Determinación de periodicidad en señales:

Recordemos la expresión general de una señal senoidal en tiempo continuo: $x(t) = A\ cos(\omega_0 t + \theta)$

Donde el periodo de x(t) se define como: $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

La frecuencia, medida en Hertz, es la inversa del periodo, y se relaciona con la frecuencia angular como: $\omega_0 = 2\pi f$

La representación de señales periódicas oscilatorias con exponenciales es muy práctica y se utiliza constantemente en la matemática del procesamiento de señales. La **relación de Euler** indica que:

$$\boxed{cos(\omega_0 t) + jsin(\omega_0 t) = e^{j(\omega_0 t)}}$$

De donde surge que: $A\ cos(\omega_0 t + \theta) = ARe\{e^{j(\omega_0 t + \theta)}\}$ y $A\ sin(\omega_0 t + \theta) = AIm\{e^{j(\omega_0 t + \theta)}\}$

En el caso discreto tenemos que: $x[n] = A\ cos(\omega_0 n + \theta)$= $ARe\{e^{j(\omega_0 n + \theta)}\}$

Ejemplo 1)

Determinar si $x[n] = cos\left[\frac{6\pi}{7}(n-1)\right]$ es una señal periódica o no, y en caso de serlo, ¿Cuánto vale su periodo?

El primer paso consiste en verificar la condición de periodicidad $x[n] = x[n+N]$

$$cos\left[\frac{6\pi}{7}(n-1)\right] = cos\left[\frac{6\pi}{7}(n-1+N)\right]$$

Si lo analizamos de manera exponencial por la relación de Euler tenemos:

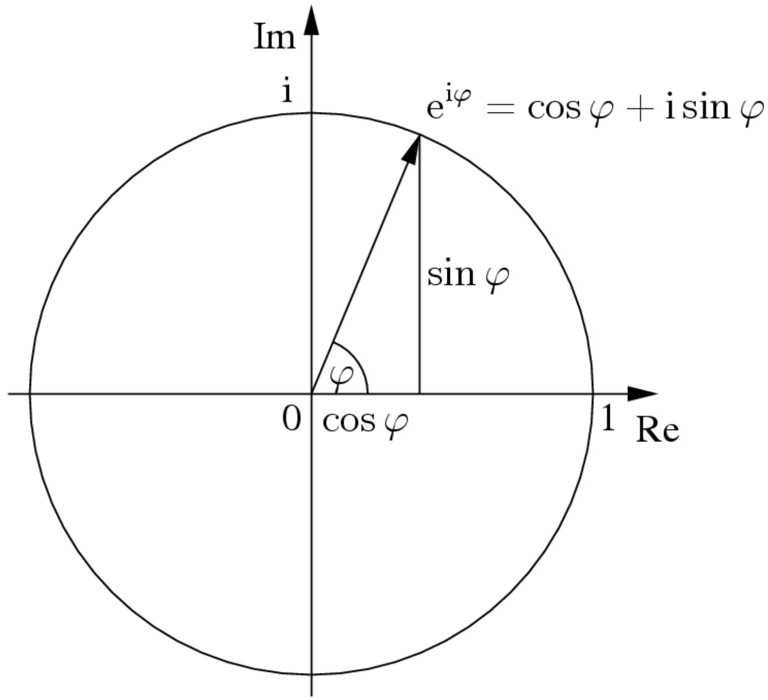
$$e^{j\left(\frac{6\pi}{7}(n-1)\right)} = e^{j\left(\frac{6\pi}{7}(n-1+N)\right)}$$

$$e^{j\left(\frac{6\pi}{7}n\right)}e^{-j\left(\frac{6\pi}{7}\right)} = e^{j\left(\frac{6\pi}{7}n\right)}e^{-j\left(\frac{6\pi}{7}\right)}e^{j\left(\frac{6\pi}{7}N\right)}$$

$$e^{j\left(\frac{6\pi}{7}N\right)} = 1$$

¿Cuánto tiene que valer N para que se cumpla la igualdad?

$$\cos\left(\frac{6\pi}{7}N\right) = Re\left\{e^{j\frac{6\pi}{7}N}\right\} = 1$$



$$\frac{6\pi}{7}N = 2\pi k \;\rightarrow N = \frac{7}{3}k \;\rightarrow N = 7$$