Selección de la frecuencia de muestreo

Una selección apropiada de la frecuencia de muestreo ~~es del tema de mayor importancia~~ es una cuestión muy importante a la hora de trabajar con sistemas controlados por computador.

Períodos de muestreo muy largos pueden hacer imposible la reconstrucción de la señal de tiempo continuo.

Períodos de muestreo muy cortos o pequeños pueden requerir un esfuerzo computacional muy grande.

La selección del periodo de muestreo depende principalmente del objetivo o propósito q' debe cumplir el sistema.

Es útil, en sistemas muestreados, caracterizar al periodo de muestreo por una variable q' sea adimensional y q' tenga a la vez una interpretación física.

Por ejemplo, p/ sistemas Oscilatorios es ~~normal~~ natural normalizar el T respecto al periodo de oscilación

Para sistemas No oscilatorios

el tiempo de subida "t_r" (rise time) de la respuesta de un sistema de 1º o 2º orden a una entrada en escalón, es un Factor de Normalización Natural.

$$\boxed{N_r = \frac{t_r}{T}}$$

$$\begin{cases} t_r = 0{,}8 \text{ seg} \\ T = 0{,}1 \text{ seg} \\ N_r = 8 \text{ muestras} \end{cases}$$

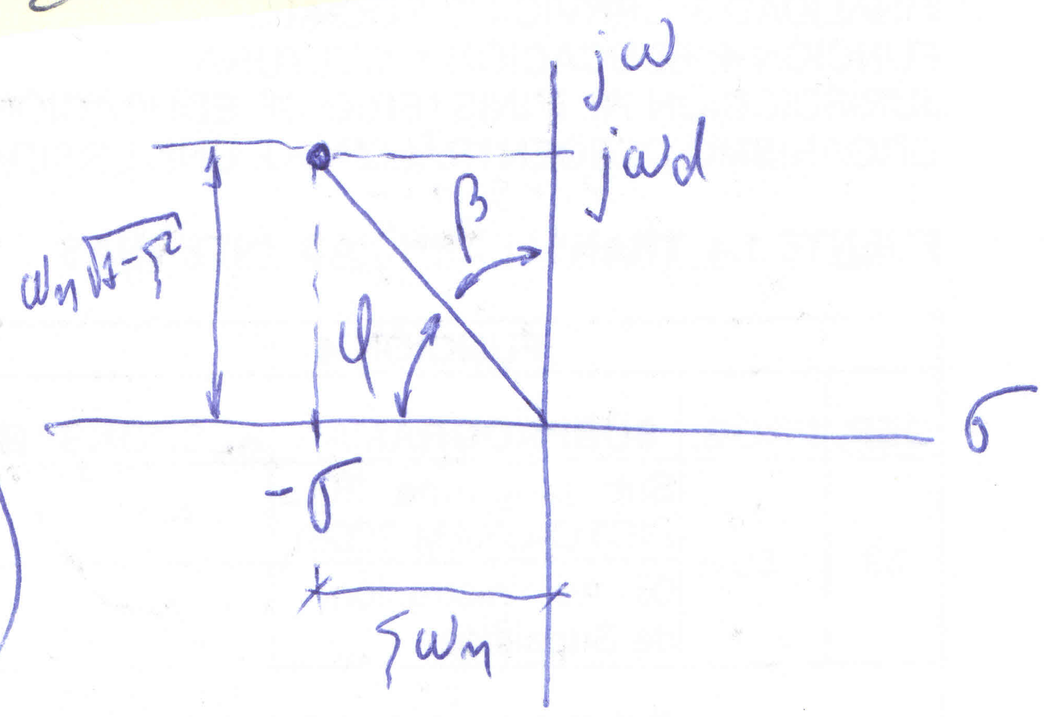
donde N_r es el número de muestras por tiempo de subida.

→ P/ un sistema de 1º orden, el tiempo de subida es igual a la ctte. de tiempo del sistema: $T_c = \frac{1}{\sigma}$

es razonable elegir N_r entre 4 y 10

→ P/ un sistema de 2º orden

$$t_r = \frac{1}{\omega_d} \, tg^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right)$$



$$tg\,\varphi = \left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right) \Rightarrow \varphi = tg^{-1}\left(\frac{\omega_d}{-\sigma}\right)$$

$$t_r = \frac{\varphi}{\omega_d} = \frac{\varphi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\zeta = \cos\varphi$$

$$\zeta = 0{,}7 \Rightarrow \varphi \simeq 45° = \frac{\pi}{4}$$

$$N_r = \frac{\varphi}{T\,\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$N_r \propto \frac{K}{T\omega_n}$ ⇒ si tomamos

$\omega_n T = 0{,}1$ a $0{,}6$

con ω_n en rad/seg

⇒ si tomamos $\omega_n = 100 \frac{rad}{seg}$

$$T = \frac{0{,}1}{100} = 0{,}001 = 1 \text{ mseg.}$$

$$T = \frac{0{,}6}{100} = 6 \text{ m seg.}$$

"frecuencia natural deseada del sistema en lazo cerrado"

Una selección racional de la frecuencia de muestreo en un sistema de control de lazo cerrado, debe estar basada en el entendimiento de su influencia sobre el desempeño del sistema de control.

En el caso de realizar un proyecto y un análisis desde el punto de vista del dominio de la frecuencia es razonable pensar q' esta frec. de muestreo estará relacionada

a la componente de frecuencia ~~mas~~ de interes mas elevada, lo q' se relaciona con el ancho de banda del sistema en lazo cerrado.

Entonces, basado en el ancho de banda como parámetro de proyecto, es razonable elegir frec. de muestreo de

10 a 30 veces BW

También puede basarse esta elección en la frec de corte del sist. en lazo cerrado eligiendose

$$T \cdot \omega_c \simeq 0{,}15 \text{ a } 0{,}5$$

ω_c en rad/seg del sistema continuo

Esta selección resulta en una frec. de Nyquist de 5 a 20 veces mayor q' la frec. de corte.

Comparativamente estas frec. de muestreo pueden parecer bajas si las comparamos con las usadas en el procesamiento digital de señales.

El tema es q' la mayoría de los sistemas de control tienen características pasa-bajas y sus constantes de tiempo son típicamente mayores q' los tiempos de respuesta del sistema en lazo cerrado.

Algunos autores especifican p/ sist. subamortiguados, de 8 a 10 muestras durante un período de las oscilaciones senoidales amortiguadas, de la salida del sistema en lazo cerrado.

P' sistemas sobreamortiguados, de 8 a 10 muestras durante el tiempo de subida de la respuesta al escalón, en lazo cerrado.

$$N = \frac{T_d}{T} = \frac{2\pi/\omega_d}{T} = \frac{2\pi/\omega_d}{2\pi/\omega_s} = \frac{\omega_s}{\omega_d}$$

$\omega_d \cdot T = 0{,}125$ a $0{,}1$ $\quad \frac{T_d}{T} = 8$ a 10 muestras o $\frac{\omega_s}{\omega_d} = \cancel{0{,}1}\ 8$ a $\cancel{0{,}2}\ 10$