SISTEMAS DE CONTROL

CONTROLADORES

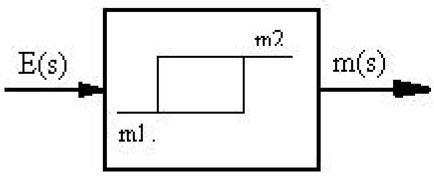
Introducción

Un controlador es un dispositivo capaz de corregir desviaciones producidas en la variable de salida de un sistema, como consecuencia de perturbaciones internas o externas al mismo. Al controlador ingresan las señales R(s) (set-point) y B(s) (medición de la variable controlada), las cuales se comparan generando la señal de error E(s). Ésta a su vez es modificada de alguna forma por la transferencia del controlador Gc y finalmente el resultado es la variable de control. El algoritmo matemático que se ejerce sobre el error es la llamada **acción de control.**
En lo que sigue veremos qué formas básicas puede presentar la función transferencia del controlador Gc, y qué efecto tiene sobre la variable de control.

Acciones básicas de control

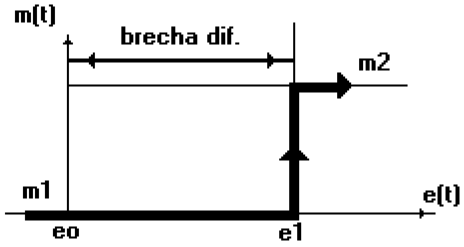
On – off

Los controladores de este tipo tienen dos posiciones estables, conmutando entre uno y otro según el valor de E(s). Para evitar que el control conmute en forma **descontrolada**, la variable de control m(s) cambiará de valor sólo cuando E(s) presente valores fuera de un cierto intervalo, de esta manera se define como zona muerta ó **brecha diferencial** al intervalo dentro del cual el controlador no conmuta.
La brecha diferencial permite que el controlador no conmute indiscriminadamente ante pequeñas variaciones de E(s), (en general debido a **ruidos**).
Lo anterior se puede expresar con un diagrama de un bloque donde las variables son:
e(t): entrada de error (diferencia entre el valor deseado y el realmente existente)
m(t): salida o variable de control.
Sin embargo, este tipo de controles no puede tener un tratamiento como bloque de un sistema lineal pues el control on-off no lo es.



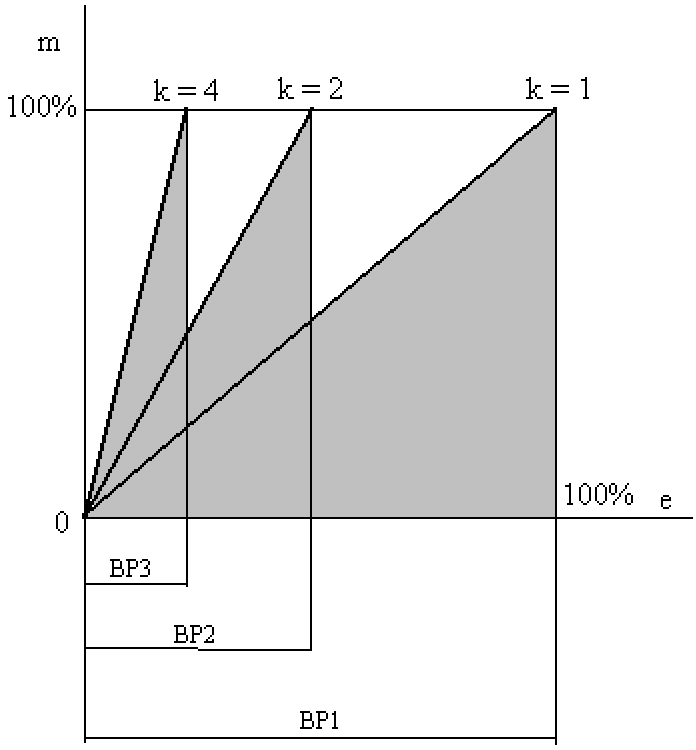
En la excursión ascendente del error la señal de control pasa a estado alto cuando $e > e_1$ y en la excursión descendente de e la señal de control pasa a estado bajo cuando $e < e_0$. Entonces, como dijimos, el intervalo $[e_0, e_1]$ se denomina brecha diferencial.

Representado en el dominio del tiempo se ve así:



Acción Proporcional

En este tipo de control se establece una relación proporcional entre “m” y “e’:
$m(t) = k_p \cdot e(t)$; transformando por Laplace $\Rightarrow$ $M(s) = k_p \cdot E(s)$ (1)
k_p = ganancia proporcional (constante ajustable!).
El controlador proporcional es esencialmente un amplificador con ganancia ajustable, si expresamos los valores de “m” y “e’ en %, se tendrá, para distintos valores de k_p, el siguiente diagrama:



Donde BP1, BP2 y BP3 son las bandas proporcionales correspondientes a las ganancias k_p.
La banda proporcional es la modificación expresada en porcentaje de variación de entrada al controlador e, requerida para producir un cambio del 100% en la salida m.
Digamos entonces que:

$$\boxed{BP = \frac{100}{k_p}}$$

La proporcional es la acción de control lineal más importante.
Como ventajas se pueden mencionar:
• la instantaneidad de aplicación
• la facilidad de comprobar los resultados

Como desventajas:
• la falta de inmunidad al ruido
• la imposibilidad de corregir algunos errores en el régimen permanente.
El aumento de la ganancia proporcional en forma exagerada puede hacer que polos de la transferencia no modelados (que para ganancias bajas no influyen), adquieran importancia y transformen al sistema en inestable.

Acción Integral

En este control la salida m(t) es proporcional a la integral de la entrada e(t), o sea:

$$m(t) = k_I \cdot \int_0^t e(t) \cdot dt \, ; \, k_I = \text{constante ajustable}$$

Transformando por Laplace:

$$m(s) = k_I \cdot \frac{E(s)}{s}$$

asumiendo condiciones iniciales nulas (C.I.N.).

> Nota:vamos a hacer notar que la transformada de la integral es en realidad;
>
> $$\frac{E(s)}{s} + \frac{\left[\int e(t) \cdot dt\right]_{t=0\pm}}{s}$$
>
> y que debido a nuestra suposición el segundo término es nulo; de aquí en adelante se considerarán condiciones iniciales nulas salvo que expresamente se indique lo contrario.

En cualquier control, la acción proporcional es la más importante y se suelen poner las distintas constantes en función de la ganancia proporcional k_P. De esta forma se define a la constante k_I como:

$$k_I = \frac{k_P}{T_I} \qquad ; T_I = \text{tiempo integral}$$

Claro está que un rápido análisis dimensional muestra que $1/T_I$ representa a una frecuencia, la que se denomina frecuencia de reposición ó **reset**, y no es más que la cantidad de veces que se acumula la acción proporcional por la presencia de la acción integral, si el error persiste y es cte.

$$\boxed{\frac{1}{T_I} = \text{Reset}}$$

Finalmente:

$$\boxed{m(s) = k_P \cdot \frac{1}{T_I} \cdot \frac{1}{s} \cdot E(s)} \qquad (2)$$

Acción Derivativa

En este caso, la salida m(t) es proporcional a la primera derivada de e(t).

$$m(t) = k_D \cdot \frac{d\,e(t)}{dt} \quad , \qquad k_D = \text{constante ajustable}$$

Transformando con C.I.N.:

$$m(s) = k_D \cdot s \cdot E(s)$$

Ventajas:
La acción derivativa es anticipativa, es decir adelanta la acción de control frente a la aparición de una tendencia de error (derivada). Esto tiende a estabilizar al sistema, en forma opuesta a lo que ocurre con los retardos en el control que tienden a desestabilizarlo.

Desventajas:
La acción derivativa es prácticamente inaplicable ante la presencia de ruido ya que éste hace que la variable de control tome valores contrapuestos y máximos cuando la pendiente del ruido entra como señal de error.
Es necesario entonces filtrar la señal ruidosa dejando pasar solo las frecuencias de señal que corresponden a la misma y no al ruido.
Los filtros pueden ser:
Pasa Bajos: tienen amplificación en bajas frecuencias y atenúan la salida de las altas frecuencias.
Pasa Altos: actúan en forma inversa.
Pasa banda: combinan los dos filtros anteriores, logrando que sólo frecuencias entre una mínima y una máxima pasen el filtrado.
Existen filtros analógicos y los hay digitales.
Los primeros en general tienen algunas componentes integrales.
Eléctricamente se componen de redes RC cuando sólo se usan elementos pasivos.
Se usan amplificadores operacionales u otros componentes electrónicos que permiten realizar los denominados filtros activos.
En filtrado digital hay gran variedad de algoritmos, y en general usan una cierta cantidad de valores previos al instante de definir la variable de control para calcularla.
Aquí también conviene expresar la constante k_D en términos de la ganancia proporcional k_p como sigue:

$$k_D = k_p \cdot T_D \quad , \qquad T_D = \text{tiempo derivativo ó de adelanto}$$

O sea:

$$\boxed{m(s) = k_p \cdot T_D \cdot s \cdot E(s)} \qquad (3)$$

Como ya se dijo la acción proporcional es la más importante aunque no se utiliza sola; los algoritmos de control son combinaciones de las acciones matemáticamente descriptas en (1), (2) y (3).
En lo que sigue analizaremos tres combinaciones posibles (y que son las más usuales).

Control proporcional e integral (PI)

Combinando adecuadamente las expresiones (1) y (2) (es decir sumándolas), se tiene:

$$m(s) = k_P \cdot E(s) + k_P \cdot \frac{E(s)}{T_I \cdot s}$$

$$m(s) = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right) \cdot E(s)$$

De aquí que la transferencia del controlador Gc será:

$$Gc = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right) = \frac{m(s)}{E(s)}$$

En la expresión de Gc, los parámetros ajustables son k_P y T_I. Este último afecta la acción de control integral mientras que el primero afecta a los dos (proporcional e integral).
Si suponemos que e(t) es una función escalón unitario (señal típica de prueba), podemos ver, en forma cualitativa, cómo responde este control.

La transformada del escalón unitario es:

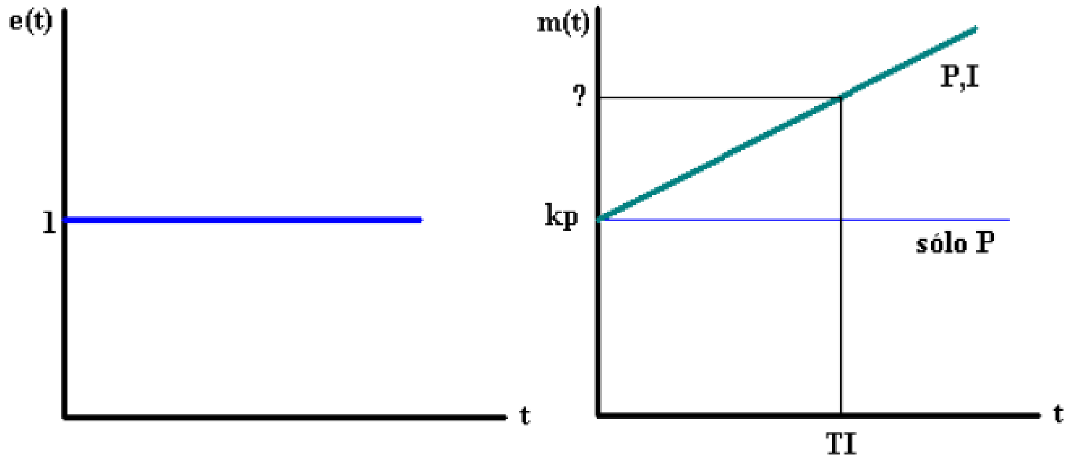
$$E(s) = \frac{1}{s}$$

La salida será:

$$m(s) = E(s) \cdot Gc(s) = \frac{1}{s} \cdot Gc(s)$$

$$m(s) = \frac{1}{s} \cdot k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right)$$

Desarrollando esta expresión se podría antitransformar y así obtener la respuesta m(t). Afortunadamente no es necesario ya que un diagrama cualitativo será suficiente, no obstante es recomendable realizar la antitransformación a modo de ejercicio para ver qué valor toma m(t) cuando t = T_I.



Control proporcional y derivativo (P,D)

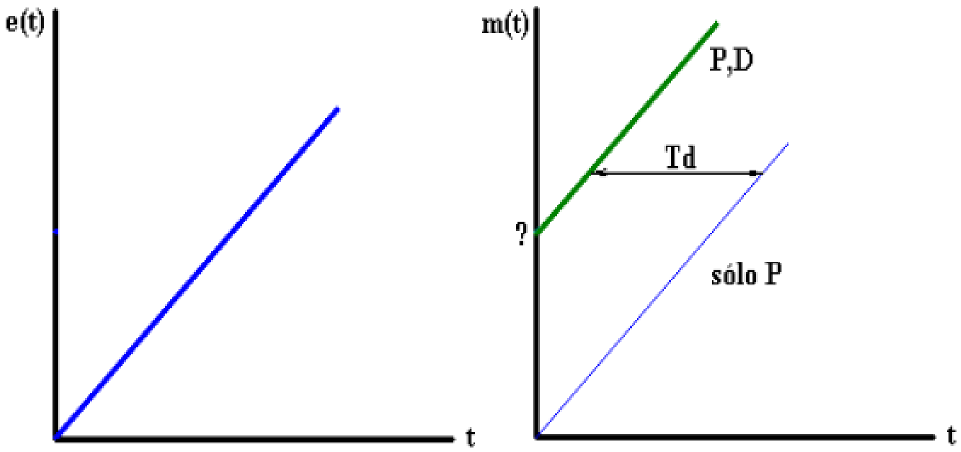
Combinando las expresiones (1) y (3) se tiene:

$$m(s) = k_p \cdot E(s) + k_p \cdot T_D \cdot s \cdot E(s)$$
$$m(s) = k_p \cdot (1 + T_D \cdot s) \cdot E(s)$$

De lo cual la transferencia del controlador es:

$$Gc = k_p \cdot (1 + T_D \cdot s)$$

Siendo k_p y T_D parámetros ajustables.
Si suponemos que e(t) es una función rampa unitaria (señal típica de control) la respuesta de este tipo de control es la siguiente:



Se recomienda a modo de ejercicio, antitransformar m(s) y así obtener la respuesta m(t).
En los gráficos anteriores se ve claramente que T_D (tiempo derivativo) es el lapso en que la acción derivativa se adelanta al efecto de una acción proporcional "pura".
Por ello se dice que este tipo de control posee una característica anticipatoria. Sin embargo aparece una gran desventaja que le es inherente; dado que la respuesta m(t) depende de la primer derivada del error, los ruidos en la señal hacen que e(t) no sea una función suave y por tanto haciendo que m(t) fluctúe considerablemente, saturando al actuador (receptor de la señal m(t)).
Este inconveniente se elimina filtrando la señal e(t) por distintos medios, analógicos, digitales, cualquier medio físico que logre este objetivo.

Control proporcional – integral – derivativo, (P,I,D)

Ahora, como es de suponer, combinaremos las expresiones (1), (2) y (3).

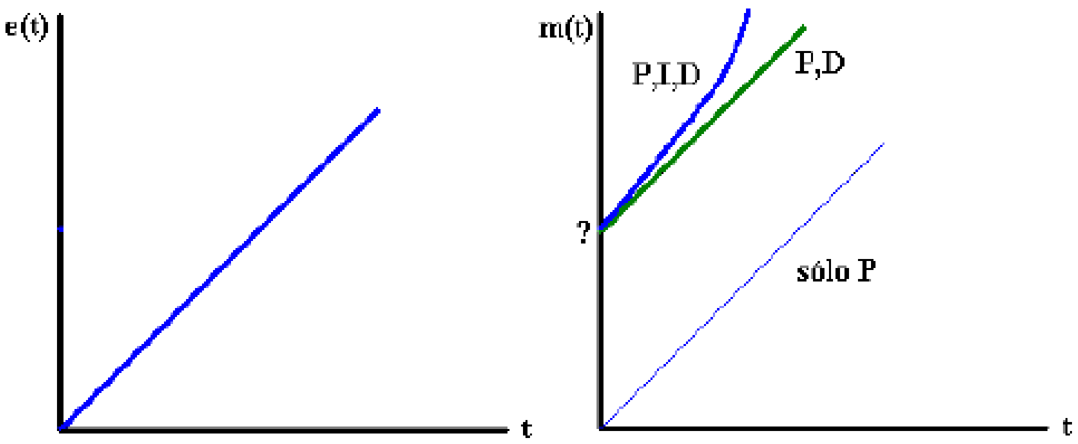
$$m(s) = k_P \cdot E(s) + k_P \cdot \frac{E(s)}{T_I \cdot s} + k_P \cdot T_D \cdot s \cdot E(s)$$

$$m(s) = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s\right) \cdot E(s)$$

de lo cual:

$$Gc = k_P \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s\right)$$

Con k_P, T_I, T_D, constantes ajustables.
Evidentemente todo lo dicho anteriormente sobre los controles P, I, y D sigue valiendo. Más adelante haremos algunas consideraciones sobre los efectos de las acciones integral y derivativa en el comportamiento del sistema.
Ahora analizaremos la respuesta del controlador P.I.D. cuando la señal e(t) es una rampa unitaria (es recomendable antitransformar m(s) para hallar m(t)).



Efecto de la acción de control integral

Ante una entrada escalón, el control P presenta un corrimiento en la respuesta m(t); claro está que la diferencia entre la señal que ingresa al controlador e(t) y la que sale m(t) determina un error, que en este caso se mantiene en el tiempo, debido a lo cual se lo denomina error estacionario.
Recordamos que en la acción de control P, la respuesta es proporcional a la entrada e(t), de modo que si ésta se estabiliza, m(t) también lo hará de manera proporcional.
En el control integral, en cambio, la respuesta m(t) es proporcional a la integral de e(t), por consiguiente la señal m(t) no se estabilizará mientras la integral de e(t) no sea nula.
Así el control integral elimina el corrimiento u offset que no puede corregir el control proporcional. En otras palabras elimina el error estacionario.
No todo es virtud para este tipo de control, ya que puede llevar una respuesta a ser oscilatoria (tiende a desestabilizar) lo que no es deseable. Como acotación obsérvese que los factores 1/s presentes en cualquier transferencia se los denomina ¨integradores¨ pues como sabemos dividir por s en el dominio transformado implica integrar.

Efecto de la acción de control derivativa

En este tipo de control, la señal respuesta es proporcional a la derivada primera de e(t), por lo que apenas e(t) varíe su valor, la derivada de e(t) lo demostrará y con mayor valor cuanto más violenta sea la variación, confiriéndole al controlador características de anticipar la acción de control, lo que se interpreta como velocidad de reacción.
Efectivamente, el control derivativo puede efectuar correcciones antes que la magnitud del error e(t) sea significativa, ya que actúa en forma proporcional a la "**velocidad de variación de e(t)**".
Como se comprenderá, si la derivada de e(t) es nula, no hay acción alguna por parte de este control, lo que implica que no tendrá ningún efecto sobre el error estacionario constante. También aumenta la amortiguación sobre las oscilaciones del sistema (tiende a estabilizar) permitiendo usar ganancias k_p más elevadas.

Acciones básicas usadas en Control de Procesos

En los sistemas de control de procesos que tenían controladores neumáticos, los que actualmente están siendo reemplazados por sistemas electrónicos, se recomendaba la siguiente especificación de acciones básicas de control.

Sistema a Controlar	**Acciones Básicas a Aplicar**
Control de presión de líquidos	P+I
Control de presión de gases	P
Control de Caudal	P+I
Control de Temperatura	P+I+D
Control de Nivel	P
Control de Presión de Vapores	P+I+D

Implementación práctica de controladores, basada en amplificadores operacionales

Se utilizará el amplificador operacional LM741 por su bajo costo y facilidad de consecución en el mercado local. La figura 1 muestra el diagrama de conexionado de este integrado.

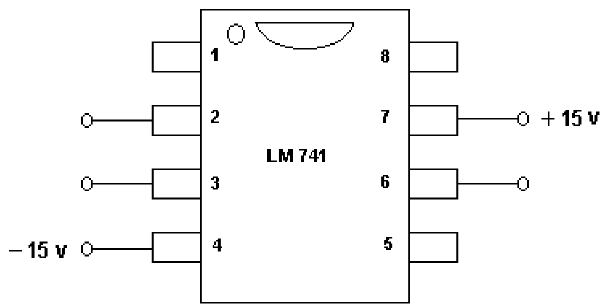


Figura 1. Amplificador Operacional LM 741

Circuito comparador

El circuito comparador, se puede construir con el amplificador operacional LM741 conectado como muestra la figura 2, en la cual se puede apreciar que la tensión de salida (Terminal 6) es igual a la diferencia de las tensiones de entradas (aplicadas a los terminales 3 y 2), que en nuestro caso serán la referencia “r”, y la salida del sistema “y”.

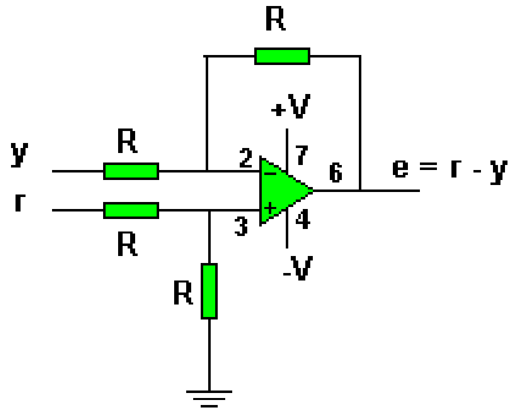


Figura 2. Amplificador LM741 conectado como comparador

Amplificador (control proporcional)

El circuito mostrado en la figura 3 muestra el LM741 conectado como amplificador inversor.

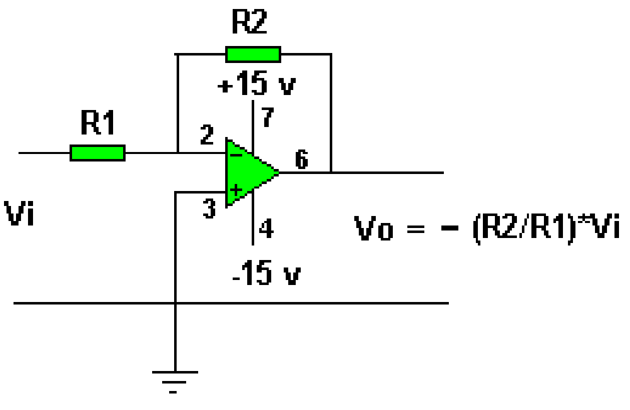


Figura 3. El LM741 como amplificador inversor

Se puede apreciar que la tensión de salida Vo, es igual a la de entrada Vi, amplificada R2/R1 veces, pero con polaridad inversa. Para corregir la polaridad, se debe emplear otro amplificador inversor en cascada con ganancia igual a 1, es decir, con R2 = R1, como muestra la figura 4.

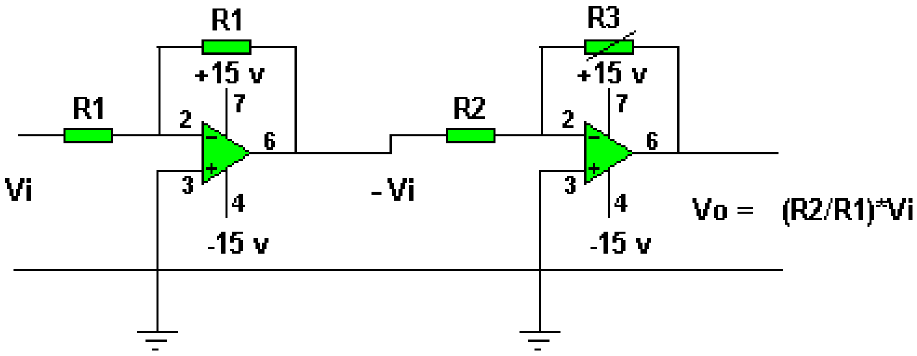


Figura 4. Controlador proporcional análogo con amplificadores LM741

Amplificador de potencia

El controlador proporcional análogo, basado en amplificadores operacionales, genera una tensión proporcional al error "e", en la relación:

$$u \approx (Kp)e \approx \frac{R3}{R2}e$$

donde la ganancia del controlador es:

$$Kp \approx \frac{R3}{R2}$$

Esta señal de control generada "u", será una señal de tensión que puede variar entre –V y +V, dependiendo de la magnitud y polaridad del error. Sin embargo, esta señal no tendrá la potencia necesaria para mover, por ejemplo, a un motor de c.c., por lo que se hace necesario colocar un amplificador de potencia, que en nuestro caso se implementará con dos transistores PNP y NPN. Vale la pena aclarar también que la salida de tensión del amplificador operacional no podrá ser mayor que la de la fuente que los alimenta.
La figura 5 muestra el circuito amplificador de potencia conectado a la salida del conjunto de amplificadores operacionales, y se detalla la numeración de los terminales de los integrados y transistores. Los transistores empleados son el C2073 y el A1011 (o equivalentes), cuya numeración de terminales se muestra en la figura 6.

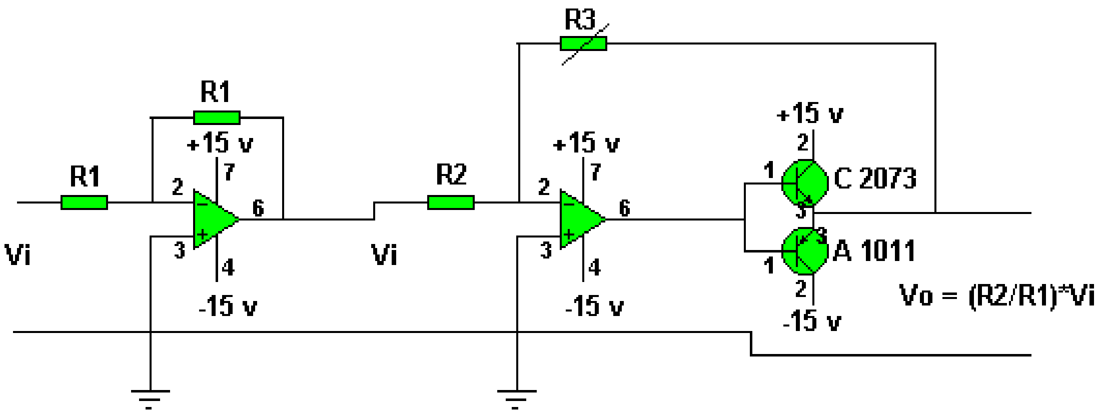


Figura 5. Controlador proporcional análogo completo

La salida de tensión del amplificador será, en realidad, ligeramente inferior a (R3/R2)*Vi, debido a las características de funcionamiento de los transistores en su región activa.

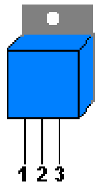


Figura 6. Numeración de terminales de los transistores C2073 y A1011

Ejemplo de un sistema de control proporcional para regular la posición angular de un motor c.c.

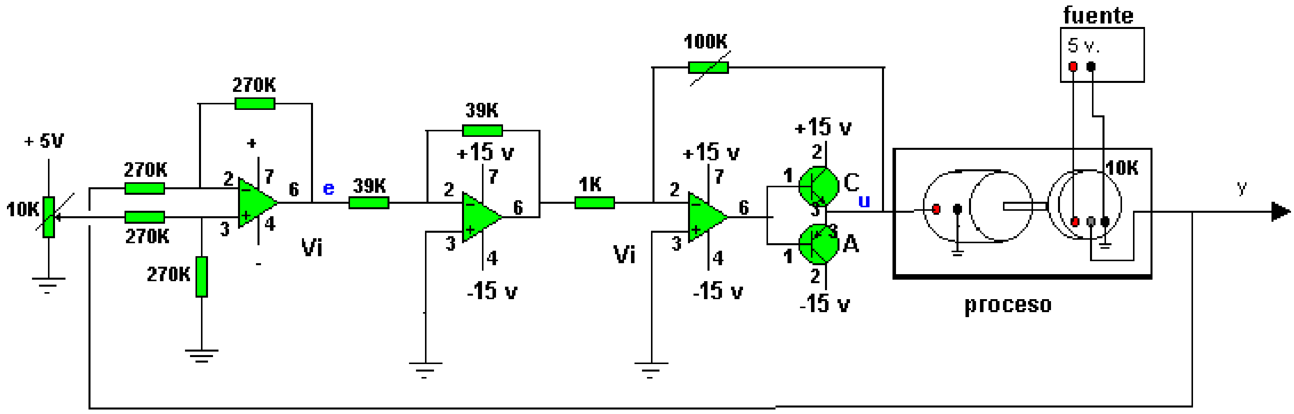


Figura 7. Control proporcional análogo para regular sistema de posición

Si se desea implementar un controlador PID, se deben adicionar los controles integral y derivativo mostrados en las figuras 8 y 9 respectivamente. Estos circuitos deben conectarse entre el terminal marcado como "e" y el terminal derecho de la resistencia de 1 KΩ.

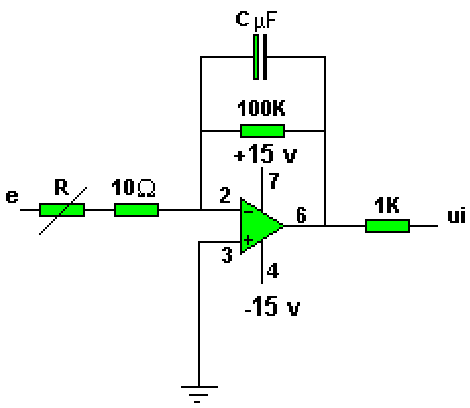


Figura 8. Control integral

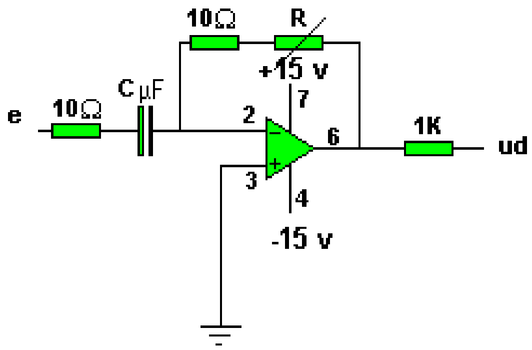


Figura 9. Control derivativo

Los valores de R y C para el control integral y el control derivativo dependerán de los parámetros Ti y Td necesarios. Para ambos casos, estas constantes de tiempo valen aproximadamente Ti = Td = R.C.

Este controlador PID análogo construido con amplificadores operacionales, resistencias y transistores no sólo es aplicable al sistema de posición tratado en este documento sino a cualquier sistema cuyos valores de entrada y salida se encuentren dentro de las magnitudes de tensión y corriente "nominales" del controlador. Es decir, se puede aplicar a cualquier sistema cuya variable de salida sea sensada por un elemento que transmita una señal de entre 0 y 5 voltios (señal muy común en los procesos industriales o fácilmente transformable desde una señal de 4 a 20 mA) y cuyo actuador trabaje con tensiones entre –12 y +12 voltios de c.c. y 4 amperios.

Métodos de Ziegler y Nichols para sintonizar controladores

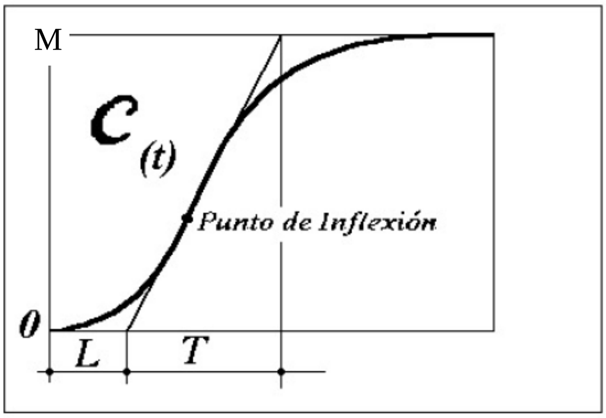
Las reglas desarrolladas por estos autores, sirven para ajustar lazos de control en forma conveniente cuando no se conocen las transferencias de las plantas a controlar.
Existen otras reglas de sintonización de lazos derivadas o variantes de las que describiremos a continuación.
Estas reglas tienden a limitar el máximo sobre-impulso en un 25%.

Método de Lazo Abierto

Se utiliza para plantas de respuesta al escalón de tipo sobre amortiguada y se pueden también aproximar por un primer orden con un retardo de transporte que tiene una expresión como la siguiente:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{K\, e^{-Ls}}{\tau\, s + 1}$$

Se abre el lazo, si se tiene una estación mono - lazo de control, se pone en manual.
Se da ganancia proporcional 1 y se eliminan las acciones de control integral y derivativa.
En esas condiciones se aplica un escalón a la entrada de la planta.
Se obtendrá una respuesta tal como la de la figura siguiente. Se miden L y T.
En esas condiciones se seleccionan la ganancia proporcional, el tiempo integral y el tiempo derivativo según la tabla abajo indicada.



Siendo: L= atraso ó tiempo muerto
T=tiempo de reacción con máximo gradiente (M/T)

Tabla con los valores recomendados según este método

Tipo de Controlador	Kp	Ti	T_D
P	**T/L**	∞	**0**
P + I	**0,9. T/L**	**L/0,3**	**0**
P + I +D	**1,2. T/L**	**2L**	**0,5L**

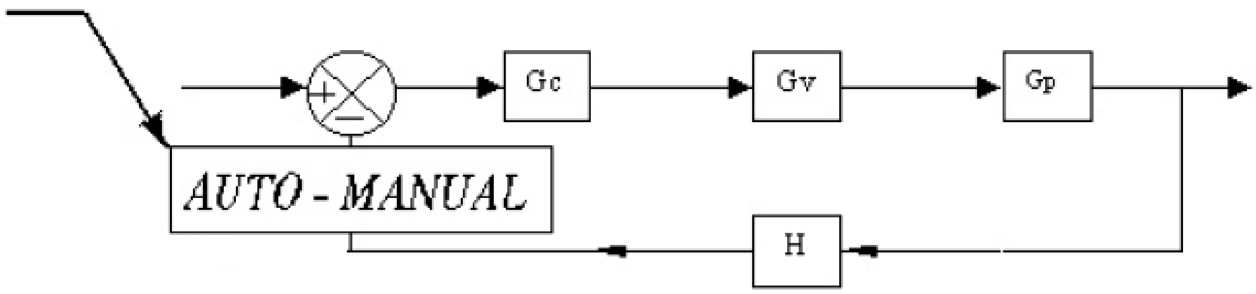
Segundo Método de Ziegler Nichols o de lazo cerrado

En este caso, el lazo se mantiene realimentado, lo que significa en una estación de controlador monolazo poner dicha estación en automático.
Se ajusta el lazo para que no tenga acción integral (Ti = ∞) ni acción derivativa ($T_D = 0$) y se incrementa la ganancia proporcional Kp hasta que la salida comience a tener una oscilación sostenida, si esto no ocurre el método no es aplicable.
En la oscilación obtenida, se tiene en cuenta el período denominado Período Crítico (Pcr) y la Ganancia que lo provocó la denominaremos Ganancia Crítica (Kcr).

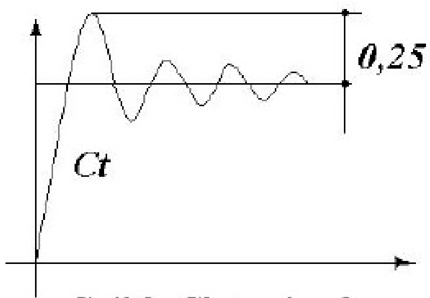
Tabla con los valores recomendados según este método

Tipo de Controlador	Kp	Ti	T_D
P	**0,5 Kcr**	∞	**0**
P + I	**0,45 Kcr**	**6.Pcr/5**	**0**
P + I +D	**0,6 Kcr**	**0,5 Pcr**	**0,125 Pcr**

Esta rama del diagrama se abre al colocar el controlador en manual



Estos métodos generan una salida con un sobre-impulso menor a 0,25:



Salida Sintonizada