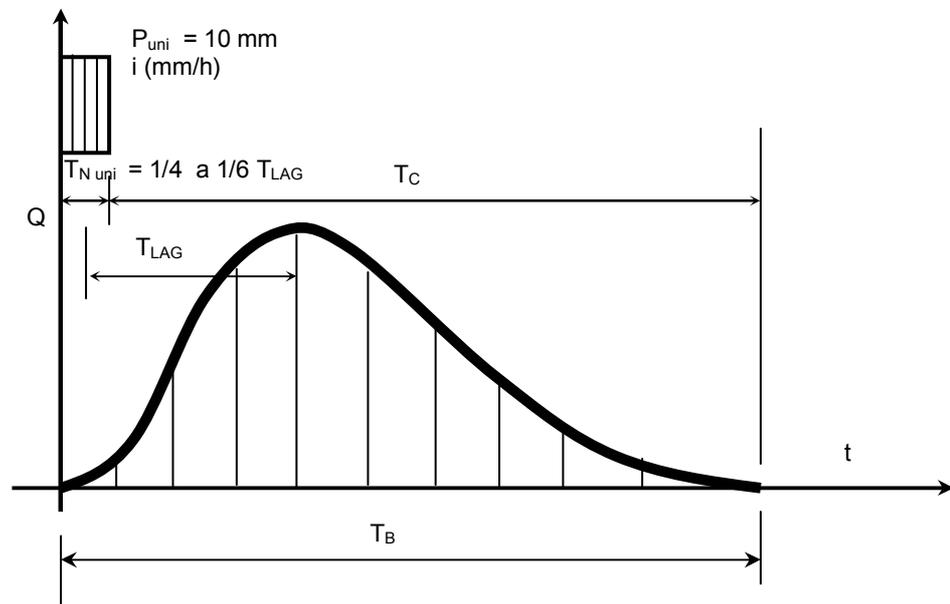


Figura 5.27. Esquema de Hidrograma Unitario

Las siguientes suposiciones básicas son inherentes al hidrograma unitario (Chow et al., 1994):

- (i) Intensidad constante en la duración unitaria. La precipitación neta tiene una intensidad constante dentro de su duración, por lo cual la duración de la lluvia neta unitaria debe ser de tal modo de asegurar el cumplimiento de esta premisa. Los valores de duración unitaria que generalmente satisfacen esta premisa están entre  $1/4$  a  $1/6$  del tiempo de retardo  $T_{LAG}$ .
- (ii) Lluvia uniforme espacialmente. La lluvia neta está uniformemente distribuida en la cuenca de drenaje. Cuando la cuenca es demasiado grande o la variación espacial de la lluvia no permite aceptar esta premisa debe subdividirse la cuenca en subcuencas donde puedan suponerse la lluvia espacialmente uniforme.
- (iii) Constancia del tiempo de base. El tiempo de base del hidrograma unitario resultante para una lluvia neta unitaria de una duración dada es constante. Generalmente en flujo en superficies urbanas el tiempo de base es relativamente corto puesto que incluye solo el escurrimiento superficial. El valor del tiempo de base se considera igual a la suma del tiempo de concentración ( $T_C$ ) más la duración de lluvia neta ( $T_N$ )  $T_{Base} = T_C + T_N$ .

- (iv) Proporcionalidad y Superposición. Las ordenadas de hidrogramas unitarios  $Q_1$ ,  $Q_2$  para un mismo tiempo  $t$ , correspondientes a distintas intensidades  $i_1$ ,  $i_2$  son directamente proporcionales a la relación entre las intensidades, vale decir  $Q_1/Q_2 = i_1/i_2 = P_1 / P_2$  (Figura 5.28). Además, el hidrograma generado por una lluvia de duración superior a la unitaria se puede obtener mediante la suma de una sucesión consecutiva de hidrogramas de lluvias unitarias (tener en cuenta que la duración total de la lluvia debe ser aproximadamente múltiplo de la duración unitaria). El hidrograma total se obtiene mediante suma de ordenadas de los hidrogramas parciales. La información hidrológica no es lineal, cuando se aplica proporcionalidad y superposición el hidrograma resultante es una aproximación que ha sido muy satisfactoria en innumerables casos de aplicación.
- (v) Invarianza Temporal. Para una cuenca dada, el hidrograma resultante de una lluvia neta dada refleja las características invariantes temporalmente de la cuenca.

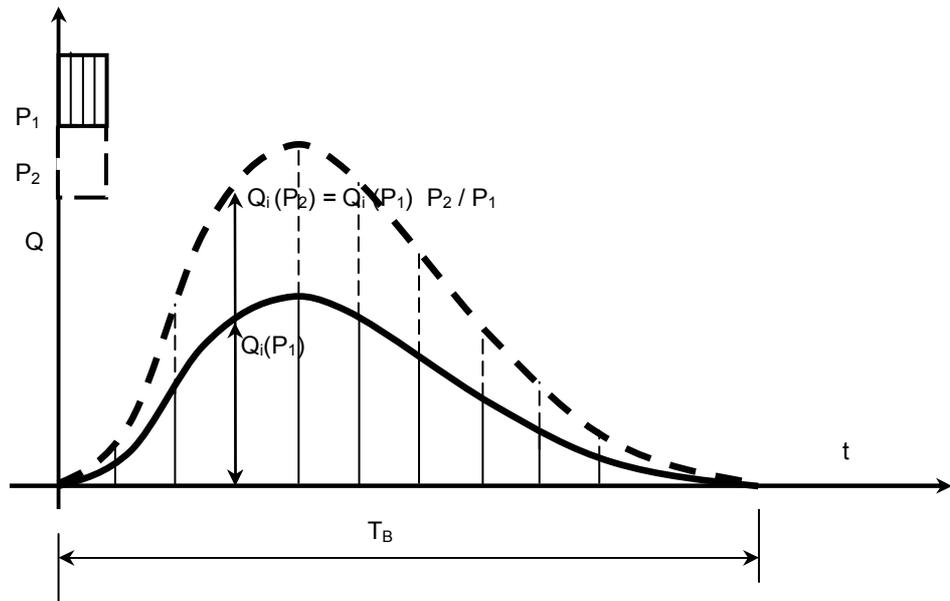


Figura 5.28. Principio de Proporcionalidad.

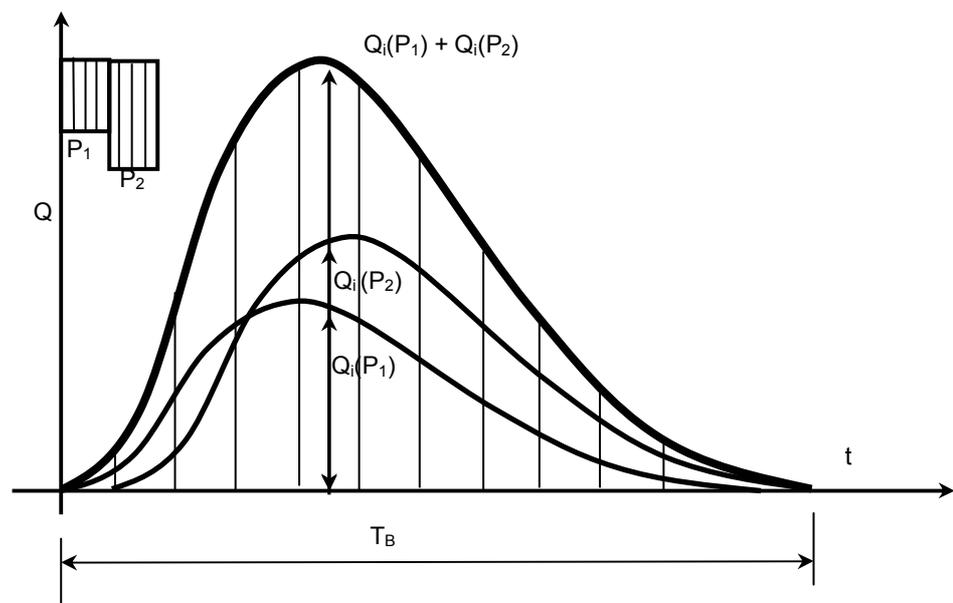


Figura 5.29. Principio de Superposición.

Los hidrogramas unitarios de una cuenca pueden ser determinados (a) por análisis de información hidrológica (lluvia-lluvia neta- caudal) disponible para múltiples tormentas o (b) por medio de características morfológicas e hidrológicas de la cuenca y formulaciones empíricas. Los hidrogramas generados por

alternativa (b) son los denominados Hidrogramas Unitarios Sintéticos (HUS). En hidrología urbana prevalece el segundo abordaje, no solo porque los datos en áreas urbanas son sumamente escasos, sino también porque se deben determinar hidrogramas para condiciones futuras de ocupación de cuenca. Por esta razón en este texto se presentan solo metodologías para determinar hidrogramas unitarios sintéticos.

Para un abordaje mas amplio respecto a Hidrograma Unitario puede consultarse Chow et al., (1994) u Orsolini (2000).

### 5.5.1.1 Convolución o Carga del Hidrograma Unitario

Una vez que se ha determinado el hidrograma unitario, puede utilizarse para la determinación de hidrogramas de proyecto, asociado a la lluvia neta de proyecto. En este caso se utiliza la ecuación de convolución discreta para un sistema lineal (Chow et al., 1994).

$$Q_n = \sum_{m=1}^{n \leq M} P_m U_{n-m+1} \quad (5.29)$$

donde  $Q_n$  es el caudal en la coordenada temporal  $t = n \Delta t$  con  $n \leq N$ , donde  $N$  es el número total de puntos del hidrograma convolucionado;  $P_m$  es la lámina de lluvia en el barrote  $m$ , con  $m \leq M$ , donde  $M$  es el número total de barrotos de lluvia neta;  $U_{n-m+1}$  es la ordenada del HU en el punto  $(n-m+1)$ , generada con una lámina de lluvia de 1mm. Tener en cuenta que la cantidad de ordenadas del HU es  $(N-M+1)$ . La notación  $n \leq M$  como el límite superior de la sumatoria muestra que los términos se suman para  $M = 1, 2, \dots, n$  siempre que  $n \leq M$ , pero para  $n > M$ , la sumatoria se limita a  $m = 1, 2, \dots, M$ .

Supóngase (ver Figura 5.30) que hay tres barrotos de lluvia (pulsos de entrada) :  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  y que el HU asociado al 1er. pulso  $P_1$  tiene como ordenadas  $U_1$  a  $U_6$ . Para el primer intervalo de tiempo ( $n = 1$ ), existe solamente un término en la convolución (para  $m = 1$ ) :

$$Q_1 = P_1 U_{1-1+1} = P_1 U_1.$$

Para  $n=2$ , existen dos términos que corresponden a  $m = 1, 2$  :

$$Q_2 = P_1 U_{2-1+1} + P_2 U_{2-2+1} = P_1 U_2 + P_2 U_1.$$

Para  $n=3$ , existen tres términos:

$$Q_3 = P_1 U_{3-1+1} + P_2 U_{3-2+1} + P_3 U_{3-3+1} = P_1 U_3 + P_2 U_2 + P_3 U_1.$$

Para  $n=4, 5, \dots$  sigue habiendo solo tres términos (la cantidad de barrotos de lluvia):

$$Q_n = P_1 U_n + P_2 U_{n-1} + P_3 U_{n-2}.$$

Los resultados de este cálculo se muestran en forma esquemática en la Figura 5.30. La suma de los subíndices en cada término de la parte derecha de la sumatoria es siempre mayor en una unidad que el subíndice de  $Q$ .

En el ejemplo mostrado en la Figura 5.30, existen 3 pulsos de entrada (barrotos de lluvia) y 6 terminos nulos en la función de respuesta  $U$ , por lo tanto existen  $3+6-1= 8$  términos diferentes de cero en la función de salida de  $Q$ . Los valores de salida para los tres periodos finales son:

$$Q_6 = P_1 U_6 + P_2 U_5 + P_3 U_4$$

$$Q_7 = P_2 U_6 + P_3 U_5$$

$$Q_8 = P_3 U_6.$$

$Q_n$  y  $P_m$  suelen expresarse en dimensiones diferentes (por ej.  $Q$  en  $m^3/s$  y  $P$  en mm), por lo que  $U$  tiene dimensiones en  $m^3/s/mm$ , representando el caudal generado por cada milímetro de lluvia neta. Tener en consideración que si el hidrograma unitario fue generado con una lluvia de 10 mm, en lugar de  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$  debe utilizarse  $P_1/10$ ,  $P_2/10$  y  $P_3/10$ .

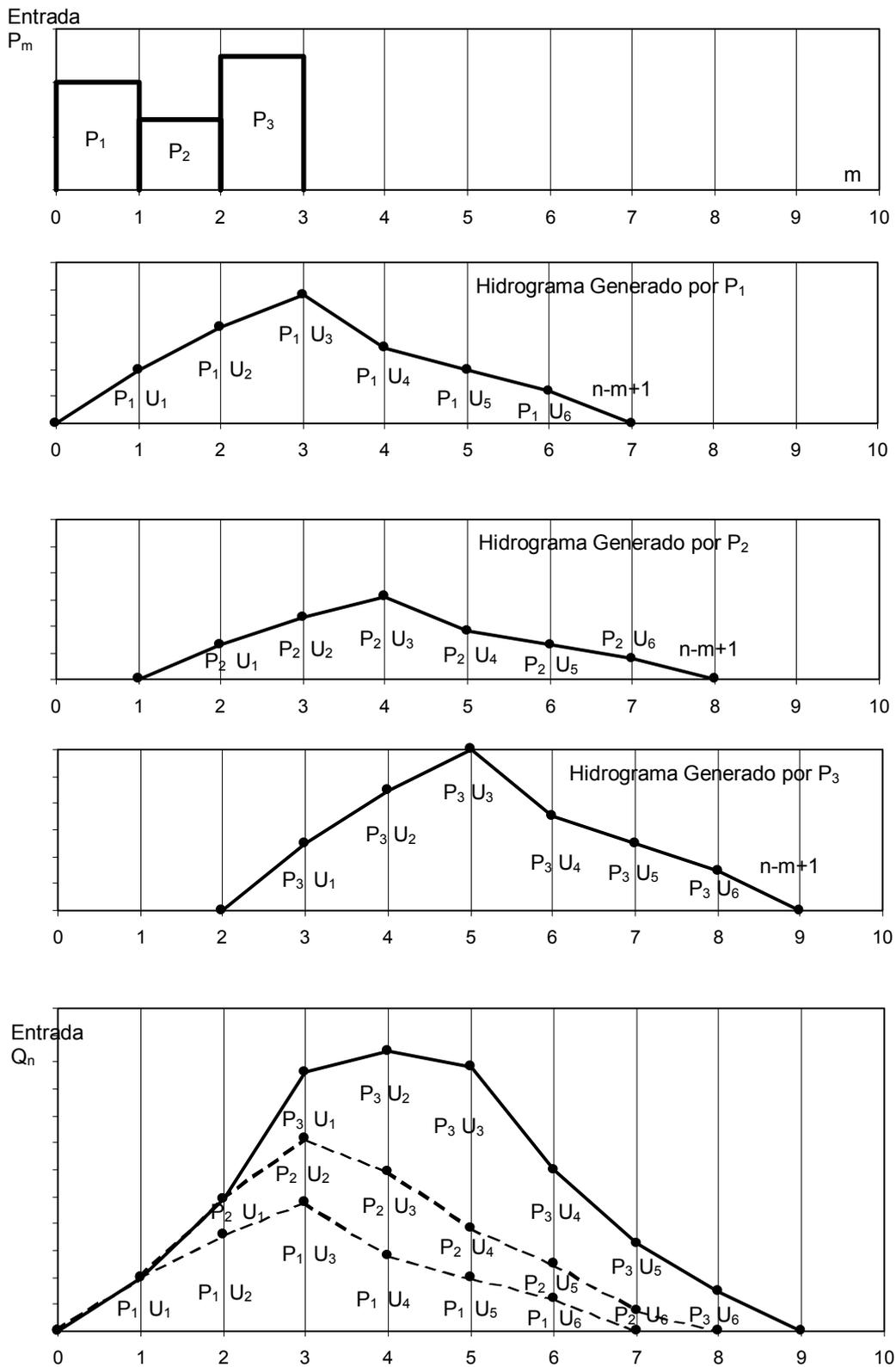


Figura 5.30. Aplicación de la convolución discreta para el cálculo del escurrimiento directo  $Q_n$  dado una lluvia neta  $P_m$  y el hidrograma unitario  $U_{n-m+1}$

**Ejercicio 5.8** (Adaptado de Chow et al., 1994)

Calcular el hidrograma generado por una tormenta de 150 mm de lluvia neta, con 50 mm caído en la 1er. media hora, 75 mm en la 2da media hora y 25 mm en la 3er hora. El hidrograma unitario es:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_n$ (m <sup>3</sup> /s/mm)	0.45	1.20	2.60	2.80	1.63	0.50	0.42	0.30	0.20

Comprobar la ecuación de continuidad, teniendo que la cuenca tiene un área de 18.10 km<sup>2</sup>-

Solución:

El cálculo del hidrograma de escurrimiento directo por convolución se muestra en la Tabla 5.7. Las ordenadas del hidrograma unitario están colocadas en la parte superior de la tabla y las láminas de lluvia neta están colocadas hacia abajo en el lado izquierdo. El tiempo esta dividido en intervalos de Δt= 0.5 horas. Para el primer intervalo de tiempo n=1 en la ec. (5.29) y

$$Q_1 = P_1 U_1 = 50 \times 0.45 = 22.50 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para el segundo intervalo de tiempo:

$$Q_2 = P_2 U_1 + P_1 U_2 = 75 \times 0.45 + 50 \times 1.20 = 93.75 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Para el tercer intervalo de tiempo:

$$Q_3 = P_3 U_1 + P_2 U_2 + P_1 U_3 = 25 \times 0.45 + 75 \times 1.20 + 50 \times 2.60 = 231.25 \text{ m}^3/\text{s}$$

Los cálculos para n=4, 5, ..., se realizan de la misma forma tal como se muestra en la Tabla 5.7. En la Figura 5.31 se presenta la representación gráfica del hidrograma de escurrimiento directo para la lluvia neta total y la desagregación de las ordenadas de acuerdo al aporte de los tres barrotes de lluvia neta.

Tabla 5.7. Cálculo de Hidrograma de Escurrimiento Directo Ejercicio 5.8.

n	Tiempo (hs)	Lluvia Neta (mm)	Ordenadas de Hidrograma Unitario (m <sup>3</sup> /s/mm)									Escurrimiento Directo m <sup>3</sup> /s	
			1 0.45	2 1.20	3 2.60	4 2.80	5 1.63	6 0.50	7 0.42	8 0.30	9 0.20		
1	0.5	50	22.50										22.50
2	1.0	75	60.00	33.75									93.75
3	1.5	25	130.00	90.00	11.25								231.25
4	2.0			140.00	195.00	30.00							365.00
5	2.5				81.50	210.00	65.00						356.50
6	3.0					25.00	122.25	70.00					217.25
7	3.5						21.00	37.50	40.75				99.25
8	4.0							15.00	31.50	12.50			59.00
9	4.5								10.00	22.50	10.50		43.00
10	5.0									15.00	7.50		22.50
11	5.5										5.00		5.00

El volumen de escurrimiento directo se puede calcular integrando el área bajo la curva del hidrograma de escurrimiento directo :

$$V_d = \sum_{n=1}^N Q_n \Delta t$$

$$V_d = (22.50+93.75+231.25+365.00+356.50+217.25+99.25+59.00+43.00+22.50+5) \text{ m}^3/\text{s} \times 1800 \text{ s}$$

$$V_d = 2727000 \text{ m}^3$$

y la lámina correspondiente a escurrimiento directo se encuentra dividiendo por el área de la cuenca  $2727000 \text{ m}^3 / 18.10 \text{ km}^2 = 150000 \text{ m}^3/\text{km}^2 = 150 \text{ mm}$

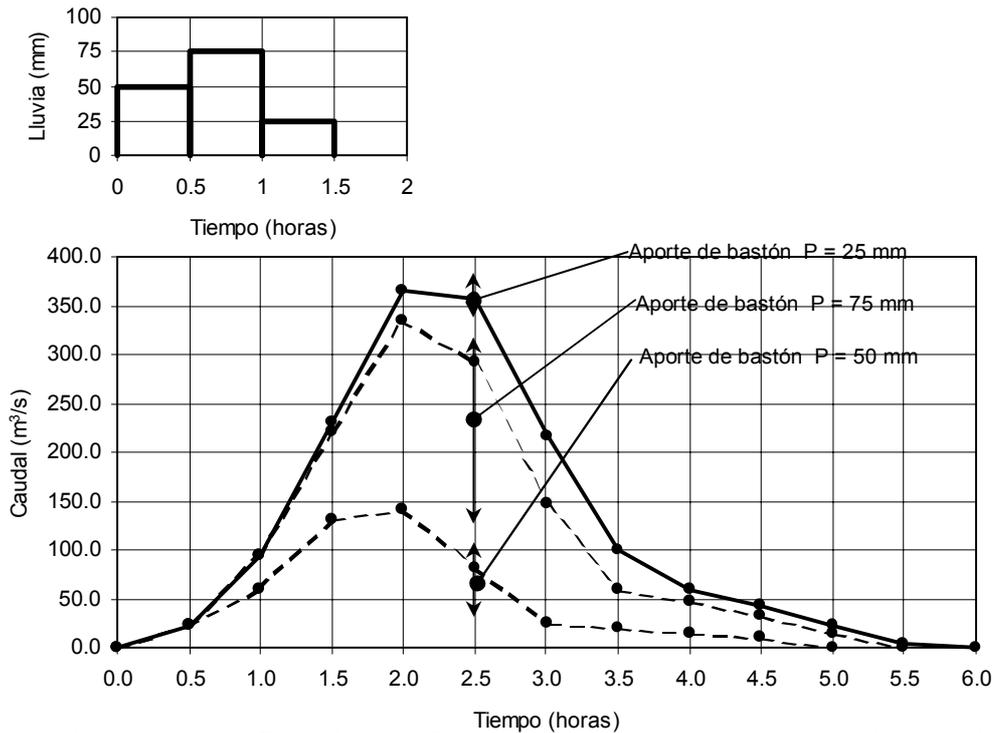


Figura 5.31. Hidrograma de Escurrimiento Directo con bastones de lluvia de 0.50 h y láminas de 50 mm; 75 mm y 25 mm. Ejercicio 5.8

### 5.5.1.2 Hidrograma Unitario Instantáneo

Si la lluvia neta es una cantidad unitaria y su duración es infinitesimal, el hidrograma resultante es una función impulso-respuesta que se denomina hidrograma unitario instantáneo (HUI) (ver por ej. Chow et. al, 1994).

Para el HUI la lluvia neta se aplica en el área de drenaje en el tiempo cero. Este es un concepto teórico el cual no puede utilizarse en cuencas reales, pero resulta útil porque el HUI caracteriza la respuesta lluvia-caudal de la cuenca, sin referencia a la duración de la lluvia. Por lo tanto el HUI puede relacionarse con la geomorfología de la cuenca (Rodríguez-Iturbe y Valdés, 1979; Waymire y Wang, 1980 citados por Chow et al., 1994).

Modelos matemáticos aplicados a cuencas rurales y urbanas como el HYMO (Williams y Haan, 1973), OTTHYMO (Wisner, 1993) y AR-HYMO (Maza et al., 1993) utilizan HUI sintéticos para realizar la convolución con la lluvia neta y generar los hidrogramas de escurrimiento. En cuencas rurales el HUI se formula mediante la analogía de Nash de  $n$  embalses lineales y ecuaciones exponenciales negativas. En el caso de cuencas urbanas el HUI es generado mediante la asimilación de la cuenca a un único embalse lineal. A este concepto ciertamente antiguo, se le encontró la interesante aptitud de representar de un modo fidedigno el escurrimiento rápido sobre superficies de elevada impermeabilidad (Maza et al., 1993).

En puntos siguientes se aborda la formulación del HUI mediante analogías con uno o más embalses lineales.

## 5.5.2 Hidrogramas Unitarios Sintéticos

### 5.5.2.1 Hidrograma Unitario Sintético Adimensional del SCS

El hidrograma adimensional del SCS (Soil Conservation Service), es un hidrograma unitario sintético adimensional en el cual el caudal se expresa por la relación del caudal  $Q$  con respecto al caudal pico  $Q_p$  y el tiempo por la relación del tiempo  $t$  con respecto al tiempo de ocurrencia del pico en el hidrograma unitario  $T_p$ . Dados el caudal pico y el tiempo de retardo  $T_{LAG}$  para la duración de la lluvia neta  $t_N$ , el hidrograma unitario puede estimarse a partir del hidrograma sintético adimen-

sional para la cuenca dada. La Figura 5.32 muestra el hidrograma dimensional y en la Tabla 5.8 se presentan los valores de abscisas  $t/T_p$  y ordenadas  $Q/Q_p$ . Una alternativa simplificada al método es considerar un hidrograma unitario triangular (Soil Conservation Service, 1972 citado por Chow et al., 1994).

Tabla 5.8. Valores de  $t/T_p$  y  $Q/Q_p$  de Hidrograma Unitario Sintético Adimensional del SCS. (Valores extraídos de gráfica presentada en Chow et al., 1994)

$t/T_p$	$Q/Q_p$	$t/T_p$	$Q/Q_p$	$t/T_p$	$Q/Q_p$
0.0	0.000	1.3	0.860	2.6	0.107
0.1	0.030	1.4	0.780	2.7	0.090
0.2	0.090	1.5	0.680	2.8	0.077
0.3	0.174	1.6	0.570	2.9	0.065
0.4	0.310	1.7	0.470	3.0	0.055
0.5	0.470	1.8	0.390	3.2	0.040
0.6	0.660	1.9	0.330	3.4	0.029
0.7	0.820	2.0	0.280	3.6	0.021
0.8	0.940	2.1	0.240	3.8	0.012
0.9	0.985	2.2	0.210	4.0	0.011
1.0	1.000	2.3	0.180	4.5	0.005
1.1	0.985	2.4	0.147	5.0	0.000
1.2	0.940	2.5	0.127		

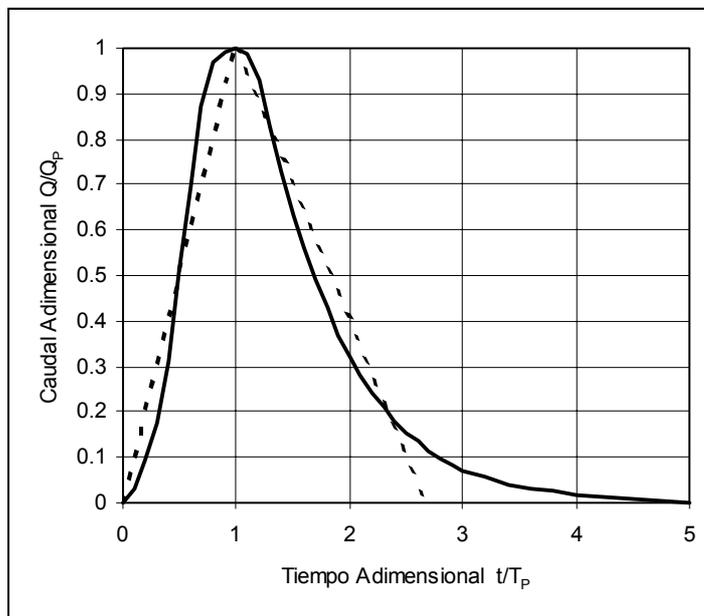


Figura 5.32. Hidrograma Unitario Sintético Adimensional del SCS.

Fuente: Soil Conservation Service (1972) citado por Chow et al. (1994).

### 5.5.2.2 Hidrograma Unitario Triangular

El hidrograma unitario triangular (Figura 5.33) simplificado se originó como método aproximado de estimación del caudal pico y tiempo al pico  $Q_p$  y  $T_p$  para el hidrograma unitario adimensional del SCS. Además, el hidrograma unitario triangular puede ser utilizado directamente como hidrograma unitario sintético (siempre teniendo en cuenta el grado de simplificación que conlleva su utilización).

El método está basado en la revisión de un gran número de hidrogramas unitarios de cuencas de Estados Unidos en las que se observó que el volumen promedio escurrido al tiempo de presentarse el caudal máximo era el 37.5% ( $V^*_{t/T_p=1} = 0.375$ ) del volumen de lluvia neta de la crecida ( $V_{t/T_p=1} = 0.375 P_n A$ ). Esta consideración en el hidrograma triangular implica que el tiempo de recesión puede aproximarse como  $1.67 T_p$ , lo que implica un tiempo de base  $T_B = 2.67 T_p$ . Es importante destacar que toda observación regional de hidrogramas que demuestre en un determinado sitio que la relación del volumen de lluvia neta respecto al volumen total para  $t/T_p=1$  es diferente al señalado debe considerarse el valor regio-

nal, estimándose en ese caso el valor del tiempo de base asociado. Dado que se trata de un triángulo para cualquier proposición de volúmenes en  $t/T_p=1$  es posible en forma simple determinar el tiempo de base mediante la aplicación de la ecuación de continuidad.

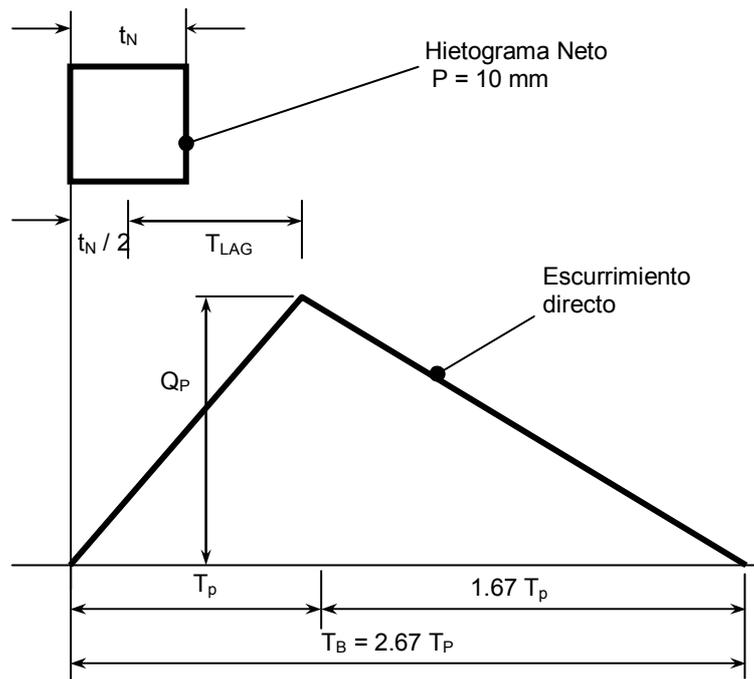


Figura 5.33. Hidrograma Unitario Sintético Triangular

Dado que el área bajo el hidrograma unitario debe ser igual al escurrimiento directo de una lámina unitaria:

$$P \text{ (m)} A \text{ (m}^2\text{)} = \frac{1}{2} Q_P \text{ (m}^3\text{/s)} T_B \text{ (s)} = \frac{1}{2} Q_P 2.67 T_p \tag{5.30}$$

Considerando una lluvia unitaria de 10 mm, la expresión de caudal pico desde ec. (5.30) queda de la manera:

$$Q_P = \frac{2 \times 0.010 \text{ (m)} A \text{ (m}^2\text{)}}{2.67 T_p \text{ (s)}} \tag{5.31a}$$

Considerando el área A en km<sup>2</sup> y el Tiempo al pico T<sub>p</sub> en horas la ec. (5.31a) puede reescribirse como:

$$Q_P = \frac{2.08 A}{T_p} \tag{5.31b}$$

La expresión (5.31b) representa el caudal pico en m<sup>3</sup>/s generado en la cuenca por 10 mm de lluvia neta. En el caso de utilizar un lluvia neta unitaria de 1 mm el coeficiente de la ec. (5.31b) es 0.208.

Cuando el valor sugerido del SCS  $V_{t/T_p=1}^* \neq 0.375$ , puede demostrarse que la ec.(5.31b) toma la forma:

$$Q_P = \frac{5.54 V_{t/T_p=1}^* A}{T_p} \tag{5.32}$$

y el tiempo de base se puede estimar de la manera:

$$T_b = \frac{1}{V_{t/T_p=1}^*} T_p \tag{5.33}$$

Estudios adicionales de hidrogramas unitarios de cuencas rurales de tamaños grandes y pequeños han indicado que el tiempo de retardo  $T_{LAG}$  puede aproximarse a  $T_{LAG} = 0.60 T_c$ , donde  $T_c$  es el tiempo de concentración de la cuenca, por lo tanto el tiempo al pico puede escribirse:

$$T_p = T_N / 2 + 0.6 T_c \tag{5.34}$$

La duración de la lluvia neta puede definirse (en función de consideraciones de hidrograma unitario) como:

$$T_N = 1/5 T_{LAG} \tag{5.35}$$

Considerando ec. (5.35) y la aproximación  $T_{LAG} = 0.60 T_c$  el tiempo al pico  $T_p$  puede formularse en función del tiempo de concentración de la cuenca  $T_c$  :

$$T_p = 0.06 T_c + 0.6 T_c = 0.66 T_c \tag{5.36}$$

**Ejercicio 5.9** (adaptado de Chow et al., 1994)

Construir un hidrograma sintético triangular para una lluvia  $P = 10 \text{ mm}$  y  $T_N = 10 \text{ min}$  de duración, en una cuenca de  $3 \text{ km}^2$  que posee un tiempo de concentración  $T_c = 1.25 \text{ h}$

Solución:

El cálculo del tiempo de retraso resulta  $T_{LAG} = 0.60 \times 1.25 \text{ h} = 0.75 \text{ h}$ ,

En tanto que el tiempo al pico es:  $T_p = (10/60)/2 + 0.75 \text{ h} = 0.83 \text{ h}$

El tiempo de base es:  $T_B = 2.67 T_p = 2.67 \times 0.83 \text{ h} = 2.21 \text{ h}$

El caudal pico para  $10 \text{ mm}$  de lluvia neta es:  $Q_p = 2.08 \cdot 3.0 \text{ km}^2 / 0.833 \text{ h} = 7.49 \text{ m}^3/\text{s}$

La verificación de continuidad es :

$$(0.5 \times 2.21 \text{ h} \times 3600 \text{ s/h} \times 7.49 \text{ m}^3/\text{s}) / (3 \text{ km}^2 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{km}^2) = 0.010 \text{ m} = 10 \text{ mm}$$

Con estos valores puede construirse el hidrograma unitario triangular (simplificado) y mediante las relaciones  $t/T_p$  y  $Q/Q_p$  del hidrograma adimensional puede construirse el hidrograma unitario sintético del SCS. Ambas graficaciones se presentan en la Figura 5.34.

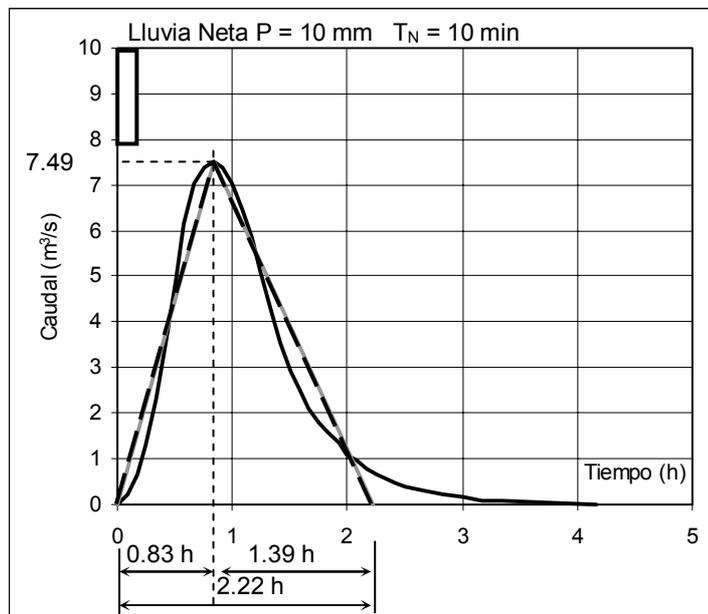


Figura 5.34. Hidrograma Unitario basado en método del SCS. Ejercicio 5.9

### 5.5.2.3 Hidrograma Unitario Sintético de Clark

Este método transforma un hietograma de lluvia neta en un hidrograma de escurrimiento superficial directo, teniendo en cuenta primero un proceso de traslado y luego un proceso de retardo y amortiguamiento o difusión en un embalse lineal.

#### Proceso de Traslado.

El proceso de traslado está basado en los conceptos de isócronas, curva tiempo-área y tiempo-área concentración. Las líneas isócronas son las líneas imaginarias formadas por los puntos de la cuenca que tienen el mismo tiempo de tránsito hasta una determinada sección de control S. En la cuenca esquematizada en la Figura 5.35 se indican por ej. las isócronas para 1, 2, 3 y 4 horas de traslado. La mayor isócrona corresponderá al tiempo de concentración de la cuenca.

La ubicación de las isócronas puede ser estimada a partir de una planialtimetría de la cuenca y utilizando en forma conjunta una ecuación de resistencia en condiciones de flujo uniforme y la ecuación de continuidad para flujo permanente (Chow et al., 1994). El intervalo de tiempo entre isócronas debe considerarse en función de la información disponible en la cuenca y la demanda en lo que respecta a la máxima desagregación temporal de la lluvia que aporte mejoramiento sustancial en la precisión del hidrograma determinado.

En la Figura 5.35 si se considera una lluvia neta con 1 hora de duración, el área A1, situada aguas debajo de la isócrona 1, representa la parte de la cuenca que contribuye para el escurrimiento hasta el tiempo  $t = 1$  hora, en la sección de control S. La contribución de los puntos aguas arriba de la isócrona 1 no aportan a  $t = 1$  hora. Entre los instantes  $t = 1$  hora y  $t = 2$  horas el área contribuyente es A2, una vez que la contribución de A1 ya escurrió totalmente y la contribución de A3 aún no ha llegado a la sección de control S. Este razonamiento puede ser expresado en forma gráfica como se ilustra en la Figura 5.35. En este ejemplo, el tiempo de concentración de la cuenca es de 4 horas, pues, después de ese tiempo, toda la cuenca contribuye para el escurrimiento en S.

El volumen escurrido en cada intervalo de tiempo es igual al área de aporte  $A_i$  multiplicada por la lluvia neta. El caudal medio en el intervalo es el volumen escurrido dividido por el intervalo de tiempo, o se el área  $A_i$  multiplicada por la intensidad de la lluvia neta  $i_i$  :

$$V_i = A_i P_i \tag{5.37}$$

$$Q_i = A_i P_i / \Delta t = A_i I_i \tag{5.38}$$

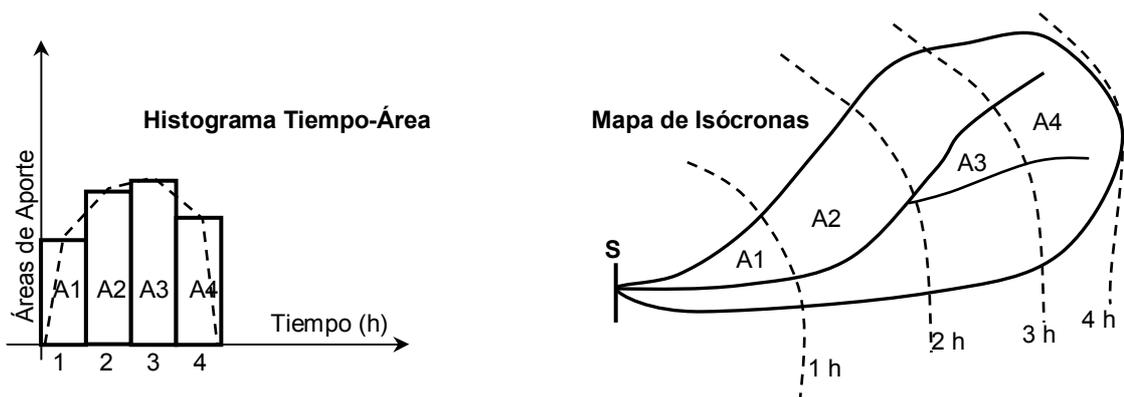


Figura 5.35. Histograma Tiempo-Área y Mapa de Isócronas

Considerando un caso general en el que el intervalo de tiempo es lo suficientemente pequeño, la curva correspondiente al acumulado de área de aporte para un determinado tiempo  $t$  se denomina *curva tiempo-área* (Figura 5.36a), en tanto que la *curva tiempo-área-concentración* (TAC)(Figura 5.36b) es la derivada de la curva tiempo-área y puede expresarse en forma discreta como (Basile, 2000a):

$$\frac{\Delta A(t)}{\Delta t} = \frac{A(t) - A(t - \Delta t)}{\Delta t} \tag{5.39}$$

El histograma tiempo-área de la Figura 5.35 constituye una representación discreta (en 4 valores) de la TAC de esa cuenca en particular.

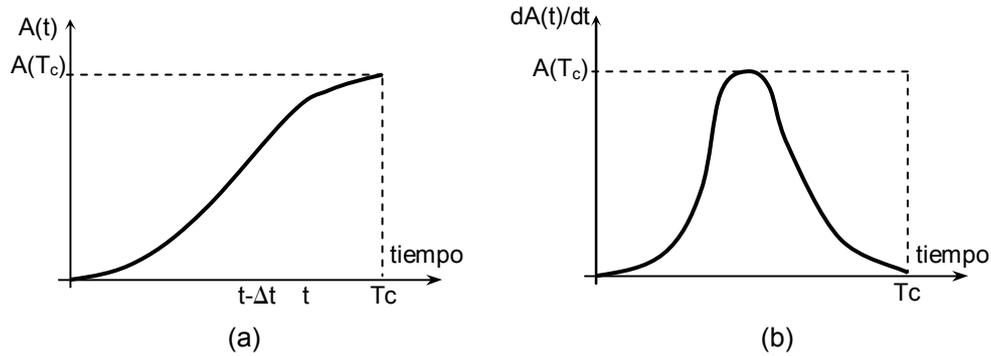


Figura 5.36. (a) Curva Tiempo-Área; (b) Curva Tiempo-Área-Concentración (TAC)  
Fuente: Basile (2000a)

La curva TAC puede ser convertida en un hidrograma unitario mediante la asignación de un valor a la lluvia neta. Aplicando la ec.(5.38) para una precipitación neta por ej. de 10 mm el caudal en un determinado tiempo  $t$  se puede expresar mediante:

$$Q_e(t) = 2.777 \frac{\Delta A(t)}{\Delta t} \tag{5.40}$$

Con  $Q_e$  en  $m^3/s$ ,  $\Delta A$  en  $km^2$  y  $\Delta t$  en horas.

La expresión (5.40) representa el hidrograma unitario generado por una lluvia de 10 mm sin considerar efectos de retardo y amortiguamiento producidos por el almacenamiento en la cuenca. Si  $\Delta t \rightarrow 0$  se obtiene el hidrograma unitario para un pulso instantáneo de precipitación (HUI) (Basile, 2000a). Si la lluvia neta unitaria es de 1 mm el coeficiente de la ec.(5.40) es 0.2777.

Resulta interesante resaltar que el método basado en la determinación del hidrograma unitario sintético contemplando solo traslado hasta la sección de control (y no retardo y amortiguamiento por almacenamiento en cuenca) puede resultar aplicable en determinados tipos de cuenca urbanas donde el fenómeno de almacenamiento puede ser despreciado.

Por otro lado el método permite determinar directamente el hidrograma asociado a una determinada lluvia neta (no unitaria) sin pasar por el hidrograma unitario. En efecto si en la ec.(5.38) se coloca directamente la intensidad media de la lluvia neta en el intervalo de tiempo de interés (o la intensidad instantánea en caso que se contara) el caudal calculado representa la ordenada del hidrograma asociado a la lluvia neta considerada.

**Ejercicio 5.10**

Una cuenca urbana de  $10 km^2$  tiene un tiempo de concentración de 90 minutos. El trazado de las isócronas cada 10 minutos definió las siguientes áreas parciales asociadas a los tiempos de traslado a la sección de control:  $A_{10} = 0.80 km^2$ ;  $A_{20} = 0.90 km^2$ ;  $A_{30} = 1.00 km^2$ ;  $A_{40} = 1.05 km^2$ ;  $A_{50} = 1.10 km^2$ ;  $A_{60} = 1.15 km^2$ ;  $A_{70} = 1.25 km^2$ ;  $A_{80} = 1.35 km^2$  y  $A_{90} = 1.40 km^2$

Utilizar el método de la curva tiempo-área-concentración para determinar:

- (a) el hidrograma unitario suponiendo una lluvia neta de 1 mm en 10 min y
- (b) el hidrograma generado por una lluvia de 30 minutos de duración, que tiene los siguientes valores parciales de lluvia neta:

Tiempo (min)	0-10	10-20	20-30
Lluvia Neta (mm)	8	20	15

Solución:

(a) Al existir una discretización areal en nueve zonas el hidrograma unitario tendrá valores distintos de cero. Los valores de caudal asociados a la lluvia de 1 mm en 10 min se consideran en el centro de cada intervalo de 10 minutos y se calculan mediante la ec. (5.40) utilizando el coeficiente 0.2777

Tiempo (min)	0	5	15	25	35	45	55	65	75	85	90
Caudal (m <sup>3</sup> /s)	0	1.33	1.496	1.662	1.745	1.828	1.911	2.078	2.244	2.327	0

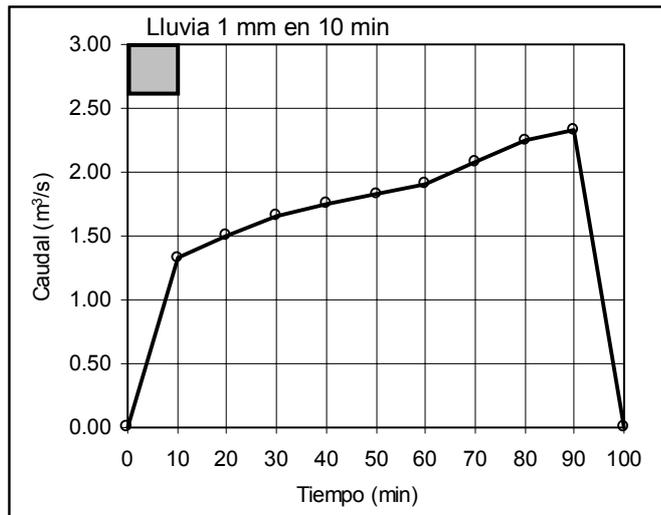


Figura 5.37 Hidrograma Unitario mediante TAC. Ejercicio 5.10 parte (a).

b) En la Tabla 5.9 se ilustra el procedimiento para la aplicación del método. En esta tabla la columna (1) es el tiempo en minutos. Las columnas (2) a (4) son los caudales obtenidos por la aplicación de la ec.(5.40) (aplicando coeficiente 0.277 correspondiente a el caudal generado para 1 mm de lluvia neta). La columna (2) representa el hidrograma generado por el 1er. bastón de lluvia ( 8 mm), la columna (3) y (4) corresponde a los hidrogramas generados por el 2do y 3er bastón de lluvia neta (20 y 15 mm).

La columna (5) es la suma de las columnas (2) a (4) y representa el hidrograma total concentrado en la sección S. La Figura 5.37 muestra el hietograma-hidrograma resultante. En trazo fino se indican los hidrogramas generados por cada uno de los 3 bastones del hietograma, la simbología  $Q(t) P_1$  significa el hidrograma generado por la cuenca debido al 1er. barrote de lluvia.

Tabla 5.9. Método Curva Tiempo-Área-Concentración. Ejercicio 5.10 parte (b)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$P_i$ (mm)	8.00	20.00	15.00	Caudal (m <sup>3</sup> /s)
Tiempo (min)	Caudales parciales (m <sup>3</sup> /s)			
0	0.00			0.00
10	10.64	0.00		10.64
20	11.97	26.59	0.00	38.56
30	13.30	29.92	19.94	63.16
40	13.96	33.24	22.44	69.64
50	14.63	34.90	24.93	74.46
60	15.29	36.56	26.18	78.03
70	16.62	38.23	27.42	82.27
80	17.95	41.55	28.67	88.17
90	18.61	44.87	31.16	94.65
100	0.00	46.54	33.66	80.19
110		0.00	34.90	34.90
120			0.00	0.00

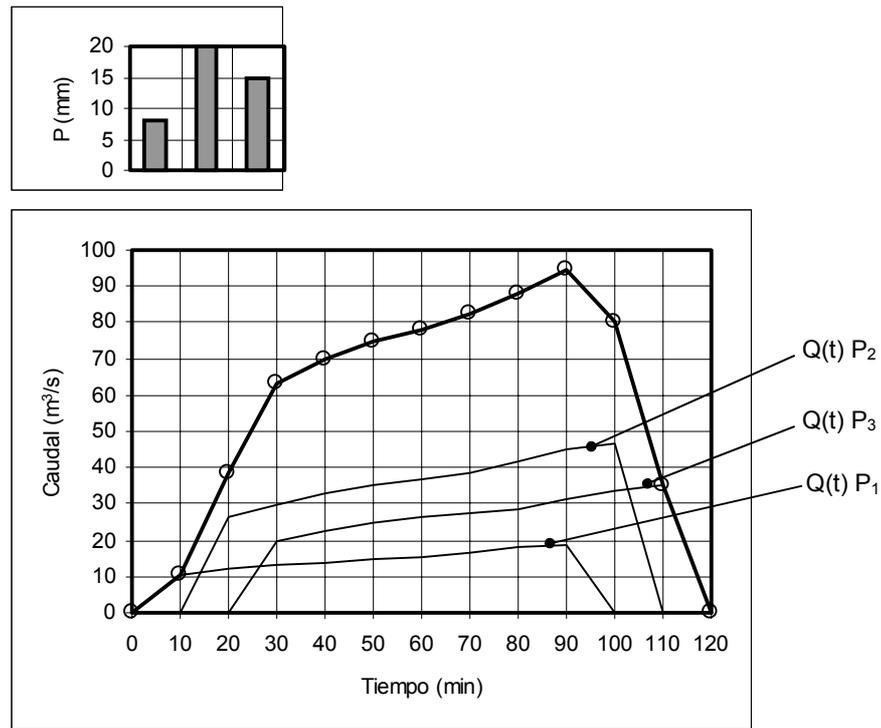


Figura 5.38. Hietograma-Hidrograma Método Curva Tiempo-Área-Concentración. Ejercicio 5.10.

**Tránsito en Embalse lineal.**

El hidrograma obtenido con la curva TAC no tiene en cuenta el efecto de almacenamiento en la cuenca. Clark (Clark, 1943 citado por Chow et al., 1994) propuso que el efecto de difusión por almacenamiento fuese introducido por un embalse lineal ficticio, situado en la salida de la cuenca. Un embalse lineal es aquel cuyo almacenamiento está linealmente relacionado con su caudal de salida mediante un constante de almacenamiento K que tiene dimensiones de tiempo. En el hidrograma unitario de Clark la constante de almacenamiento K engloba el retardo y atenuación en el embalse ficticio del hidrograma generado con las curvas TAC (Figura 5.39).

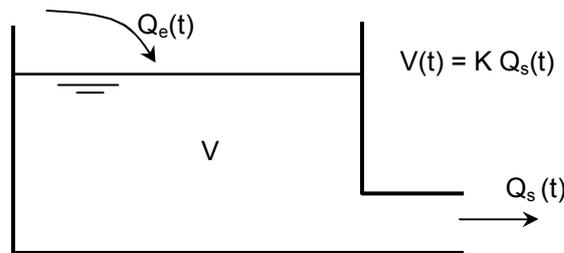


Figura 5.39. Esquema de Embalse Lineal

Para simular el tránsito del hidrograma en el embalse lineal es necesario contar con una ecuación de continuidad y una ecuación función de almacenamiento. La ecuación de continuidad puede ser expresada en forma diferencial como:

$$\frac{dV(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \tag{5.41}$$

donde V(t) es el almacenamiento en el embalse lineal, Q<sub>e</sub>(t) es el caudal de entrada al embalse (en este caso es el hidrograma unitario generado con el método de la curva TAC) y Q<sub>s</sub>(t) es el caudal saliente por la sección de control. La segunda ecuación necesaria para resolver el tránsito en el embalse es la función de almacenamiento que puede escribirse como:

$$V(t) = K Q_s(t) \tag{5.42}$$

Donde K es el coeficiente del embalse lineal y representa el tiempo de retardo entre el hidrograma de entrada y de salida al embalse ficticio. Derivando ec. (5.42) respecto al tiempo e igualando a ec.(5.41) se llega a:

$$K \frac{dQ_s(t)}{dt} = Q_e(t) - Q_s(t) \tag{5.43}$$

Discretizando la ec.(5.43) según las siguientes expresiones:

$$\frac{dQ_s(t)}{dt} = \frac{Q_s^{n+1} - Q_s^n}{\Delta t} \quad Q_e(t) = \frac{Q_e^{n+1} + Q_e^n}{2} \quad Q_s(t) = \frac{Q_s^{n+1} + Q_s^n}{2} \tag{5.44}$$

reemplazando las ecs.(5.44) en ec.(5.42) y operando algebraicamente se llega a una expresión del caudal saliente para un tiempo (n+1):

$$Q_s^{n+1} = \frac{\Delta t}{2K + \Delta t} (Q_e^{n+1} + Q_e^n) + \frac{2K - \Delta t}{2K + \Delta t} Q_s^n \tag{5.45}$$

El caudal entrante  $Q_e(t)$  es conocido para todo t por lo que partiendo de un punto del caudal saliente conocido por ej.  $Q_s(t=0) = 0$  la ec.(5.45) puede ser resuelta en forma progresiva. En la Figura 5.40 se esquematiza el cálculo progresivo de  $Q_s^{n+1}$ :

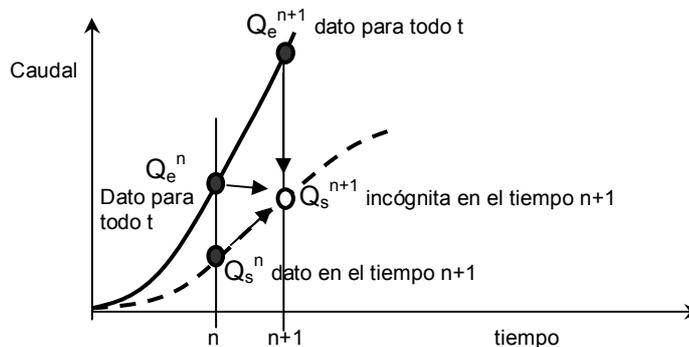


Figura 5.40. Esquema de Cálculo progresivo en Hidrograma Unitario de Clark

**Coeficiente K del embalse lineal:** El coeficiente K puede ser estimado a partir de mediciones de hidrogramas en la cuenca, alternativa muy poco probable en cuencas urbanas o mediante expresiones empíricas en función del tiempo de concentración:

$$0.5 T_c \leq K \leq 0.8 T_c \tag{5.46}$$

Modelos matemáticos como el OTTHYMO (Wisner, 1993) y el AR-HYMO (Maza et al., 1993) utilizan la expresión de K :

$$K = a \frac{L^{0.6} \eta^{0.6}}{i^{0.4} S^{0.3}} \tag{5.47}$$

donde a es una constante de homogeneidad de unidades siendo igual a 3.494 si K (min); L(m) es la longitud del plano de escurrimiento; S (m/m) es la pendiente del plano de escurrimiento;  $\eta$  (adim) es la rugosidad de Manning y i (mm/h) es la intensidad de la lluvia neta promedio en un tiempo igual a K, centrado en el intervalo de mayor intensidad.

La ec.(5.47) corresponde a la mitad del tiempo de concentración calculado en base a la teoría de onda cinemática (ec.(5.10))

**Ejercicio 5.11**

Transitar por un embalse lineal ficticio el hidrograma unitario determinado mediante curvas TAC en Ejercicio 5.10. Considerar el coeficiente de embalse lineal  $K = 0.5 T_c = 45$  min

**Solución:**

La determinación de los valores del caudal saliente del embalse ficticio se lleva a cabo mediante la aplicación de la ec.(5.45). En la Tabla 5.10 se presentan los valores de los caudales entrantes (dato) y salientes (calculados). En Figura 5.41 se grafican los hidrogramas unitarios entrantes y salientes del embalse lineal.

Tabla 5.10. Hidrograma Unitario Sintético de Clark. Ejercicio 5.11.

Tiempo (min)	Q <sub>e</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Tiempo (min)	Q <sub>e</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Tiempo (min)	Q <sub>e</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Q <sub>s</sub> (m <sup>3</sup> /s)
0	0	0	110	34.902	66.53	220	0	6.0896
10	10.637	1.0637	120	0	56.714	230	0	4.8717
20	38.558	5.7705	130	0	45.371	240	0	3.8973
30	63.156	14.788	140	0	36.297	250	0	3.1179
40	69.638	25.11	150	0	29.037	260	0	2.4943
50	74.458	34.497	160	0	23.23	270	0	1.9954
60	78.031	42.847	170	0	18.584	280	0	1.5964
70	82.269	50.307	180	0	14.867	290	0	1.2771
80	88.169	57.29	190	0	11.894	300	0	1.0217
90	94.651	64.114	200	0	9.515			
100	80.192	68.775	210	0	7.612			

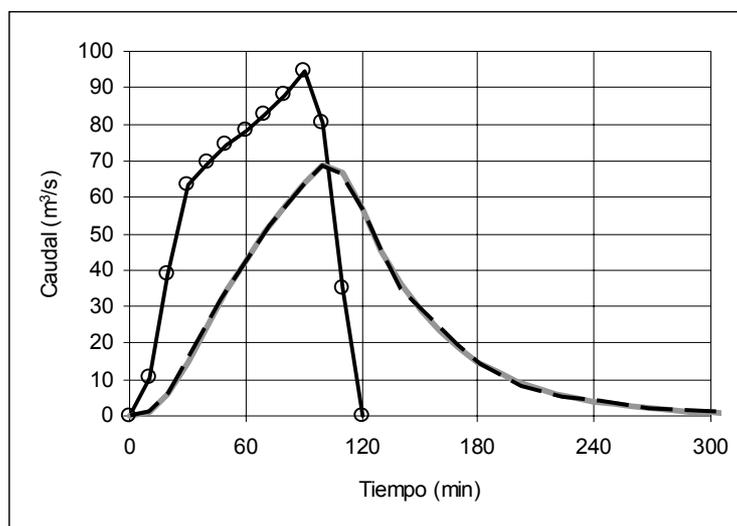


Figura 5.41. Hidrograma entrante y saliente de embalse ficticio. Método de Clark. Ejercicio 5.11.

**5.5.2.4 Método del Hidrograma Unitario sintético Urbano de Colorado**

Para cuencas con áreas superiores a 0.65 km<sup>2</sup> el UDFCD (1984) recomienda en Distrito de Denver (Colorado, EU) que el diseño de sistemas de drenaje pluvial sea analizado mediante el uso de hidrogramas unitarios sintéticos (HUS). Debe quedar claro que los HUS también pueden utilizarse para cuencas de menor tamaño al especificado anteriormente, lo que ocurre es que en esos casos, de cuencas de áreas inferiores a 0.65-1.00 km<sup>2</sup>, puede resultar adecuado el uso de técnicas más simples como el método racional o el racional modificado.

El hidrograma unitario urbano sintético de Colorado está basado en el HUS de Snyder que fuera planteado originariamente en el año 1938 ( para detalles de HUS de Snyder consultar por ej. Chow et al. 1994). El método del hidrograma unitario de Colorado fue denominado de esta forma debido a que los coeficientes y la forma de las ecuaciones están basadas en datos recolectados en el estado de Colorado (EU) mediante estudios orientados o financiados por el UDFCD. La versión que aquí se presenta corresponde al año 1982 y los datos fueron registrados por USGS (United States Geological Survey, Servicio Geológico de Estados Unidos) entre 1969 y 1981 en un convenio cooperativo con el UDFCD (UDFCD, 1984). Para el desarrollo de las ecuaciones se utilizó el análisis estadístico de 96 hidrogramas unitarios de 5 minutos de duración de lluvia neta, hidrogramas deducidos a partir de eventos observados en 19 cuencas urbanas de la región metropolitana de Denver.

### Ecuaciones

Existen cuatro ecuaciones básicas utilizadas en los límites del hidrograma unitario sintético. La primera ecuación define el tiempo de retardo  $T_{LAG}$ , o sea el tiempo desde el centro de gravedad de la lluvia neta al tiempo de presentación del caudal máximo (Figura 5.42), de la siguiente manera:

$$T_{LAG} = 0.633 C_t \left( \frac{L L_{ca}}{S^{0.50}} \right)^{0.48} \quad (5.48)$$

donde  $T_{LAG}$  (horas) es el tiempo de retardo del hidrograma unitario;  $L$  (km) longitud sobre el curso principal desde la sección de control hasta el límite de la cuenca;  $L_{ca}$  (km) distancia a lo largo del curso de agua, desde la sección de control hasta un punto sobre el curso ubicado lo más próximo posible del centro de gravedad del área de aporte;  $S$  (m/m) pendiente promedio ponderada de la cuenca a lo largo del curso hasta el límite de la cuenca;  $C_t$  coeficiente de tiempo de retardo.

Nota: en alguna bibliografía el  $T_{LAG}$  es simbolizado como  $t_p$

El tiempo al pico  $T_P$ , o sea el tiempo desde el comienzo de la lluvia neta hasta el tiempo de presentación del caudal pico o máximo es determinado por:

$$T_P = 60 T_{LAG} + 0.50 T_N \quad (5.49)$$

donde  $T_P$  (minutos) es el tiempo al pico;  $T_N$  (minutos) es la duración de la lluvia neta.

El caudal máximo del hidrograma unitario para 10 mm de lluvia neta es definido como:

$$q_p = 2.755 \frac{C_p}{T_{LAG}} \quad (5.50)$$

donde  $q_p$  ( $m^3/s/km^2$ ) es el caudal específico o caudal por unidad de área de la cuenca;  $C_p$  coeficiente relacionado con el caudal pico o máximo.

Cuando la lluvia unitaria considerada es de 1 mm el coeficiente de ec(5.50) es 0.2755.

Una vez que el caudal máximo específico  $q_p$  es determinado, el caudal máximo del hidrograma unitario de la cuenca se determina mediante:

$$Q_P = q_P A \quad (5.51)$$

donde  $Q_P$  ( $m^3/s$ ) es el caudal máximo de HUS y  $A$  ( $km^2$ ) es el área de la cuenca.

### Duración de la lluvia neta unitaria

Según el UDFCD (1984) para la mayoría de los estudios de cuencas urbanas la duración de la lluvia unitaria  $T_N$  debe ser 5 minutos. No obstante, la duración unitaria puede ser incrementada para grandes cuencas (recordar la relación con el tiempo de retardo). Como sugerencia práctica es conveniente incrementar la duración de la lluvia unitaria en múltiplos de 5 minutos. La duración máxima recomendada por el UDFCD (1984) para la versión 1982 del método del HUS de Colorado es de 15 minutos.

Por otro lado además de no ser mayor a 15 min la duración de la lluvia unitaria no debe superar como máximo un tercio de  $T_{LAG}$ . Sintetizando  $T_N \leq 15 \text{ min}$  y  $T_N \leq 1/3 T_{LAG}$ .

### Límites en la Dimensión de la cuenca

Los datos de lluvia/caudal utilizados en el desarrollo de la versión 1982 del HUS de Colorado fueron obtenidos desde pequeñas cuencas. Las cuencas estudiadas tuvieron dimensiones entre 0.40 a 8  $km^2$ . Aunque la extrapolación para cuencas de mayor área puede estar completamente justificada, no son deseables extrapolaciones ilimitadas a cualquier tipo de extensión superficial de la cuenca. El UDFCD (1984) recomienda que la superficie a analizar con un hidrograma unitario simple tenga un límite de aproximadamente 26  $km^2$  (10 millas cuadradas). Para casos de cuencas de mayor superficie la recomendación es subdividir la cuenca en subcuencas de 26  $km^2$  o menos y trasladar los hidrogramas generados hacia aguas abajo utilizando procedimientos de tránsito en canales apropiados. Por lo tanto el

tránsito o ruteo por canales de hidrogramas debe ser agregado al la metodología del HUS simple para desarrollar un hidrograma unitario en una cuenca extensa.

En el caso del la mínima área se sugiere que la medida mínima de la cuenca sea de alrededor de 0.35 km<sup>2</sup>.

### Límites en la Forma de la Cuenca

La forma de la cuenca puede tener un profundo efecto sobre el HUS y en algunos casos, puede resultar en una subestimación del caudal máximo del hidrograma unitario. La experiencia obtenida con el uso de la versión 1982 del HUS de Colorado ha mostrado que cuando la longitud de la cuenca se incrementa más rápidamente que el área de la cuenca, el pico del hidrograma tiende a descender (recordar efecto en Método Racional, Ejercicio 5.5). El UDFCD (1984) afirma que los datos utilizados en la versión 1983 del HUS de Colorado son insuficientes para decir que la respuesta del HUS es válida cuando se manifiesta incremento en la desproporcionalidad del perímetro de la cuenca. Por esta razón se recomienda subdividir cuencas irregulares o cuencas muy largas (por ej. relación largo/ancho de la cuenca mayores a 4) en subcuencas más regulares. El hidrograma de una cuenca compuesta puede ser desarrollado utilizando un apropiado ruteo de los hidrogramas y mediante la adición de los hidrogramas individuales de las subcuencas.

### Consideraciones y Límites en la Pendiente de la Cuenca

El HUS de Colorado versión 1982 fue desarrollado utilizando cuencas en las cuales las pendientes de las vías de desagües principales eran desde 0.005 m/m hasta 0.037 m/m.

Vías de Desagüe Naturales y Artificiales con pasto: en este caso las vías de desagüe pueden volverse inestables cuando el nro. de Froude se aproxima a 1, efecto que se manifiesta para fuertes pendientes. Debido a que hay procesos naturales que limitan el tiempo al pico de un hidrograma unitario cuando las pendientes de las vías de desagües se vuelven más abruptas, es recomendable que la pendiente utilizada en la ec.(5.48) para canales naturales y vías de desagüe artificiales con pasto sea corregida mediante la Figura 5.43. Obsérvese que toda modificación de la pendiente medida se da para pendientes superiores al 4% (0.04).

Canales con pasto: en este caso la pendiente de los canales dependen de los criterios de diseño. El UDFCD (1984) fija como criterio de diseño de los canales pendientes entre 0.004 a 0.007 m/m. Para cálculos preliminares en la ec.(5.48) se recomienda utiliza como pendiente un valor de 0.005.

Canales protegidos con bloques de hormigón, empedrados, colchonetas de piedras, etc.: en este caso el UDFCD (1984) permite esguimiento con nro. de Froude hasta 0.80. Para cálculo preliminares puede utilizarse en la ec.(5.48) valores de pendiente de 0.01, cuando se contempla el proyecto de tal tipo de protección en los canales. Cuando se trata de canales ya construidos con protecciones debe utilizarse la pendiente promedio del canal.

Canales y Conductos de Hormigón: en estos casos las velocidades pueden ser muy elevadas, por lo tanto es recomendable utilizar la pendiente del terreno natural por donde se emplaza el canal o el conducto. No hay límites para las pendientes en tales casos.

Pendiente Media Ponderada: cuando la pendiente es variable a lo largo de las vías de desagüe de la cuenca se recomienda una ponderación de la misma para su utilización en la ec. (5.48). La ponderación que sugiere el UDFCD (1984) es del tipo:

$$S = \left[ \frac{L_1 S_1^{0.24} + L_2 S_2^{0.24} + \dots + L_n S_n^{0.24}}{L_1 + L_2 + \dots + L_n} \right]^{4.17} \quad (5.52)$$

donde S(m/m) es la pendiente media ponderada; S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>...S<sub>n</sub> (m/m) y L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>...L<sub>n</sub> (m) son las pendientes y longitudes de los distintos tramos de las vías de desagüe.

### Consideraciones sobre Uso del Suelo

La información con que se ha desarrollado el HUS de Colorado provino de cuencas con uso del suelo relativamente uniforme. Es recomendable en aquellas cuencas que contienen usos de suelo bien diferenciados, subdividir en subcuencas con uso semejante. Por ej. si en una cuenca la mitad baja de la misma ha sido urbanizada y la mitad alta permanece como espacios verdes abiertos, lo mejor es determinar dos hidrogramas unitarios distintos. El HUS de la subcuenca alta estará basado en coeficientes

para zonas no urbanizadas y el HUS de la subcuena baja será el resultado de utilizar coeficientes para cuencas urbanizadas.

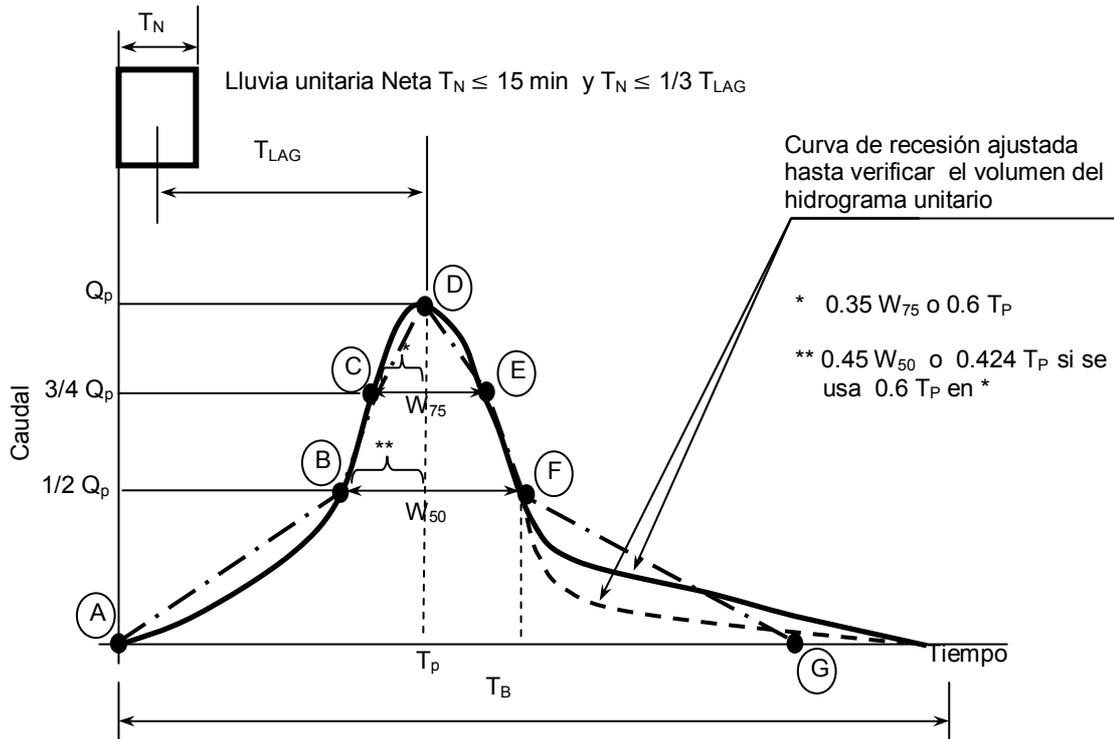


Figura 5.42. Hidrograma Unitario Sintético de Colorado. Fuente: UDFCD (1984)

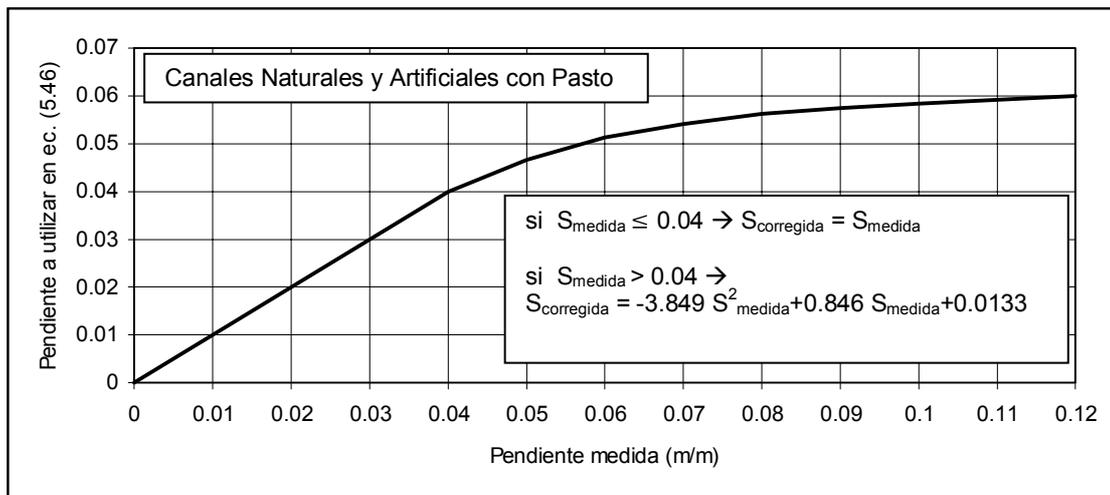


Figura 5.43. Corrección de pendiente para canales naturales y artificiales con pasto Fuente: UDFCD (1984)

**Determinación de Coeficientes  $C_t$  y  $C_p$**

El valor de  $C_t$  en ec.(5.48) puede ser determinado por la siguientes ecuaciones en función del porcentaje de área impermeable AI (Figura 5.44):

$$C_t = -0.00371 AI(\%) + 0.163 \quad \text{para } AI(\%) \leq 10\% \quad (5.53a)$$

$$C_t = 0.000023 AI(\%)^2 - 0.00224 AI(\%) + 0.146 \quad \text{para } 10\% < AI(\%) \leq 40\% \quad (5.53b)$$

$$C_t = 0.0000033 AI(\%)^2 - 0.000801 AI(\%) + 0.120 \quad \text{para } 40\% < AI(\%) \leq 100\% \quad (5.53c)$$

El coeficiente varía desde  $C_t = 0.163$  para IA=0% hasta  $C_t = 0.0729$  para IA= 100%. La variación es parabólica.

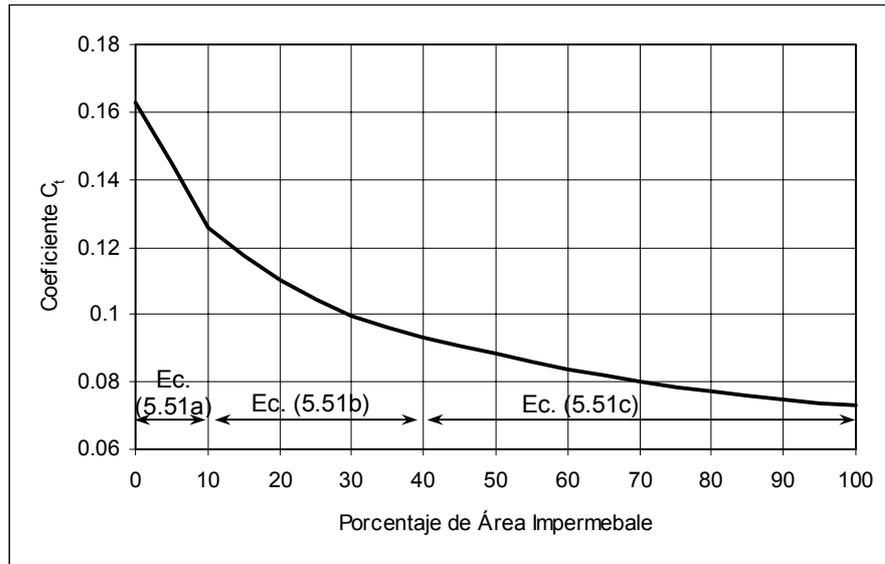


Figura 5.44. Relación entre  $C_t$  y Área Impermeable. Fuente: UDFCD (1984)

Para determinar el  $C_p$  a ser usado en ec.(5.50), debe estimarse previamente un parámetro  $R_p$  mediante las siguientes ecuaciones (Figura 5.45):

$$R_p = 0.00245 \text{ AI}(\%)^2 - 0.012 \text{ AI}(\%) + 2.16 \quad \text{para } \text{AI}(\%) \leq 40\% \quad (5.54a)$$

$$R_p = -0.00091 \text{ AI}(\%)^2 + 0.228 \text{ AI}(\%) - 2.06 \quad \text{para } 40\% < \text{AI}(\%) \leq 100\% \quad (5.54b)$$

El parámetro  $R_p$  es creciente en la medida que el porcentaje de área impermeable aumenta.

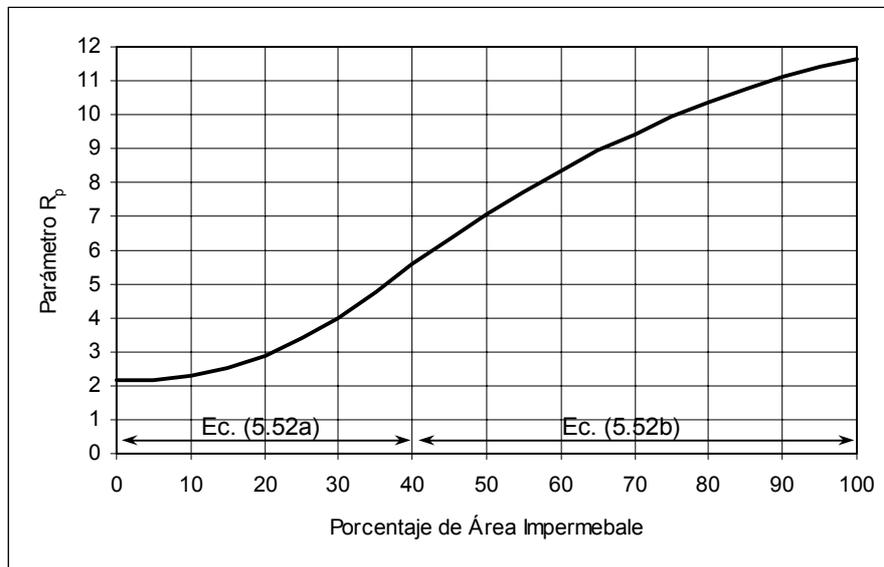


Figura 5.45. Relación entre parámetro  $R_p$  y Área Impermeable. Fuente: UDFCD (1984)

Una vez determinado  $R_p$  puede calcularse el  $C_p$  mediante:

$$C_p = 0.867 R_p C_t A^{0.15} \quad (5.55)$$

donde  $C_t$  es el coeficiente obtenido mediante ec.(5.53) y  $A$  ( $\text{km}^2$ ) es el área de la cuenca.

**Forma del Hidrograma Unitario**

La forma del hidrograma unitario es función de las características físicas de la cuenca de aporte. La forma incorpora los efectos del tamaño, forma, grado de urbanización, pendiente, tipo y dimensión de los sistemas de drenaje, suelos, y muchos otros factores de la cuenca. La forma del hidrograma unitario es también dependiente de la distribución espacial y temporal de la lluvia y variará con cada evento de tormenta. En resumen, el hidrograma unitario sintético basado sobre datos lluvia-caudal es una aproximación que provee al ingeniero proyectista o al hidrólogo una razonable forma de hidrograma unitario para una región hidrológica dada y un desarrollo del suelo dado.

Las ecuaciones (5.48) a (5.55) son utilizadas para definir el caudal máximo y su ubicación en el hidrograma unitario sintético.

Los anchos del hidrograma en unidades de tiempo (horas) para caudales iguales al 50% y 75% del caudal máximo (ver Figura 5.42) pueden ser estimados por las ec. (5.56) y (5.57) (Figura 5.46).

$$W_{50\%} q_p = 2.153 / q_p \tag{5.56}$$

$$W_{75\%} q_p = 1.119 / q_p \tag{5.57}$$

La ubicación de los anchos del HUS para caudales específicos del 50% y 75% respecto al tiempo del pico también ha sido definida y se recomienda:

para  $W_{50\%} q_p$   $\min(0.35 W_{50\%} q_p ; 0.6 T_p)$  y  
 para  $W_{75\%} q_p \rightarrow 0.45 W_{50\%} q_p$  o  $0.424 T_p$  si se usa  $0.6 T_p$  para el  $W_{50\%}$

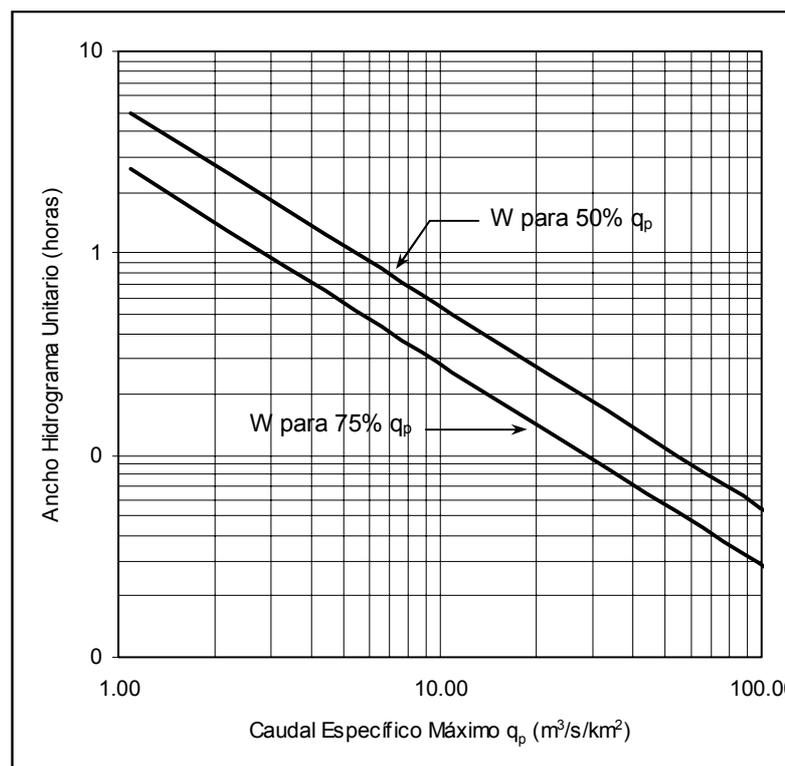


Figura 5.46. Anchos de Hidrograma Unitario. Fuente: UDFCD (1984)

La traza del hidrograma unitario se define a partir del origen, el punto del  $W_{50\%}$  (a la izquierda del pico), el punto de  $W_{75\%}$  (a la izquierda del pico), el punto del caudal pico, el punto de  $W_{75\%}$  (a la derecha del pico), el punto de  $W_{50\%}$  (a la derecha del pico) y a partir de este último punto la curva de recesión se ajusta de modo tal que la integral bajo la curva del HUS sea igual a la lluvia unitaria (10 mm o 1 mm según corresponda) por el área de la cuenca.

**Aproximación de Forma de Hidrograma:** en los casos en que no se disponga de información respecto a la curvatura de las ramas ascendente y descendente del hidrograma unitario, es posible asumir como forma del hidrograma unitario la poligonal A-B-C-D-F-G de la Figura 5.42. En este caso el punto G se

determina igualando la integral encerrada bajo la poligonal a la lluvia unitaria por el área de la cuenca.

**Ejercicio 5.12**

Una cuenca urbana relativamente homogénea tiene las siguientes características:

Área → A = 1 km<sup>2</sup>

Longitud de la cuenca → L = 2 km

Distancia al centro de gravedad de la cuenca → L<sub>ca</sub> = 0.84 km

Área Impermeable → AI = 44%

Pendiente a lo largo de la vía de desagüe → S = 0.0102 m/m

Se requiere construir el HUS y determinar el Hidrograma de proyecto considerando una duración de la lluvia neta de 1 hora y una lámina total de 40.5 mm con la siguiente discretización en parciales cada 5min: 0.4; 2.0; 3.0; 7.0;12.0; 5.0; 4.0; 3.0; 2.5;1.0; 0.5; 0.10 mm

Solución:

1) Determinación de HUS

(i) Determinación de C<sub>t</sub>

Considerando AI = 44% y mediante ec.(5.53c) C<sub>t</sub> = 0.091

(ii) Determinación del tiempo de retardo T<sub>LAG</sub>

Mediante ec.(5.48) T<sub>LAG</sub> = 0.633x0.091x(2x0.84 / 0.0102<sup>0.50</sup>)<sup>0.48</sup> = 0.222 h = 13.5 min

(iii) Determinación de duración lluvia unitaria T<sub>N</sub>

T<sub>N</sub> = 1/3 T<sub>LAG</sub> = 13.5 / 3 = 4.5 → se adopta T<sub>N</sub> = 5 min = 0.083 h

(iv) Determinación de C<sub>p</sub>

Mediante ec.(5.54b) y considerando AI= 44% se determina el parámetro R<sub>p</sub> = 6.21

Mediante ec.(5.55) se determina C<sub>p</sub> = 0.867x6.21x0.091x1<sup>0.15</sup> = 0.49

(v) Determinación de q<sub>p</sub>

Mediante ec.(5.50) q<sub>p</sub> = 2.755x0.49 / 0.222 = 6.08 m<sup>3</sup>/s/km<sup>2</sup>

(correspondiente a 10 mm de lluvia neta en 5 min).

(vi) Determinación de Q<sub>p</sub>

Mediante ec.(5.51) Q<sub>p</sub> = 6.08x1 = 6.08 m<sup>3</sup>/s

(vii) Determinación de T<sub>p</sub>

Mediante ec.(5.49) T<sub>p</sub> = 60x0.222 + 5/2 = 16 min

(viii) Determinación de los anchos del HUS para 50% y 75% del Q<sub>p</sub> ecuaciones (5.56) y (5.57)

W<sub>50%</sub> = 2.153 / 6.08 = 0.354 h = 21 min

Porción de W<sub>50%</sub> a la izquierda de Q<sub>p</sub> 0.35x21 min = 7.4 min

W<sub>75%</sub> = 1.119 / 6.08 = 0.184 h = 11 min

Porción de W<sub>75%</sub> a la izquierda de Q<sub>p</sub> 0.45x11 min = 5 min

Verificación: 0.6 T<sub>p</sub> = 9.6 min > 7.4 min → por lo tanto es válida considera 0.35 y 0.45 para W<sub>50%</sub> y W<sub>75%</sub>.

(ix) Trazado del Hidrograma Unitario Sintético → 10 mm de lluvia neta en toda el área de la cuenca

Volumen = 10 mm x 1km<sup>2</sup> x 0.001 m/mm x 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>/km<sup>2</sup> = 10000 m<sup>3</sup>

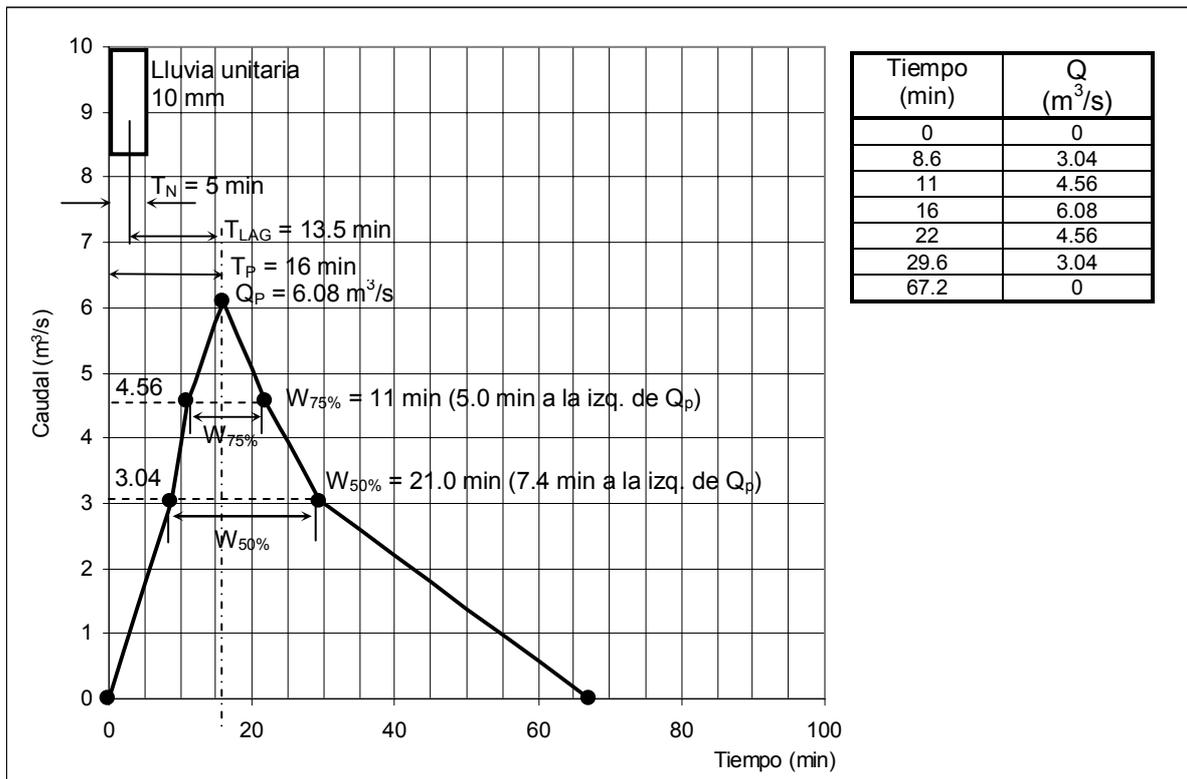
Los puntos del hidrograma unitario en la aproximación poligonal resultan (ver Figura 5.47a):

Punto	A	B	C	D	E	F	G
Tiempo (min)	0	8.6	11	16	22	29.6	67.2
Q (m <sup>3</sup> /s)	0	3.04	4.56	6.08	4.56	3.04	0

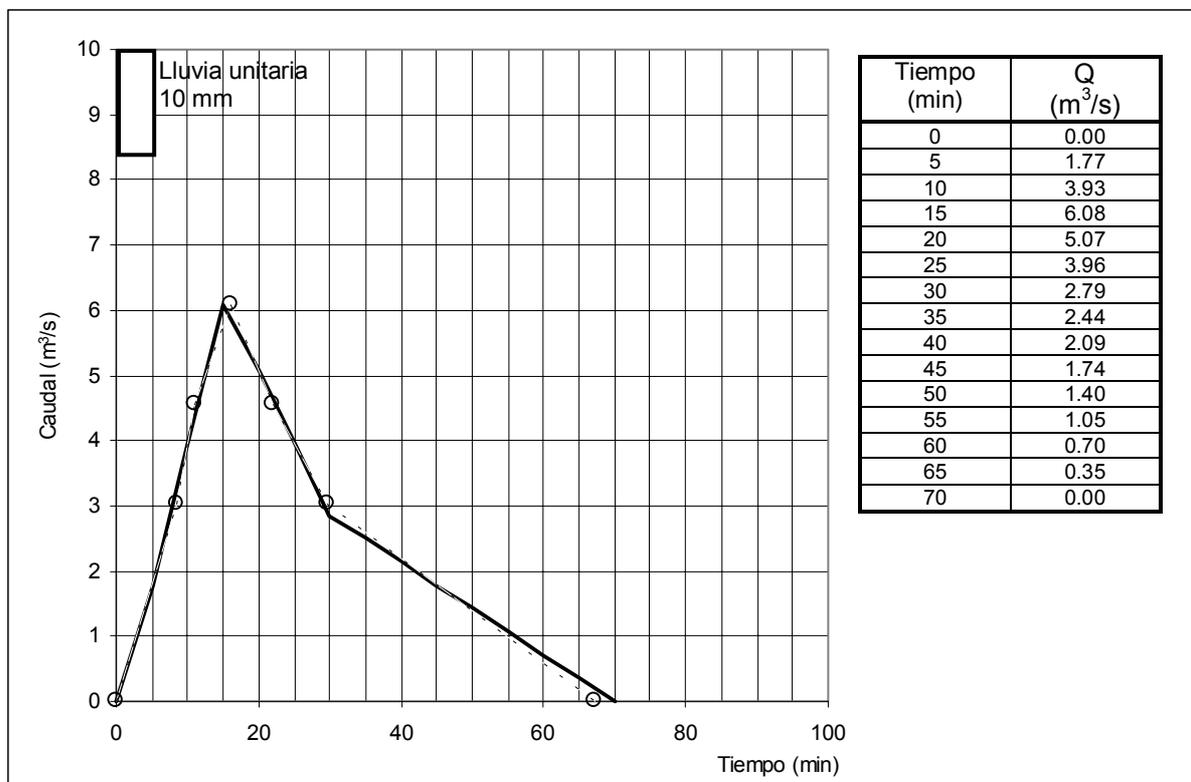
Nota: El punto G se determina igualando el volumen encerrado bajo el hidrograma a 10000 m<sup>3</sup>.

Dado que la duración de la lluvia unitaria se ha definido T<sub>N</sub> = 5 min, el hidrograma unitario debe definirse para abscisas múltiplos de 5 minutos. Al transformar la representación del hidrograma con una discretización temporal de 5 minutos se producen algunas variaciones de los valores característicos (poligonal de 7 puntos) que se determinaron previamente. Puede demostrarse que las aproximaciones

no introducen errores de consideración. En la Figura 5.47b se presenta la graficación del HUS cada 5 minutos, en línea de puntos se representa la poligonal original pudiéndose observar las pequeñas diferencias originadas en la extrapolación.



(a)



(b)

Figura 5.47. Hidrograma Unitario Sintético de Colorado. Ejercicio 5.12. (a) HUS original aproximado con poligonal de 7 puntos; (b) HUS interpolado cada 5 minutos.

2) Determinación de Hidrograma de Proyecto

El Hidrograma de Proyecto se obtiene “cargando” el hidrograma unitario sintético con la lluvia neta. El proceso se presenta directamente en la siguiente tabla. La columna (1) corresponde a la coordenada temporal, la columna (2) corresponde a los valores del HUS (para 10 mm de lluvia neta), las columnas (3) a (14) corresponde a los hidrogramas parciales que resultan de convolucionar el HUS con cada bastón de lluvia neta. La columna (15) corresponde al hidrograma de proyecto, siendo la suma de las columnas (3) a (14). En la Figura 5.48 se presenta la gráfica del Hietograma-Hidrograma de Proyecto.

Tabla 5.11. Hidrograma de Proyecto Ejercicio 5.12

Tiempo (min) (1)	HUS (m³/s) (2)	Lluvia neta (mm) Total: 40.5												Hidrograma de Proyecto (m³/s) (15)	Volumen Acumulado (m³) (16)	
		0.4 (3)	2.0 (4)	3.0 (5)	7.0 (6)	12.0 (7)	5.0 (8)	4.0 (9)	3.0 (10)	2.5 (11)	1.0 (12)	0.5 (13)	0.1 (14)			
0	0.00	0.00													0.00	0
5	1.77	0.07	0.00												0.07	11
10	3.93	0.16	0.35	0.00											0.51	98
15	6.08	0.24	0.79	0.53	0.00										1.56	408
20	5.07	0.20	1.22	1.18	1.24	0.00									3.83	1217
25	3.96	0.16	1.01	1.82	2.75	2.12	0.00								7.87	2972
30	2.79	0.11	0.79	1.52	4.26	4.71	0.88	0.00							12.28	5993
35	2.44	0.10	0.56	1.19	3.55	7.30	1.96	0.71	0.00						15.36	10138
40	2.09	0.08	0.49	0.84	2.77	6.08	3.04	1.57	0.53	0.00					15.40	14752
45	1.74	0.07	0.42	0.73	1.95	4.75	2.53	2.43	1.18	0.44	0.00				14.51	19239
50	1.40	0.06	0.35	0.63	1.71	3.35	1.98	2.03	1.82	0.98	0.18	0.00			13.08	23377
55	1.05	0.04	0.28	0.52	1.46	2.93	1.40	1.58	1.52	1.52	0.39	0.09	0.00		11.74	27099
60	0.70	0.03	0.21	0.42	1.22	2.51	1.22	1.12	1.19	1.27	0.61	0.20	0.02		10.00	30360
65	0.35	0.01	0.14	0.31	0.98	2.09	1.05	0.98	0.84	0.99	0.51	0.30	0.04		8.24	33096
70	0.00	0.00	0.07	0.21	0.73	1.67	0.87	0.84	0.73	0.70	0.40	0.25	0.06		6.53	35311
75	0.00	0.00	0.00	0.10	0.49	1.26	0.70	0.70	0.63	0.61	0.28	0.20	0.05		5.01	37043
80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.24	0.84	0.52	0.56	0.52	0.52	0.24	0.14	0.04		3.63	38339
85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.42	0.35	0.42	0.42	0.44	0.21	0.12	0.03		2.40	39244
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.17	0.28	0.31	0.35	0.17	0.10	0.02		1.42	39816
95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.14	0.21	0.26	0.14	0.09	0.02		0.86	40158
100	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.17	0.10	0.07	0.02		0.47	40357
105			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09	0.07	0.05	0.01		0.22	40461
110				0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.03	0.01		0.08	40507
115					0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.01		0.02	40523
120						0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00	40527

*Verificación de ecuación de continuidad:*

Volumen precipitado en la cuenca:  $P A = 40.5 \text{ mm} \times 1 \text{ km}^2 \times 0.001 \text{ m/mm} \times 10^6 \text{ m}^2/\text{km}^2 = 40500 \text{ m}^3$   
 Integral de bajo hidrograma  $\rightarrow 40527 \text{ m}^3$  error: 0.06%  $\rightarrow$  admisible

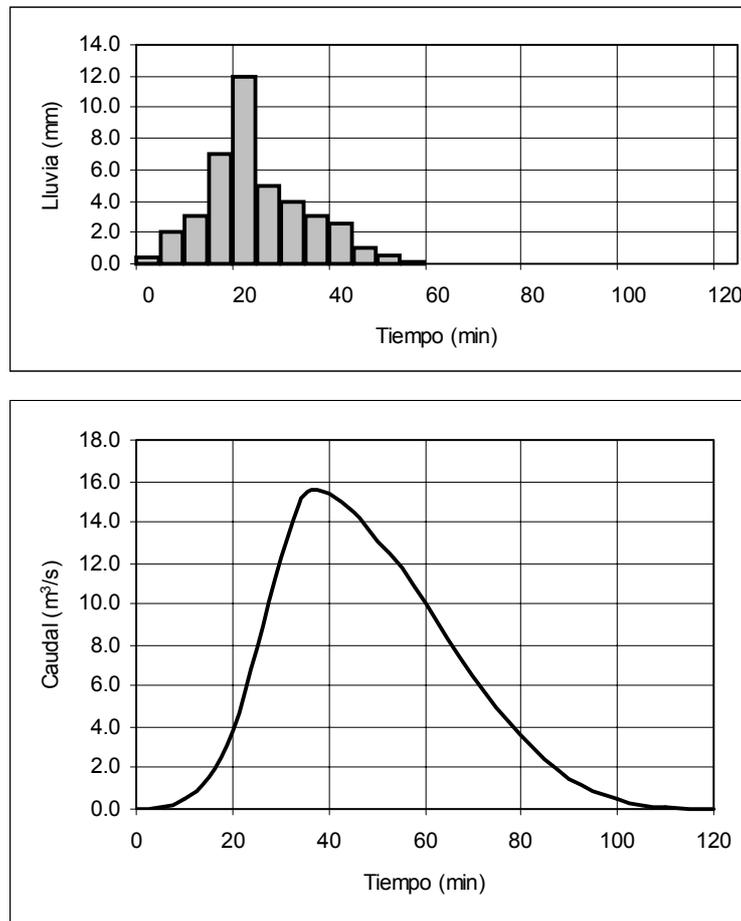


Figura 5.48. Hidrograma de Proyecto. Ejercicio 5.12

**5.5.2.5 Hidrograma Unitario mediante Embalses Lineales en serie**

Los modelos lineales asemejan el fenómeno de esguerrimiento superficial al funcionamiento de uno o varios embalses de almacenamiento temporario sucesivos. Para ello utilizan la ecuación de continuidad y de una relación entre caudal de salida de los embalses y el almacenamiento en los mismos.

En el análisis de esguerrimiento pluvial urbano la técnica de embalse lineal es utilizada, especialmente en modelos matemáticos (por. ej. AR-HYMO (Mazza et al., 1993), OTTHYMO (Wisner, 1993)), para la generación de los hidrograma unitarios sintético de las cuencas. En cuencas poco desarrolladas con características rurales predominantes se utilizan modelos de varios embalses lineales en serie en tanto que para cuencas urbanas es más habitual utilizar un único embalse lineal.

**Modelo de un parámetro. Embalse Lineal Simple**

Zoch en 1934 (citado por Bertoni y Caamaño Nelli, 1987) presentó este modelo simple determinístico que intenta representar el esguerrimiento superficial sobre una cuenca mediante un único embalse, el cual presenta una relación lineal entre el caudal esguerrido  $Q(t)$  y el almacenamiento  $S(t)$  dada por:

$$S(t) = K Q(t) \tag{5.58}$$

Donde  $K$  es el parámetro del embalse lineal con unidades de tiempo. Para dicho sistema la ecuación de continuidad puede ser expresada como:

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (5.59)$$

en donde  $I(t)$  representa el caudal ingresante al embalse. Combinando ec.(5.58) y ec.(5.59) se obtiene:

$$K \frac{dQ(t)}{dt} + Q(t) = I(t) \quad (5.60)$$

Llamando  $\tau$  a la variable tiempo para diferenciarla del intervalo de integración  $t$  y sabiendo que  $Q(t) = 0$  para  $t = 0$  se demuestra que la ecuación de convolución que representa la relación existente entre la entrada al sistema  $I(\tau)$  y la función núcleo del mismo para obtener la salida  $Q(t)$  es del tipo:

$$Q(t) = \int_0^t I(\tau) \frac{1}{K} e^{-\left(\frac{t-\tau}{K}\right)} d\tau \quad (5.61)$$

La función núcleo que es el hidrograma unitario instantáneo de este modelo es:

$$\mu(t) = \frac{1}{K} e^{-\frac{t}{K}} \quad (5.62)$$

Para una lluvia no unitaria y para un intervalo de tiempo no unitario puede demostrarse que la ecuación general del modelo de embalse lineal (donde el único parámetro es  $K$ ) es :

$$Q_{t+\Delta t} = Q_t e^{-\frac{\Delta t}{K}} + P_{t+\Delta t} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}} \right) \quad (5.63)$$

donde  $Q_{t+\Delta t}$  ( $m^3/s$ ) es el caudal del hidrograma unitario en el instante  $t+\Delta t$ ;  $Q_t$  ( $m^3/s$ ) es el caudal del HU en el instante  $t$  y  $P_{t+\Delta t}$  ( $m/s / m^2$ ) es la lluvia neta caída durante el intervalo  $\Delta t$  en toda la cuenca. El parámetro  $K$  representa para el embalse el tiempo de espera promedio de una gota almacenada en él. Para el escurrimiento superficial representa el tiempo que existe entre el centro de masa del hidrograma de precipitación neta y el centro de masa del hidrograma superficial y es por lo tanto función de las características de la cuenca.

Como en cuencas urbanas es improbable que exista información, más aún cuando se consideran escenarios futuros  $K$  puede determinarse por relaciones empíricas tales como ec.(5.46) o relaciones basadas en teorías de escurrimiento como ec.(5.47).

Puede demostrarse que la ec.(5.45) y la ec.(5.63) son equivalentes y arrojan resultados semejantes, lo cual es totalmente lógico puesto que ambas ecuaciones representan la respuesta de un embalse lineal. La ec.(5.45) está adaptada para resolver el tránsito de un hidrograma en un embalse ficticio y la ec.(5.63) para resolver el tránsito de una lluvia en una cuenca asimilada a un embalse lineal.

### Ejercicio 5.13

En una cuenca de  $1 \text{ km}^2$  determinar el HU considerando que un  $T_c = 40 \text{ min}$  y una lluvia de  $10 \text{ mm}$  caída en  $5 \text{ min}$ . Adoptar  $K = 0.5 T_c$ .

#### Solución:

Adoptando  $K = 20 \text{ min}$ , la ec.(5.63) puede resolverse directamente en la tabla siguiente:

El cálculo de la señal de entrada  $P$  se realiza considerando  $10 \text{ mm}$  de lluvia precipitados durante  $5 \text{ min}$ , con intensidad constante y en una cuenca de  $1 \text{ km}^2$  de área:

$$(10 \text{ mm} \times 0.001 \text{ m/mm}) / (5 \text{ min} \times 60 \text{ s/min}) \times 1 \text{ km}^2 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{km}^2 = 33.33 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (durante 5 min)}$$

Tabla 5.12. Hidrograma Unitario mediante Embalse Lineal Simple Ejercicio 5.13

t (min)	P (m <sup>3</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	P (m <sup>3</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	P (m <sup>3</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	P (m <sup>3</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)	t (min)	P (m <sup>3</sup> /s)	Q (m <sup>3</sup> /s)
0	0.00	0.00	21	0.00	3.31	41	0.00	1.22	61	0.00	0.45	81	0.00	0.16
1	33.33	1.63	22	0.00	3.15	42	0.00	1.16	62	0.00	0.43	82	0.00	0.16
2	33.33	3.17	23	0.00	3.00	43	0.00	1.10	63	0.00	0.41	83	0.00	0.15
3	33.33	4.64	24	0.00	2.85	44	0.00	1.05	64	0.00	0.39	84	0.00	0.14
4	33.33	6.04	25	0.00	2.71	45	0.00	1.00	65	0.00	0.37	85	0.00	0.14
5	33.33	7.37	26	0.00	2.58	46	0.00	0.95	66	0.00	0.35	86	0.00	0.13
6	0.00	7.01	27	0.00	2.45	47	0.00	0.90	67	0.00	0.33	87	0.00	0.12
7	0.00	6.67	28	0.00	2.33	48	0.00	0.86	68	0.00	0.32	88	0.00	0.12
8	0.00	6.35	29	0.00	2.22	49	0.00	0.82	69	0.00	0.30	89	0.00	0.11
9	0.00	6.04	30	0.00	2.11	50	0.00	0.78	70	0.00	0.29	90	0.00	0.11
10	0.00	5.74	31	0.00	2.01	51	0.00	0.74	71	0.00	0.27	91	0.00	0.10
11	0.00	5.46	32	0.00	1.91	52	0.00	0.70	72	0.00	0.26	92	0.00	0.10
12	0.00	5.20	33	0.00	1.82	53	0.00	0.67	73	0.00	0.25	93	0.00	0.09
13	0.00	4.94	34	0.00	1.73	54	0.00	0.64	74	0.00	0.23	94	0.00	0.09
14	0.00	4.70	35	0.00	1.65	55	0.00	0.61	75	0.00	0.22	95	0.00	0.08
15	0.00	4.47	36	0.00	1.56	56	0.00	0.58	76	0.00	0.21	96	0.00	0.08
16	0.00	4.25	37	0.00	1.49	57	0.00	0.55	77	0.00	0.20	97	0.00	0.07
17	0.00	4.05	38	0.00	1.42	58	0.00	0.52	78	0.00	0.19	98	0.00	0.07
18	0.00	3.85	39	0.00	1.35	59	0.00	0.50	79	0.00	0.18	99	0.00	0.07
19	0.00	3.66	40	0.00	1.28	60	0.00	0.47	80	0.00	0.17	100	0.00	0.06
20	0.00	3.48												

En la Figura 5.49 se presenta la graficación del hidrograma unitario de la cuenca, adicionalmente se le ha agregado a la graficación correspondiente a los HU generados con K = 15 min y K = 25 min:

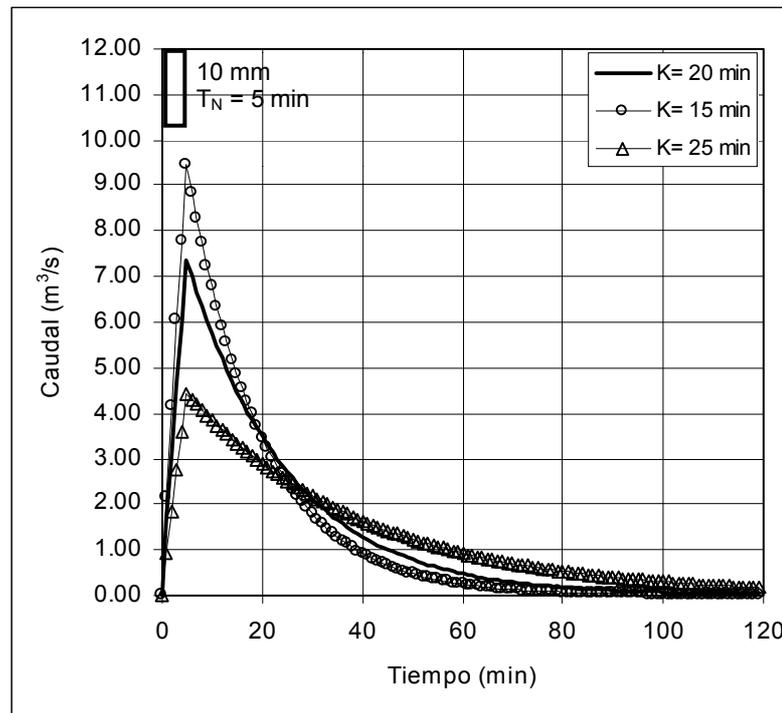


Figura 5.49. Hidrograma Unitario mediante Embalse Lineal

El modelo de un embalse lineal es altamente sensible a su único parámetro K, obsérvese que una sub o sobrestimación del Tc de 10 minutos, que implica una variación de K en ± 5 min (asumiendo K ≈ 0.5 Tc), pueden producir una sub y sobrevalorización del caudal de HU en - 40% y + 27% (para una lluvia de 10 mm durante 5 min).

**Ejercicio 5.14**

En una microcuena urbana completamente impermeabilizada de 20000 m<sup>2</sup> (2 Ha) se desea comparar el hidrograma generado por el método racional y por la convolución del HUS de un embalse lineal con un hietograma construido por el método de Chicago. El tiempo de concentración de la cuena se ha estimado en 6 min. Considerar la ecuación de la IDR de Rosario adoptando una recurrencia R = 5 años  $i(\text{mm/h}) = 1899.145 / (14.35+D(\text{min}))^{0.844}$ . La pérdida de esguerrimiento puede considerarse despreciable.

Solución:

(i) Método Racional

La intensidad de cálculo para el método racional será la correspondiente a la IDR para D= 6 min:  
 $i = 1899.145 / (14.35+6)^{0.844} = 149.32 \text{ mm/h}$ . Para una duración de D = 6 min lámina total es de 14.9 mm.

Para el cálculo del caudal máximo por el método racional al considerarse las pérdidas despreciables el coeficiente C puede aproximarse a 1.00, con lo cual el caudal puede estimarse:

$$Q = 149.32 \text{ mm/h} \times 1/1000 \text{ m/mm} \times 1/3600 \text{ h/s} \times 20000 \text{ m}^2 = 0.83 \text{ m}^3/\text{s}$$

El hidrograma aproximado tendrá su valor máximo en  $t = T_c = 6 \text{ min}$  y el tiempo base  $T_B = 2 T_c = 12 \text{ min}$

El volumen total considerando la lluvia es :

$$149.32 \text{ mm/h} \times 1/1000 \text{ m/mm} \times 1/3600 \text{ h/s} \times 6 \text{ min} \times 60 \text{ s/min} \times 20000 \text{ m}^2 = 298.6 \text{ m}^3$$

considerando el volumen del hidrograma:  $0.83 \text{ m}^3/\text{s} \times 6 \text{ min} \times 60 \text{ s/min} = 298.6 \text{ m}^3$

(ii) HUS mediante embalse lineal cargado con hietograma de Chicago

Para el embalse lineal se considera  $K = 0.5 T_c = 3 \text{ min}$  y se considera un tiempo de la lluvia neta unitaria  $T_N = 1 \text{ min}$

En el hietograma de Chicago se considera D= 6 min y la máxima intensidad se presenta en la mitad de la duración. Se discretiza cada 1min, correspondiendo las siguientes intensidades medias en mm/h en cada bastón temporal de 1minuto: 122.6; 147.0; 180.8; 180.8; 147.0; 112.6, determinando los siguientes parciales de lluvia en mm: 2.0; 2.45; 3.0; 3.0; 2.45; 2.0. Con este hietograma y teniendo en cuenta que las pérdidas son despreciables se genera el hidrograma mediante la ec.(5.63).

Los hietogramas e hidrogramas generados por ambas metodologías se presentan en la figura siguiente:

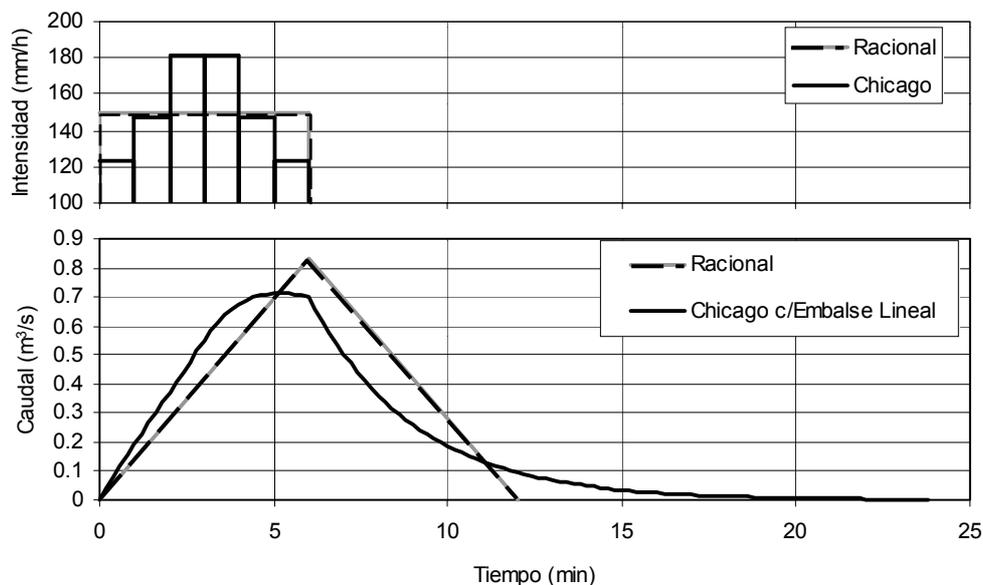


Figura 5.50. Comparación entre Método Racional e Hidrograma generado por Embalse Lineal e Hietograma de Chicago

Los resultados generados indican una diferencia del 15% en términos de caudales máximos y valores de tiempo al pico con diferencia inferior al 10%. Desde el punto de vista práctica pueden considerarse los resultados como aproximados entre si.

**Modelo de dos parámetros. Modelo de Nash**

Nash (1957, citado por Chow et al., 1994) planteó un modelo consistente en simular el escurrimiento superficial de una cuenca mediante el funcionamiento de una serie (o cascada) (ver Figura 5.50) de embalses lineales, todos con igual coeficiente de almacenamiento K. En este modelo los dos parámetros son la cantidad de embalses y el parámetro K único para todos los n embalses.

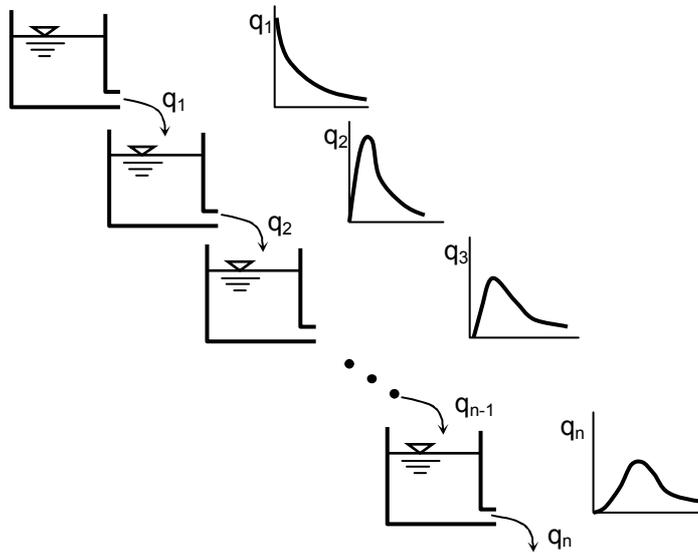


Figura 5.50. Embalses en Serie. Fuente: Ven Te Chow et al., 1994.

Puede demostrarse (Bertoni y Caamaño Nelli, 1987) que para N reservorios el caudal de salida del enésimo embalse es:

$$\mu_N(t) = \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K}\right)^{N-1} \frac{e^{-t/K}}{\Gamma(N)} \tag{5.64}$$

donde N es el número de embalses (que puede ser no entero); K el coeficiente de almacenamiento en unidades de tiempo y  $\Gamma(N)$  una función gamma. Si N es entero  $\Gamma(N)=(N-1)!$ , por otro lado si N no es entero la función gamma puede calcularse por ej. mediante:

$$\Gamma(N) = \int_0^{\infty} e^{-u} u^{N-1} du \tag{5.65}$$

La ec.(5.64) representa el Hidrograma Unitario Instantáneo del modelo de Nash de dos parámetros.

En la Figura 5.51 se presentan las variaciones del HUI ante variaciones de K y de N. La Figura 5.51a. corresponde a un K= 20 min y N asumiendo valores de 1, 2, 3 y 10, en tanto que la Figura 5.51b. corresponde a la variación de K de 15, 20 y 25 min para N= 2. Analizando la esperanza matemática y la varianza del HUI se puede demostrar (ver por ej. Bertoni y Caamaño Nelli, 1987) que K es el parámetro que más incide sobre la forma del hidrograma de salida del modelo.

La determinación de los parámetros K y N puede efectuarse en base a hietogramas-hidrogramas medidos o por ecuaciones empíricas.

La determinación de N y K en función de información observada esta basado en relaciones establecidas entre los pares hietograma-hidrograma medido y el HUI asociado. Es demostrable que la distancia entre el centroide (centro de masa) del hidrograma observado y el centroide del hietograma de lluvia neta puede asimilarse al producto N K en tanto que el tiempo al pico puede asemejarse a (N-1) K (ver Figura 5.52). Aplicando momentos de 1er y 2do grado a los hietogramas e hidrogramas medidos pueden determinarse valores medios de K y N. Las formulaciones respectivas pueden encontrarse por ej. en Chow et al. (1994) o en Bertoni y Caamaño Nelli (1987).

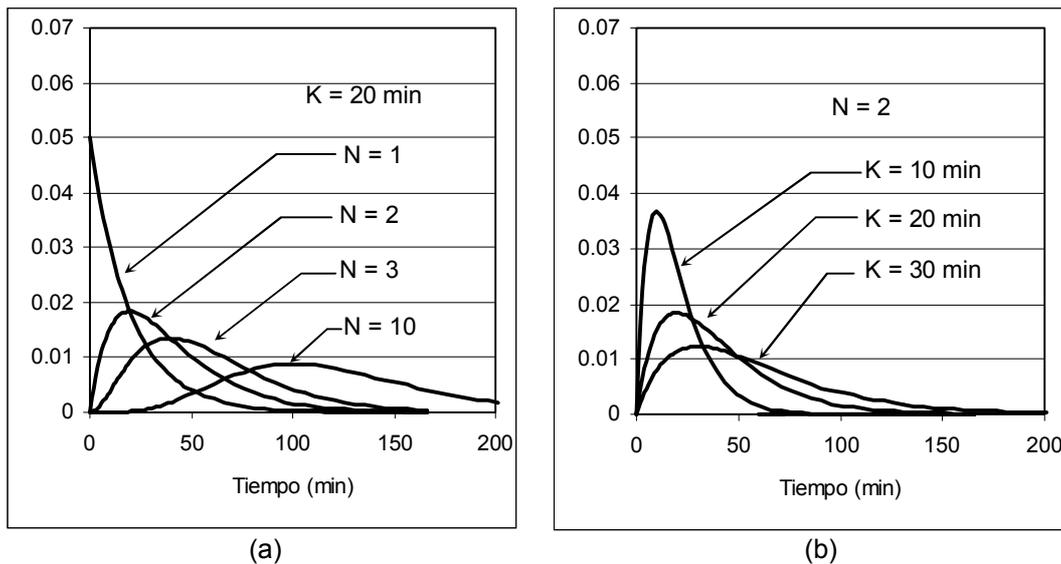


Figura 5.51. HUI mediante embalses lineales en serie. Variaciones de K y de N.

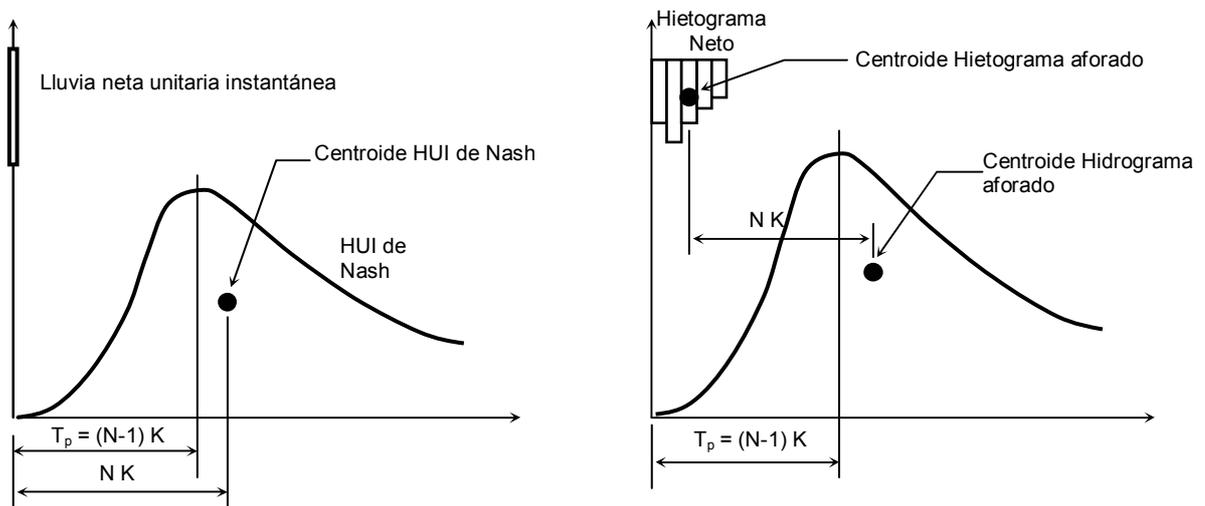


Figura 5.52. Estimación de N y K de HUI de Nash a partir de Hietogramas-Hidrogramas Aforados

Cuando la información hidrológica no es confiable o no existe debe recurrirse a formulaciones empíricas.

El modelo hidrológico HYMO (Williams y Haan, 1973) apto para cuencas rurales, utiliza formulaciones empíricas de K y N determinadas mediante ecuaciones de correlación en información establecida en un gran número de tormentas y cuencas de Estados Unidos. Las cuencas tuvieron superficies entre 0.73 y 62 km<sup>2</sup> y pendientes medias  $S_{media}$  entre 0.38% y 16.7%. Puede observarse que en general las cuencas experimentales tenían pendientes pronunciadas no habituales en cuencas de llanura. En las ecuaciones (5.65 a y b) a (5.67 a y b) se presentan las relaciones determinadas, estando en función del área de la cuenca A en km<sup>2</sup>, de la longitud de la cuenca L en km y de la diferencia entre la cota máxima de la cuenca y la cota del punto de salida  $H_t$  en metros. El rango de aplicación de las diferentes ecuaciones está delimitado por la pendiente  $S_{media}$  y por la relación  $H_t/L$  (m/m). En caso de conocerse ambas relaciones se aconseja utilizar las ecuaciones que definen K y  $T_p$  tomando en cuenta los rango de  $S_{media}$  :

Si  $S_{media} \leq 5\%$  ( $H_t/L \leq 1.6\%$ ):

$$T_p = 0.97 A^{0.4} H_t^{-0.2} L^{0.2} \tag{5.65a}$$

$$K = 4.50 A^{0.4} H_t^{-0.8} L^{0.4} \tag{5.65b}$$

Si  $5\% < S_{media} \leq 10\%$  ( $1.6 < H_t/L \leq 2.45\%$ ):

$$T_P = 1.74 A^{0.3} H_t^{-0.3} L^{0.2} \quad (5.66a)$$

$$K = 1.48 A^{0.3} H_t^{-0.4} L^{0.4} \quad (5.66b)$$

Si  $10 < S_{media}$  ( $2.45 < H_t/L$ ):

$$T_P = 1.51 A^{0.3} H_t^{-0.4} L^{0.5} \quad (5.67a)$$

$$K = 0.48 A^{0.2} H_t^{-0.1} L^{0.3} \quad (5.67b)$$

donde K (horas) es el parámetro del HUI;  $T_p$  (horas) es el tiempo al pico del HUI; A ( $\text{km}^2$ ) el área de la cuenca, L(km) la longitud de la cuenca y  $H_t$ (m) la diferencia de altitud en la cuenca definida entre la altura máxima en cabeceras y la mínima a la salida de la cuenca. Cuando  $H_t$  participa en el cociente  $H_t/L$  (m/m) o (km/km) ambas dimensiones deben considerarse en una misma unidad (metros, kilómetros, etc.).

## 5.6 TRÁNSITO DE CAUDALES EN RÍOS Y CANALES

En cuencas grandes o cuencas no homogéneas es necesario subdividir o segmentar la cuenca en subcuencas pequeñas y homogéneas. Los hidrogramas de aporte de cada subcuenca pueden ser determinados por medio de cualquiera de los métodos presentados previamente, pero con la subdivisión surge una cuestión adicional a resolver que es el traslado o tránsito de los hidrogramas en las vías de desagüe hasta la sección de salida de la cuenca o hasta un punto de confluencia con el aporte de otra subcuenca.

El tránsito de caudales es un procedimiento para determinar el tiempo y la magnitud del caudal (es decir el hidrograma) en un punto de un curso de agua utilizando hidrogramas conocidos o supuestos en uno o más puntos aguas arriba. En un sentido más amplio, el tránsito de caudales puede considerarse como un análisis para describir el caudal a través de un sistema hidrológico, dada una entrada. Los sistemas pueden ser agregados o distribuidos, por lo que el tránsito puede definirse como el tránsito en sistemas agregados o *tránsito hidrológico* y tránsito en sistemas distribuidos o *tránsito hidráulico* (Chow et al., 1994).

En el tránsito hidrológico en sistemas agregados el flujo se calcula como función del tiempo únicamente en un lugar en particular. Las ecuaciones gobernantes del planteo son: la ecuación de continuidad y una función de almacenamiento.

En el tránsito en sistemas distribuidos el flujo se calcula como función del tiempo y el espacio a través del sistema. Las ecuaciones gobernantes son: la ecuación de continuidad y la ecuación de cantidad de movimiento.

El tránsito en ríos es un caso particular del traslado de hidrogramas en general. Existen diversos métodos para resolver el tránsito hidrológico e hidráulico en ríos y canales. Entre otros se pueden citar los siguientes:

### Métodos Hidrológicos de Tránsito en ríos:

- (i) Traslado directo
- (ii) Método de Muskingum y Muskingum-Cunge

### Métodos Hidráulicos:

- (iii) Onda Cinemática
- (iv) Onda Difusiva
- (v) Onda Dinámica

En esta sección se presentarán los dos métodos hidrológicos citados arriba y en la sección siguiente se presentará una síntesis de la teoría de onda cinemática que resulta adecuada para resolver el tránsito en ríos y también para la generación de hidrogramas.

### 5.6.1 Traslado Directo

En el traslado directo el hidrograma es solamente trasladado en el tiempo y su desfase depende de la distancia de viaje y la velocidad de viaje en el tramo de curso de la cuenca. La forma del hidrograma no es modificada. La velocidad de traslado de la onda de crecida, denominada celeridad  $c$ , puede estimarse como:

$$c = \frac{5 Q_{\text{ref}}}{3 A_{\text{ref}}} \quad (5.68)$$

donde  $c$  (m/s) es la celeridad o velocidad de propagación de la onda de crecida;  $Q_{\text{ref}}$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) es un caudal de referencia cercano al caudal máximo y se puede considerar  $Q_{\text{ref}} = 0.667 Q_{\text{máx}}$  y  $A_{\text{ref}}$  ( $\text{m}^2$ ) es el área transversal mojada asociada al caudal de referencia.

Para determinar el caudal para todo valor de tirante de agua puede utilizarse la conocida formulación de Manning:

$$Q = \frac{1}{\eta} R_H^{0.66} A S_f^{0.50} \quad (5.69)$$

donde  $Q$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) es el caudal;  $A$  ( $\text{m}^2$ ) es la sección transversal mojada;  $S_f$  (m/m) es la pendiente de fricción que bajo condiciones de flujo uniforme puede igualarse a la pendiente de fondo  $S_0$  (m/m);  $\eta$  (adim) es el coeficiente de Manning y  $R_H$  (m) es el radio hidráulico de la sección definido como el cociente el área mojada y el perímetro mojado de la sección  $P_m$ :  $R_H = A/P_m$  (ver Figura 5.53)

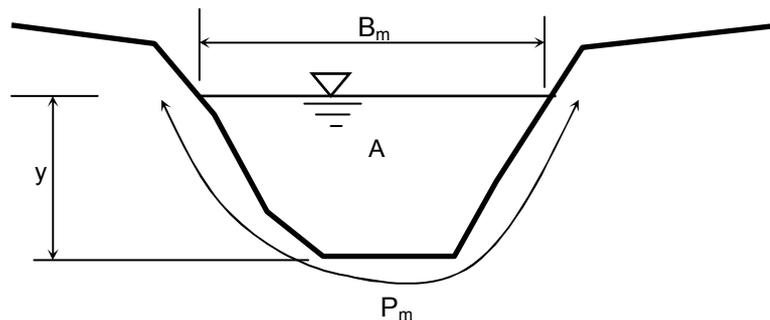


Figura 5.53. Sección transversal de un río o canal

La velocidad asociada a un determinado caudal resulta de dividir el caudal obtenido por ec.(5.66) dividido el área mojada y en términos de la formulación de Manning puede escribirse como:

$$V = \frac{1}{\eta} R_H^{0.66} S_f^{0.50} \quad (5.70)$$

donde  $V$  (m/s) es la velocidad del flujo asociada a el caudal  $Q$ .

Conocido el caudal  $Q_{\text{máx}}$ , la forma de la sección (base de fondo y taludes laterales), la pendiente longitudinal del canal y la rugosidad puede hallarse el  $Q_{\text{ref}}$  y  $A_{\text{ref}}$  mediante propuestas de tirantes en la ec.(5.69) hasta hallar el que verifique el caudal dato. Determinado  $Q_{\text{ref}}$  y  $A_{\text{ref}}$  se puede estimar la celeridad  $c$  mediante ec.(5.68). Con la celeridad y la longitud del tramo se puede establecer el desplazamiento temporal del hidrograma.

Este método resulta demasiado simplificado puesto que no contempla ningún tipo de amortiguamiento de caudales, por lo que se recomienda utilizarlo muy criteriosamente en aquellos casos en que puede suponerse previamente por condiciones de rugosidad, pendiente y longitud de traslado que el amortiguamiento será despreciable.

**Ejercicio 5.15**

El hidrograma del Ejercicio 5.12 con un caudal máximo de  $16 \text{ m}^3/\text{s}$ , se desea trasladar en un canal de 6 km de longitud. La sección del canal es trapezoidal, con 4.00 m de base de fondo y taludes laterales con pendiente 1:1, la pendiente longitudinal del canal es de 0.002 y la rugosidad  $\eta = 0.030$ .

**Solución:**

Mediante ec.(5.69) se puede establecer la relación altura-área-caudal para todo tirante. Si el caudal máximo es  $16 \text{ m}^3/\text{s}$  el caudal de referencia es  $Q_{\text{ref}} = 0.667 \times 16 \text{ m}^3/\text{s} = 10.7 \text{ m}^3/\text{s}$ . En la tabla siguiente se presenta los valores de tirante, área, radio hidráulico y caudal asociado a cada tirante con una discretización de 0.05 m en el rango de altura hasta el caudal máximo:

Tabla 5.13. Relación altura-área-caudal del canal Ejercicio 5.15

y (m)	A(m <sup>2</sup> )	P <sub>m</sub> (m)	R <sub>H</sub> (m)	V(m/s)	Q(m <sup>3</sup> /s)
0.00	0.00	4.00	0.00	0.00	0.00
0.10	0.41	4.28	0.10	0.31	0.13
0.20	0.84	4.57	0.18	0.48	0.41
0.30	1.29	4.85	0.27	0.62	0.80
0.40	1.76	5.13	0.34	0.73	1.29
0.50	2.25	5.41	0.42	0.83	1.87
0.60	2.76	5.70	0.48	0.92	2.54
0.70	3.29	5.98	0.55	1.00	3.29
0.80	3.84	6.26	0.61	1.08	4.13
0.90	4.41	6.55	0.67	1.15	5.05
1.00	5.00	6.83	0.73	1.21	6.06
1.10	5.61	7.11	0.79	1.27	7.14
1.20	6.24	7.39	0.84	1.33	8.31
1.30	6.89	7.68	0.90	1.39	9.56
<b>1.39</b>	<b>7.49</b>	<b>7.93</b>	<b>0.94</b>	<b>1.44</b>	<b>10.75</b>
1.50	8.25	8.24	1.00	1.49	12.31
1.60	8.96	8.53	1.05	1.54	13.81
1.74	9.99	8.92	1.12	1.61	16.05

Se resaltaron los valores de caudal y área correspondiente al  $Q_{\text{ref}}$  y  $A_{\text{ref}}$  (y la velocidad asociada). Mediante aplicación de ec.(5.68) se determina  $c = 1.667 \times 1.44 = 2.402 \text{ m/s}$ .

Si la longitud de traslado es 6 km = 6000 m → tiempo de traslado es  $t = 6000/2.40 = 2500 \text{ s} = \underline{41.7 \text{ min}}$

**5.6.2 Método de Muskingum y Muskingum-Cunge**

El método de Muskingum es un método de tránsito hidrológico que utiliza la ecuación de continuidad y relaciones caudal-almacenamiento variables. Para un tramo de canal la entrada  $I(t)$ , la salida  $Q(t)$  y el almacenamiento  $S(t)$  se relacionan por la ecuación de continuidad:

$$\frac{dS}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (5.71)$$

que indica que la variación de almacenamiento en el tiempo en un volumen de control en este caso un tramo de canal, es igual a la diferencia entre el volumen saliente y el entrante al tramo.

Si el hidrograma entrante  $I(t)$  es conocido para todo  $t$ , la ec.(5.71) no puede resolverse directamente para obtener el hidrograma saliente  $Q(t)$ , porque tanto  $Q$  como  $S$  son incógnitas. Es necesario una segunda relación o función de almacenamiento para relacionar  $I$ ,  $S$  y  $Q$ . El acople de la función de almacenamiento y la de continuidad proporciona la solución al problema planteado.

El método de Muskingum modela el almacenamiento volumétrico en crecidas en un canal mediante la combinación del almacenamiento en cuña y prisma (ver Figura 5.54). Durante el avance de la onda de crecida, el caudal de entrada es mayor que el caudal de salida, siendo el almacenamiento en cuña. Durante la recesión, el caudal de salida es mayor que el caudal de entrada resultando en una cuña negativa. Además, existe un almacenamiento por prisma que está formado por un volumen de sección transversal constante a lo largo de la longitud del canal prismático (Chow et al., 1994).

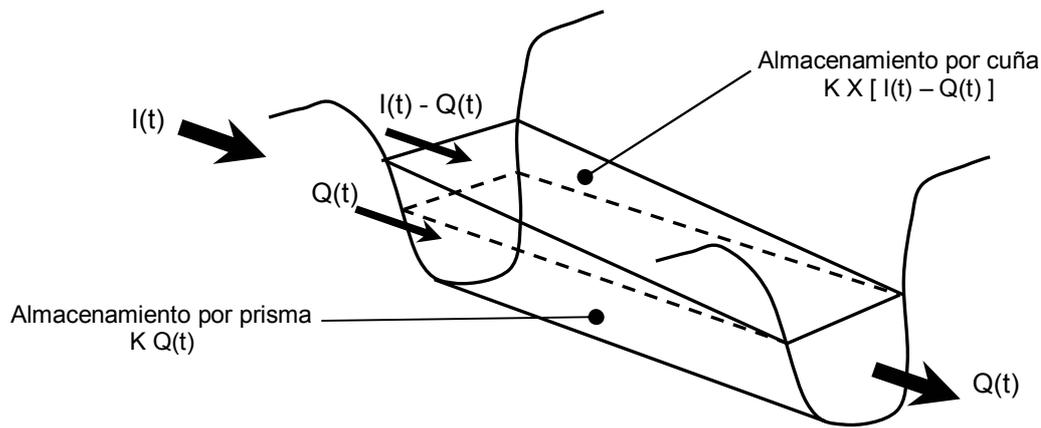


Figura 5.54. Almacenamiento por cuña y prisma en un tramo de canal

Suponiendo que el área de la sección transversal del flujo en creciente es directamente proporcional al caudal \$Q(t)\$ en la sección, el volumen de almacenamiento por prisma es igual a \$KQ(t)\$ donde \$K\$ es un coeficiente de proporcionalidad, y el volumen de almacenamiento por cuña es igual a \$KX(I(t) - Q(t))\$, donde \$X\$ es un factor de ponderación dentro del rango \$0 \leq X \leq 0.50\$. El almacenamiento total es por consiguiente la suma de los dos componentes:

$$S(t) = K Q(t) + K X ( I(t) - Q(t) ) \tag{5.72}$$

donde \$S(t)\$ es el almacenamiento, \$K\$ coeficiente de proporcionalidad, \$X\$ un factor de ponderación, \$I(t)\$ el caudal ingresante al tramo de canal y \$Q(t)\$ el caudal saliente.

Reordenando ec.(5.72) se llega a la función de almacenamiento del método de Muskingum:

$$S(t) = K [X I(t) + ( 1 - X ) Q(t)] \tag{5.73}$$

Representando un modelo lineal para el tránsito de caudales en canales.

El valor de \$X\$ depende de la forma de almacenamiento por cuña y toma valores entre 0 para un almacenamiento tipo embalse hasta 0.50 para una cuña completamente desarrollada. Cuando \$X = 0\$ no existe cuña y por lo tanto corresponde a el caso de un embalse con nivel constante. En este caso la ec.(5.72) se transforma en \$S(t) = K Q(t)\$ que es el caso de un embalse lineal (ver punto 5.5.2.5). Según Chow et al. (1994) en cursos de agua naturales \$X\$ se encuentra entre 0 y 0.30 con un valor medio cercano a 0.20. No se necesita gran precisión para determinar \$X\$ puesto que los resultados indican que son poco sensibles al valor de \$X\$.

El parámetro \$K\$ es el tiempo de tránsito de la onda de crecida a través del tramo del canal. Conceptualmente es semejante al parámetro descrito en puntos 5.5.2.3 (Método de Clark) y 5.5.2.5 (Embalses lineales en serie).

Para resolver el sistema de ec.(5.71) y ec.(5.73), se deriva ec.(5.73) en función del tiempo, se iguala a ec.(5.71), se pasan las derivadas a incrementos y escribiendo la igualdad para el tiempo \$(n)\$ y \$(n+1)\$ se demuestra que el caudal saliente en el tiempo \$(n+1)\$ se puede escribir como :

$$Q^{n+1} = C_1 I^{n+1} + C_2 I^n + C_3 Q^n \tag{5.74}$$

que es la ecuación de tránsito para el método de Muskingum, donde:

$$C_1 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1 - X) + \Delta t} \tag{5.75}$$

$$C_2 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1 - X) + \Delta t} \tag{5.76}$$

$$C_3 = \frac{2K(1-X) - \Delta t}{2K(1-X) + \Delta t} \tag{5.77}$$

obsérvese que  $C_1 + C_2 + C_3 = 1$

La ec.(5.74) permite determinar en forma progresiva en el tiempo, el hidrograma saliente de un tramo. En el caso de un tramo relativamente largo debe subdividirse la longitud total en subtramos de longitud compatible con el método y realizar el traslado en cada uno de los subtramos. El hidrograma entrante en el 1er. subtramo será el hidrograma a propagar en todo el tramo, y en los subtramos siguientes el hidrograma entrante en el  $i$ ésimo tramo será el saliente en el subtramo  $(i - 1)$ . Por lo que también el método resulta progresivo en la coordenada espacial.

Planteando un malla de cálculo espacio-temporal (Figura 5.55), el cálculo evolucionará espacialmente desde  $j = 0 \rightarrow J$ , siendo  $J$  la cantidad de subtramos donde la coordenada espacial correspondiente a la salida de cada subtramo es  $x = j \Delta x$ . La longitud total del tramo será  $L = J \Delta x$ .

Por otro lado para cada punto espacial la coordenada temporal evolucionará desde  $n = 0 \rightarrow N$ , siendo  $N$  la cantidad total de puntos de cada hidrograma y la coordenada temporal será  $t = n \Delta t$ .

Cunge (1969) propuso una modificación del método de Muskingum que lo convirtió en un método equivalente al método de tránsito de onda cinemática y en determinadas circunstancias equivalente al traslado mediante onda difusiva. Este método se denominó Muskingum-Cunge. Considerando a la malla computacional espacio-temporal mostrada en la Figura 5.55 la ecuación de tránsito de Muskingum (5.74) puede escribirse para el caudal en  $x = (j+1) \Delta t$  y  $t = (n+1) \Delta t$ :

$$Q_{j+1}^{n+1} = C_1 Q_j^{n+1} + C_2 Q_j^n + C_3 Q_{j+1}^n \tag{5.78}$$

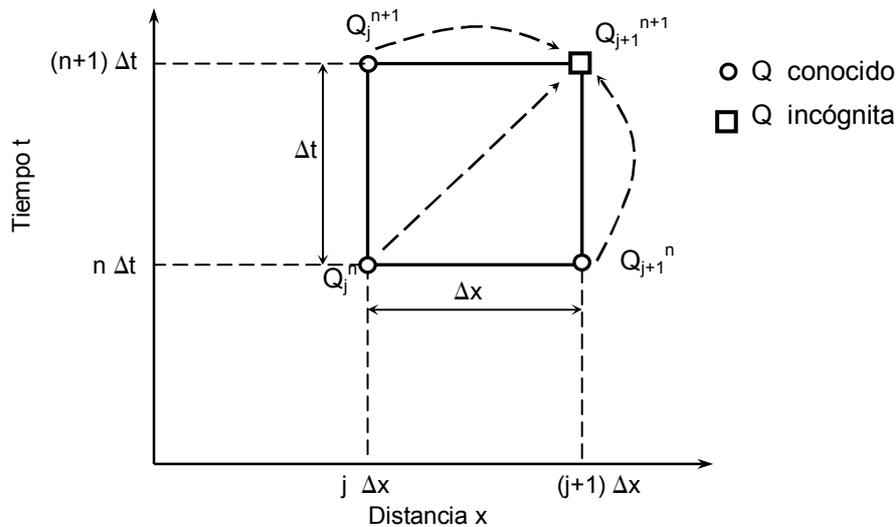


Figura 5.55. Grilla de cálculo computacional espacio-temporal

Cunge demostró que cuando  $K$  y  $\Delta t$  se toman como constantes, la ec.(5.78) es una solución aproximada de la ecuación de onda cinemática (método hidráulico) y que puede también ser considerada solución aproximada a la ecuación de onda difusiva si  $K$  y  $X$  se definen como:

$$K = \frac{\Delta x}{c} = \frac{\Delta x}{dQ/dA} \tag{5.79}$$

$$X = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{Q}{B c S_0 \Delta x} \right) \tag{5.80}$$

donde  $\Delta x$  (m) es la discretización espacial del tramo,  $c$  (m/s) es la celeridad de la onda de crecida definida del mismo modo que en ec.(5.68),  $B$  (m) el ancho superficial de la superficie mojada del canal,  $S_0$  (m/m) la pendiente longitudinal. La parte derecha de la ec.(5.79) representa el tiempo de traslado del hidrograma en un tramo de longitud  $\Delta x$ .

Cunge (1969) demostró que para que exista estabilidad numérica se requiere que:

$$0 \leq X \leq 0.50 \quad (5.81)$$

Además los coeficientes  $C_1$  y  $C_3$  deben ser positivos, por lo tanto se obtiene que debe cumplirse la condición:

$$2X < \Delta t/K < 2(1-X) \quad (5.82)$$

El tránsito de Muskingum-Cunge se lleva a cabo siguiendo los siguientes pasos

- 1) Con el caudal máximo del hidrograma calcular  $Q_{ref} = 0.67 Q_{max}$
- 2) A partir de la relación  $y$ - $Q$  de la sección aguas arriba determinar el tirante asociado  $y_{ref}$
- 3) Con las características geométricas de la sección e  $y_{ref}$  determinar el área  $A_{ref}$  y el ancho de boca  $B_{ref}$
- 4) Determinar la celeridad  $c$  mediante ec.(5.68)
- 5) Determinar la pendiente de fondo del curso  $S_0$  (que puede ser dato)
- 6) Adoptar la discretización espacial  $\rightarrow \Delta x$
- 7) Determinar parámetros  $K$  y  $X$
- 8) Determinar el intervalo temporal de cálculo de modo tal de verificar desigualdad (5.82)
- 9) Determinar  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  mediante ec.(5.75) a (5.77)
- 10) Utilizando ec.(5.78) calcular caudal en cada punto de cálculo espacial y para cada punto temporal

Resulta aconsejable considerar en la definición temporal del hidrograma por lo menos 5 puntos en la rama ascendente y 5 en la descendente. Debe destacarse que una adecuada selección de números de puntos será aquella que garantice la menor pérdida de información posible en la operación matemática de traslado. Esto puede lograrse, por ejemplo, considerando aquella cantidad de puntos equidistantes que permita considerar como lineal la variación de los caudales entre cada punto de cálculo.

Para mayor detalles respecto al método puede consultarse a Chow et al., (1994), Bertoni y Caamaño Nelli (1985) o Basile (2000b).

### Ejercicio 5.16

Trasladar mediante el método de Muskingum-Cunge el hidrograma del Ejercicio 5.12. Se desea trasladar en un canal de 6 km de longitud. La sección del canal es trapecial, con 4.00 m de base de fondo y taludes laterales con pendiente 1:1, la pendiente longitudinal del canal es de 0.002 y la rugosidad  $\eta = 0.030$ . Comparar traslado con método directo.

#### Solución:

De Ejercicio 5.16 :  $Q_{ref} = 10.7 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $y_{ref} = 1.39 \text{ m}$ ;  $A_{ref} = 7.49 \text{ m}^2$ ;  $c = 2.40 \text{ m/s}$ ;  $S_0 = 0.002$

$B_{ref} = 4.00 \text{ m} + 2 \times 1.39 \text{ m} = 6.78 \text{ m}$

Se adopta una discretización espacial  $\Delta x = 1000 \text{ m}$

$K = 1000 / 2.40 \text{ m/s} = 417 \text{ s} = 6.94 \text{ min}$

$X = 0.50 \times [1 - 10.7 / (6.94 \times 2.40 \times 0.002 \times 1000)] = 0.34 < 0.50$

El intervalo de tiempo debe cumplir:  $2 \times 0.34 < \Delta t / 6.94 < 2(1 - 0.34) \rightarrow 4.7 < \Delta t < 9.16 \text{ min}$

El hidrograma entrante al tramo y determinado en Ejercicio 5.12 está definido temporalmente por 30 puntos, discretizados cada 5 minutos, por lo que se adopta la discretización original del hidrograma.

Los coeficientes  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$  resultan:

$$C_1 = \frac{300 - 2 \times 417 \times 0.34}{2 \times 417 \times (1 - 0.34) + 300} = 0.020 \quad C_2 = \frac{300 + 2 \times 417 \times 0.34}{2 \times 417 \times (1 - 0.34) + 300} = 0.686$$

$$C_3 = \frac{2 \times 417 \times (1 - 0.34) - 300}{2 \times 417 \times (1 - 0.34) + 300} = 0.294 \quad \text{Verificándose } 0.020 + 0.686 + 0.294 = 1.000$$

En la Tabla 5.14 se presentan los resultados de los hidrogramas generados en las 6 secciones de cálculo. En la Figura 5.56a se presentan todos los hidrogramas generados, puede observarse claramente el traslado y atenuación del hidrograma a medida que evoluciona en el espacio. En la Figura 5.56b se presentan el hidrograma entrante al tramo, el saliente y el generado mediante el traslado directo. En la gráfica se evidencia la simplificación del traslado directo donde no se produce atenuación del caudal pico.

Tabla 5.14. Hidrogramas Generados mediante el Traslado mediante Muskingum-Cunge. Ejercicio 5.16.

$C_1 = 0.020; C_2 = 0.686; C_3 = 0.294; K = 417 \text{ s}; X = 0.340; \Delta x = 1000 \text{ m}; \Delta t = 300 \text{ s};$ $S_0 = 0.002; c = 2.40 \text{ m/s}; Q_{ref} = 10.7 \text{ m}^3/\text{s}; y_{ref} = 1.39 \text{ m}; B_{ref} = 6.78 \text{ m}; A_{ref} = 7.49 \text{ m}^2$							
T (min)	Qentrante (m³/s)	Q 1000 m (m³/s)	Q 2000 m (m³/s)	Q 3000 m (m³/s)	Q 4000 m (m³/s)	Q 5000 m (m³/s)	Q 6000 m (m³/s)
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.39	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
15	1.43	0.31	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
20	3.49	1.14	0.24	0.03	0.00	0.00	0.00
25	7.43	2.88	0.91	0.19	0.02	0.00	0.00
30	12.55	6.19	2.37	0.73	0.15	0.02	0.00
35	15.66	10.74	5.16	1.94	0.59	0.12	0.02
40	15.99	14.22	9.17	4.29	1.59	0.47	0.10
45	14.71	15.44	12.76	7.81	3.57	1.30	0.38
50	13.15	14.90	14.64	11.34	6.63	2.96	1.06
55	11.16	13.62	14.80	13.67	10.00	5.62	2.46
60	9.13	11.84	13.93	14.45	12.61	8.77	4.75
65	7.24	9.89	12.42	14.05	13.90	11.51	7.64
70	5.64	7.98	10.59	12.86	13.99	13.20	10.40
75	4.39	6.31	8.72	11.22	13.16	13.74	12.39
80	3.43	4.94	6.99	9.42	11.76	13.30	13.33
85	2.65	3.86	5.52	7.67	10.07	12.18	13.29
90	2.02	3.00	4.33	6.13	8.35	10.66	12.47
95	1.52	2.29	3.37	4.84	6.75	8.99	11.16
100	1.10	1.74	2.60	3.79	5.38	7.39	9.60
105	0.78	1.28	1.98	2.94	4.24	5.95	8.01
110	0.53	0.92	1.48	2.25	3.31	4.72	6.53
115	0.33	0.64	1.08	1.70	2.55	3.71	5.23
120	0.18	0.42	0.77	1.26	1.94	2.88	4.14
125	0.11	0.25	0.52	0.91	1.45	2.21	3.24
130	0.06	0.15	0.33	0.63	1.06	1.67	2.50
135	0.03	0.08	0.20	0.41	0.75	1.23	1.90
140	0.01	0.04	0.12	0.26	0.51	0.89	1.42
145	0.00	0.02	0.06	0.16	0.33	0.62	1.04
150	0.00	0.01	0.03	0.09	0.21	0.41	0.74

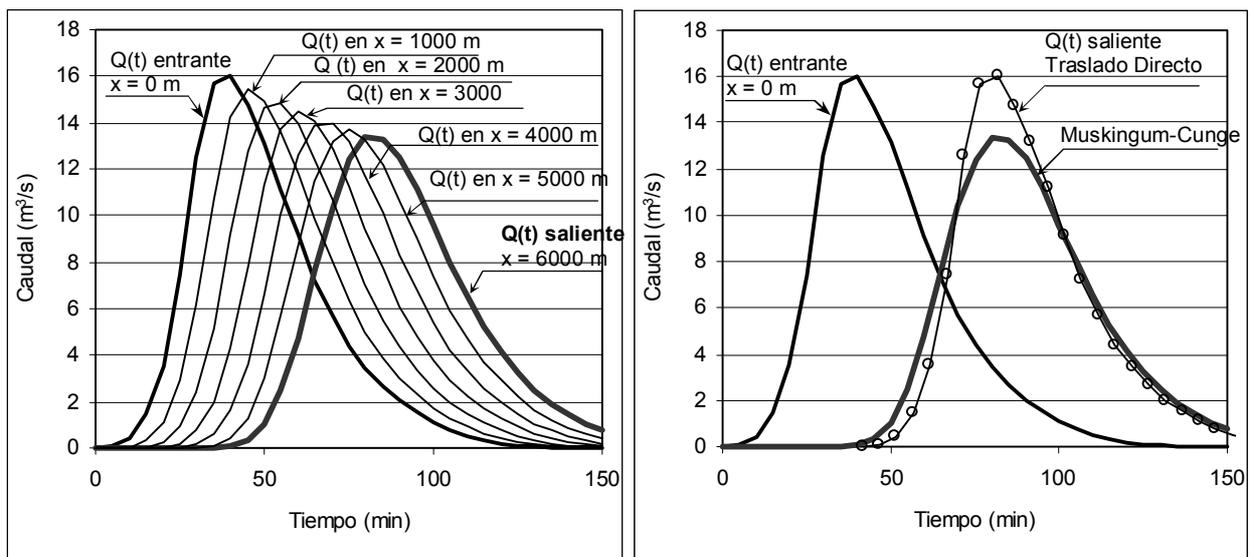


Figura 5.56. Traslado de Hidrogramas mediante Método de Muskingum-Cunge. Ejercicio 5.16  
 (a) Hidrogramas en cada subtramo y (b) Comparación con Traslado Directo

## 5.7 ONDA CINEMÁTICA

Lighthill y Whitham (1955) denominaron "Ondas Cinemáticas" a las ondas de crecidas que son descritas por la ecuación de continuidad y por una aproximación de la ecuación de cantidad de movimiento. Para la aproximación cinemática la onda es considerada larga y plana de modo que la pendiente de fricción esta equilibrada solamente con la pendiente de fondo, suponiendo que los términos dinámicos y de presión de la ecuación completa de cantidad de movimiento son despreciables. En términos de fuerzas la suposición de onda cinemática equivale a efectivizar un balance entre las fuerzas gravitacionales (pendiente de fondo) y de fricción. En el planteo cinemático la ecuación completa de cantidad de movimiento es reemplazada por una ecuación que describe el flujo permanente y uniforme, imponiéndose por lo tanto una relación biunívoca entre tirantes y caudales.

El modelo cinemático es descripto por consiguiente por la ecuación de continuidad y una ecuación de flujo uniforme, tal como las conocidas fórmulas de Chezy o Manning.

Los modelos de onda cinemática se aplican para representar tanto el traslado del flujo sobre terreno como para el tránsito de ondas de crecida en cursos de agua. El esguurrimento sobre el terreno o flujo mantiforme es visto como el flujo en un canal superficial extensamente ancho.

Como se mencionara las ecuaciones que describen la onda cinemática son la de continuidad y la de cantidad de movimiento aproximada por una ecuación de flujo uniforme:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q \quad (5.83)$$

donde Q es el caudal; x coordenada longitudinal; A área transversal mojada; t coordenada temporal y q caudal específico de aporte lateral;

$$S_f = S_0 \quad (5.84)$$

donde  $S_f$  es la pendiente de fricción y  $S_0$  es la pendiente de fondo.

Woolhiser y Ligget (1967), demostraron que es posible despreciar el efecto dinámico de la propagación si el número cinemático K es mayor a 10, definiéndose K de la forma :

$$K = \frac{S_0 L}{y F_r^2} > 10 \quad (5.85)$$

donde L es la longitud del tramo; y tirante de esguurrimento y  $F_r$  nro. de Froude del flujo.

Dado que la simplificación cinemática permite hacer uso de cualquier ecuación de flujo uniforme, la ecuación de cantidad de movimiento bajo la hipótesis asumida con ec.(5.84) puede escribirse en términos de caudal y área mojada como:

$$Q = \alpha A^m \quad (5.86)$$

Si se utiliza la formulación de Manning para describir el flujo uniforme  $\alpha$  y  $m$  se demuestra que toman los siguientes valores:

$$\alpha = S_0^{0.5} / (\eta P_m^{0.667}) \quad (5.87)$$

$$m = 5/3 \quad (5.88)$$

donde  $P_m$  es el perímetro mojado de la sección;  $\eta$  el coeficiente de resistencia de Manning.

Es demostrable que la celeridad de la onda cinemática es:

$$c = m V \quad (5.89)$$

donde V es la velocidad de flujo.

Puede demostrarse (ver Chow et al., 1994) que la resolución en diferencias finitas del sistema de ecuaciones (5.83) y (5.86) puede ser:

$$Q_{j+1}^{n+1} = \frac{\left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} Q_j^{n+1} + \frac{1}{\alpha^{1/m}} \frac{1}{m} Q_{j+1}^n \left( \frac{Q_{j+1}^n + Q_j^{n+1}}{2} \right)^{\frac{1}{m}-1} + \Delta t \left( \frac{q_{j+1}^{n+1} + q_{j+1}^n}{2} \right) \right]}{\left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{1}{\alpha^{1/m}} \frac{1}{m} \left( \frac{Q_{j+1}^n + Q_j^{n+1}}{2} \right)^{\frac{1}{m}-1} \right]} \tag{5.90}$$

La discretización del plano x-t en una malla para la integración de las ecuaciones en diferencias finitas introduce errores numéricos en los cálculos. Un esquema en diferencias finitas es estable si tales errores no se amplifican durante cálculos sucesivos desde una coordenada temporal hasta la siguiente. La estabilidad del cálculo numérico depende del tamaño relativo de la malla. Una condición necesaria pero no suficiente para la estabilidad de un esquema explícito (tal como lo es el que da origen a ec.(5.90)) es la condición de Courant (Courant y Friedrichs, 1948), que limita el intervalo temporal de cálculo al cociente entre el intervalo espacial y la celeridad de la onda cinemática:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c} \tag{5.91}$$

La ec.(5.91) también puede ser interpretada como que la celeridad de cálculo  $\Delta x/\Delta t$  debe ser rigurosamente mayor a la celeridad de la onda de crecida.

La ec.(5.90) puede ser utilizada para la propagación de hidrogramas en cursos de agua como así también para la generación y propagación de hidrogramas debido a lluvia neta en superficie de terreno. En este caso particular la lluvia participa en la ec.(5.90) en el término de aporte lateral q.

### 5.7.1 Soluciones analíticas de la Onda Cinemática para geometrías simples

Las ecuaciones de onda cinemática tienen una ventaja importante para describir el flujo sobre superficies o "flujo mantiforme" respecto a otras ecuaciones para aguas poco profundas. Esta ventaja radica en que en la onda cinemática son posibles soluciones analíticas para geometrías simples.

Para flujo mantiforme sobre un plano como el mostrado en la Figura 5.57 las ecuaciones de onda cinemática unidimensionales son las ec.(5.83) y (5.84) o su semejante (5.86). Para simplificar el análisis se supuso infiltración nula en la Figura 5.57.

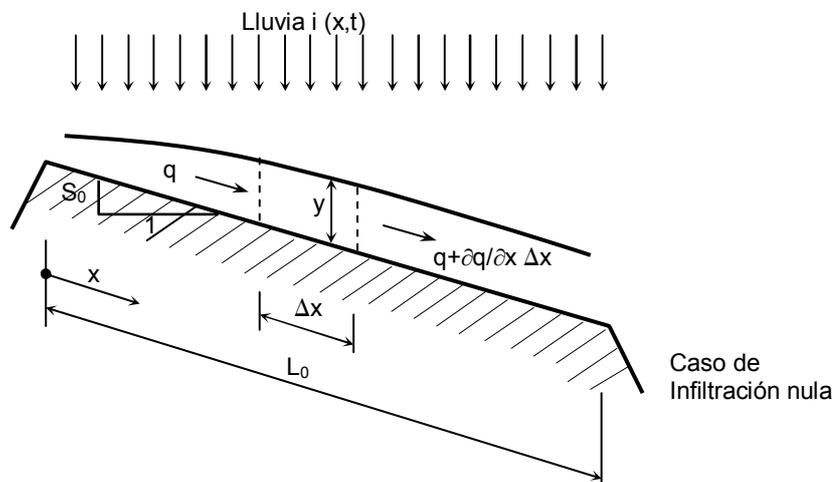


Figura 5.57. Esquema de flujo mantiforme sobre un plano de ancho unitario

Vinculado a la geometría y parámetros hidráulicos de un plano y a la intensidad de la lluvia existe un tiempo característico, denominado tiempo de equilibrio, de modo tal que si la duración de la lluvia supera tal tiempo el escurrimiento en el plano se tornará estacionario siendo el caudal saliente igual al entrante  $Q = i L_0$  (considerando un ancho unitario del plano) . Puede demostrarse que tal tiempo es (Woolhiser, 1975):

$$t_e = \left( \frac{L_0}{\alpha i^{m-1}} \right)^{\frac{1}{m}} \tag{5.92}$$

donde  $L_0$  es la longitud del plano,  $\alpha$  y  $m$  son los parámetros de la ec.(5.86) e  $i$  es la intensidad de la lluvia.

Para el caso en que la duración de la lluvia tiene una duración  $D$  superior o igual al tiempo de equilibrio, las ecuaciones de respuesta del plano en términos de caudales para un ancho unitario del plano son (Woolhiser, 1975):

Caso  $D \geq t_e$

$$Q = \alpha (i t)^m \quad \text{si } 0 \leq t \leq \left( \frac{L_0}{\alpha i^{m-1}} \right)^{\frac{1}{m}} \tag{5.93a}$$

$$Q = i L_0 \quad \text{si } \left( \frac{L_0}{\alpha i^{m-1}} \right)^{\frac{1}{m}} < t \leq D \tag{5.93b}$$

$$Q - i L_0 + i m \alpha^{\frac{1}{m}} Q^{\frac{m-1}{m}} (t - t_e) = 0 \quad \text{si } D < t \tag{5.93c}$$

La ec.(5.93a) representa la rama ascendente del hidrograma, la ec.(5.93b) representa la meseta en la que el escurrimiento sobre el plano está en una estado estacionario y la ec.(5.93c) representa la curva de recesión o vaciado del plano. Obsérvese que la ec.(5.93c) es implícita en  $Q$  por lo que debe ser resuelta por un método adecuado como por ejemplo proposición  $\rightarrow$  verificación  $\rightarrow$  corrección.

Cuando la duración de la lluvia es menor que el tiempo de equilibrio  $t_e$  las ecuaciones que describen el escurrimiento saliente del plano son (Woolhiser, 1975):

Caso  $D < t_e$

$$Q = \alpha (i t)^m \quad \text{si } 0 \leq t \leq D \tag{5.94a}$$

$$Q = \alpha (i D)^m \quad \text{si } D \leq t \leq D + \frac{L_0 (i D)^{1-m}}{\alpha m} - \frac{D}{m} \tag{5.94b}$$

$$Q - i L_0 + i m \alpha^{\frac{1}{m}} Q^{\frac{m-1}{m}} (t - D) = 0 \quad \text{si } D + \frac{L_0 (i D)^{1-m}}{\alpha m} - \frac{D}{m} < t \tag{5.94c}$$

Cuando la duración de la lluvia  $D \geq t_e$  la recesión comienza ni bien deja de llover o sea cuando  $t = D$ , en cambio en aquellas situaciones en que  $D < t_e$ , a partir del cese de la lluvia transcurrirá un determinado período de tiempo donde el hidrograma estará en un equilibrio parcial y luego comenzará la recesión. La coordenada temporal medida desde el comienzo de la lluvia en la cual comienza la recesión está dado por la expresión:

$$t_{\text{recesión}} = D + \frac{L_0 (i D)^{1-m}}{\alpha m} - \frac{D}{m} \tag{5.95}$$

La demostración puede hallarse mediante el método de las características (Woolhisher, 1975).

En la Figura 5.58 se presentan tres hidrogramas generados mediante la solución analítica de la onda cinemática. El escurrimiento se simuló en un plano para duraciones de lluvia superiores e igual al tiempo de equilibrio. El plano tiene un longitud  $L = 1000$  m, ancho unitario, una pendiente longitudinal  $S_0 = 0.01$  e intensidad de lluvia de 60 mm/h.

- (a) Corresponde al hidrograma generado con un coeficiente de Manning de  $\eta = 0.03$  y una duración de la lluvia  $D = 7200$  s (120 min), calculándose un  $t_e = 2500$  s (41.67 min).
- (b) Idem anterior excepto  $D = t_e = 2500$  s
- (c) Idem (a) excepto  $\eta = 0.100$ , calculándose un  $t_e = 5144$  s (85.7 min)

Puede observarse claramente que cuando la duración de la lluvia es superior al  $t_e$  el hidrograma saliente del plano es constante hasta el mismo instante en que cesa la lluvia. El efecto de aumentar la resistencia del plano se traduce en una cuenca más lenta que tarda más tiempo en alcanzar el equilibrio.

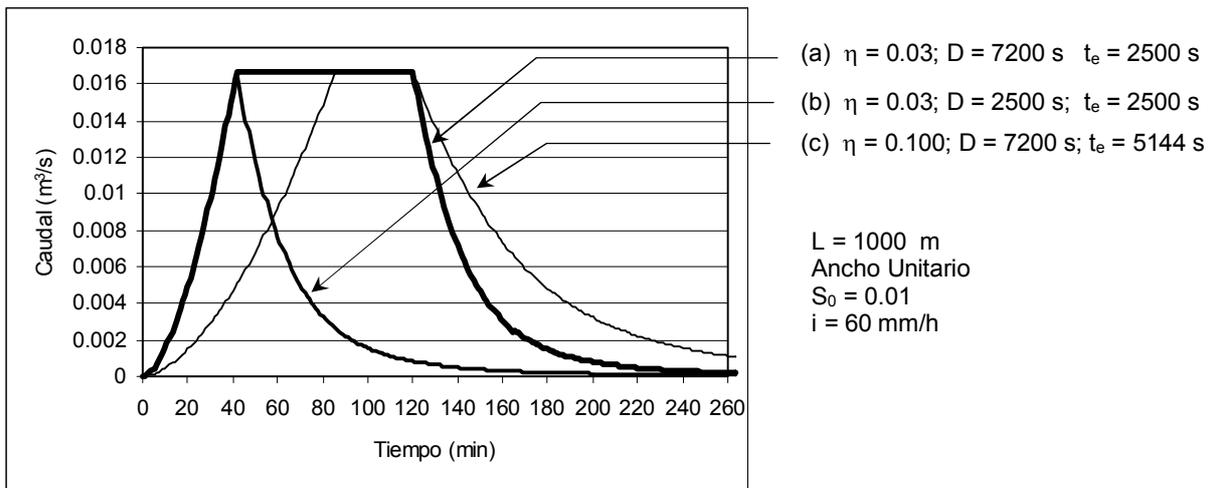


Figura 5.58. Solución Analítica de Onda Cinemática  $D \geq t_e$

La Figura 5.59 corresponde a dos hidrograma determinados para duraciones de lluvias menores al tiempo de equilibrio. Se evidencia el equilibrio parcial en los hidrogramas al cesar la lluvia que hace que se presente una meseta de los hidrogramas hasta alcanzar el tiempo de recesión. El caso (a) corresponde a un coeficiente de Manning  $\eta = 0.030$  en tanto que la alternativa (b) corresponde a  $\eta = 0.100$ . Para ambos casos la duración de la lluvia  $D = 1800$  s (30 min)

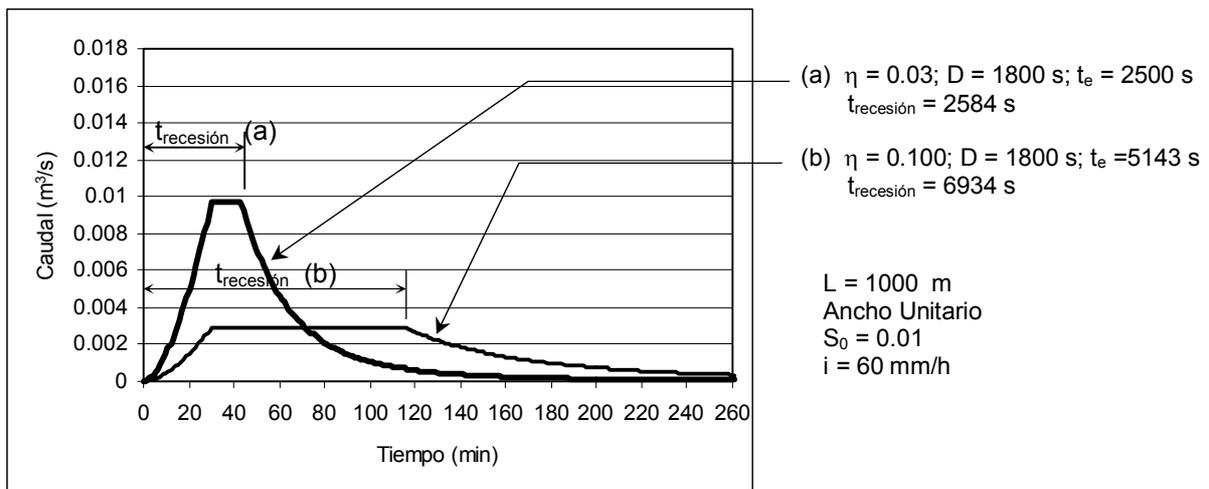


Figura 5.59. Solución Analítica de Onda Cinemática  $D < t_e$

En la Figura 5.60 se representan soluciones analíticas y logradas mediante el esquema en diferencias finitas planteada en ec.(5.90). El trazo de mayor grosor corresponde a la solución del esquema en diferencias finitas.

En el caso de  $D \geq t_e$  el esquema en diferencias finitas suaviza un tanto la solución en las ordenadas de caudales cercanas al tiempo de equilibrio.

Cuando  $D < t_e$  la suavización se manifiesta en los caudales calculados en puntos cercanos al tiempo de recesión.

A los efectos de su utilización en modelos matemáticos de simulación de flujo el nivel de aproximación puede considerarse aceptable. En la bibliografía específica existen múltiples variantes de esquemas numéricos que pueden proveer un mejoramiento de la solución (por ej. consultar Liggett y Cunge, 1975).

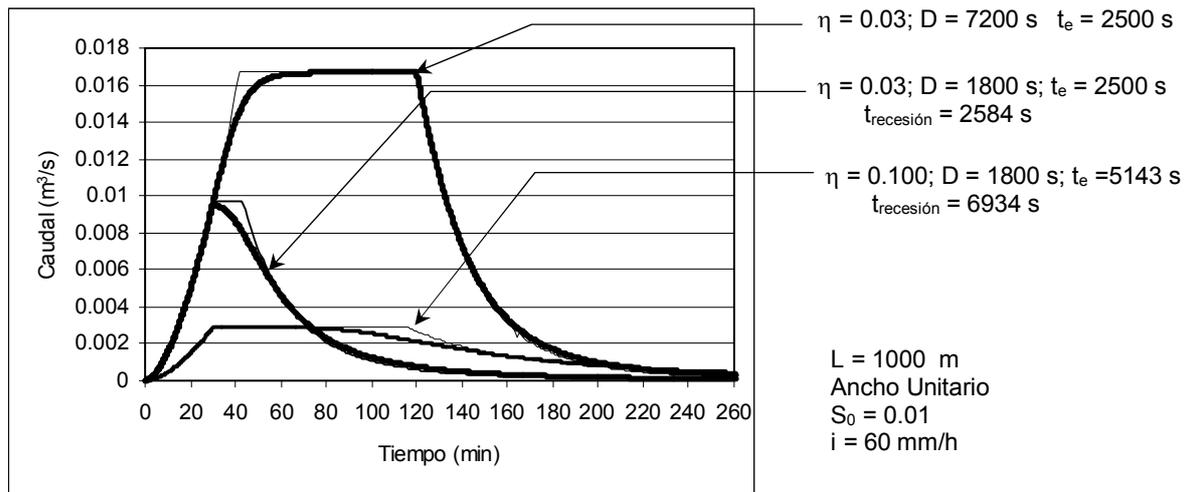


Figura 5.60. Soluciones Analíticas y en Diferencias Finitas

## 5.8 BIBLIOGRAFÍA

- ASCE and WEF (1992), Design and Construction of Urban Stormwater Management Systems, ASCE-WEF, New York, EU. (730 pag.)
- Basile P. (2000a), Transferencia Lluvia-Caudal: (Parte 2), Cap. VII Hidrología Procesos y Métodos, (Orsolini H., Zimmermann E. y Basile P., 2000), UNR Editora, Rosario. pp-154-174.
- Basile P. (2000b), Propagación de Ondas de Crecidas, Cap. VIII Hidrología Procesos y Métodos, (Orsolini H., Zimmermann E. y Basile P., 2000), UNR Editora, Rosario. pp-175-205.
- Bertoni J. y Caamaño Nelli G. (1987), Apuntes de Curso de Posgrado Modelos Matemáticos en Hidrología e Hidráulica, FCEIA, UNR. (280 pag.).
- Bertoni J., Pedraza R. Collins J., Macor J., Pusineri G., Ocampo C. Maza J. y Secchi A. (1995), Apuntes de Curso Sistemas de Drenaje Urbano, Fac. de Ingeniería, Universidad Nacional del Litoral. Santa Fe. (300 pag.).
- Courant, R. and Friedrichs, K., (1948), Supersonic Flow and Shock Waves, Interscience Publishers, New York.
- Cunge J. (1969), On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum Method), Journal of Hydraulic Research, 7, 2, pp. 205-230.
- Chow, V. T., Maidment, D. y Mays, L. (1994), Hidrología Aplicada, McGraw-Hill Interamericana, Buenos Aires. 584 p.
- Chow, V. T. (1982), Hidráulica de los Canales Abiertos, McGraw-Hill Interamericana, Buenos Aires. 633 p.
- Liggett, J. and Cunge, J., (1975), Numerical Methods of Solution of the Unsteady Flow Equations, Cap. 4 in Unsteady Flow in Open Channels (Mahmood K. and Yevjevich V. eds), Vol. 2, Water Resources Publications, pp. 89-182.

- Lighthill M. and Whitham G., (1955), On Kinematic waves, J. flood movement in long rivers, Proc. R. Soc. London A, Vol 229, n° 1178, pp. 281-316
- Maza J., Fornero L., Litwin C. y Fernandez P. (1993), Modelo AR-HYMO, Manual del Usuario, INA-CRA, Mendoza.
- Porto R. (1995), Escoamento Superficial Direto, Cap. 4 Drenagem Urbana, (Tucci C., Laina Porto R. y Barros M., 1995), Editora da Universidade, UFRGS, Porto Alegre. pp- 107-165.
- Orsolini H. (2000), Transferencia Lluvia-Caudal: (Parte 1), Cap. VI Hidrología Procesos y Métodos, (Orsolini H., Zimmermann E. y Basile P., 2000), UNR Editora, Rosario. pp-111-153.
- UDFCD (1967 a 1994), Drainage Criteria Manual, Vol. 1,2 y 3, Urban Drainage and Flood Control District, Denver, Colorado, EU, (750 p.)
- Williams, J. and Haan, W., (1973), HYMO: Problem oriented computer language for hydrologic modeling, USDA, Washington, EU.
- Wisner P. (1993), Modelo OTTHYMO, Manual del Usuario, Universidad de Ottawa, Canadá.
- Woolhiser, D. and Liggett, J., (1967), Unsteady one-dimensional flow over a plane the rising hydrograph, Water Resources Research, vol. 3, n° 3, pp.753-771.
- Woolhiser, D., (1975), Simulation of Unsteady Overland Flow, Cap 12 in Unsteady Flow in Open Channels (Mahmood K. and Yevjevich V. eds), Vol. 2, Water Resources Publications, pp. 485-508.