

Ejemplo: P' una planta dada por la (6)

Pj. F.T $G_p(s) = \frac{1,57}{s(s+1)}$ se requiere

diseñar un controlador digital de tal forma q' el sist. en lazo cerrado presente un $\zeta = 0,45$ sin perder precisión en régimen permanente. El periodo de muestreo

$$T = 1,57 \text{ seg.}$$

1) Diseñamos el controlador en tiempo continuo $G_c(s)$. Además se inserta en el camino directo, el atraso de medio periodo impuesto por el ZOH, dado por $G_{zoh} = e^{-sT/2}$. Utilizando la técnica de diseño en el plano-s mediante los diagramas de rta. en frecuencia, se obtiene s'

$$G_c(s) = \frac{25s+1}{62,5s+1}$$

2) Verificar el efecto producido en el desempeño x el ZOH. Utilizar la $G_{zoh} = \frac{2/T}{s+2/T}$

3) $D(z)$ utilizando la transf. bilinear y la transf. invariante al escalón.

4) Utilizar la comp. polo-cero p' eliminar ~~el~~ el efecto de G_{zoh} .

Diseño del compensador de atass en el plano - z (A)

Seleccionados el periodo de muestreo a partir de la respuesta al escalón del sistema comp. en tiempo continuo, en este caso utilizándose el tiempo de subida de esta rta. t_r entre el 5 y el 95% del valor final p' alcanzar la referencia. Además, se tomaron un N° de muestras $N_r = 20$, seleccionadas en comparación con la rta. a lazo cerrado del sist. en tiempo discretos y el sist. a lazo cerrado en tiempo continuo; ambos sin compensación.

$$\Rightarrow t_r = 2,7639 \text{ seg} \quad \text{y} \quad N_r = 20$$

$$\Rightarrow T = \frac{t_r}{N_r} = 0,1382 \text{ seg.}$$

Con este periodo de muestreo y utilizándose un ZOH se procede a discretizar la F.T de la planta:

$$G_{pd}(z) = \frac{0,014324 \times (z + 0,955)}{(z-1) \times (z - 0,8709)} \quad (1)$$

A esta F.T (1), se le debe agregar aún el atass de un periodo z^{-1} por lo q' la F.T final a utilizar p' el diseño del controlador, resulta:

$$G_{pdca}(z) = \frac{0,014324 \times (z + 0,955)}{z \times (z-1) \times (z - 0,8709)} \quad (2)$$

donde el subíndice "ca" significa "con atass" p' tener en cta. el tiempo de cálculo de la acción de control.

Por otro lado, la F.T del compensador de atraso (B) en el plano s está dada por la sig. expresión:

$$G_c(s) = K_c \times \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad \text{donde } |p_c| < |z_c|$$

Utilizándose la aproximación Backward p' obtener la forma en tiempo discreto de este F.T, se tiene

$$s \approx \frac{z-1}{zT}$$

$$\begin{aligned} G_{cd}(z) \Big|_{s = \frac{z-1}{zT}} &= K_c \times \frac{\left[\frac{(z-1)}{zT} + z_c \right]}{\left[\frac{(z-1)}{zT} + p_c \right]} \\ &= K_c \times \frac{[z(1+z_c.T) - 1]}{[z(1+p_c.T) - 1]} \end{aligned}$$

$$G_{cd}(z) = K_c \times \frac{(1+z_c.T)}{(1+p_c.T)} \times \frac{z - \left[\frac{1}{(1+z_c.T)} \right]}{z - \left[\frac{1}{(1+p_c.T)} \right]} \quad (3)$$

denominamos a: $K_c \times \frac{(1+z_c.T)}{(1+p_c.T)} = K_{cd}$

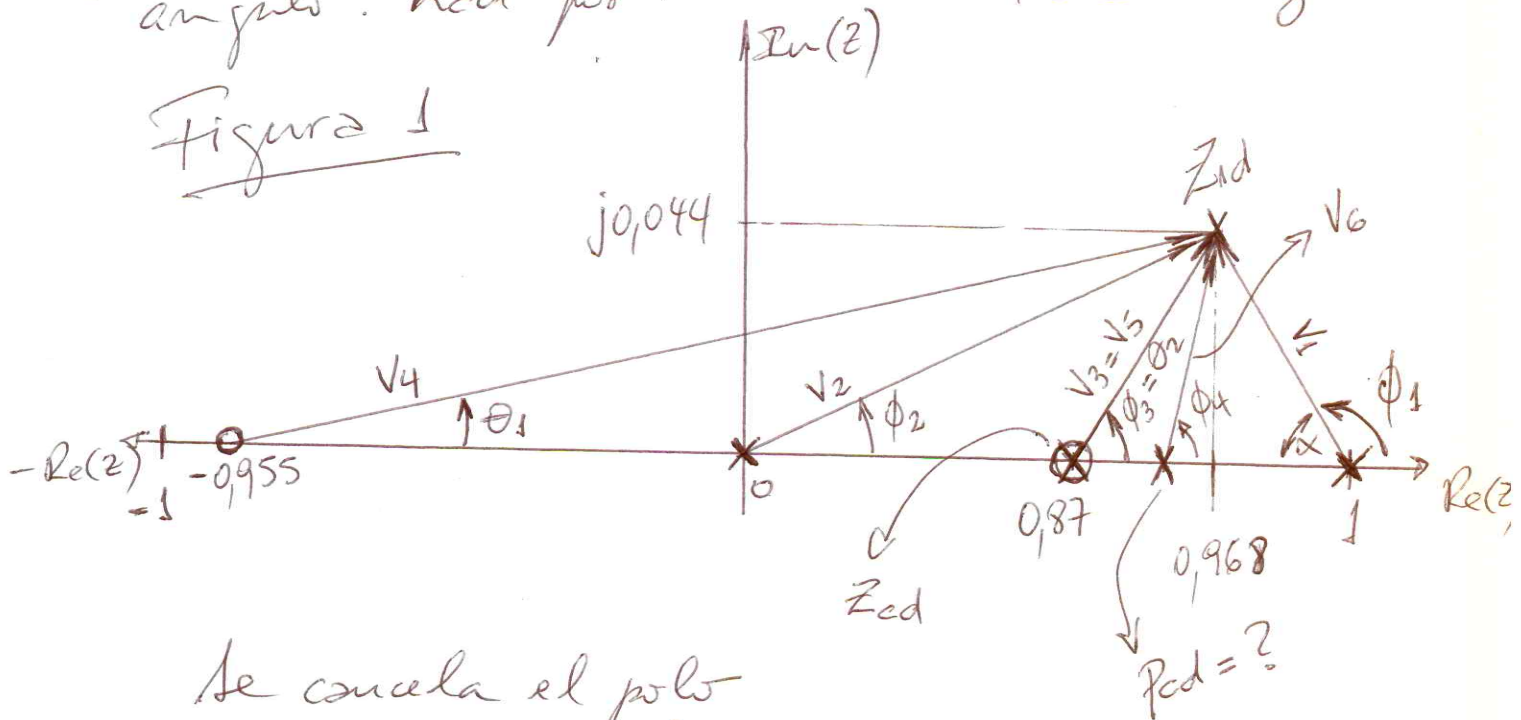
$$y \frac{1}{1+z_c.T} = z_{cd} \quad ; \quad \frac{1}{1+p_c.T} = p_{cd}$$

$$\Rightarrow G_{cd}(z) = K_{cd} \times \frac{z - z_{cd}}{z - p_{cd}} \quad (4)$$

Esta última ecuación (4) y (2), serán utilizadas p' diseñar z_{cd} y p_{cd} por el lugar de raíces en plano z .

1º) Diseñar Z_{cd} por cancelación polo-cero y el \odot polo del compensador p_{cd} por la condición de ángulo. K_{cd} por la condición de magnitud.

Figura 1



Se cancela el polo próximo a $z=1$ (para no eliminar el integrador natural del proceso), o sea $z=0,8709$, con el cero del compensador. Por lo que $Z_{cd} = 0,8709$.

Para ubicar el polo del compensador p_{cd} , se aplica la condición de ángulo del Lugar de Raíces mostrado en la Figura 1:

$$\theta_1 + \theta_2 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 - \phi_4 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow -\phi_4 = 180^\circ - \theta_1 - \theta_2 + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3$$

$$-\phi_4 = 180^\circ - 1,3135^\circ - 24,27^\circ + 125,31^\circ + 2,607^\circ + 24,27^\circ$$

$$-\phi_4 = 306,6^\circ \Rightarrow \boxed{\phi_4 = -306,6^\circ + 360^\circ = 53,394^\circ}$$

de Figura 1: $\phi_4 = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{Im}(z_{cd})}{\operatorname{Re}(z_{cd}) - p_{cd}} \right]$

$$\operatorname{tg}(\phi_4) = \frac{\operatorname{Im}(z_{id})}{\operatorname{Re}(z_{id}) - p_{cd}}$$

(D)

$$p_{cd} = \frac{\operatorname{Re}(z_{id}) \times \operatorname{tg}(\phi_4) - \operatorname{Im}(z_{id})}{\operatorname{tg}(\phi_4)}$$

$$\boxed{p_{cd} = 0,936}$$

Condición de Magnitud :

$$\left. \frac{K_{cd} \times K_{pd} \times |z - z_{cd}| \times |z - z_{planta}|}{|z - p_{cd}| \times |z| \times |z - 1| \times |z - 0,87|} \right|_{z = z_{id}} = 1$$

$$\Rightarrow K_{cd} = \frac{|z - p_{cd}| \times |z| \times |z - 1|}{K_{pd} \times |z - z_{cd}|}$$

donde K_{pd} es la ganancia de la planta en tiempo discreto de la ec. (1).

$$\boxed{K_{cd} = 0,1045}$$

Con este compensador, respecto a las características presentadas por el sist. compensado en tiempo continuo, se consigue el mismo sobrepaso del 12% y tal cual fue especificado, y un tiempo de asentamiento menor de ≈ 15 seg contra los casi 19 seg del sist. en tiempo continuo. También se elimina la cola de retardos presentada por el comp. de atraso en tiempo cont.

Analizándose los márgenes de estabilidad, se observa q' se ganan importantes aumentos en el margen de ganancia como en el margen de fase. Por otro lado, se reduce un poco el ancho de banda respecto a la compensación del sistema en tiempo continuo, lo q' se explica en primer lugar por la característica del compensador (ser de atraso de fase) y la amplia separación entre el cero y el polo del mismo; lo q' impone un aporte de fase negativo importante, llevando la frecuencia de cruce de ganancia hacia las bajas frecuencias. Esto afecta principalmente, el tiempo de subida de la rta. al escalón, incrementándolo. No obstante, si se compara dicha rta. con la del sistema compensado en tiempo continuo se consigue reducir el tiempo de asentamiento; lo q' desde el pto. de vista del rechazo a las perturbaciones es provechoso p' el proceso.

2º) Con el objetivo de disminuir el aporte de fase (-), es necesario reducir la separación entre el polo y el cero del compensador. Para esto realizamos una segunda instancia de diseño en la cual aumentamos el amortiguamiento reduciendo M_p a un 2% y el tiempo de asentamiento a 40 seg, y así conseguir reducir aún más el tiempo de subida.

Basándonos en la constelación de polos y ceros (F) de lazo abierto de Figura 1 y recalculando los polos deseados de lazo cerrado dominantes se tiene que:

$$Z_{id} = e^{+sT} = e^{-sT + j\omega_d T}$$

$$S_1 = -0,4 + j0,3212 \quad y \quad Z_{id} = 0,945 + j0,0419$$

De la condición de ángulo, el ángulo del vector g' va de p_{cd} a Z_{id} , resulta:

$$\phi_4 = -(-180^\circ - 1,2658^\circ - 29,45^\circ + 42,49^\circ + 2,54^\circ + 29,45^\circ)$$

$$\boxed{\phi_4 = 36,229^\circ} \quad \text{Se observa una reducción de aporte de fase de } 17^\circ$$

De esta forma, p_{cd} resulta:

$$p_{cd} = \frac{\operatorname{Re}(Z_{id}) \times \operatorname{tg}(\phi_4) - \operatorname{Im}(Z_{id})}{\operatorname{tg}(\phi_4)}$$

$$\boxed{p_{cd} = 0,8879} \quad y \quad \boxed{Z_{cd} = 0,8709}$$

$$\boxed{K_{cd} = 0,17028}$$

$$\boxed{G_{cd} = 0,17028 \times \frac{z - 0,8709}{z - 0,8879}}$$

El compensador continúa siendo de atraso de fase, y se corrigió una rb. al ensalón con un $M_p = 2\%$, un tiempo de asentamiento de 7,16 seg (criterio del 2%), menor a los 10 seg estipulados y un tiempo de $\sim 4,7$ seg; 0,3 seg mejor g' el diseño anterior.

Además, desde el punto de vista de la estabilidad \odot se incrementan significativamente los márgenes principalmente el de fase, g' es el g' más inerte en el amortiguamiento ~~del sistema~~ y los tiempos de respuesta del sistema a lazo cerrado. Pasando de un $MG_1 = 23,5 \text{ dB}$ a $MG_2 = 24,2 \text{ dB}$ y de un $MF_1 = 55,9^\circ$ a un $MF_2 = 67,8^\circ$.

Se debe destacar g' entre un diseño y otro, se reduce levemente el ancho de banda, de $BW_1 = 0,47 \text{ rad/s}$ a $BW_2 = 0,46 \text{ rad/s}$, lo g' justifica el leve aumento del tiempo de subida.

En cuanto respecto a la acción de control, el valor máximo adquirido p' la peor condición g' es cuando la señal de error cambia en forma de escalón a partir de la aplicación de un escalón de referencia; no supera los $0,2 \text{ p.u.}$ P' el 1º caso es de ~~0,145~~ ^{0,145} p.u. y en el 2º caso de $0,177 \text{ p.u.}$

Finalmente, a partir de la F.T del compensador $G_{cd}(z)$, aplicándose la Z^{-1} se obtiene la ec. a diferencias finitas p' la implementación digital:

$$G_{cd}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{0,17028 \cdot z - 0,1483}{z - 0,888}$$

$$\Rightarrow z U(z) - 0,888 U(z) = z E(z) \cdot 0,17028 - 0,1483 E(z)$$

$$u(k+1) = 0,888 \cdot u(k) + 0,1703 e(k+1) - 0,1483 e(k)$$

$$u(k) = 0,888 \cdot u(k-1) + 0,1703 \cdot e(k) - 0,1483 \cdot e(k-1)$$

Formato Q15 todos