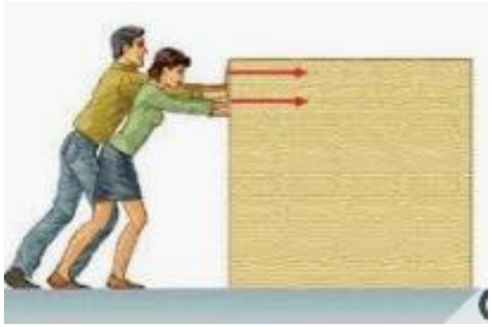
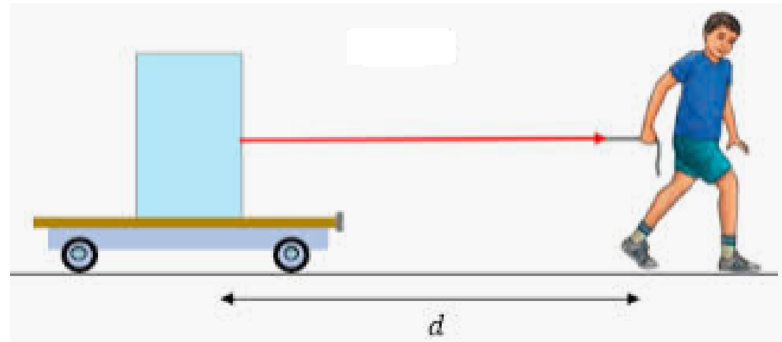
Facultad de Ingeniería
OBERA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES

Física Mecánica

Trabajo-Energía Cinética-Potencia



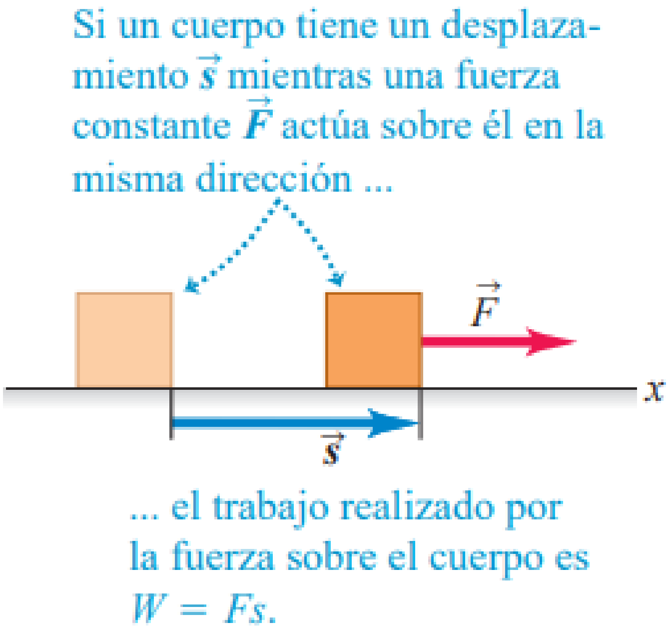


Estas figuras representan distintas acciones de trabajo. Todas ellas tienen en común: una fuerza aplicada sobre un objeto, y el desplazamiento del objeto.

Trabajo

Definimos trabajo (W) de una fuerza constante como: $W=F.s$

F: fuerza aplicada s: desplazamiento

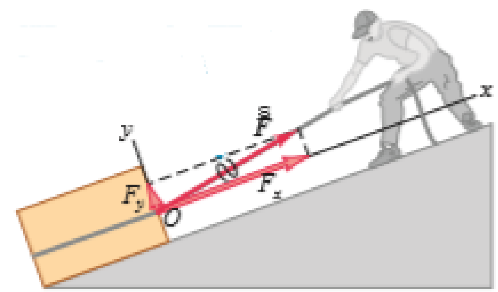


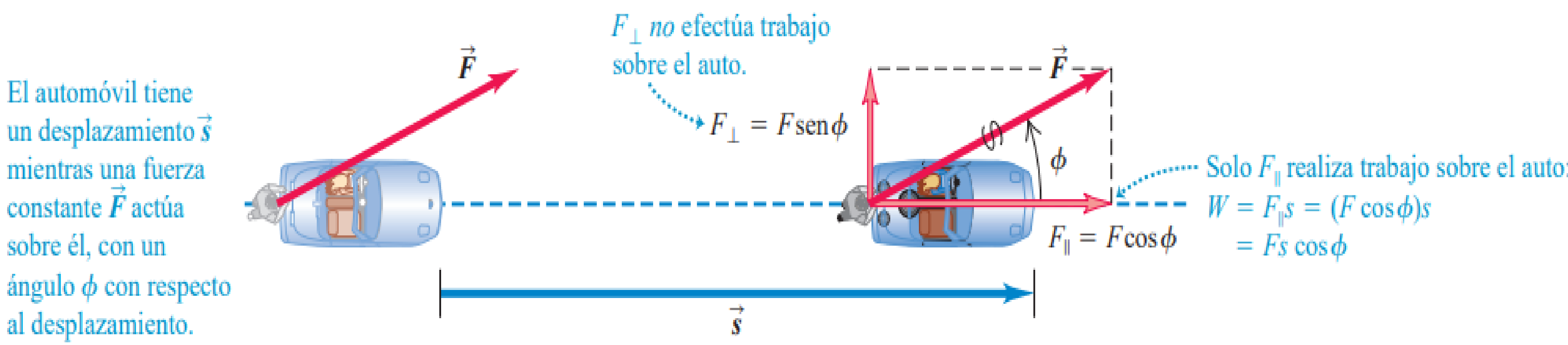
Trabajo

Si la fuerza F y el desplazamiento s no son coincidentes, sino que forman un ángulo φ

W=F.cosφ.s

φ:ángulo formado entre la dirección del vector **s** y la dirección del vector **F**





Trabajo

Vemos que realiza trabajo solamente la componente de F que contribuye al desplazamiento s.

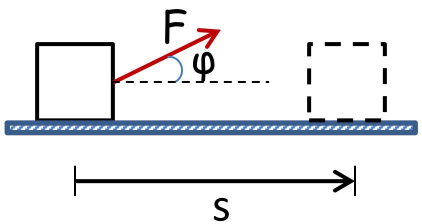
Sabiendo que F y s son vectores, vemos que **F.cosφ.s** tiene la forma de un producto escalar de 2 vectores

$(F.\ s=|F|.|s|.\cos\ \varphi)$

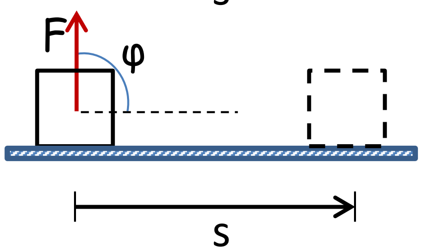
Entonces: $W=\vec{F}.\vec{s}$ Definición general de trabajo, producto escalar de dos vectores F y s.

Trabajo

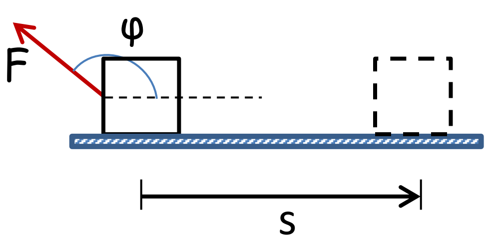
- A diferencia del trabajo cotidiano, en física el trabajo (W) realizado por una fuerza F puede ser +, - ó cero.



$\varphi < 90°$ → $W > 0$ (+)



$\varphi = 90°$ → $W = 0$ (cero)



$\varphi > 90°$ → $W < 0$ (-)

Trabajo

Unidades de trabajo: $W=F.s$ [N.m]

$N.m = J$ J:Joule (1J=1N.1m)

Producto escalar

W es una <u>magnitud ESCALAR</u>

Trabajo

Si sobre un cuerpo que se desplaza actúan varias fuerzas, es válido la asociatividad (entonces hay dos maneras de calcular el trabajo realizado sobre el cuerpo):

1)Calcular el trabajo W hecho por cada fuerza ($W_i=F_i.s$) y luego realizar la suma de los trabajos individuales: $W_{neto}=\Sigma W_i$.

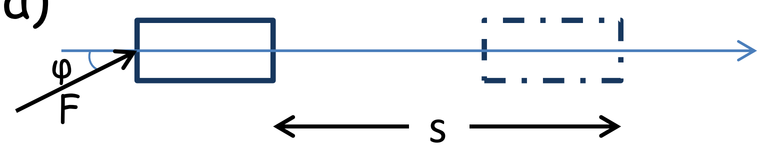
2)Calcular la F_{neta} aplicada ($F_{neta}=\Sigma F$) y luego: $W_{neto}=F_{neta}.s$

Trabajo

1) a)Juan se encuentra con un amigo cuyo auto no arranca, le ayuda empujando el auto con una fuerza constante de 210N por una distancia de 18m. Debido a que el auto tiene un neumático desinflado, debe empujar con un ángulo de 30° respecto a la dirección de movimiento. ¿Cuánto trabajo realiza Juan?

b)Aún con animo de continuar ayudando Juan empuja otro auto con una fuerza constante F=(160N)i+(-40N)j, como consecuencia el auto tiene un desplazamiento s=(14m)i+(11m)j. ¿Cuánto trabajo realiza Juan en este caso?

a)



W=F.cosφ.s

W=210N.cos30°.18m

<u>W=3273,58J</u>

Trabajo

b) $W = F.s = F_x.s_x + F_y.s_y$

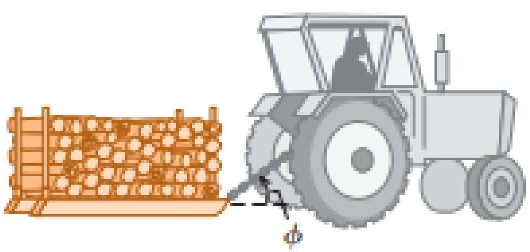
$W = [(160N)i + (-40N)j].[(14m)i + (11m)j]$

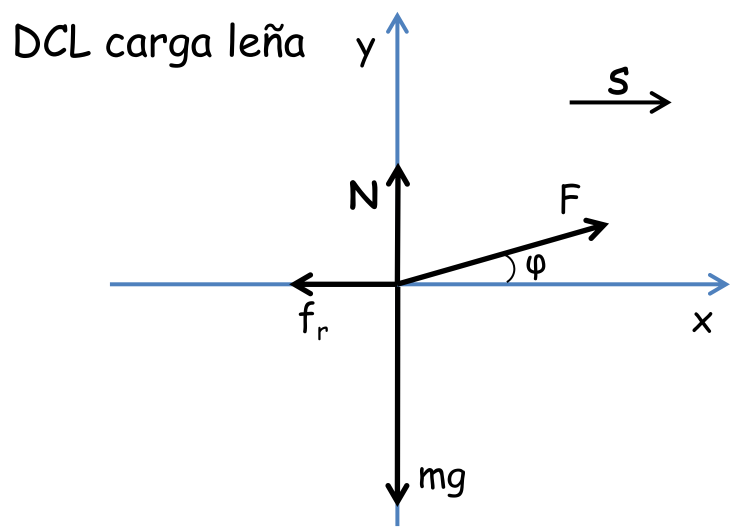
$W = (160N.14m) + (-40N.11m)$

$\underline{W = 1800J}$

Trabajo

2) Un colono arrastra horizontalmente con su tractor, una carga de leña una distancia de 20m. El peso total de la carga de leña es de 14700N, el tractor ejerce una fuerza constante de 5000N con un ángulo de 36,9° por sobre la horizontal. Existe una fuerza de fricción entre el suelo y la carga, que se opone al movimiento, de 3500N. Calcule: a)El trabajo realizado por cada fuerza que actúa sobre la carga. b)El trabajo total realizado por todas las fuerzas sobre la carga. c)¿Cuál es la aceleración de la carga?





Trabajo

a) $W_N=N.\cos 90°.s=0$

$W_{mg}=mg.\cos 90°.s=0$

$W_F=F.\cos 36,9°.s=5000N.\cos 36,9°.20m=79968,47J$

$W_{fr}=fr.\cos 180°.s=3500N.\cos 180°.20m=-70000J$

b) $W_{neto}=W_N+W_{mg}+W_F+W_{fr}=0J+0J+79968,47J-70000J$

$\underline{W_{neto}=9968,47J}$

c) La aceleración de la carga será en dirección x, entonces planteo la 2°Ley de Newton en componentes x.

$\Sigma F_x=m.a_x \qquad F.\cos 36,9°-fr=m.a_x$

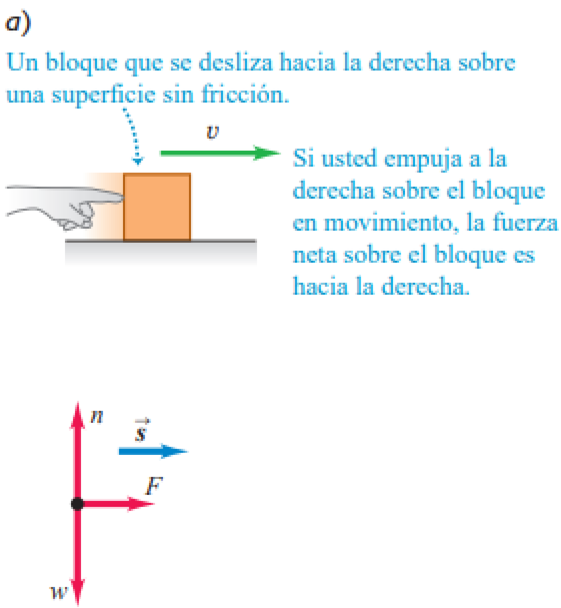
Trabajo

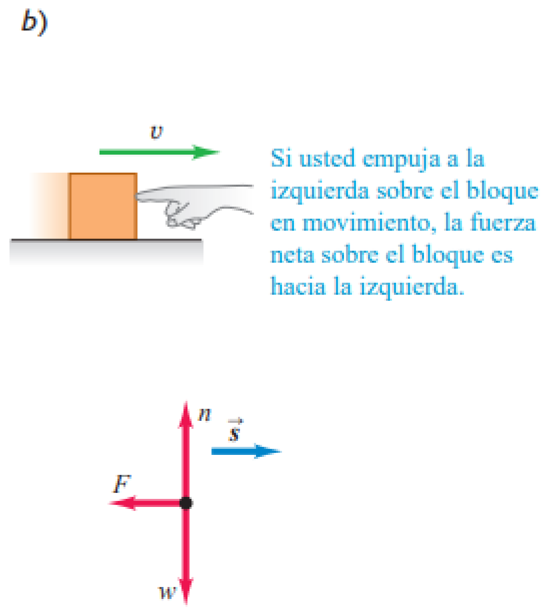
$$5000N.\cos 36{,}9° - 3500N = \frac{14700N}{9{,}8m/s^2} . a_x$$

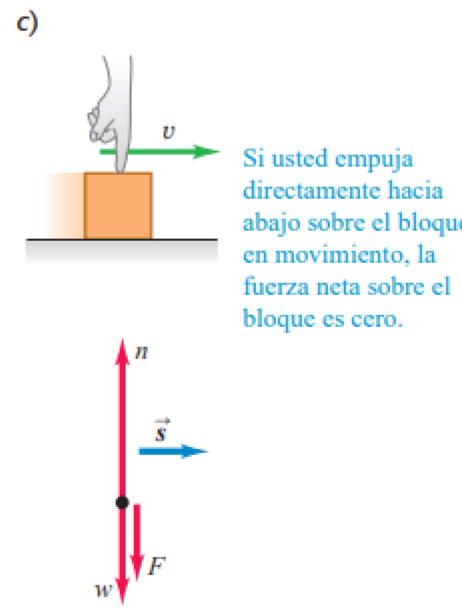
$\underline{a_x = 0{,}33 m/s^2}$

Trabajo y Energía Cinética

Al aplicar una fuerza neta a un cuerpo, no solamente habrá desplazamiento.







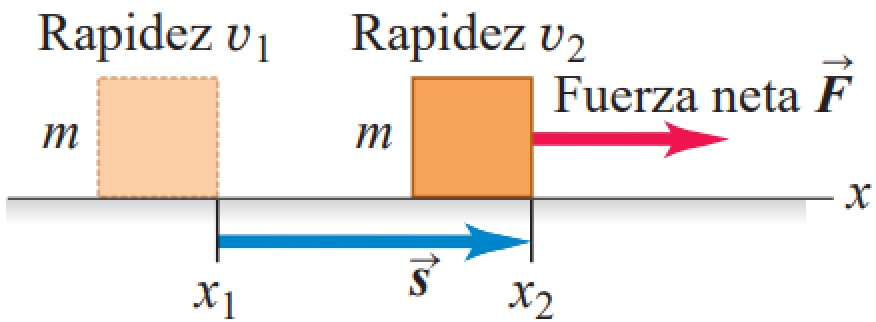
$W_{tot}>0$
$a>0$
$\Delta v>0$

$W_{tot}<0$
$a<0$
$\Delta v<0$

$W_{tot}=0$
$a=0$
$\Delta v=0$

Trabajo y Energía Cinética

Cuando hay una fuerza neta aplicada sobre un cuerpo, este experimentara Δs y Δv.



Si F=cte → a=cte (2°Ley de Newton)

$s=x_2-x_1$ $\Delta v=v_2-v_1$

Trabajo y Energía Cinética

Planteamos: $F_{neta}=m.a$

Dado que $a=cte \rightarrow \quad v_2^2=v_1^2+2.a.\Delta s \rightarrow a=\frac{v_2^2-v_1^2}{2.\Delta s} \rightarrow$

$$F=m.\frac{v_2^2-v_1^2}{2.\Delta s} \rightarrow \qquad F.\,\Delta s=\frac{m}{2}.(v_2^2-v_1^2) \rightarrow$$

$$\underbrace{F.\,\Delta s}_{W_{neto}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}.m.v_2^{\,2}}_{k_2} - \underbrace{\tfrac{1}{2}.m.v_1^{\,2}}_{k_1}$$

Trabajo y Energía Cinética

Definimos $K=\frac{1}{2}.m.v^2$ como Energía Cinética

$K_2-k_1=\Delta k$ por lo tanto → $W_{neto}=\Delta k$

$\underline{W_{neto}=k_2-k_1=\Delta k}$ Teorema de Trabajo y Energía

El trabajo efectuado por una fuerza neta sobre un cuerpo (partícula) de masa **m** es igual al cambio (variación) de energía cinética (Δk) del cuerpo (partícula)

Nota: toda esta deducción es válida en un marco de referencia inercial

Trabajo y Energía Cinética

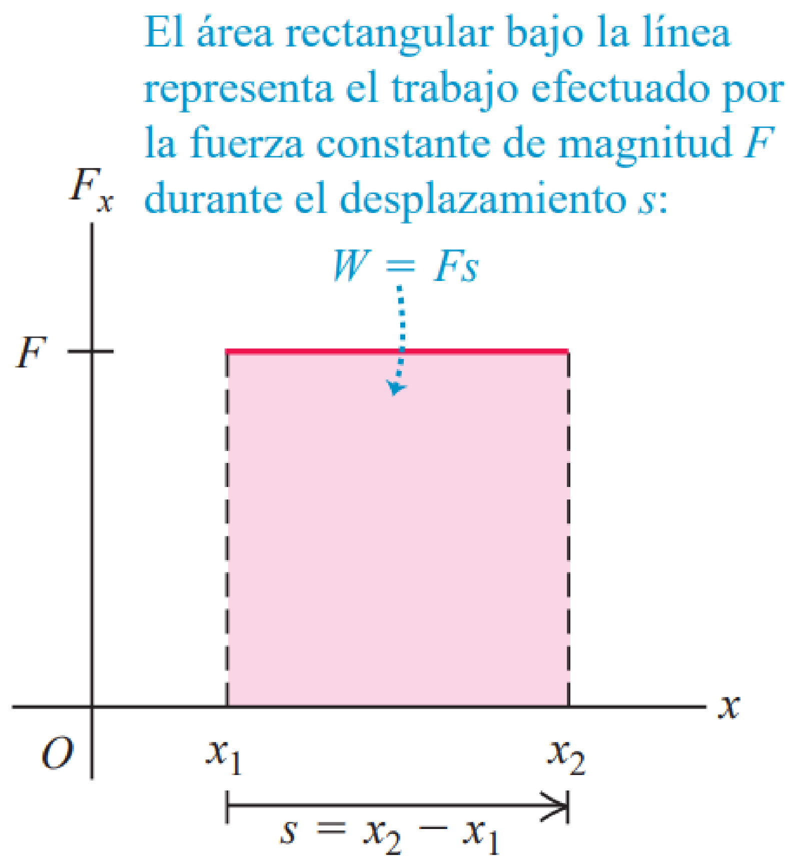
Interpretación de K: **"La energía cinética de una partícula es igual al trabajo total que se efectúo para acelerarla desde el reposo hasta su rapidez actual"**

Unidades de K: $\frac{1}{2}.m.v^2$

$Kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = N \cdot m = J$ (K es una magnitud ESCALAR)

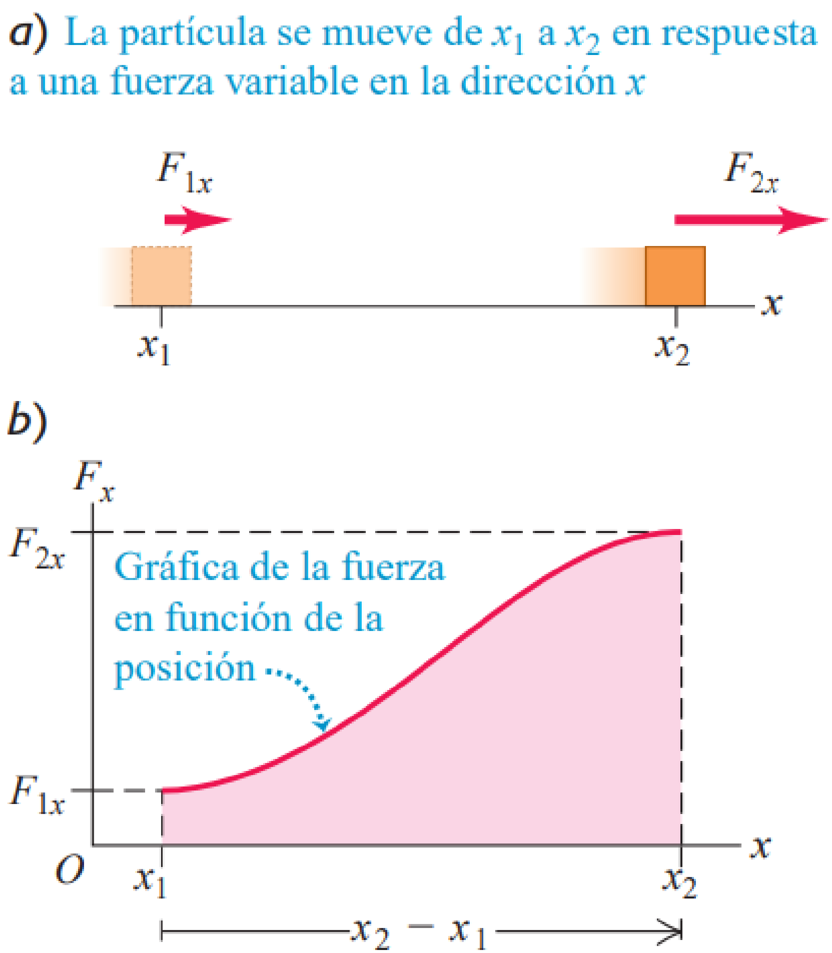
Trabajo y Energía Cinética

Interpretación gráfica de trabajo: si F=cte y graficamos F=f(x)



Trabajo y Energía Cinética

En el caso que F sea una fuerza variable:



$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x \, dx$$

En una gráfica de fuerza en función de posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

Trabajo y Energía Cinética

Resorte: Caso particular de trabajo con fuerza variable

- Cuando estiramos o comprimimos un resorte para aumentar Δx debemos incrementar F (a > Δx → > F).
- F es proporcional a la elongación (ó compresión) Δx.

- **Ley de Hooke: F=k.x**

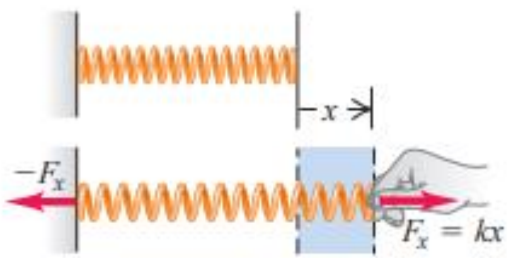
- k: constante de rigidez (ó constante de fuerza) del resorte (es una propiedad mecánica del resorte)
- x: distancia elongada (ó comprimida) del resorte respecto de su longitud nominal (x_0).

Trabajo y Energía Cinética

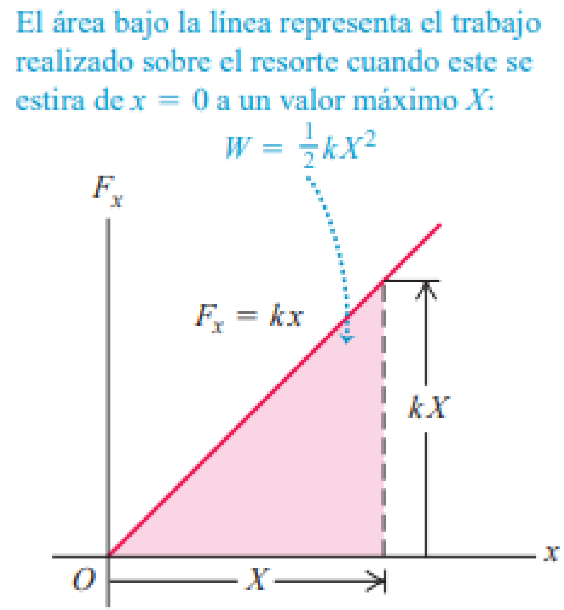
Trabajo sobre un resorte

Calculo gráfico:

La fuerza necesaria para estirar un resorte ideal es proporcional a su alargamiento: $F_x = kx$.



Cálculo del trabajo efectuado para estirar un resorte una longitud X.



Calculo analítico:

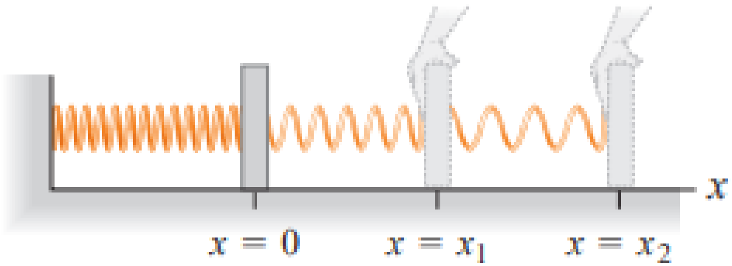
$$W = \int_0^X F_x\,dx = \int_0^X kx\,dx = \frac{1}{2}kX^2$$

Trabajo y Energía Cinética

Trabajo sobre un resorte precargado (con extensión inicial)

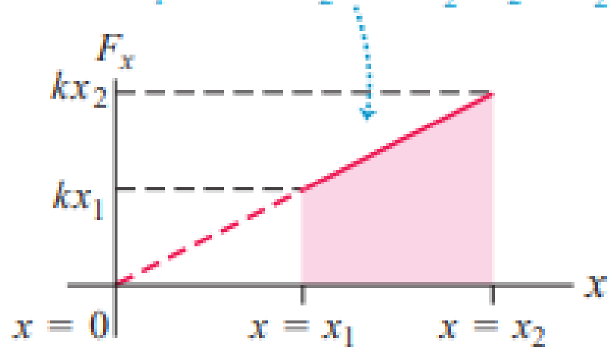
Cálculo del trabajo efectuado para estirar un resorte desde cierta extensión hasta una extensión mayor.

a) Estiramiento de un resorte de una elongación x_1 a una elongación x_2



b) Gráfica de fuerza contra distancia

El área trapezoidal bajo la línea representa el trabajo efectuado sobre el resorte para estirarlo de $x = x_1$ a $x = x_2$: $W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2$



Trabajo y Energía Cinética

3) Volvamos al colono con su tractor. Suponga su v_0=2m/s. a)¿Cuál es la energía cinética y velocidad de la carga de leña a los 20m?. b)Verifique la velocidad por medio de cinemática.

a) Conocemos el W_{neto} sobre la carga y tb. Conocemos v_0

Por lo tanto si planteamos el Teorema de trabajo y energía: $W_{neto}=k_f-k_0$

$$9968{,}47J=k_f-k_0$$

$$k_0=1/2.\frac{14700N}{9{,}8m/s^2}.(2m/s)^2=3000J$$

Trabajo y Energía Cinética

k_f=9968,47J + 3000J → $\underline{k_f\text{=12698,47J}}$

Nota: k_o:energía cinética a los 0m
k_f: energía cinética a los 20m

$k_f=1/2.m.(v_f)^2=1/2.1500kg.(v_f)^2=12698,47J$
$\underline{v_f\text{=4,1m/s}}$

b) $v_f^{\,2}=v_0^{\,2}+2.a.\Delta s$ → $v_f=\sqrt{(v_0)^2+2.a.\Delta s}$
$\underline{v_f\text{=4,1m/s}}$

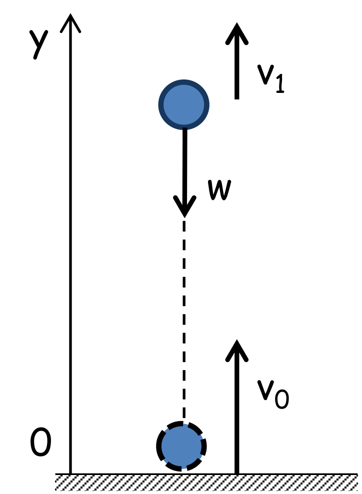
Trabajo y Energía Cinética

4) Se lanza una piedra de 20N verticalmente hacia arriba desde el suelo. Se observa que, cuando está 15m sobre el suelo, viaja a 25 m/s hacia arriba. Use el teorema trabajo-energía para determinar a) Su rapidez en el momento de ser lanzada. b) Altura máxima que alcanza.

a) $W_{tot}=\Delta k$

$$w.\cos 180°.\Delta y=1/2.m.(v_1)^2-1/2.m.(v_0)^2$$

$$v_0=\sqrt{\frac{w.\cos 180°.\Delta y-\frac{1}{2}.m.(v_1)^2}{-1/2.m}}$$



Trabajo y Energía Cinética

$$v_0=\sqrt{\frac{20N.cos180°.15m-\frac{1}{2}.2{,}04kg.(25m/s)^2}{-1/2.2{,}04kg}}$$

$$m=\frac{w}{g}=\frac{20N}{9{,}8m/s^2}=2{,}04kg$$

$\underline{v_0=30{,}3m/s}$

b) En $y_{máx}$, v=0: $(0m/s)^2=(30{,}3m/s)^2+2.(-g).\Delta y$

$\underline{y_{máx}=46{,}84m}$

Potencia

En la definición de trabajo no aparece el tiempo, aún cuando realizar un trabajo requiere tiempo.

Definimos **potencia** como: la rapidez con que se efectúa trabajo.

Al igual que el trabajo, potencia es una magnitud <u>escalar</u>.

Si consideramos un intervalo Δt durante el que se realiza trabajo, tenemos:

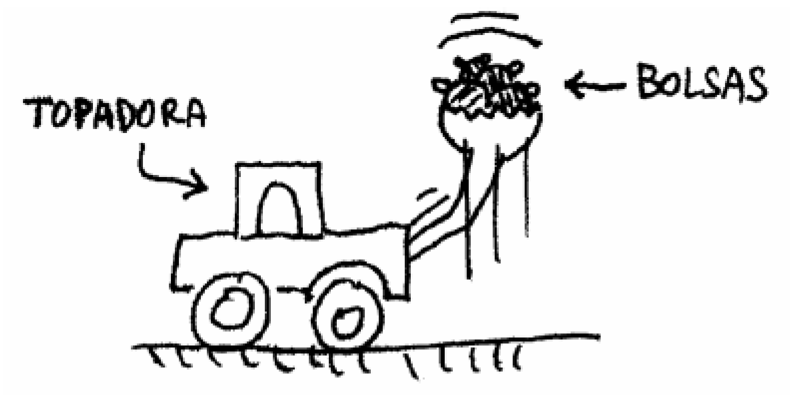
$$\boxed{P_{med}=\frac{\Delta W}{\Delta t}}$$

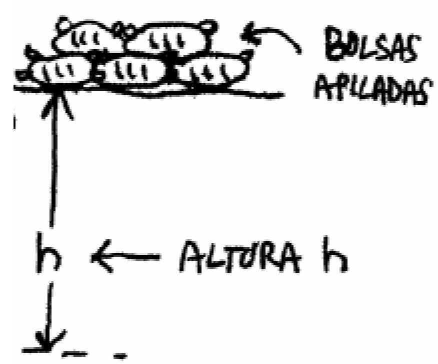
Si el intervalo $\Delta t \rightarrow 0$, tenemos potencia instantánea:

$$\boxed{P_i=F.v}$$ (producto escalar)

Potencia

Tengo 10 bolsas de arena de 20 kg cada una y quiero colocarlas a una altura de 4 m. Contrato un topadora para subir las bolsas





Cada bolsa tiene una masa de 20 kg, su peso sería 20 kg . 9,8 m/s^2 = 196 N
Son 10 bolsas: 196 N . 10 = 1960 N

$$W = F.s = 1960\ N\ .\ 4\ m = 7840\ J$$

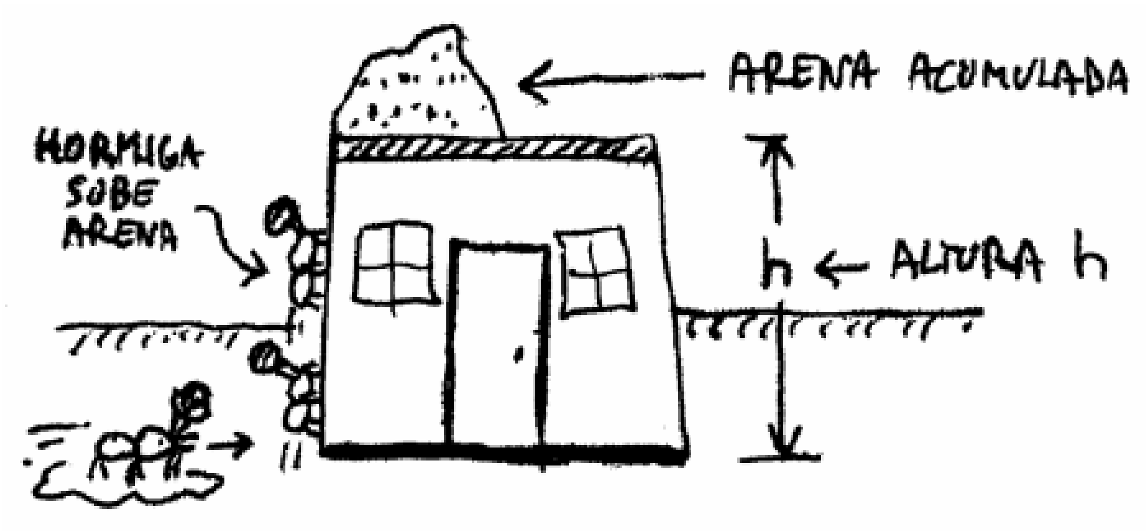
Trabajo realizado para levantar 10 bolsas de arena de 20 kg a una altura de 4 m

Ahora en vez de contratar una topadora, hago el trabajo sola. Agarro la bolsas y las voy subiendo por escalera de una.

¿Qué trabajo hice para subir las escaleras?

$$W = F.s = 1960\ N\ .\ 4\ m = 7840\ J$$

Quiero que las hormigas suban la arena, no tienen la fuerza suficiente para levantar las bolsas, por eso abro las bolsas y llevaran los granos de arena



¿Qué trabajo hicieron las hormigas al subir los granos de arena?

$$W = F.s = 1960 \text{ N} . 4 \text{ m} = 7840 \text{ J}$$

CONCLUSIÓN

Al levantar un peso a cierta altura se realiza el mismo trabajo, independientemente de quién lo realizó.
Si hay que elegir una opción: ¿Por qué la topadora??

Por el TIEMPO, la topadora tardaría 5 minutos, la persona tardaría 40 minutos y las hormigas, un día.

El trabajo realizado lo divido por el tiempo y obtengo la Potencia

La Potencia es la velocidad con la que se realiza un trabajo

Potencia

5) Continuando con el colono y su tractor. a) ¿Cuánto es la potencia media desarrollada por el tractor en los 20m? b)¿Cuánto es la potencia instantánea que desarrolla a los 20m?

a) $P_{med}=W_f/\Delta t$ $\qquad$ $v_f=v_0+a.\Delta t \rightarrow \Delta t=(v_f-v_0)/a$

$\Delta t=(4{,}1m/s-2m/s)/0{,}33m/s^2$

$\Delta t=6{,}36s$

$P_{med}=79968{,}47J/6{,}36s \rightarrow \underline{P_{med}=12573{,}66W}$

b) $P_i=F.\cos 36{,}9°.v_{(20m)}=5000N.\cos 36{,}9°.4{,}1m/s$

$\underline{P_i=16393{,}54W}$