

## UNIDAD 9: DINÁMICA DE ROTACIÓN DE UNA PARTÍCULA RESPECTO A UN EJE FIJO Y DINÁMICA DE ROTACIÓN DEL CUERPO RÍGIDO

Torque: Definición como magnitud vectorial. Momento de inercia. Segunda ley de Newton aplicada a la rotación. Torque aplicado a un cuerpo rígido. Momento de inercia y teorema de ejes paralelos. Segunda ley de Newton aplicada a la rotación. Segunda ley de Newton aplicada a la rotación respecto al centro de masa. Dimensiones y unidades.

Los temas teóricos de la guía se encuentran en el libro *Física Universitaria del Sears Zemansky*.

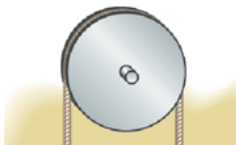
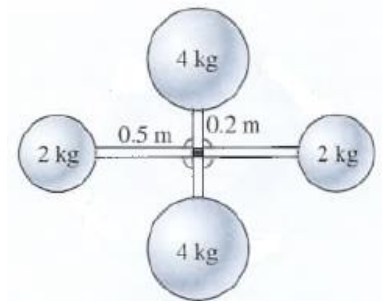
Tema <b>Dinámica de Rotación</b>	Capítulo del libro <b>Capítulo 10: Dinámica del Movimiento de Rotación</b>
-------------------------------------	---

### EJERCICIOS PARA RESOLVER EN CLASE

En todos los ejercicios se considera despreciable el rozamiento con el aire.

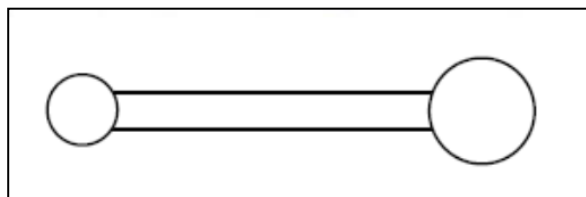
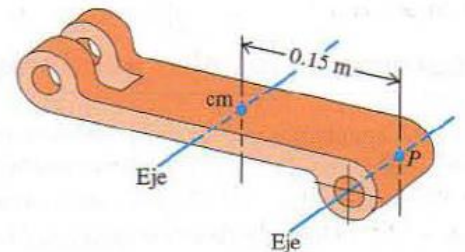
Resolver cuando corresponda con dos decimales y realizar los diagramas de cuerpo libre.

- Cuatro masas, como puede observarse en la figura, están conectadas por varillas sin peso. Calcular el momento de inercia del sistema respecto de:
  - Un eje que pasa por el centro de las varillas, perpendicular al plano que contiene a las mismas.
  - Un eje que coincidente con la varilla que contiene a las masas de 2 kg.



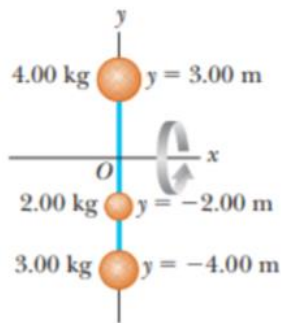
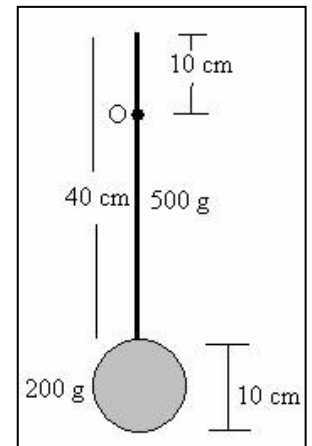
- Una polea cilíndrica tiene una masa  $M = 1 \text{ kg}$  y radio  $R = 0,2 \text{ m}$ . Calcular el momento de inercia respecto a un eje que pasa por su centro y respecto a un eje que pasa por su periferia.

- Una pieza de un acoplamiento mecánico, como se observa en la figura, tiene una masa de  $3,6 \text{ kg}$ . Medimos su momento de inercia alrededor de un eje que pasa a  $0,15 \text{ m}$  de su centro de masa y obtenemos  $I_p = 0,132 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Calcular el momento de inercia  $I_{cm}$  respecto de un eje paralelo que pasa por el centro de masa.



- Utilizando el Teorema de Steiner determinar los momentos de inercia baricéntricos del sistema indicado en el esquema sabiendo que las dos masas de los extremos se consideran como puntuales y se encuentran unidas por una varilla de  $1 \text{ m}$  de longitud cuyo momento de inercia baricéntrico vale  $I_0 = 0,1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ . Cada una de las masas vale  $3 \text{ kg}$  y  $4 \text{ kg}$ .

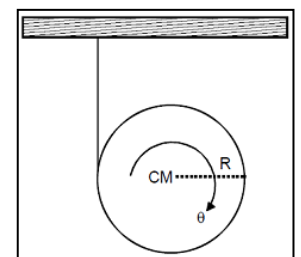
- 5) El péndulo de un reloj está formado por una varilla de 500 g y 40 cm de longitud y una lenteja de forma esférica de 200 g de masa y 5 cm de radio, tal como se indica en la figura. El punto de suspensión O está a 10 cm del extremo de la varilla. Calcular:
- el momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la varilla y que pasa por O.
  - el momento de inercia respecto de un eje perpendicular a la varilla y que pase por el centro de masa del sistema.



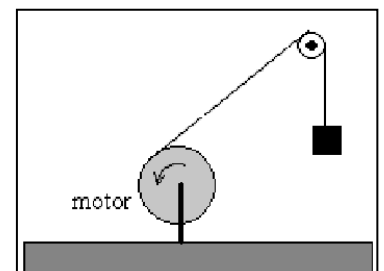
- 6) Dado el sistema de la figura, calcular:
- Ubicación del Centro de masa.
  - Momento de inercia respecto al CM.
  - Momento de inercia respecto al eje x.

- 7) El volante de un motor de gasolina debe ceder 500 J de energía cinética cuando su velocidad angular se reduce de 650 rpm a 520 rpm. ¿Qué momento de inercia se requiere para lograr esto?
- 8) El eje de un motor eléctrico tiene una masa de 20 g y un radio de 3 cm. El par motor de fuerzas vale 2 g.cm.
- ¿Cuánto tarda el motor en alcanzar 100 RPM?
  - ¿Qué potencia desarrolla en ese instante?

- 9) Un disco de masa  $M = 1$  kg y radio  $R = 0,2$  m tiene enrollada una cuerda en su periferia y cae partiendo del reposo mientras la cuerda que se sostiene de su extremo se desenrolla. Determinar:
- La aceleración de bajada del disco.
  - La tensión en la cuerda.



- 10) Un motor eléctrico ejerce un momento de torsión constante de 10 N.m sobre una piedra de amolar montada en un eje. El momento de inercia de la piedra es  $I = 2,0$  kg.m<sup>2</sup> y el sistema parte del reposo.
- Calcular el trabajo efectuado por el motor en 8,0 s y la energía cinética al final de este lapso.
  - ¿Qué potencia media desarrolló el motor?

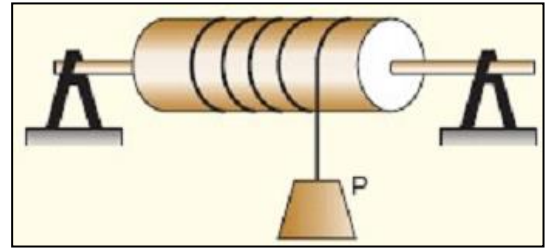


- 11) Un bloque de 2000 kg está suspendido en el aire por un cable de acero que pasa por una polea y acaba en un torno motorizado. El bloque asciende con velocidad constante de 8 cm/s. El radio del tambor del torno es de 30 cm y la masa de la polea es despreciable.
- ¿Cuánto vale el momento que ejerce el cable sobre el tambor del torno?
  - ¿Cuánto vale la velocidad angular del tambor del torno?

c) ¿Qué potencia tiene que desarrollar el motor? Calcular el trabajo realizado durante 10 s.

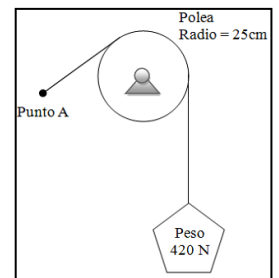
12) Un cilindro macizo de 10 cm de radio y 10 kg de masa y 1 m de longitud gira alrededor de un eje horizontal por la acción de una pesa de 0,2 kg de peso que cuelga del extremo de una cuerda que se va desenrollando. Se pide:

- El diagrama de cuerpo libre del cilindro.
- La aceleración angular del cilindro y la aceleración lineal de la pesa.
- Calcular el trabajo hecho por el torque aplicado sobre el cilindro luego de 2 segundos de iniciado el movimiento, suponiendo que parte del reposo.
- Calcular el trabajo neto hecho por el sistema luego de 2 s de iniciado el movimiento, suponiendo que parte del reposo.



13) Se desea bajar una carga de 420 N utilizando una cuerda de masa despreciable a través de una polea de 25 cm de radio y 18 kg de masa. Se pretende bajar la carga 8 m desde su posición de reposo en 2 s. Realizar el diagrama de cuerpo libre en la polea y en la carga, así como el diagrama de torque en la polea. Además, determinar:

- La fuerza que se debe aplicar en el extremo A de la cuerda.
- El trabajo que debe realizar una persona en el extremo A de la cuerda.



14) Una rueda grande de turbina pesa 120 kg y tiene un radio de 1 m. Un momento de torsión de fricción de 80 Nm se opone a la rotación del eje.

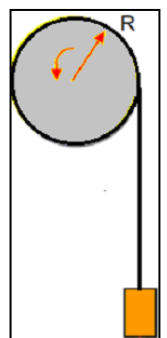
- ¿Qué momento de torsión se deberá aplicar para acelerar la rueda de manera tal que partiendo del reposo alcance una velocidad de 300 rpm en 10 s?
- Hallar el trabajo realizado por el torque en los 10 segundos que se aplica el mismo.

15) El sistema de la figura está inicialmente en reposo. El bloque de 30 kg masa está a 2 m del suelo. La polea ( $I = \frac{1}{2}MR^2$ ) es un disco uniforme de 20 cm de diámetro y 5 kg de masa. Se supone que la cuerda no resbala sobre la polea. Encontrar por energía:

- la velocidad del bloque de 30 kg justo antes de tocar el suelo.
- la velocidad angular de la polea en ese instante.
- Determinar las tensiones de la cuerda.

16) En cierto instante el bloque que se muestra en la figura, es tirado hacia arriba con una velocidad de 2,0 m/s. El bloque logra subir una distancia de 50 cm antes de detenerse. El radio del cuerpo que estira el bloque es de 0,4 m. Además, se sabe que el bloque pesa 10 N.

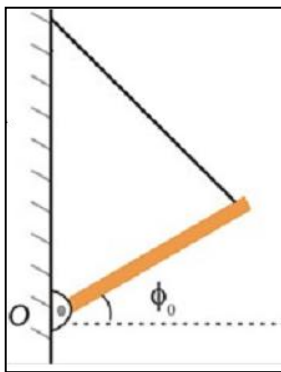
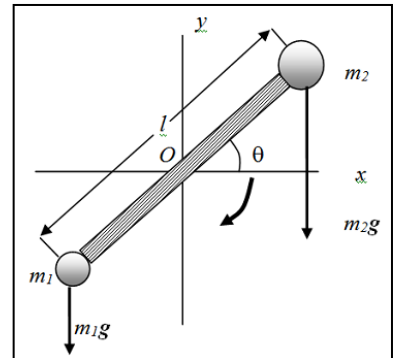
- Determinar el valor del momento de inercia del cuerpo cilíndrico donde se enrolla la cuerda.
- Realizar los diagramas de cuerpo libre del sistema y determinar la tensión en la cuerda.
- Hallar las aceleraciones del sistema.
- Hallar el trabajo realizado por el cuerpo cilíndrico, para subir el bloque. Verificar si se cumple que el trabajo realizado es igual a la variación de energía cinética.



### EJERCICIOS PRÁCTICOS PROPUESTOS

17) Una barra rígida de masa  $M=2$  kg y longitud  $l=0,5$  m, gira en un plano vertical respecto a un pivote que pasa por su centro (ver figura). Se unen dos partículas de masa  $m_1=500$  g y  $m_2=1$  kg en los extremos de la barra. Determinar:

- El torque neto que actúa sobre el sistema cuando la barra se encuentra en posición horizontal.
- La aceleración angular cuando la barra se encuentra en posición horizontal.



18) Una barra homogénea de longitud "L" y masa "m" está sujeta a una pared mediante una articulación sin rozamiento (en el punto O) y una cuerda sujeta en su extremo tal como se muestra en la figura. Si en determinado momento se corta la cuerda, determinar:

- La aceleración angular de la barra justo en el momento de cortar la cuerda.
- Utilizando razonamientos energéticos, determinar la velocidad angular de la barra cuando llega a la posición vertical.

Datos:  $\phi_0=30^\circ$ ,  $L=4$  m,  $m=50$  kg

19) Dos masas de 3 kg y 4 kg se encuentran separadas mediante una varilla de 1kg de masa y 1 m de longitud en reposo según se muestra la figura. De cuánto será la velocidad tangencial de la masa más pequeña al girar  $90^\circ$  si:



- El sistema se suspende de la mitad de la varilla.
- El sistema se suspende a 20 cm de la masa más grande.

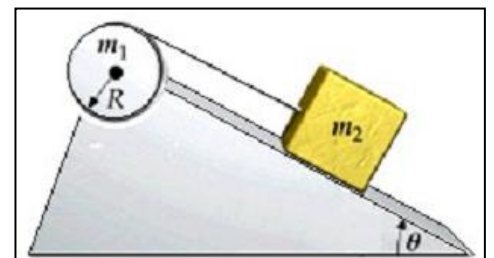
20) En una máquina de Atwood un bloque tiene una masa de 500 g y el otro una masa de 460 g. La polea que esta montada en apoyos horizontales sin rozamiento tiene un radio de 5 cm. Se suelta el sistema a partir del reposo, se observa que el bloque mas pesado cae 75 cm en 5 s.

- Calcular el momento de inercia de la polea con los teoremas de energía.
- Calcular el momento de inercia de la polea por dinámica.

21) Para el sistema de la figura, se sabe que la aceleración es de  $0,5$  m/s<sup>2</sup> y suponiendo que la fricción entre el bloque de  $m_2=20$  kg de masa y el plano es despreciable. El radio de la polea es de

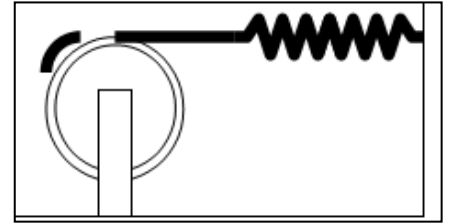
$R=0,5$  m y el ángulo de inclinación del plano es de  $30^\circ$ .

- Determinar el momento de inercia de la polea.
- Determinar el trabajo neto realizado por el sistema a los 2 s de iniciado el movimiento, suponiendo que parte del reposo.



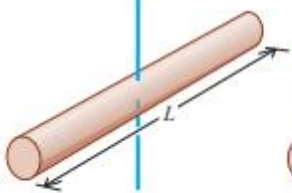
22) El cilindro hueco de pared delgada y de 1 m de radio que pesa 50 N se mantiene en la posición mostrada en la figura mediante un cierto mecanismo cuando el resorte de 5 N/m de constante elástica esta deformado 50 cm. Determinar:

- Qué torque neto actúa al liberar el sistema.
- Con qué aceleración angular comenzará a moverse si se suelta el sistema.
- Qué velocidad y aceleración angular tendrá el sistema cuando el resorte se encuentre en su posición sin deformar.



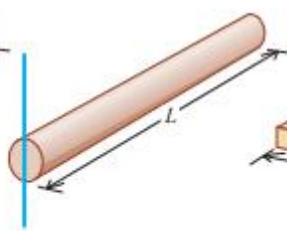
a) Varilla delgada, eje a través del centro

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$



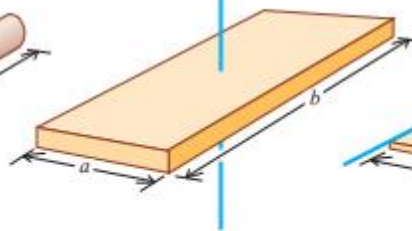
b) Varilla delgada, eje a través de un extremo

$$I = \frac{1}{3} ML^2$$



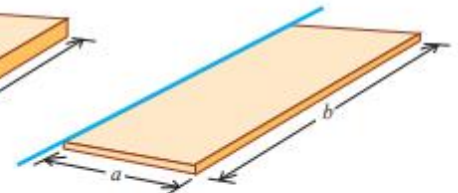
c) Placa rectangular, eje a través del centro

$$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$$



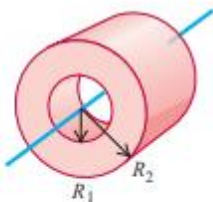
d) Placa rectangular delgada, eje a lo largo de un extremo

$$I = \frac{1}{3} Ma^2$$



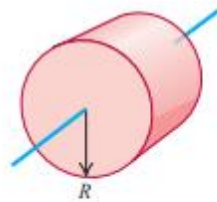
e) Cilindro hueco de pared gruesa

$$I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$$



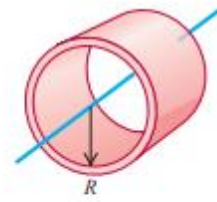
f) Cilindro sólido

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



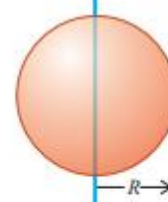
g) Cilindro hueco de pared delgada

$$I = MR^2$$



h) Esfera sólida

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$



i) Esfera hueca de pared delgada

$$I = \frac{2}{3} MR^2$$

