

TEORÍA DE CONTROL

CONTROLADOR PID

Historia del controlador PID.



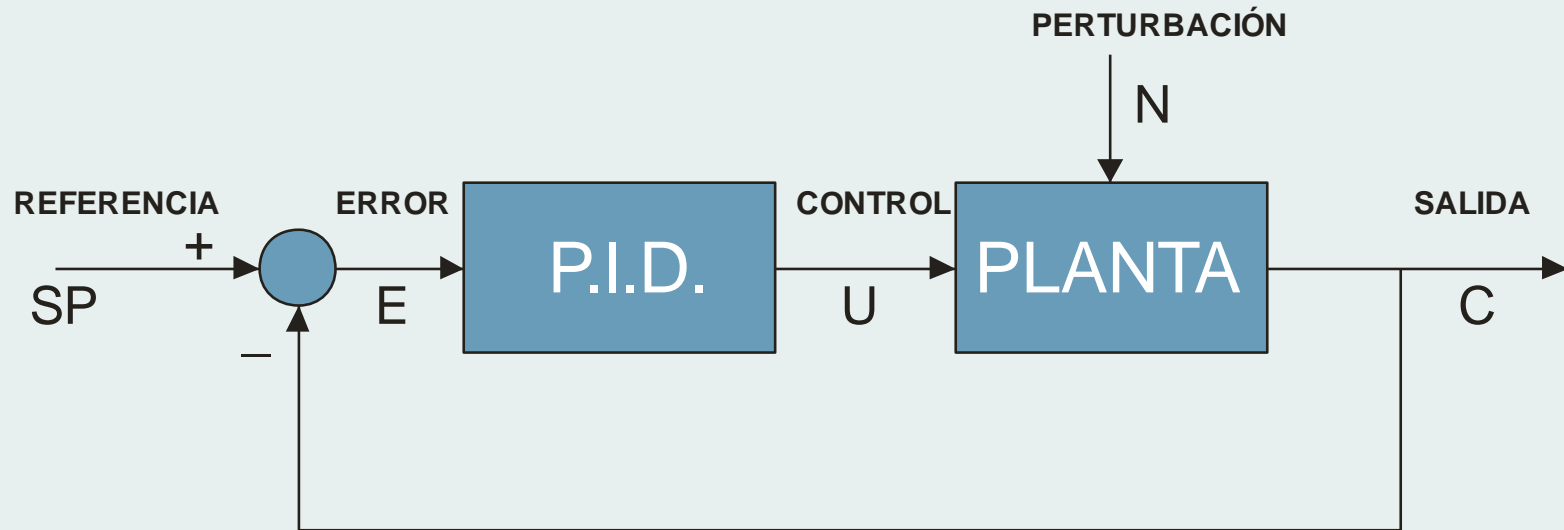
Nicolás Minorsky

1922 Nicolás Minorsky había analizado las propiedades de los controladores tipo PID en su publicación “Estabilidad direccional de cuerpos dirigidos automáticamente”. Dicho trabajo, que constituye una de las primeras discusiones sobre Teoría de Control, describe el uso de los controladores de tres términos para el gobierno de la dirección de un buque: el “New Mexico”. Así pues, **los controladores tipo PID nacieron para el gobierno automático de buques y puede decirse que fueron descubiertos por el científico Nicolás Minorsky.**

1936 Sin embargo, la idea de un controlador de tres términos de propósito general con una acción de control variable no fue introducido hasta finales de la década de 1930. Concretamente se dice que fue la Taylor Instrument Company la que introdujo el primer controlador de este tipo, primero en 1936 con una constante derivativa fijada en fábrica y luego por fin, en 1939, con una acción derivativa variable.



Esquema básico de control PID.



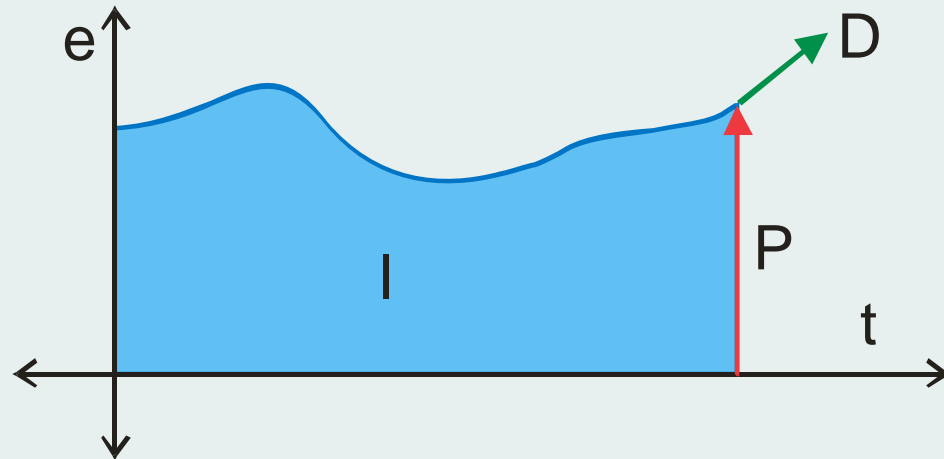
- Es la extensión natural del controlador ON-OFF.
- Es suficiente para muchos problemas de control.
- Más del 95% de los lazos de control utilizan el PID.
- Ha sobrevivido a los cambios tecnológicos.



Esquema básico de control PID.

El control PID combina tres acciones:

- Proporcional (P)
- Integral (I)
- Derivativa (D)



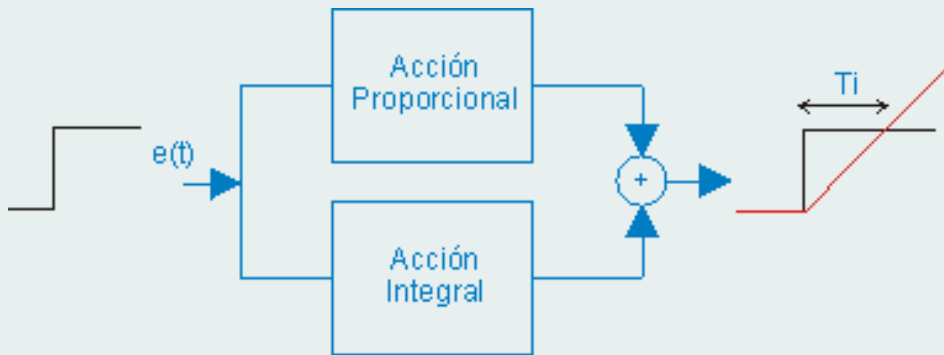
Controlador PID. Continuo.

$$u(t) = \underbrace{K_p e(t)}_P + \underbrace{K_i \int e(t) dt}_I + \underbrace{K_d \frac{de(t)}{dt}}_D$$

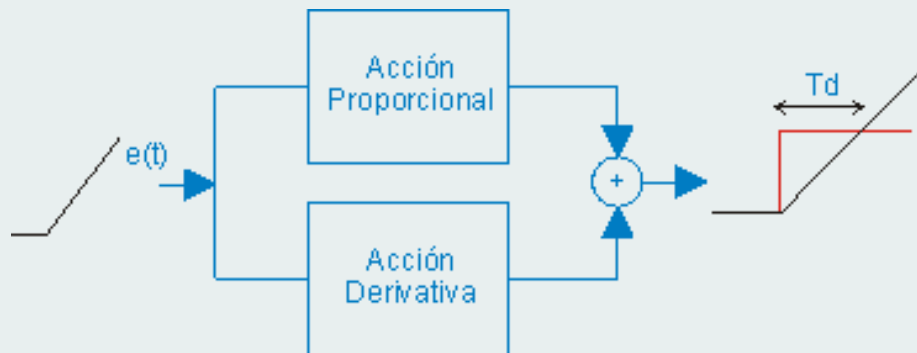


Controlador PID. Continuo.

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad \begin{cases} K_i = \frac{K_p}{T_i} \\ K_d = K_p T_d \end{cases}$$



Constante de tiempo de integración : T_i
Tiempo requerido para que la acción integral iguale el valor de la acción proporcional

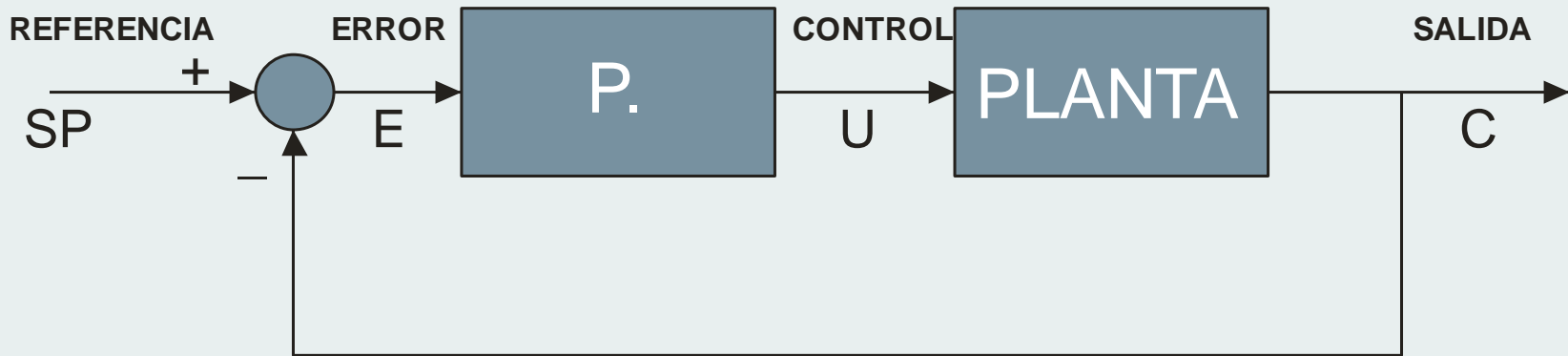


Constante de tiempo de derivación : T_d
Tiempo requerido para que la acción derivativa iguale el valor de la acción proporcional

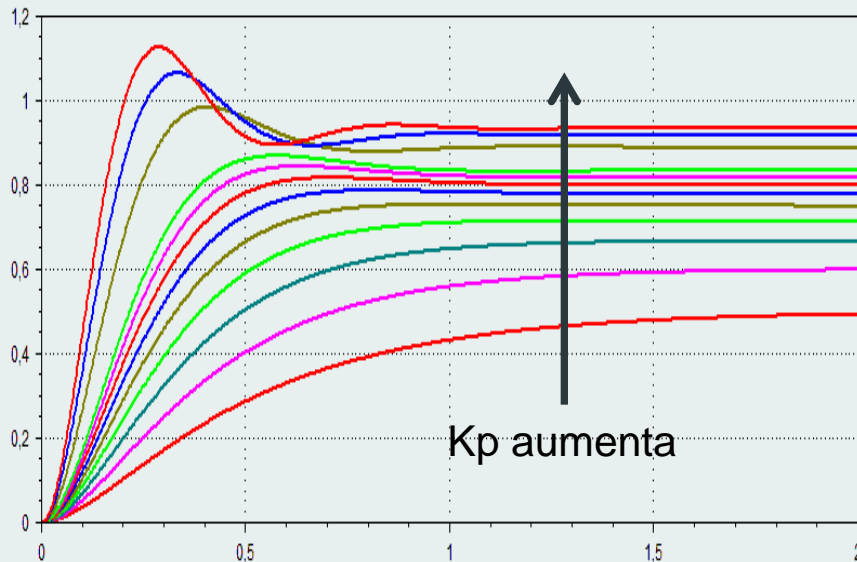


CONTROLADOR PID

Controlador P.



Respuesta a una entrada escalón unitario

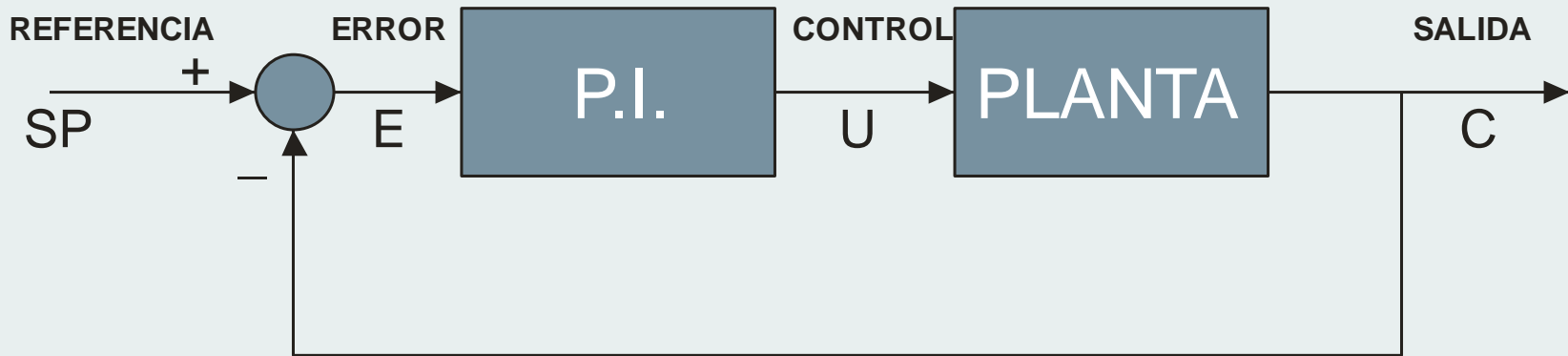


- El error en régimen permanente disminuye
- La velocidad de respuesta aumenta
- El sobrepico aumenta

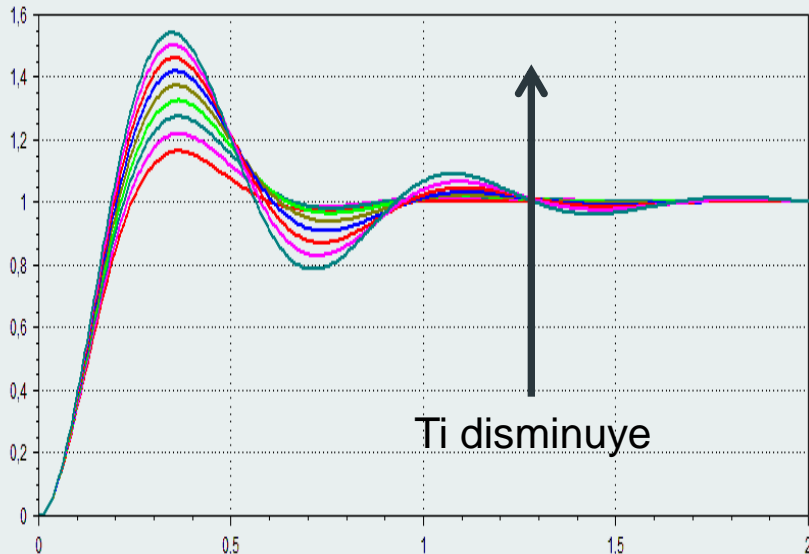


CONTROLADOR PID

Controlador P.I.



Respuesta a una entrada escalón unitario

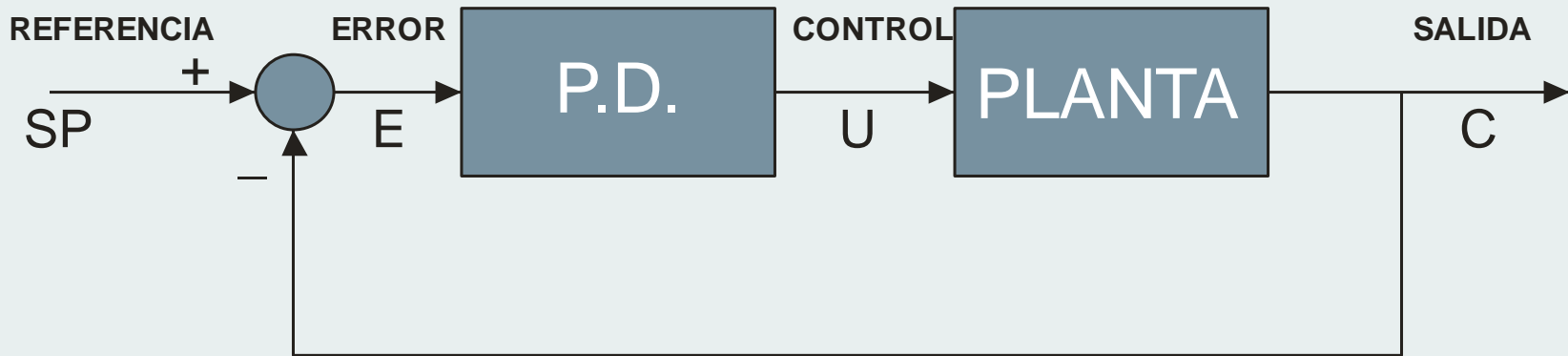


- El error en régimen permanente se elimina
- La estabilidad empeora
- El sobrepico aumenta

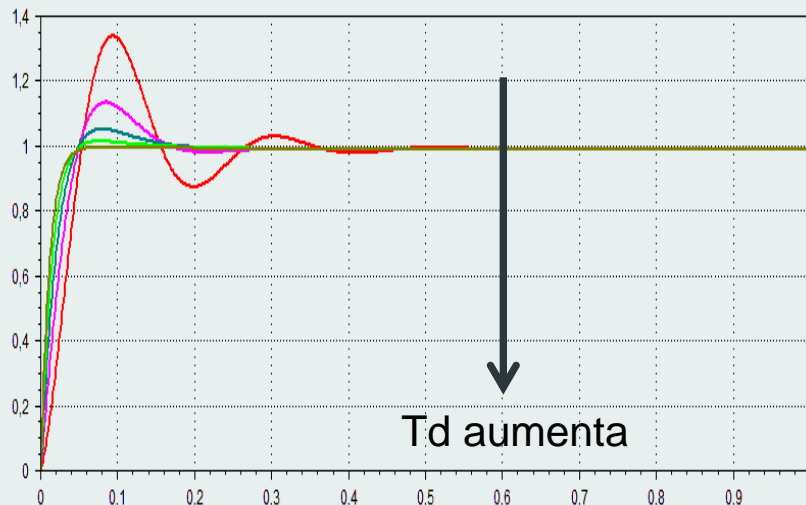


CONTROLADOR PID

Controlador P.D.



Respuesta a una entrada escalón unitario



- La estabilidad mejora
- El sobrepico disminuye
- La velocidad de respuesta aumenta



METODOS CLÁSICOS DE AJUSTE ZIEGLER-NICHOLS

Ziegler y Nichols propusieron una serie de reglas para sintonizar controladores PID en base a una respuesta experimental y sin presuponer ningún conocimiento de la planta a controlar.

Existen dos métodos de Ziegler-Nichols

- Ziegler-Nichols a lazo abierto.
- Ziegler-Nichols a lazo cerrado.

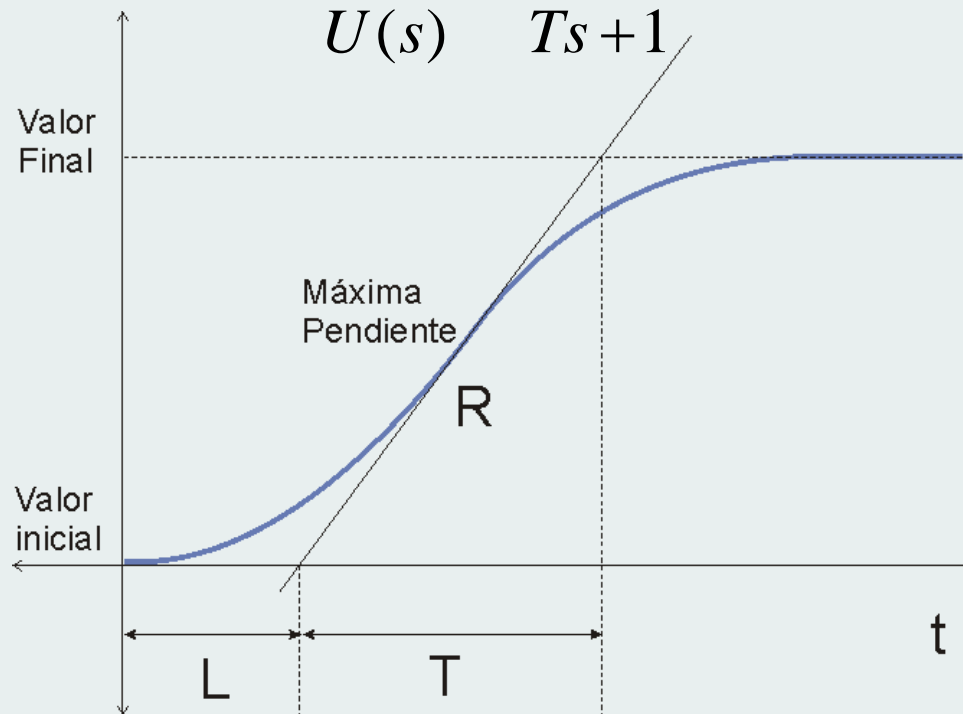
En ambos métodos Ziegler-Nichols, el objetivo es conseguir que el valor del Máximo sobreimpulso sea menor del 25% para una entrada en escalón. Esta condición puede no ser cumplida en plantas complejas, pero **siempre asegura estabilidad a lazo cerrado.**



ZIEGLER-NICHOLS a lazo abierto

Se obtiene experimentalmente la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario y si la respuesta no tiene oscilaciones y además posee un retardo tal que se forma una “ese”, puede obtenerse los parámetros del controlador PID utilizando el primer método. La planta se puede aproximar a una transferencia del tipo:

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-T_d s}}{Ts + 1}$$



CONTROLADOR PID

ZIEGLER-NICHOLS a lazo abierto

Con L y R , se obtienen los parámetros del controlador PID utilizando la tabla 1.

TIPO DE CONTROLADOR	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{R \cdot L}$		
PI	$\frac{0,9}{R \cdot L}$	$3L$	
PID	$\frac{1,2}{R \cdot L}$	$2L$	$0,5L$

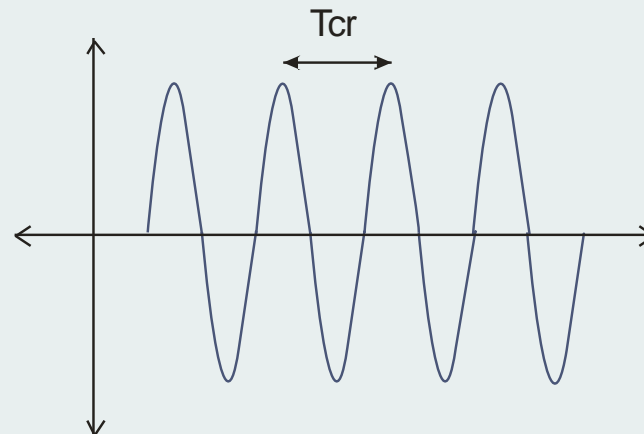
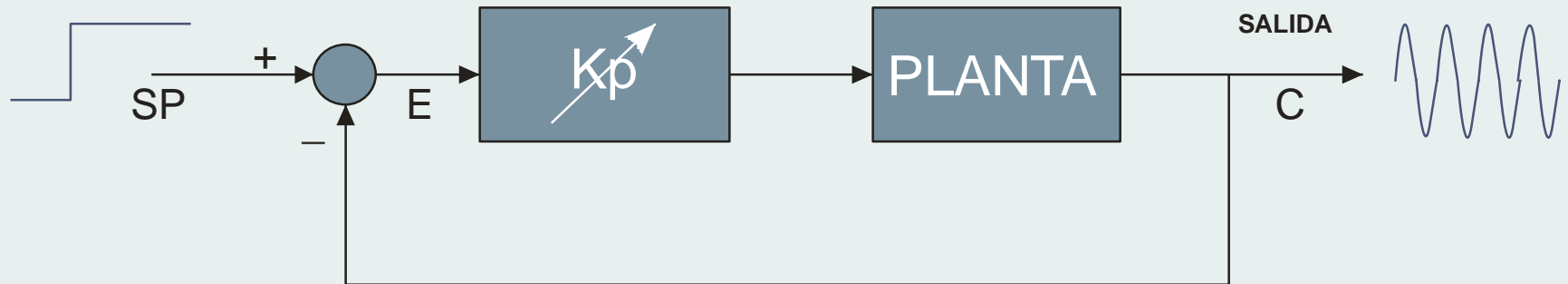
Tabla 1. Valores de sintonización, Lazo Abierto



CONTROLADOR PID

ZIEGLER-NICHOLS a lazo cerrado

Se utiliza para sistemas que pueden tener oscilaciones sostenidas. Primero se eliminan los efectos de la parte integral y derivativa. Después, utilizando solo la ganancia K_p , se busca que el sistema tenga oscilaciones sostenidas. El valor de ganancia con que se logre esto se llama ganancia crítica K_{cr} , que corresponde a un periodo crítico T_{cr} .



CONTROLADOR PID

ZIEGLER-NICHOLS a lazo cerrado

Con K_{cr} y T_{cr} , se obtienen los parámetros del controlador PID utilizando la tabla 2.

TIPO DE CONTROLADOR	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_{cr}$		
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{T_{cr}}{1,2}$	
PID	$0,6K_{cr}$	$\frac{T_{cr}}{2}$	$\frac{T_{cr}}{8}$

Tabla 2. Valores de sintonización, Lazo Cerrado



CONTROLADOR PID

Controlador PID discreto.

Los controladores PID discretos tienen dos formas principales:

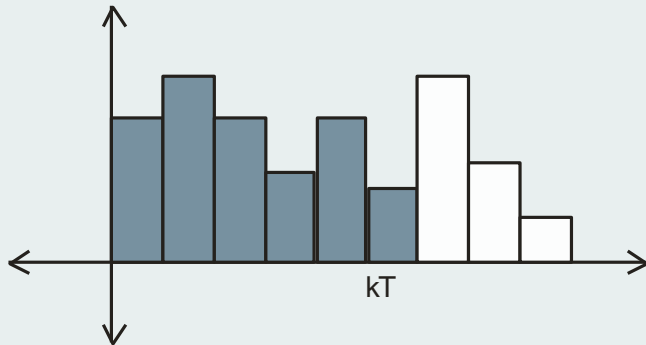
- Forma de Posición
- Forma de Velocidad

Considerando la expresión de la derivada discreta:

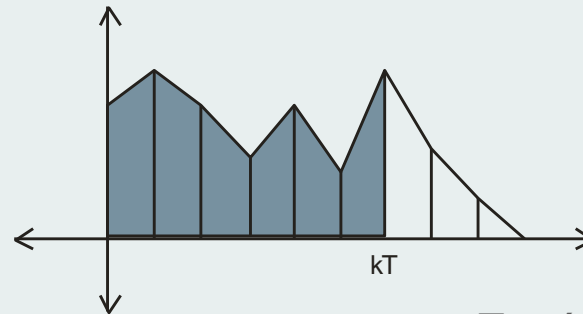
$$D(k) = \frac{e(k) - e(k-1)}{T_s}$$

Y la expresión de la integral por rectángulos y trapecios:

$$I(k) = \sum_{i=0}^k e(i)T_s$$



$$I(k) = \sum_{i=0}^k \frac{e(i) + e(i-1)}{2} T_s$$



Controlador PID discreto.

La forma de posición se puede escribir de la forma:

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{I(k)}{T_i} + D(k)T_d \right]$$

La expresión para la integración por rectángulos resulta:

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{T_s}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) + \frac{T_d}{T_s} (e(k) - e(k-1)) \right]$$

El algoritmo de posición requiere el chequeo de la sumatoria correspondiente al modo integral para evitar lo que se conoce como desborde (wind up) del nodo integral.

En el algoritmo de posición se requiere el conocimiento de la posición inicial del actuador.

El algoritmo de posición mantiene el significado intuitivo de los parámetros K_p , T_i y T_d semejante al de los reguladores PID analógicos, conocidos tradicionalmente en la industria.



Controlador PID discreto.

La forma de velocidad se obtiene calculando $u(k)-u(k-1)$:

$$u(k) - u(k-1) = K_p \left[e(k) - e(k-1) + \frac{I(k) - I(k-1)}{T_i} + (D(k) - D(k-1))T_d \right]$$

$$u(k) - u(k-1) = K_p \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T_s}{T_i} e(k) + \frac{T_d}{T_s} (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \right]$$

$$u(k) = u(k-1) + \left[K_p + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right] e(k) - \left[K_p + 2\frac{T_d}{T_s} \right] e(k-1) + \frac{T_d}{T_s} e(k-2)$$

El algoritmo de velocidad trabaja con la segunda derivada del error, lo cual es inconveniente en presencia de ruido. No requiere control de saturación de la integral.



Controlador PID discreto.

Otra forma de representar el controlador PID es a través de su transformada Z

$$I(k) = \sum_{i=0}^k e(i)T_s = \sum_{i=0}^{k-1} e(i)T_s + e(k)T_s = I(k-1) + e(k)T_s$$

$$I(z) = z^{-1}I(z) + E(z)T_s \rightarrow I(z) = \frac{E(z)T_s}{(1-z^{-1})}$$

$$D(k) = \frac{e(k) - e(k-1)}{T_s}$$

$$D(z) = \frac{E(z)(1-z^{-1})}{T_s}$$

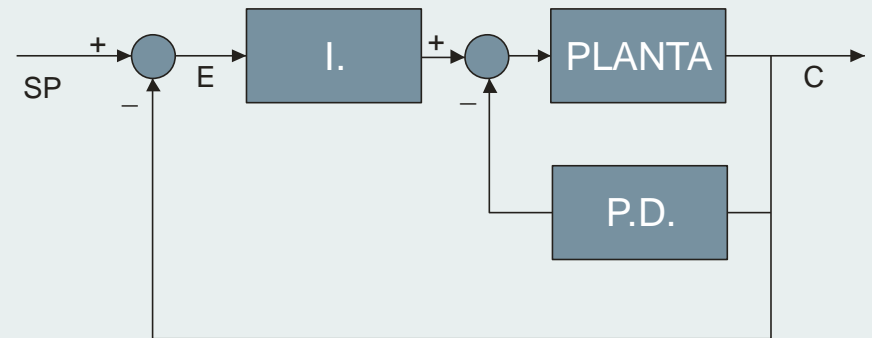
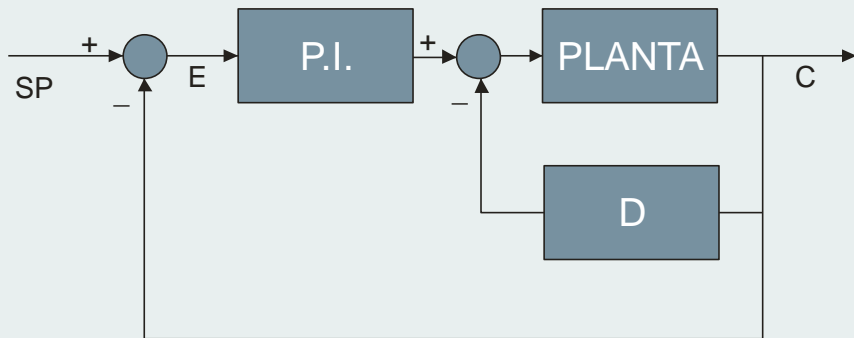
$$U(z) = K_p \left[1 + \frac{T_s}{T_i} \frac{1}{(1-z^{-1})} + \frac{T_d}{T_s} (1-z^{-1}) \right] E(z)$$



CONTROLADOR PID

Implementación de PID

En algunos casos cambios en la referencia en forma de escalón provoca una variación en el error de las mismas características. En esos casos puede ocurrir que el término derivativo determine valores de salida del controlador de gran amplitud. Para evitar este inconveniente se suele conectar el término derivativo directamente a la salida con lo cual se evita este problema. Lo mismo puede suceder con el término proporcional.



Ejemplo de PID

La planta a controlar está compuesta de una tolva que vierte material sobre una cinta transportadora. La cantidad de material se regula mediante un dosificador a tornillo proporcional. El peso es medido sobre la cinta con una celda de carga ubicada a una distancia determinada de la tolva.

La velocidad de la cinta es, aproximadamente, constante. Por ello, existe un retardo, supuesto constante, en la medición de variaciones del peso debido a cambios en el dosificador de la tolva.

Considerando los distintos elementos del conjunto y haciendo algunas aproximaciones se concluye que un modelo de la planta de cuarto orden más el retardo en la salida medida, representa bastante bien al sistema.

El retardo de tiempo calculado para una cierta velocidad de la cinta es 14.6 seg.

$$G(s) = \frac{0.01(s + 0.35)}{(s + 0.01)(s + 0.025)(s + 0.4)(s + 5)} e^{-14.6s}$$

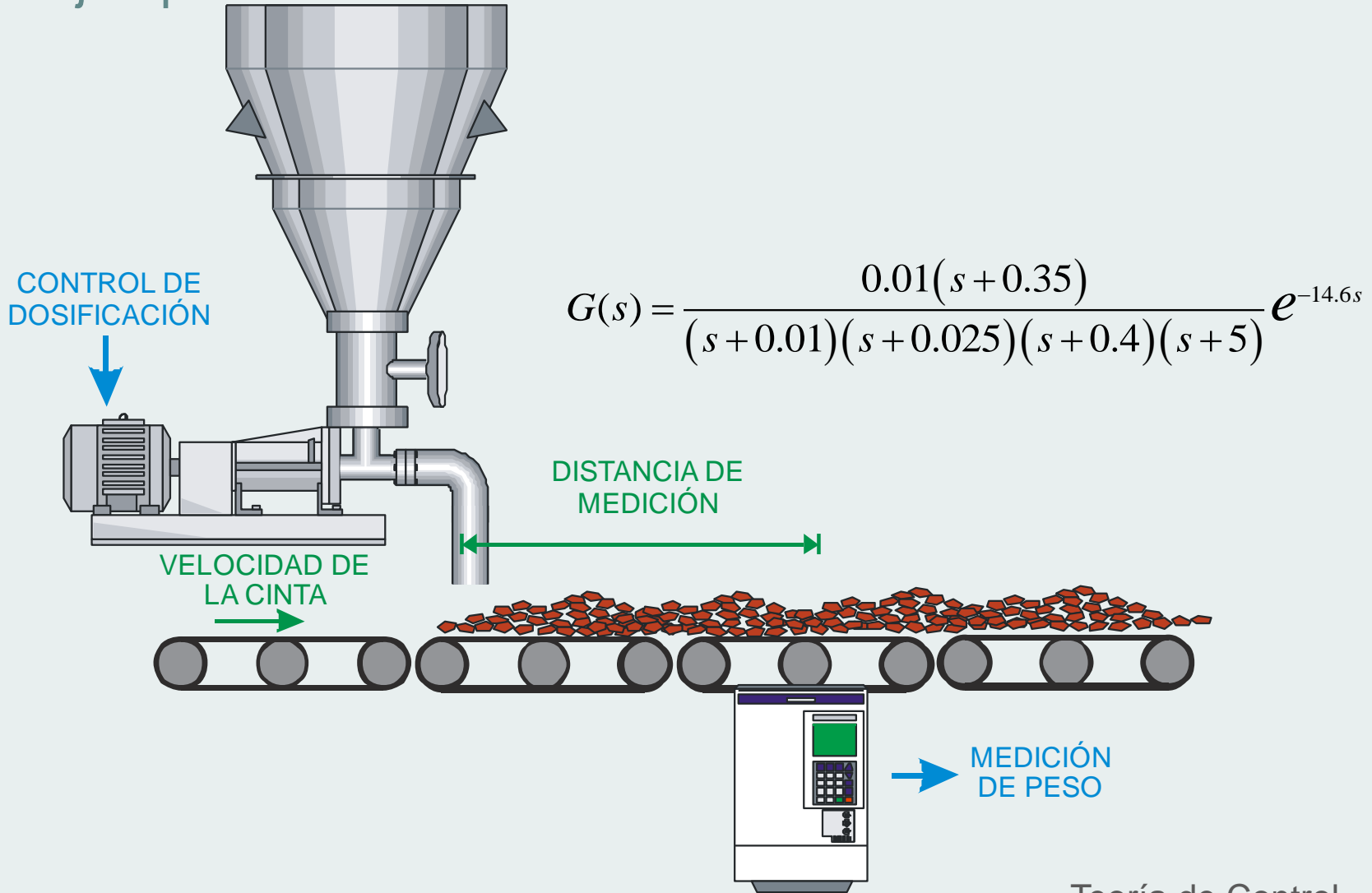
Se supone que se quiere controlar el sistema con un PID clásico el cual provee una tensión para abrir o cerrar la válvula de la tolva en función del peso leído por la celda.

El controlador se va a sintetizar en un PLC que toma una muestra cada un segundo.



CONTROLADOR PID

Ejemplo de PID



Ejemplo de PID

La transferencia discreta de la planta, sin retardo, es:

$$G_p(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = \frac{0.00066361(z + 1.718)(z - 0.7047)(z + 0.05726)}{(z - 0.99)(z - 0.9753)(z - 0.6703)(z - 0.006738)}$$

Para un retardo de 14.6 seg se considera desde el punto de vista discreto $N = T_d/T_s = 15$. Por lo tanto la transferencia total queda:

$$G_t(z) = \left[\frac{1}{z^{15}} \right] \left[\frac{0.00066361(z + 1.718)(z - 0.7047)(z + 0.05726)}{(z - 0.99)(z - 0.9753)(z - 0.6703)(z - 0.006738)} \right]$$



TEORÍA DE CONTROL

PREDICTOR DE SMITH

Introducción

Uno de los principales problemas de los controladores clásicos, como es el PID, es su comportamiento frente a plantas con un retardo considerable. Este retardo se puede deber a una distancia física entre el proceso y el lugar de medición de la variable, una demora en los actuadores o cualquier otra causa.

En general, la forma de solucionar este efecto por los métodos tradicionales, es reducir la ganancia del controlador y aumentar el tiempo de integración, lo que generalmente da lugar a respuestas lentas.

¿Será posible diseñar un regulador de modo tal que la planta con retardo tenga el mismo comportamiento que si no lo tuviera?.

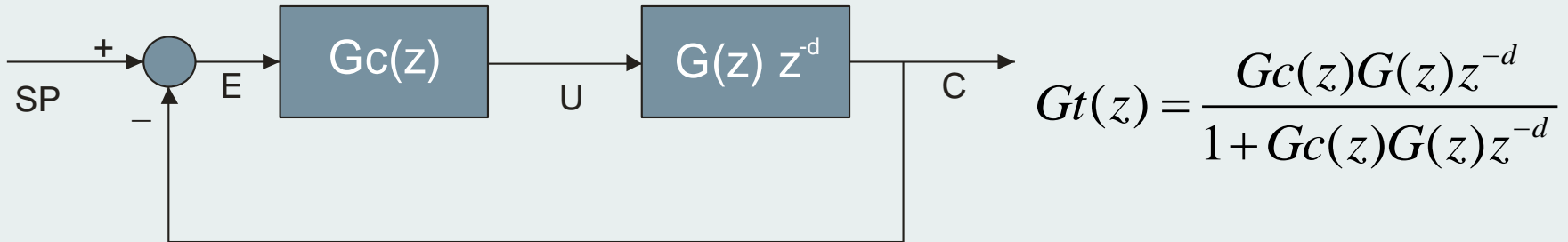
La idea está basada en que, al conocer el retardo, es posible saber qué es lo que sucederá luego del mismo, es decir podemos *predecir* el comportamiento del proceso.

El método lleva el nombre del primero en plantearlo, el Predictor de Smith.

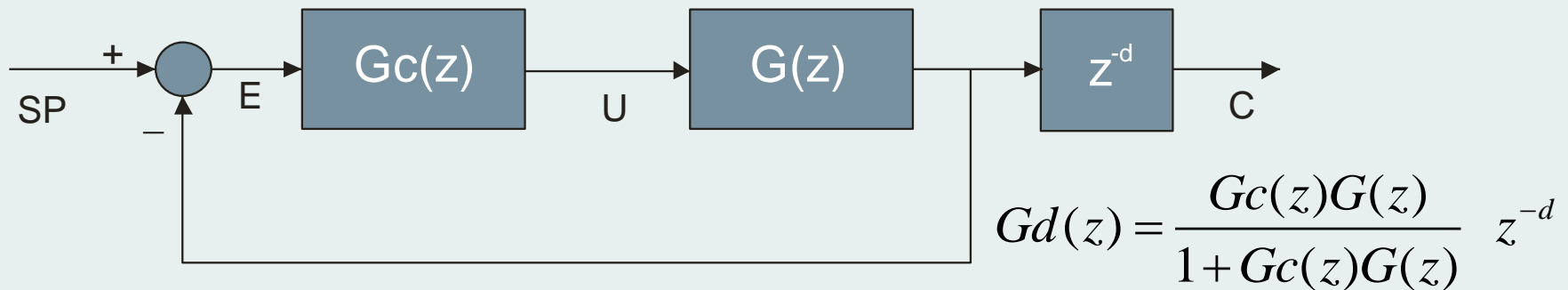


PREDICTOR DE SMITH

Dado el sistema de lazo cerrado, se diseña el controlador $G_c(z)$ teniendo en cuenta el retardo.



Sin embargo si el retardo se deja fuera del lazo de control, las características del controlador son más relajadas. Se desea encontrar la forma de que se produzca la siguiente condición:



De esta forma se podría diseñar el controlador sin tener en cuenta el retardo.

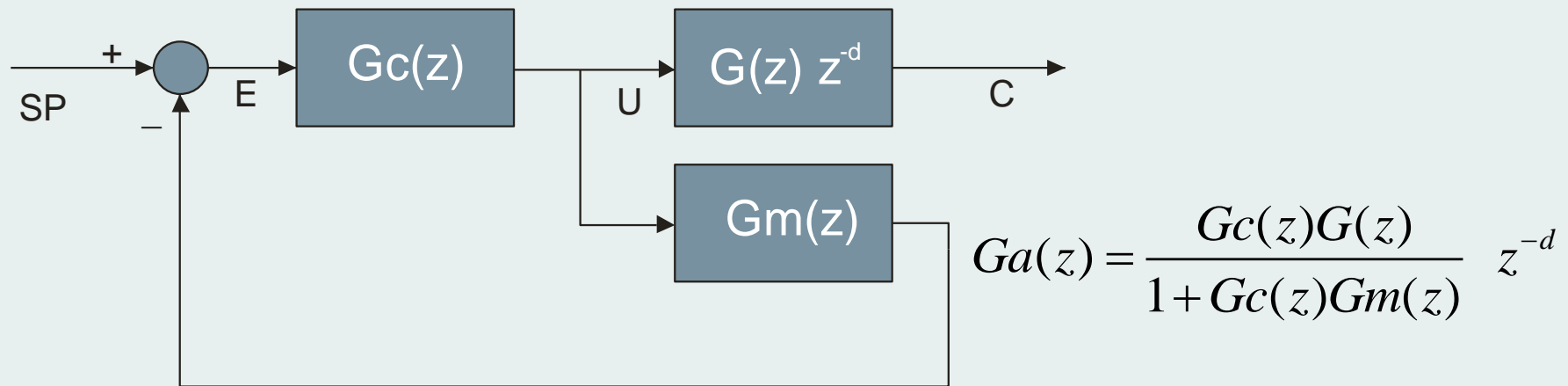


PREDICTOR DE SMITH

Suponiendo que la planta fue modelada con la suficiente exactitud en cuanto a las singularidades y el retardo.

$$\text{Modelo} = Gm(z) z^{-m}$$

Una forma de llegar a la transferencia deseada es la siguiente:

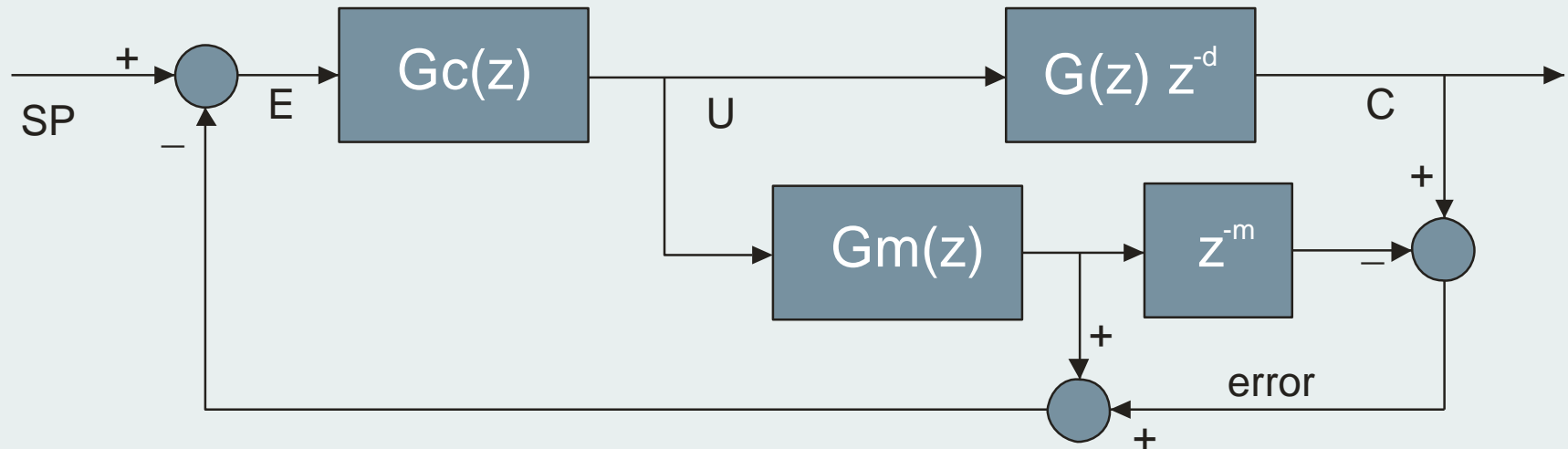


La transferencia $G_a(z)$ cumple con la forma deseada pero el sistema evoluciona a lazo abierto, por lo tanto no es capaz de rechazar perturbaciones.



PREDICTOR DE SMITH

Para compensar las perturbaciones se realimenta el error de predicción.



$$G_e(z) = \frac{G_c(z)G(z)}{1 + G_c(z)G(z)z^{-d} + G_c(z)G_m(z) - G_c(z)G_m(z)z^{-m}} z^{-d}$$

En la medida que se cumpla

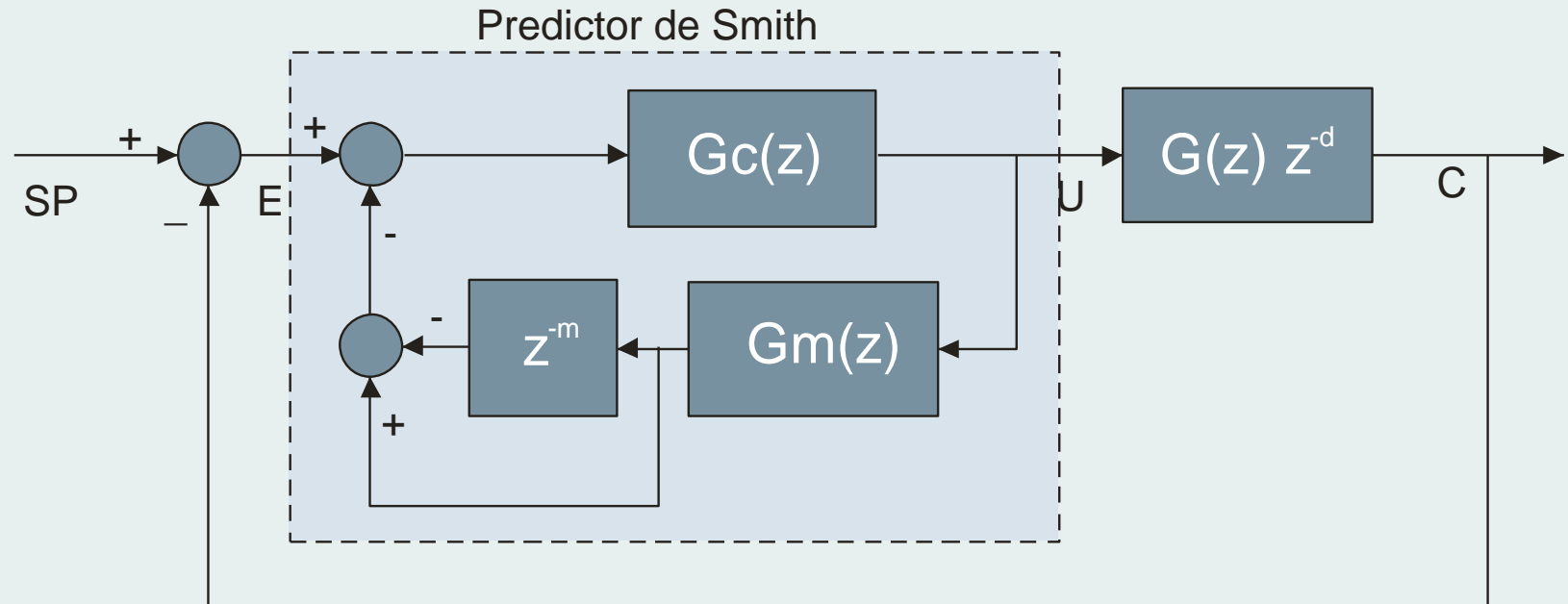
$$G(z)z^{-d} = G_m(z)z^{-m}$$

La transferencia $G_e(z)$ se aproxima a la transferencia deseada.



PREDICTOR DE SMITH

El diagrama en bloques se puede reagrupar dando como resultado .



$$G_c^*(z) = \frac{G_c(z)}{1 + G_c(z)G_m(z)(1 - z^{-m})}$$



FIN

