

Circuitos Serie R-L-C en C.A.

13

Introducción

Al igual que en C.C. conectábamos en serie resistencia, en C.A. es fácil encontrar circuitos que consistan en bobinas, resistencias y condensadores conectados en serie. Para la resolución de estos circuitos siempre habrá que tener en cuenta los desfases que producen las bobinas y condensadores.

Contenido

- ▼ Circuito serie R-L.
- ▼ Potencias en C.A.
- ▼ Circuito serie R-C.
- ▼ Circuito serie R-L-C.
- ▼ Mejora del factor de potencia.
- ▼ Caída de tensión en líneas monofásicas de C.A.

Objetivos

- ▼ Resolver circuitos serie de circuitos de C.A.
- ▼ Distinguir y calcular los tres tipos de potencia de un circuito de C.A., así como encontrar y seleccionar adecuadamente los sistemas para la corrección del factor de potencia.
- ▼ Calcular la sección de los conductores en líneas monofásicas de C.A. teniendo en cuenta su caída de tensión.

13.1 Acoplamiento en serie de bobinas y resistencias

En la práctica es difícil encontrar circuitos que sean exclusivamente inductivos, ya que para la fabricación de las bobinas se utilizan hilos metálicos conductores (normalmente de cobre) con una cierta resistencia. Este tipo de circuitos es muy común, como es el caso de los motores, circuitos de arranque en las lámparas fluorescentes, contactores, electroimanes, etc.

En la Figura 13.1 se ha representado el circuito equivalente de una bobina real, que en este caso está formado por una resistencia de valor óhmico R conectada en serie con una bobina pura de reactancia X_L .

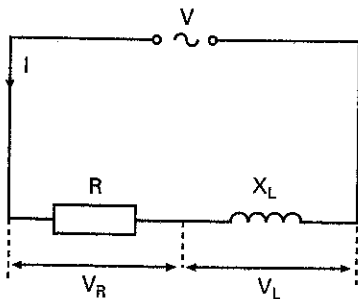


Figura 13.1. Circuito serie R-L.

Si a este circuito le conectamos una serie de aparatos de medida, tal como se muestra en la Figura 13.2 y aplicamos una tensión alterna al conjunto, se obtienen las siguientes conclusiones:

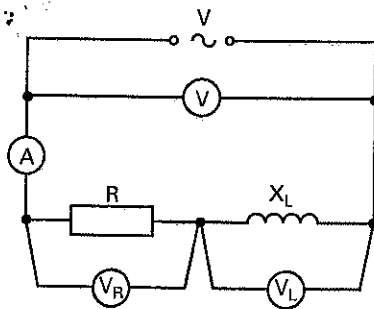


Figura 13.2

– Dado que se trata de un circuito serie, aparece una única corriente I por el circuito que queda reflejada en el amperímetro A . El valor de esta corriente depende de la combinación de los valores de R y X_L , de tal forma que, cuanto mayores sean éstos, menor es la corriente.

La combinación de los efectos limitadores de la corriente producidos por la resistencia y la bobina se le conoce por el nombre de impedancia y se representa por la letra Z .

Para determinar el valor de la corriente en el circuito ahora aplicamos la ley de Ohm de esta manera:

$$I = \frac{V}{Z}$$

Los voltímetros V_R y V_L nos indican respectivamente las tensiones que aparecen en la resistencia y la bobina. Se puede comprobar experimentalmente que en ambos casos se cumple la ley de Ohm para corriente alterna, de lo que se deduce que:

$$V_R = R I$$

$$V_L = X_L I$$

Dado que se trata de un circuito serie, cabría pensar que la lectura del voltímetro V , que indica la tensión total aplicada, tendría que ser la suma de las lecturas de los voltímetros $V_R + V_L$. Al hacer la experiencia comprobamos que esta relación no se cumple. ¿Cuál es la explicación?

En realidad sí se cumple que la tensión total aplicada al circuito es igual a la suma de las tensiones que aparecen en la resistencia y la bobina, pero de forma vectorial:

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L$$

Hay que pensar que la bobina produce un desfase en las magnitudes eléctricas que hace que estas tensiones no varíen al mismo tiempo, por lo que para sumarlas habrá que conocer su situación en el diagrama vectorial.

Para que el diagrama vectorial sea más fácil de interpretar vamos a tomar como referencia la intensidad, ya que ésta es común a los dos receptores. Para ello situamos el vector I con un ángulo de cero grados, tal como se muestra en la Figura 13.3.

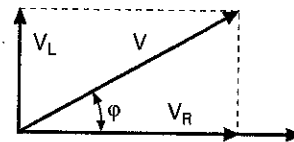


Figura 13.3. Diagrama vectorial de un circuito R-L.

Dado que la resistencia óhmica no provoca ningún tipo de desfase, dibujamos en el diagrama vectorial la caída de tensión V_R en fase con la intensidad de corriente.

Una bobina provoca un retraso de 90° de la corriente respecto de la tensión. Como hemos dibujado a la corriente en el ángulo cero, habrá que situar el vector de la tensión en la bobina V_L adelantado respecto a la misma un ángulo de 90° .

Una vez situados correctamente en el diagrama los vectores de tensión, la tensión del conjunto V la obtenemos haciendo la suma vectorial de V_R y V_L . Si se observa el resultado obtenido podemos comprobar que la tensión V queda adelantada un ángulo ϕ respecto de la corriente.

Dicho de otra manera: en un circuito R-L la corriente queda retrasada un ángulo ϕ respecto de la tensión, que ya no es 90° como en el caso de la bobina pura. El valor de este ángulo dependerá de los valores de la resistencia respecto de la bobina. Así, por ejemplo, si en un circuito es mucho mayor la resistencia que la reactancia de la bobina este ángulo será pequeño. Al contrario, si predomina la reactancia inductiva sobre la resistencia el ángulo alcanzará valores próximos a los 90° .

13.1.1 Triángulo de tensiones

Observando el diagrama vectorial de la Figura 13.3 detectamos que los vectores de las tensiones forman un triángulo rectángulo, donde V es la hipotenusa y V_R y V_L los catetos, tal como se muestra en la Figura 13.4. Si aplicamos el teorema de Pitágoras a este triángulo podemos obtener la siguiente relación:

$$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$$

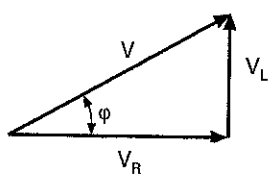


Figura 13.4. Triángulo de tensiones.

13.1.2 Triángulo de impedancias

Vamos a expresar en el triángulo de tensiones las relaciones de la ley de Ohm, tal como se muestra en la Figura 13.5. Si ahora dividimos cada uno de los lados de este triángulo entre la intensidad I, común a todos ellos, obtendremos el triángulo de impedancias que se muestra en la Figura 13.6.

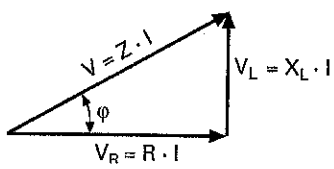


Figura 13.5

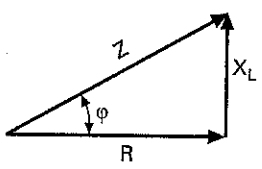


Figura 13.6. Triángulo de impedancias.

Con el triángulo de impedancias podemos obtener el valor de la impedancia Z:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Para determinar el ángulo ϕ de desfase entre V e I se puede utilizar la relación trigonométrica de la tangente:

$$\text{tg } \phi = \frac{X_L}{R}$$

Una vez obtenida la tangente, mediante unas tablas trigonométricas o una calculadora científica, se determina el ángulo que le corresponde.

Ejemplo: 13.1

El circuito equivalente de la bobina de un contactor es el que se representa en la Figura 13.7. El circuito consta de una resistencia de 20 ohmios y de una bobina pura con un coeficiente de autoinducción de 50 milihenrios. Se trata de averiguar los valores de Z, I, ϕ , V_R y V_L si aplicamos una tensión senoidal de 125 voltios y 50 hertzios. Dibujar el diagrama vectorial de V e I.

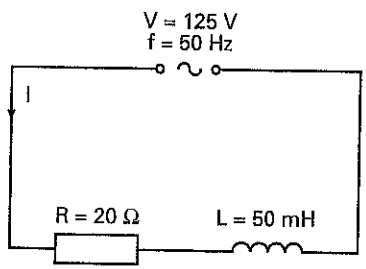


Figura 13.7

Solución: $X_L = 2 \pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,7 \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + 15,7^2} = 25,4 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{125}{25,4} = 4,9 \text{ A}$$

$$V_R = R I = 20 \cdot 4,9 = 98 \text{ V}$$

$$V_L = X_L I = 15,7 \cdot 4,9 = 76,9 \text{ V}$$

$$\text{tg } \phi = \frac{X_L}{R} = \frac{15,7}{20} = 0,79,$$

que le corresponde un ángulo ϕ de 38°

El ángulo de desfase es de 38° de retraso de la corriente respecto de la tensión, tal como se ha representado en el diagrama vectorial correspondiente en la Figura 13.8.

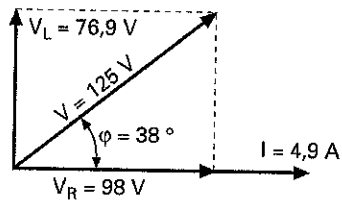


Figura 13.8

13.1.3 Potencia en un circuito R - L

En un circuito con resistencia y bobina se puede observar que existe un consumo de energía eléctrica que se transforma en calor a causa de la resistencia R. Por otro lado, en la bobina se producen constantes cargas y descargas de energía en forma de campo electromagnético. Esto da lugar a que en el mismo circuito coexistan diferentes tipos de potencias:

Potencia activa: Este tipo de potencia es el que se transforma en calor en la resistencia. Se puede decir que es la única potencia que realmente se consume en el circuito y por tanto, es la que debe aportar el generador al mismo.

Esta potencia es la que miden los vatímetros y en una resistencia se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$P = R I^2$$

Su unidad de medida es el vatio (W). Para calcular la potencia activa de cualquier circuito podemos utilizar la siguiente expresión:

$$P = VI \cos \varphi$$

Potencia reactiva: Es la potencia con la que se carga y descarga constantemente la bobina. Realmente es una potencia que no se consume, únicamente se intercambia entre el generador y la bobina, haciendo fluir una corriente extra por los conductores de alimentación. En una bobina la potencia reactiva se calcula mediante la expresión:

$$Q_L = X_L \cdot I^2$$

Su unidad de medida es el voltio-amperio-reactivo (VAR.). Para calcular la potencia reactiva de cualquier circuito utilizamos la expresión:

$$Q = VI \sin \varphi$$

Potencia aparente: Es la potencia total que transportan los conductores que alimentan al circuito. Dado que en un circuito R-L existe potencia activa y reactiva, por los conductores que alimentan a dicho circuito se transportan ambas potencias. Si sumamos vectorialmente estas potencias obtendremos la potencia aparente.

Se suele representar por la letra S y su unidad de medida el voltio-amperio (VA). Para calcular la potencia aparente de cualquier circuito utilizamos la expresión:

$$S = VI$$

Triángulo de potencias: Al igual que hacíamos con las tensiones e impedancias, también se puede construir un triángulo que relacione las tres potencias que se dan en un circuito de C.A. Si partimos, por ejemplo, del triángulo de impedancias (Figura 13.9 a) y multiplicamos a los vectores del mismo por I^2 (Figura 13.9 b) obtendremos el triángulo de potencias de la Figura 13.9 c.

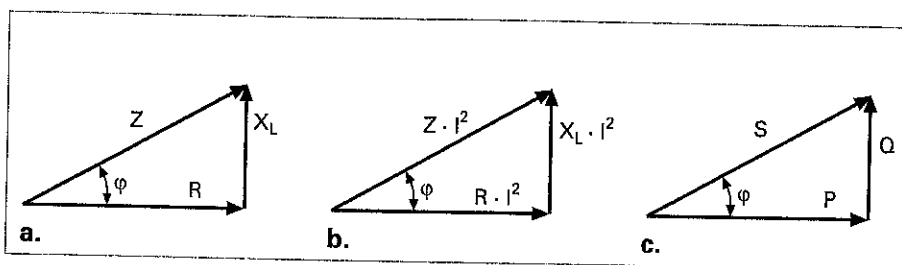


Figura 13.9. Triángulo de potencias.

Del triángulo de potencias se deduce que la potencia aparente también es igual a:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

13.1.4 Factor de potencia (FP)

Este valor nos indica la relación que existe entre la potencia activa y la aparente:

$$FP = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

Si observamos el triángulo de potencias (Figura 13.9 c), comprobamos que el factor de potencia coincide con el valor del coseno de φ .

De alguna manera el factor de potencia o coseno de φ (ángulo de desfase entre V e I) nos indica la cantidad de potencia activa que existe en un circuito respecto a la potencia total aparente.

Ejemplo: 13.2

Se conectan en serie una bobina de reactancia inductiva igual a 20 ohmios con una resistencia de 40 ohmios a una tensión de 100 V. Averiguar la potencia activa, reactiva y aparente del circuito, así como el factor de potencia. Dibujar el triángulo de potencias y valorar el significado del FP obtenido.

Solución: Con la ayuda del triángulo de impedancias (véase Figura 13.10) averiguamos la impedancia del circuito, el $\cos \varphi$ y el ángulo φ de desfase entre V e I.

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = 44,7 \Omega$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{40}{44,7} = 0,89$$

Le corresponde un ángulo $\varphi = 27^\circ$.

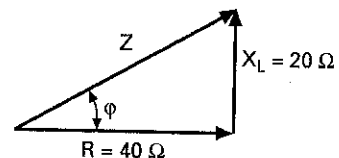


Figura 13.10

Ahora ya podemos calcular la intensidad del circuito:

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{44,7} = 2,2 \text{ A}$$

Las diferentes potencias del circuito, son:

$$P = VI \cos \varphi = 100 \cdot 2,2 \cdot 0,89 = 196 \text{ W}$$

$$Q = V I \sin \varphi = 100 \cdot 2,2 \cdot \sin 27^\circ = 100 \text{ VAR}$$

$$S = V I = 100 \cdot 2,2 = 220 \text{ VA}$$

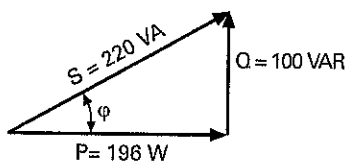


Figura 13.11

En la Figura 13.11 se ha dibujado el triángulo de potencias correspondiente. El factor de potencia resultante es 0,89, valor que está más próximo a la unidad que al cero. Esto nos indica que en el circuito predomina la potencia activa frente a la reactiva. Otra interpretación podría ser la siguiente: de cada 100 unidades de potencia aparente, 89 son de potencia activa.

Ejemplo: 13.3

Las características de una lámpara fluorescente son las siguientes: $P = 40 \text{ W}$, $V = 220 \text{ V}$, $\cos \varphi = 0,6$. Determinar la intensidad, la potencia reactiva y aparente y el circuito equivalente.

Solución: Para el cálculo de la intensidad nos valemos de la fórmula general de potencia activa:

$$P = V I \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{40}{220 \cdot 0,6} = 0,3 \text{ A}$$

El ángulo φ que le corresponde al factor de potencia de 0,6 es igual a 53° .

Con estos datos ya podemos calcular la potencia reactiva y aparente de la lámpara.

$$Q = V I \sin \varphi = 220 \cdot 0,3 \cdot \sin 53^\circ = 53 \text{ VAR}$$

$$S = V I = 220 \cdot 0,3 = 66 \text{ VA}$$

El circuito equivalente de una lámpara fluorescente se puede dibujar como una reactancia inductiva y una resistencia en serie (Figura 13.12). Para determinar los valores de R y X_L , utilizamos las fórmulas ya conocidas:

$$P = R I^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{40}{0,3^2} = 444 \Omega$$

$$Q_L = X_L I^2 \Rightarrow X_L = \frac{Q_L}{I^2} = \frac{53}{0,3^2} = 589 \Omega$$

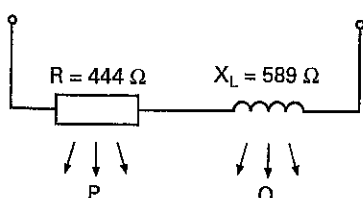


Figura 13.12

13.2 Acoplamiento en serie de resistencias y condensadores

En la Figura 13.13 se ha representado el circuito formado por una resistencia de valor óhmico R conectada en serie con un condensado de reactancia X_C .

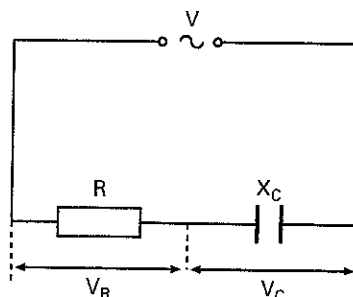


Figura 13.13. Circuito serie R-C.

Al igual que ocurriría con el circuito R-L, aquí aparece una sola corriente eléctrica I que queda limitada por la impedancia del circuito Z .

$$I = \frac{V}{Z}$$

En la resistencia aparece una caída de tensión V_R y en el condensador V_C .

$$V_R = R I$$

$$V_C = X_C I$$

Aquí también se cumple que la tensión total aplicada al circuito es igual a la suma vectorial de las caídas de tensión que se dan en la resistencia y el condensador:

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_C$$

Para dibujar el diagrama vectorial (véase Figura 13.14) de estas magnitudes eléctricas tenemos en cuenta que la caída de tensión V_R queda en fase con la intensidad. Por otro lado, el condensador provoca un adelanto de 90° de la corriente respecto de la tensión. Como hemos dibujado a la corriente en el ángulo cero, habrá que situar el vector de la tensión V_C del condensador retrasado respecto a la corriente un ángulo de 90° .

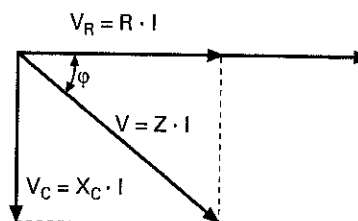


Figura 13.14. Diagrama vectorial de un circuito R-C.

En el diagrama vectorial observamos que la corriente I queda adelantada un ángulo φ respecto a la tensión.

De este diagrama vectorial se deduce el triángulo de impedancia de la Figura 13.15. Con él ya podemos determinar el valor de la impedancia y el del ángulo de desfase por cualquiera de las relaciones trigonométricas.

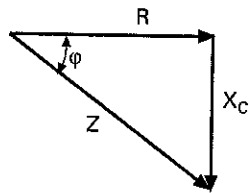


Figura 13.15. Triángulo de impedancias.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C}{R}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

En cuanto a las potencias que se dan en el circuito, indicar que en la resistencia se produce potencia activa que se transforma en calor. Por otro lado, en el condensador aparece una potencia reactiva provocada por las constantes cargas y descargas del mismo. Al dibujar el triángulo de potencias (Figura 13.16) observamos que la potencia reactiva Q_C queda invertida, lo que nos indica que ésta posee un valor negativo respecto a la potencia reactiva que producen las bobinas.

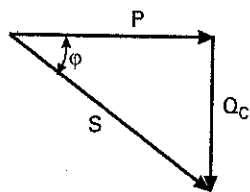


Figura 13.16. Triángulo de potencias.

Ejemplo: 13.4

En el circuito de la Figura 13.17 se muestra un circuito serie R-C. Averiguar la lectura de los aparatos de medida, así como la intensidad de la corriente, potencia reactiva, potencia aparente y el factor de potencia. Dibujar el diagrama vectorial correspondiente.

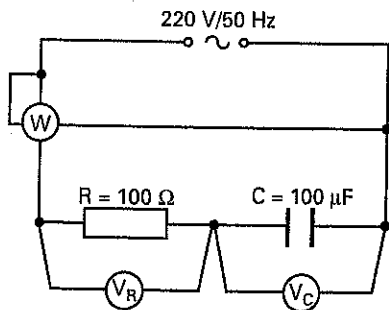


Figura 13.17

Solución: $X_C = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 100} = 31,8 \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{100^2 + 31,8^2} = 105 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{220}{105} = 2,1 \text{ A}$$

$$V_R = RI = 100 \cdot 2,1 = 210 \text{ V}$$

$$V_C = X_C I = 31,8 \cdot 2,1 = 67 \text{ V}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{31,8}{100} = 0,32$$

Le corresponde un ángulo $\varphi = 17,7^\circ$.

$$P = VI \cos \varphi = 220 \cdot 2,1 \cdot \cos 17,7^\circ = 440 \text{ W}$$

$$Q = VI \sin \varphi = 220 \cdot 2,1 \cdot \sin 17,7^\circ = 140 \text{ VAR}$$

$$S = VI = 220 \cdot 2,1 = 462 \text{ VA}$$

$$\operatorname{FP} = \cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{440}{462} = 0,95$$

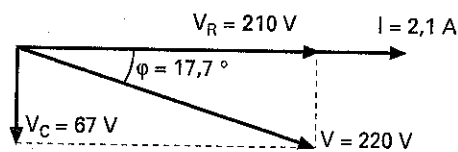


Figura 13.18

El ángulo de desfase es de $17,7^\circ$ de adelanto de la corriente respecto de la tensión, tal como se muestra en diagrama vectorial de la Figura 13.18.

Ejemplo: 13.5

Para evitar que un pequeño soldador para circuitos impresos de 125 V/100 W se funda al conectarlo a una red de C.A. de 220 V/50 Hz, se le conecta en serie un condensador. Determinar las características de dicho condensador.

Solución: Para hacernos una idea de cómo resolver este problema, primero dibujamos el circuito (Figura 13.19). Para ello tenemos en cuenta que el soldador consta de una resistencia R sometida a una tensión de 125 V y que desarrolla una potencia de 100 W.

Con la ayuda del triángulo de tensiones (Figura 13.20) podemos averiguar el factor de potencia y la tensión V_C que aparece en el condensador.

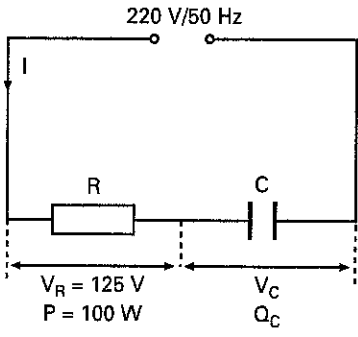


Figura 13.19

$$\cos \varphi = \frac{V_R}{V} = \frac{125}{220} = 0,57$$

$$V_C = \sqrt{V^2 - V_R^2} = \sqrt{220^2 - 125^2} = 181 \text{ V}$$

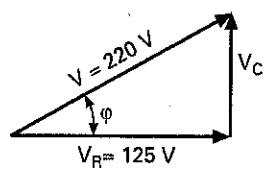


Figura 13.20

Con estos datos ya podemos averiguar la corriente eléctrica:

$$P = V I \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{100}{220 \cdot 0,57} = 0,8 \text{ A}$$

Aplicamos la ley de Ohm al condensador para determinar su reactancia capacitiva:

$$X_C = \frac{V_C}{I} = \frac{181}{0,8} = 226 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 226} = 14 \mu\text{F}$$

Las características del condensador son de 14 μF/181 V.

Como el condensador no consume potencia activa, el rendimiento alcanzado por este método para provocar una caída de tensión en un elemento resistivo es infinitamente mayor que si hubiésemos colocado una resistencia en serie con el soldador.

13.3 Circuito serie R-L-C

En la Figura 13.21 hemos conectado en serie una resistencia R, una bobina con una reactancia inductiva X_L y un condensador con una reactancia capacitiva X_C.

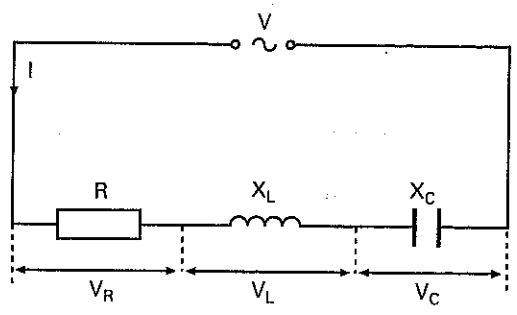


Figura 13.21. Circuito serie R-L-C.

En la Figura 13.22 se ha dibujado el diagrama vectorial correspondiente a este circuito. Al situar en el diagrama las caídas de tensión en la bobina y condensador (V_L y V_C) se observa que éstas quedan en oposición, por lo que la suma vectorial de estas tensiones se convierte en una resta aritmética.

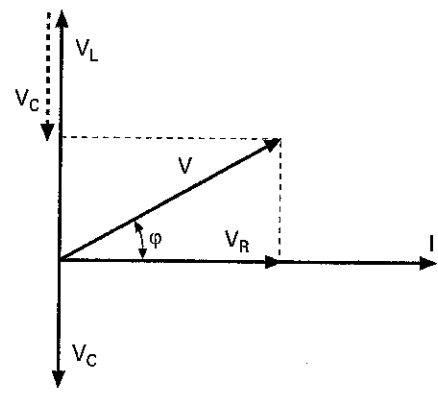


Figura 13.22. Diagrama vectorial de circuito R-L-C.

$$V_R = R I \quad V_L = X_L I \quad V_C = X_C I$$

$$\vec{V} = \vec{V}_R + \vec{V}_L + \vec{V}_C$$

De este diagrama se obtiene el triángulo de impedancias de la Figura 13.23, donde se observa que las reactancias de la bobina y condensador quedan también en oposición

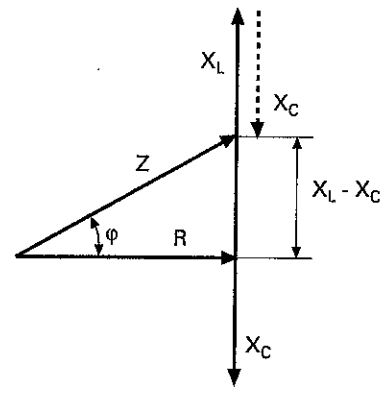


Figura 13.23. Triángulo de impedancias.

Para construir el triángulo de impedancias de la Figura 13.23 se ha supuesto que la reactancia inductiva X_L es más grande que la reactancia X_C del condensador. Al obtener la impedancia Z del circuito observamos que los efectos que pudiera provocar la reactancia del condensador quedan compensados por la reactancia de la bobina. El resultado es que el circuito se comporta como si únicamente tuviese una bobina de reactancia igual a $(X_L - X_C)$. Del triángulo de impedancias se deduce que:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Una vez obtenida la impedancia ya se puede calcular la intensidad de la corriente eléctrica:

$$I = \frac{V}{Z}$$

Al predominar, en este caso, la reactancia inductiva sobre la capacitiva, se produce un ángulo de retraso φ de la corriente respecto de la tensión. Para calcular este ángulo nos valemos del triángulo de impedancias al que aplicamos cualquiera de las funciones trigonométricas conocidas.

$$\text{tag } \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Las potencias se pueden calcular por las fórmulas ya conocidas. Aquí es importante observar que cuando la bobina se descarga de potencia reactiva, parte de la misma sirve para la carga del condensador. En el siguiente cuarto de ciclo, el condensador devuelve esta potencia reactiva a la bobina. Si tuviésemos que dibujar el triángulo de potencias, situaríamos la potencia reactiva del condensador Q_C en oposición con la de la bobina Q_L . De tal forma que sus efectos queden compensados, tal como se muestra en la Figura 13.24.

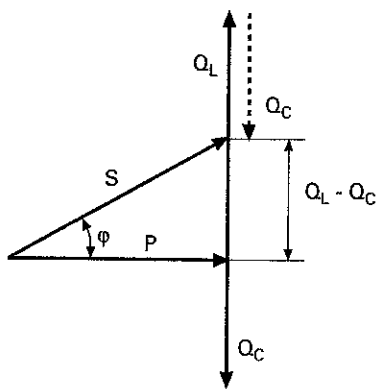


Figura 13.24. Triángulo de potencias.

Ejemplo: 13.6

Averiguar los valores de Z , I , V_R , V_L , V_C , P , Q , S y el factor de potencia del circuito serie R-L-C de la Figura 13.25. Dibujar el diagrama vectorial.

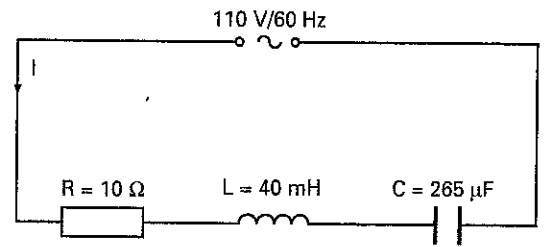


Figura 13.25

Solución:

$$X_L = 2 \pi f L = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0,04 = 15 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \pi f C} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 265} = 10 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (15 - 10)^2} = 11 \Omega$$

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{110}{11} = 10 \text{ A}$$

$$V_R = R I = 10 \cdot 10 = 100 \text{ V}$$

$$V_L = X_L I = 15 \cdot 10 = 150 \text{ V}$$

$$V_C = X_C I = 10 \cdot 10 = 100 \text{ V}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{15 - 10}{10} = 0,5,$$

le corresponde un ángulo $\varphi = 26,6^\circ$.

$$P = V I \cos \varphi = 110 \cdot 10 \cdot \cos 26,6^\circ = 984 \text{ W}$$

$$Q = V I \sin \varphi = 110 \cdot 10 \cdot \sin 26,6^\circ = 493 \text{ VAR}$$

$$S = V \cdot I = 110 \cdot 10 = 1.100 \text{ VA}$$

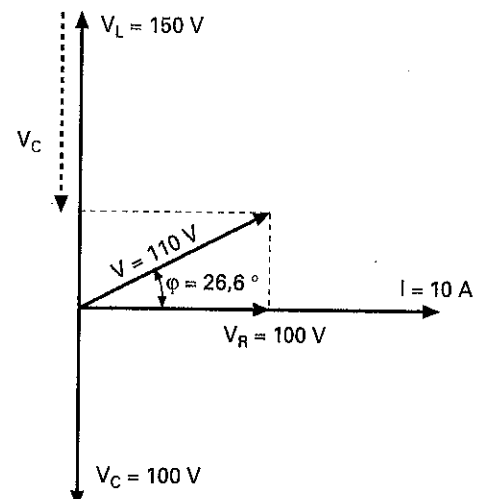


Figura 13.26

En la Figura 13.26 se muestra el diagrama vectorial correspondiente al circuito. Aquí se observa que la corriente queda retrasada un ángulo de $26,6^\circ$ respecto a la tensión, hecho que nos indica que el circuito es predominantemente inductivo.

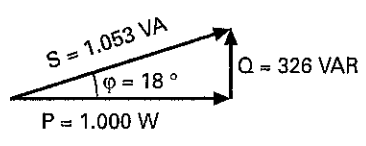


Figura 13.28

13.4 Importancia práctica del $\cos \varphi$

Pongamos como ejemplo un motor monofásico de 1.000 W a 220 V con un $\cos \varphi = 0,6$. Estos datos nos indican que el motor desarrolla una potencia mecánica equivalente a los 1.000 W de potencia activa suministrados por la red eléctrica. Por otro lado, el factor de potencia está bastante por debajo de la unidad, lo que nos muestra la presencia de una potencia reactiva elevada causada por el efecto de la autoinducción de los bobinados. Hay que pensar que la potencia reactiva no se transforma en trabajo útil en el motor, simplemente sirve para generar el campo electromagnético, para luego ser devuelta al generador. Este trasiego de energía reactiva del generador al motor y viceversa, hace que la compañía suministradora de energía eléctrica tenga que proporcionar una potencia aparente por la red eléctrica muy superior a la que realmente se consume. En consecuencia, se produce un aumento de corriente por los conductores de la línea que repercute directamente en los costos de las instalaciones eléctricas propiedad de las compañías.

En nuestro ejemplo (Figura 13.27):

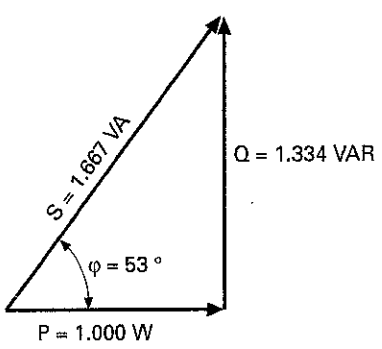


Figura 13.27

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{1.000}{0,6} = 1.667 \text{ VA}$$

$$Q = S \cdot \text{sen } \varphi = 1.667 \cdot 0,8 = 1.334 \text{ VAR}$$

$$I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{1.000}{220 \cdot 0,6} = 7,6 \text{ A}$$

De los datos obtenidos se deduce que el motor produce un consumo de 1.000 W, pero necesita de un suministro de 1.667 VA por la línea para funcionar.

Si por algún método consiguiésemos mejorar el factor de potencia hasta, por ejemplo, 0,95 obtendríamos los siguientes valores (Figura 13.28):

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{1.000}{0,95} = 1.053 \text{ VA}$$

$$Q = S \cdot \text{sen } \varphi = 1.053 \cdot 0,31 = 326 \text{ VAR}$$

$$I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{1.000}{220 \cdot 0,95} = 4,8 \text{ A}$$

De lo que se deduce que al acercar el factor de potencia a la unidad obtenemos una reducción de corriente considerable, así como de la potencia aparente y reactiva.

Para contrarrestar el consumo excesivo de potencia reactiva de carácter inductivo y así reducir también la potencia aparente y la corriente por la línea se instalan condensadores conectados en paralelo con los receptores, tal como se muestra en la Figura 13.29.

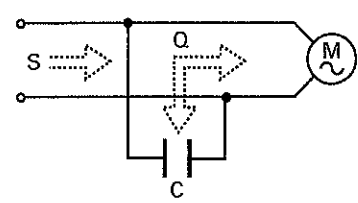


Figura 13.29. Corrección del factor de potencia mediante condensadores.

Los condensadores compensan parte de la potencia reactiva de las bobinas. Hay que pensar que en el instante en que las bobinas descargan su energía reactiva, los condensadores se cargan con la misma. En el siguiente cuarto de ciclo, los condensadores devuelven esta energía acumulada a las bobinas para que puedan desarrollar los campos electromagnéticos. De esta forma se evita que parte de la energía reactiva de las bobinas tenga que fluir constantemente por los conductores de la línea, desde el generador hasta las mismas y viceversa.

Las compañías eléctricas no facturan la energía reactiva, pero exige que los consumidores trabajen con un factor de potencia cercano a la unidad (en torno a $\cos \varphi = 0,9$). Para ello disponen de equipos de medida para determinar el FP medio utilizado durante el período de facturación. Dado que la energía reactiva no se cobra, lo que se hace es aplicar un recargo en el precio de KWh consumido a los clientes que trabajen con un FP por debajo del recomendado.

En resumen, con la mejora del FP se consigue reducir la potencia aparente de la red sin modificar la potencia activa, lo que trae consigo una reducción de la intensidad de corriente por la línea de suministro de energía. Ello aporta considerables ventajas, como son: reducción de la sección de los conductores en la línea, reducción de la caída de tensión, y reducción de las pérdidas de potencia en los conductores.

13.5 Corrección del factor de potencia mediante condensadores

Las instalaciones industriales suelen utilizar normalmente receptores de tipo inductivo, como por ejemplo, motores, lámparas de descarga (fluorescentes, vapor de mercurio, vapor de sodio, etc), transformadores, electroimanes, etc. Para compensar la energía reactiva producida por estos elementos utilizaremos un condensador (o varios) acoplados en batería, de tal forma que el coseno de ϕ final obtenido sea próximo a la unidad.

Para el cálculo de la potencia reactiva de estos condensadores o de su capacidad vamos a utilizar el siguiente ejemplo. Se trata de mejorar el factor de potencia de un motor monofásico de 1.000 W/220 V con un factor de potencia de 0,6 hasta conseguir un factor de potencia de 0,95. Para ello conectamos un condensador de potencia reactiva Q_C y capacidad C en paralelo con el motor, tal como se muestra en la Figura 13.29.

La solución de este problema comienza con la búsqueda de la potencia reactiva Q_C , que deberá poseer el condensador para pasar de un factor de potencia de 0,6 a 0,95. Para ello nos vamos a valer del triángulo de potencias que hemos dibujado en la Figura 13.30.

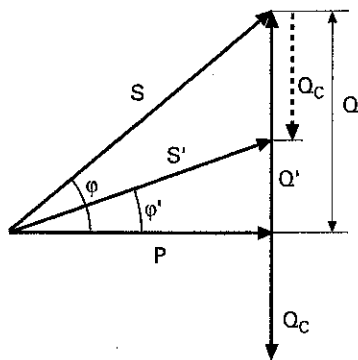


Figura 13.30. Triángulo de potencias en la mejora del factor de potencia.

Llamamos ϕ al ángulo que corresponde al factor de potencia inicial de 0,6 y ϕ' al ángulo del factor de potencia que deseamos obtener de 0,95. Q es la potencia reactiva inicial del motor, al que le tenemos que restar la potencia reactiva Q_C del condensador.

Una vez mejorado el factor de potencia obtenemos una potencia reactiva reducida:

$$Q' = Q - Q_C, \text{ de donde } Q_C = Q - Q' \text{ (I)}$$

En los dos triángulos de potencia que se obtienen se cumple que:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{Q}{P}, \text{ de donde: } Q' = P \operatorname{tg} \phi \text{ (II)}$$

$$\operatorname{tg} \phi' = \frac{Q'}{P} \text{ de donde: } Q' = P \operatorname{tg} \phi' \text{ (III)}$$

Sustituyendo las ecuaciones II y III en la ecuación I obtenemos la expresión final:

$$Q_C = P \cdot \operatorname{tg} \phi - P \cdot \operatorname{tg} \phi'$$

Calcularemos ahora la potencia reactiva que es necesario que tenga la batería de condensadores para corregir el FP de nuestro ejemplo:

El ángulo ϕ que le corresponde al cos 0,6 es 53° .

El ángulo ϕ' que le corresponde al cos 0,95 es 18° .

$$Q_C = P \operatorname{tg} \phi - P \operatorname{tg} \phi' =$$

$$1.000 \cdot \operatorname{tg} 53^\circ - 1.000 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ = 1.002 \text{ VAR}$$

Para determinar la capacidad del condensador y la corriente eléctrica que lo alimenta, tenemos en cuenta que el condensador está acoplado directamente a la red a una tensión de 220 V y con una potencia reactiva de 1.002 VAR, tal como se muestra en la Figura 13.31. En este caso se cumple que la potencia reactiva del condensador es igual a:

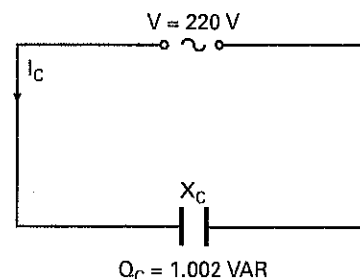


Figura 13.31

$$Q_C = V I_C, \text{ de donde } I_C = \frac{Q_C}{V} = \frac{1.002}{220} = 4,55 \text{ A}$$

Una vez averiguada la corriente que fluye hacia el condensador, si aplicamos la ley de Ohm para C.A. entre sus extremos, podremos averiguar la reactancia capacitiva del mismo:

$$I_C = \frac{V}{X_C} \text{ de donde } X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{220}{4,55} = 48,35 \Omega$$

La capacidad correspondiente al condensador para una frecuencia de 50 Hz es igual a:

$$C = \frac{1}{2 \pi f X_C} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 48,35} = 66 \mu\text{F}$$

En conclusión, se necesita un condensador de 66 μF a 220 V con una potencia reactiva de 1 KVAR. En el caso de no ser posible conseguir estas características con un sólo condensador, se recurre al acoplamiento de varios condensadores, dando como resultado una batería de condensadores.

Ejemplo: 13.7

En una instalación industrial se mide un factor de potencia de 0,7. Dimensionar la batería de condensadores para mejorar el factor de potencia hasta 0,9. Los datos de dicha instalación son los siguientes: potencia instalada 15 KW, frecuencia 50 Hz, tensión entre fases 400 V. Calcular también la corriente eléctrica por la línea antes y después de mejorar el factor de potencia.

Solución: Primero determinamos la potencia reactiva de la batería de condensadores para corregir el factor de potencia de 0,7 a 0,9:

El ángulo φ que le corresponde al $\cos 0,7$ es $45,6^\circ$.

El ángulo φ' que le corresponde al $\cos 0,9$ es $25,8^\circ$.

$$Q_C = P \operatorname{tg} \varphi - P \operatorname{tg} \varphi' =$$

$$15.000 \cdot \operatorname{tg} 45,6^\circ - 15.000 \cdot \operatorname{tg} 25,8^\circ = 8.066 \text{ VAR}$$

Como la batería de condensadores está acoplada directamente a la red a una tensión de 400 V y con una potencia reactiva de 8.066 VAR, la corriente por la misma será igual a:

$$I_C = \frac{Q_C}{V} = \frac{8.066}{400} = 20 \text{ A}$$

El conocimiento del valor de esta corriente es importante para dimensionar los conductores que alimentan a la batería de condensadores, así como para seleccionar las protecciones y dispositivos de control.

La reactancia capacitiva del condensador será entonces:

$$X_C = \frac{V}{I_C} = \frac{400}{20} = 20 \Omega$$

La capacidad correspondiente al condensador para una frecuencia de 50 Hz es igual a:

$$C = \frac{1}{2 \pi f X_C} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 20} = 159 \mu\text{F}$$

Las características de la batería de condensadores son:

159 μF – 400 V – 8 KVAR.

La corriente antes de mejorar el factor de potencia es:

$$I_{\cos\varphi=0,7} = \frac{P}{V \cos\varphi} = \frac{15.000}{400 \cdot 0,7} = 53,6 \text{ A}$$

La corriente después de mejorar el factor de potencia es:

$$I_{\cos\varphi=0,9} = \frac{P}{V \cos\varphi'} = \frac{15.000}{400 \cdot 0,9} = 41,7 \text{ A}$$

13.5.1 Tipos de compensación de la energía reactiva

La compensación de energía reactiva se lleva siempre a cabo mediante la conexión de condensadores en paralelo con la carga a compensar. En una instalación eléctrica con muchas cargas de carácter inductivo se puede llevar esta compensación de dos formas diferentes:

a) Compensación individual: Se conecta un condensador en paralelo con cada carga inductiva a compensar (Figura 13.32).

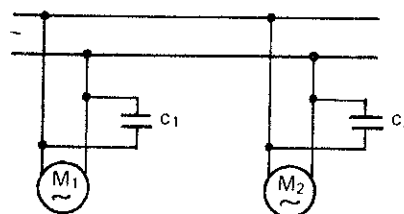


Figura 13.32. Compensación individual de potencia reactiva.

b) Compensación central: Se conecta una gran batería de condensadores en paralelo con la línea general para compensar la potencia reactiva de todo el conjunto de la instalación eléctrica (Figura 13.33). Como la potencia reactiva a compensar de la instalación depende de las cargas que estén conectadas en cada momento, se hace necesario la utilización de baterías automáticas de condensadores que sean capaces de conectar y desconectar escalonadamente grupos de condensadores. Al dispositivo que es capaz de medir en todo momento el FP de la instalación y conecta automáticamente los condensadores necesarios, se le conoce por el nombre de regulador de potencia reactiva.

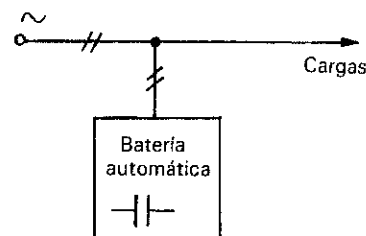


Figura 13.33. Compensación central de potencia reactiva mediante batería automática de condensadores.

La compensación individual resulta muy costosa y se utiliza fundamentalmente para lámparas de descarga (se les incorpora el condensador directamente en el equipo de arranque y

se las conoce como lámparas de AF (alto factor). En instalaciones industriales con muchos receptores resulta mucho más ventajoso la compensación central con baterías automáticas de condensadores.

13.6 Caída de tensión en las líneas eléctricas monofásicas de C.A.

Al igual que ocurría en las líneas bifilares de C.C., en las líneas de C.A. se produce una caída de tensión en los conductores, que habrá que tener en cuenta a la hora de calcular la sección de los mismos. El procedimiento a seguir es muy similar al llevado a cabo para líneas de C.C., aunque difiere en un aspecto: para cargas, por lo general inductivas, aparece un ángulo φ de desfase entre V e I que interviene en el cálculo de la caída de tensión.

En C.C. la caída de tensión se calculaba mediante la expresión:

$\Delta V = R_L I$; para una línea monofásica demostraremos que esta caída de tensión es igual a $\Delta V = R_L I \cos \varphi$.

En el circuito de la Figura 13.34 se cumple que:

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_b + \vec{R}_L I$$

$R_L I$ representa la caída de tensión óhmica en la línea.

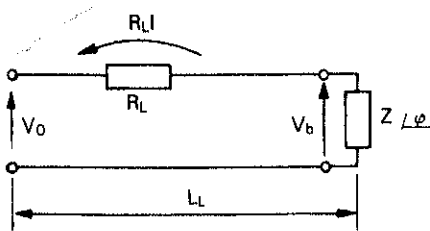


Figura 13.34. Caída de tensión en una línea de C.A.

Dibujamos el diagrama vectorial correspondiente a una carga inductiva, con un desfase de φ° entre V e I (Figura 13.35).

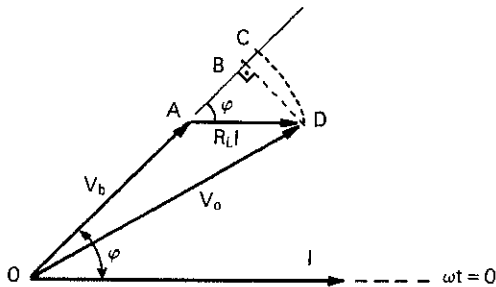


Figura 13.35. Diagrama vectorial para el cálculo de la caída de tensión.

La caída de tensión en la línea es la diferencia, en valores absolutos, entre la tensión V_0 al principio de línea y la del final de la misma V_b :

$$\Delta V = V_0 - V_b = OD - OA = OC - OA$$

Como el tramo BC es muy pequeño, lo podemos despreciar y podemos decir con aproximación que:

$$\Delta V = OC - OA \approx OB - OA = AB$$

$$\text{como } AB = R_L I \cos \varphi \Rightarrow$$

$$\Delta V = R_L I \cos \varphi$$

ΔV = Caída de tensión (V)

R_L = Resistencia de la línea (Ω)

I = Corriente eficaz por línea (A)

$\cos \varphi$ = FP de la carga

Si al igual que hacíamos en C.C. sustituimos la resistencia R_L por la expresión general de resistencia de un conductor y despejamos la sección, obtenemos la siguiente expresión:

$$S = \frac{\rho 2 L_L I \cos \varphi}{\Delta V}$$

ρ = Resistividad del conductor ($\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)

ΔV = Caída de tensión máxima en la línea (V)

L_L = Distancia de la carga al punto de alimentación (m)

I = Intensidad por la línea (A)

S = Sección del conductor de la línea (mm^2)

$\cos \varphi$ = FP de la carga

Ejemplo: 13.8

Se necesita averiguar la sección más recomendable para la instalación de un motor de características: 10 KW; $\cos \varphi = 0,8$; 400 V. La longitud de la línea es de 50 metros y se trata de dos conductores de cobre unipolares aislados con PVC bajo tubo. La caída de tensión máxima admisible es del 1 %.

Solución: Primero calculamos la corriente por la línea:

$$I = \frac{P}{V \cos \varphi} = \frac{10.000}{400 \cdot 0,8} = 31 \text{ A}$$

La caída de tensión máxima admisible en voltios, es:

$$\Delta V = \frac{400}{100} 1\% = 4 \text{ V}$$

La sección de los conductores para que se produzca como máximo esta caída de tensión es:

$$S = \frac{\rho 2 L_L I \cos \varphi}{\Delta V} = \frac{0,017 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 31}{4} \cdot 0,8 = 10,5 \text{ mm}^2$$

La sección comercial que le corresponde es de 16 mm^2 . Si consultamos la intensidad máxima admisible para este conductor podremos comprobar que es de 54 A (Tabla 4.2), bastante superior a los 33 A que fluyen por el conductor.

Actividades

1. Realiza el montaje de un circuito serie con bobinas, condensadores y resistencias. Utiliza el polímetro para medir las intensidades y tensiones de las diferentes partes del circuito; y con las relaciones estudiadas en apartados anteriores, averigua la impedancia, ángulo de desfase entre V e I y factor de potencia. Comprueba también las relaciones entre las tensiones del circuito y dibuja los correspondientes diagramas vectoriales. Consigue un osciloscopio y comprueba los ángulos de desfase que se produce en cada uno de los elementos, así como el desfase total entre V e I .

2. Consulta en Internet (<http://www.t2000idiomas.com/electrotecnia>) sobre los temas relacionados con este capítulo e intenta constatar y ampliar la información obtenida.

Como en otras ocasiones, al finalizar cada una de estas actividades deberás elaborar un informe-memoria sobre la actividad desarrollada, indicando los resultados obtenidos y estructurándolos en los apartados necesarios para una adecuada documentación de las mismas (descripción del proceso seguido, medios utilizados, esquemas y planos utilizados, cálculos, medidas, etc.).

Autoevaluación

1) ¿Qué elementos producen potencia reactiva en un circuito de C.A.

- a) Un horno eléctrico
- b) Un motor
- c) Un contactor

2) La potencia aparente se mide en:

- a) VAR
- b) VA
- c) W

3) ¿Qué nombre se le da a la potencia que realmente se transforma en energía útil en el receptor?

- a) Potencia activa
- b) Potencia aparente
- c) Potencia reactiva

4) ¿Cuál es la razón por la que se eleva el factor de potencia de las instalaciones eléctricas?

- a) Para reducir la potencia que transportan las líneas eléctricas
- b) Para aumentar la potencia aparente y reducir la corriente por la línea
- c) Para reducir la potencia aparente y la corriente por la línea de alimentación

5) Se conectan en serie una resistencia de 50Ω y una bobina de 250 mH a una red de C.A. de 220 V , 50 Hz . Averiguar: Z , I , ϕ , V_R , V_L , P , Q , S , FP y dibujar el diagrama vectorial.

6) Se conectan en serie una resistencia de $10 \text{ K}\Omega$ y un condensador de 150 nF a una red de C.A. de 100 V , 60 Hz . Averiguar: I , V_R , V_C , P , Q , S , FP y dibujar el diagrama vectorial.

7) Se conectan en serie una resistencia de 10Ω , un condensador de $100 \mu\text{F}$ y una bobina de 200 mH a un generador de C.A. de 220 V , 50 Hz . Averiguar: I , V_R , V_C , V_L , P , Q , S , FP y dibujar el diagrama vectorial. ¿Qué tipo de reactancia predomina en el circuito?

8) El motor de un montacargas posee las siguientes características: $P = 2 \text{ KW}$; $V = 125 \text{ V}$; $I = 22 \text{ A}$. Averiguar el factor de potencia.

9) El alumbrado de una nave industrial consiste en 20 lámparas de vapor de mercurio de 500 W cada una con un factor de potencia de $0,6$ a 230 V y 50 Hz . Averiguar las características de la batería de condensadores para conseguir elevar el factor de potencia de la instalación hasta $0,95$, así como la intensidad de corriente de la instalación antes y después de la corrección del factor de potencia.

10) Una lámpara fluorescente de 20 W , 220 V y 50 Hz posee un FP de $0,6$. ¿Qué condensador habrá que conectar a la misma para que trabaje a un FP de $0,9$?

11) Para que una lámpara incandescente de $125 \text{ V}/60 \text{ W}/50 \text{ Hz}$ no se funda al conectarla a una red de 220 V , se conecta en serie con ella un condensador. Averiguar las características del condensador.

12) Se conectan en serie las bobinas de dos contactores a 220 V , 50 Hz de las siguientes características: bobina nº 1 ($R = 20 \Omega$; $0,8 \text{ H}$); bobina nº 2 (28Ω ; $0,6 \text{ H}$). Calcular la corriente que fluye por las mismas, la tensión aplicada a cada bobina, el factor de potencia del conjunto, las potencias del conjunto y la capacidad del condensador que habrá que conectar en paralelo para conseguir corregir el FP del conjunto a $0,95$.

13) Calcular la sección con la que habrá que instalar los conductores de la línea que conecta el contador de energía, situado en el cuarto de contadores, con el cuadro general de mando y protección, instalado en el interior de una vivienda. Para ello tendremos en cuen-

ta los siguientes datos: vivienda situada en el quinto piso de un edificio; la longitud aproximada de la línea es de 25 m, los conductores son de cobre, unipolares, aislados con PVC e instalados bajo conducto; la demanda de potencia máxima que se prevé es de 5.750 W a 230 V y con un $\cos \phi = 0,8$; la caída de tensión máxima que se admite es del 1 %.

14) Calcular la sección de una línea monofásica de 250 m que transmite la potencia de 5 KW a 230 V con un FP de 0,85. La caída de tensión máxima de tensión que se admite es del 5%. La línea es de dos conductores de cobre unipolares instalados bajo tubo. Calcular también la densidad de corriente.