

# MÁQUINAS ELÉCTRICAS

---

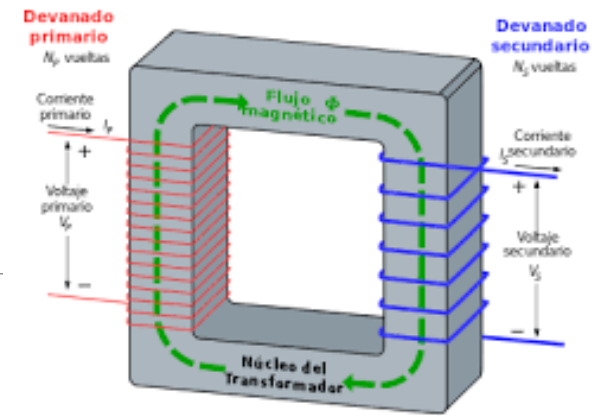
T.U.M.I. 2020

CRISTALDO JAVIER



# Transformador

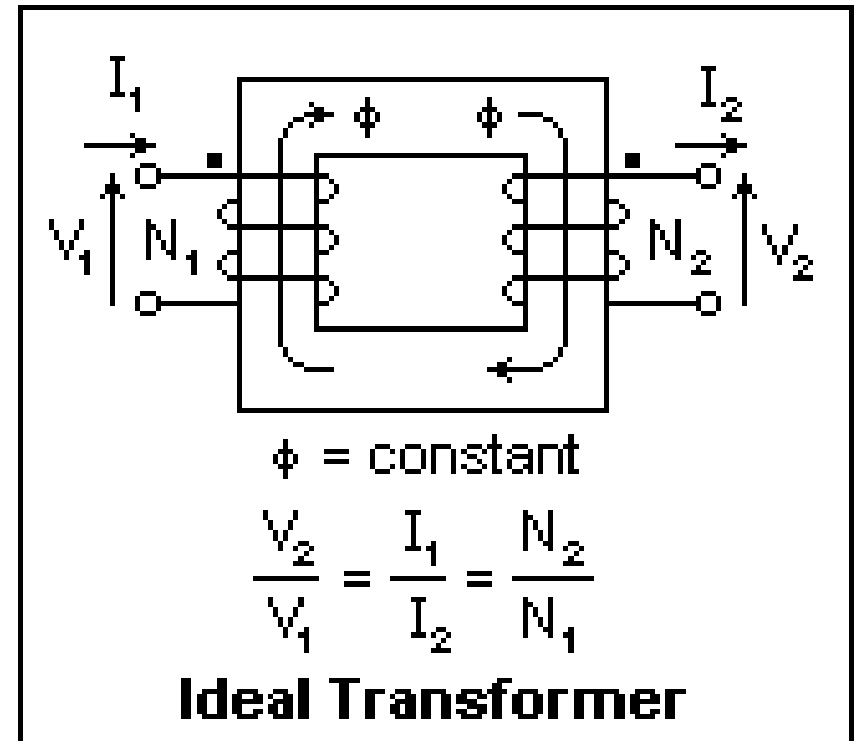
Es un aparato estático de inducción, exclusivamente para corriente alterna, destinado a transformar un sistema primario de corriente alterna en otro secundario de tensión e intensidad generalmente diferente.



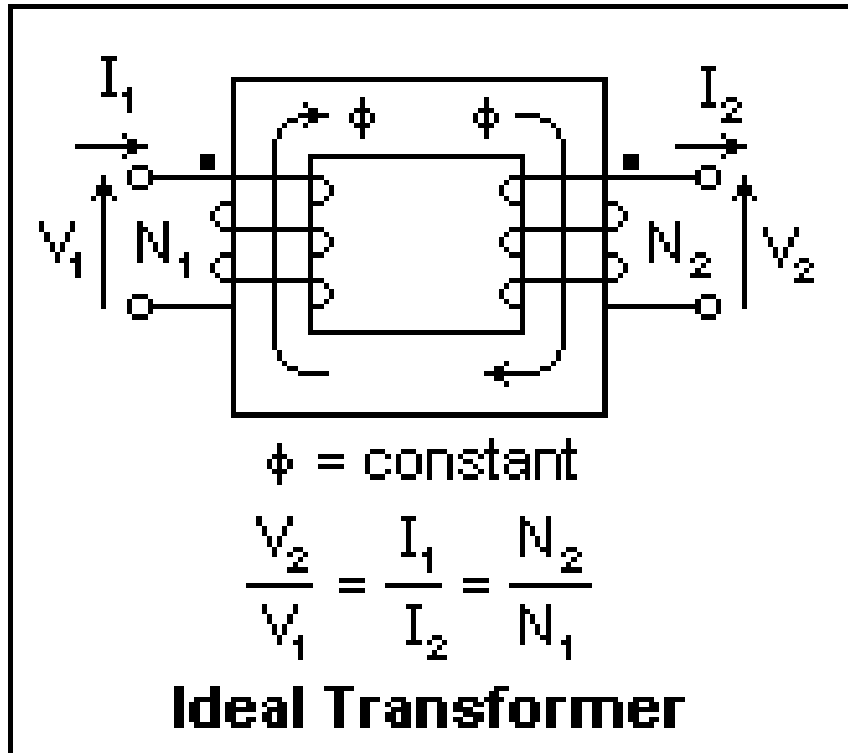
# Transformador: Relaciones fundamentales

**Comenzamos con el estudio del transformador ideal, llamando así a la maquina que cumpla con las siguientes condiciones:**

- 1- Arrollamientos de resistencia nula
- 2- Núcleo magnético sin perdidas
- 3- Dispersión nula en ambos bobinados
- 4- Reactancia nula
- 5- Ningún fenómeno de capacidad



# Transformador Ideal



Una  $I_0$  (intensidad de corriente) origina un flujo  $\phi$ : (minúscula instantáneo)

*acción = reacción*

$$v_1 = -e_1$$

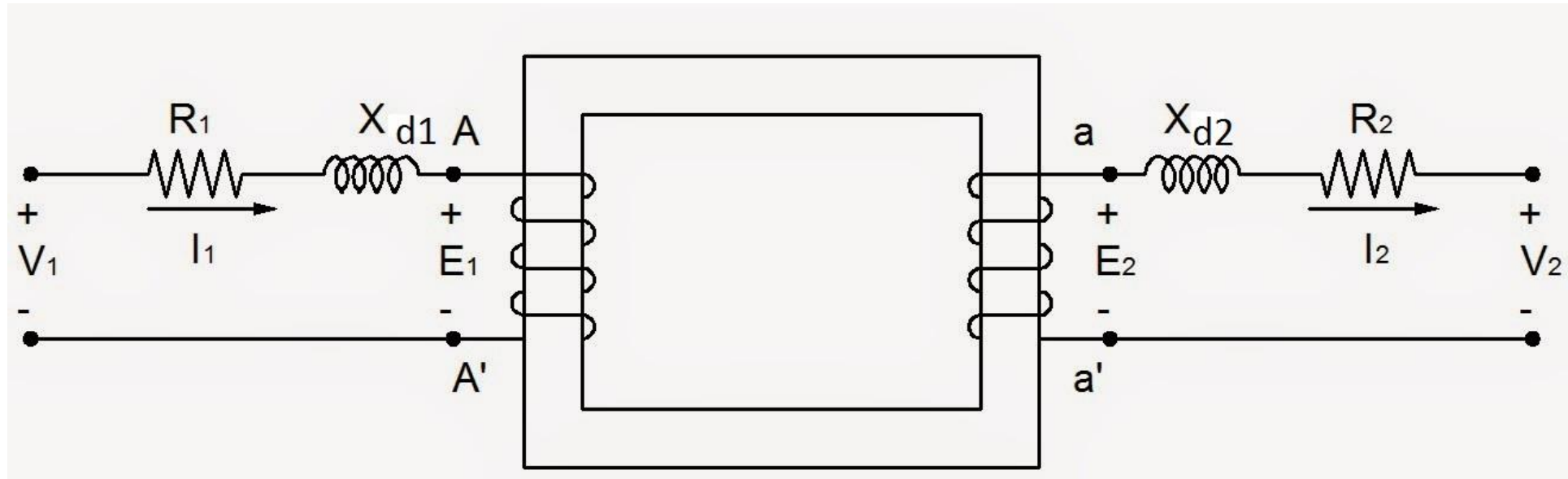
*acción = reacción*

$$e_2 = u_2$$

Mayúscula eficaz:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = K$$

# Circuito real transformador



## Circuito equivalente

Se inicia reduciendo ambos de devanados al mismo número de espiras. Generalmente se reduce el secundario al primario.

Quiere decir que se sustituye el transformador original por otro, que tiene el mismo primario con  $N_1$  espiras y un nuevo secundario con un número de espiras  $N'_2$  igual a  $N_1$

# Reducción del secundario al primario

## F.e.m.s. y tensiones:

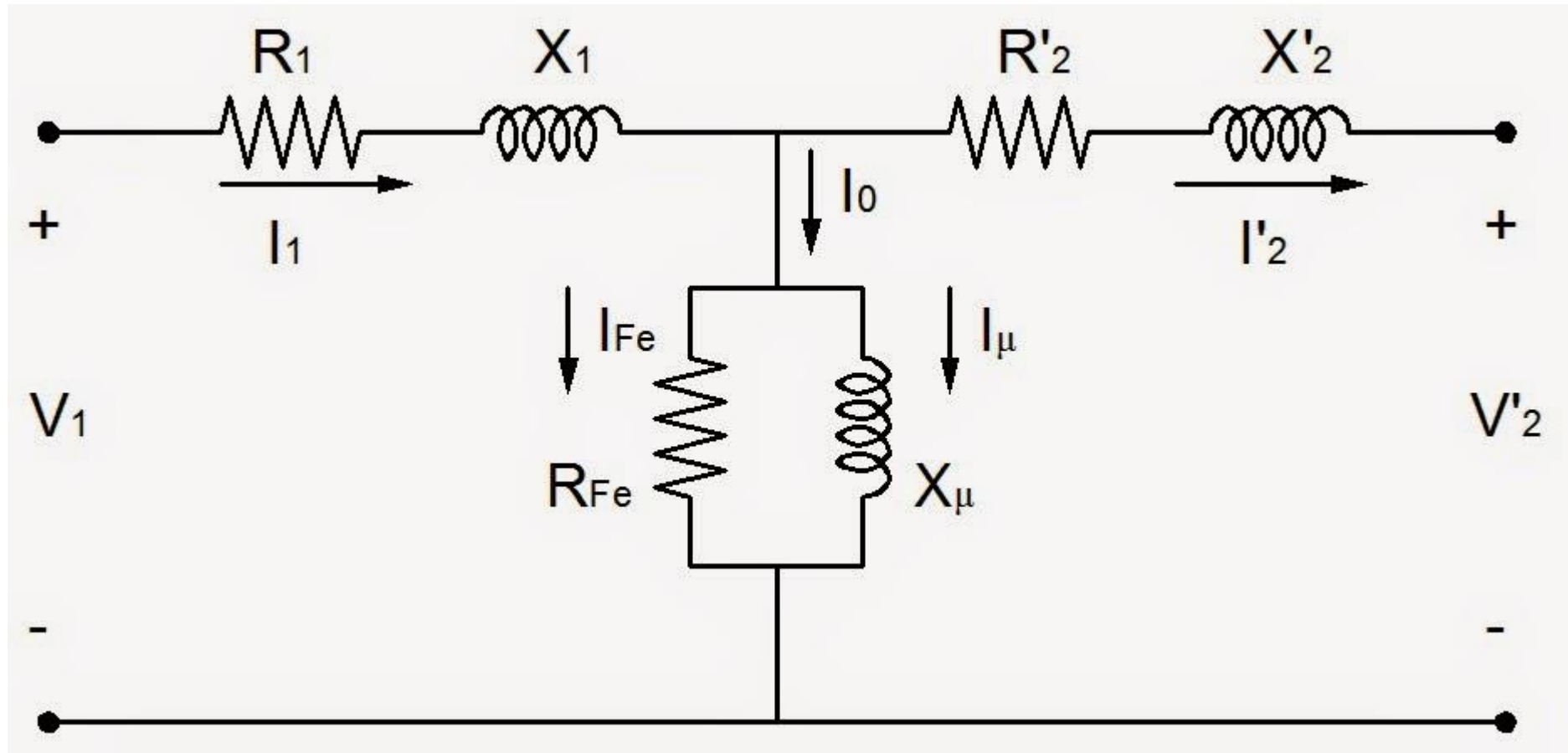
*En el transformador real se cumple que :*

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m$$

El transformador equivalente:

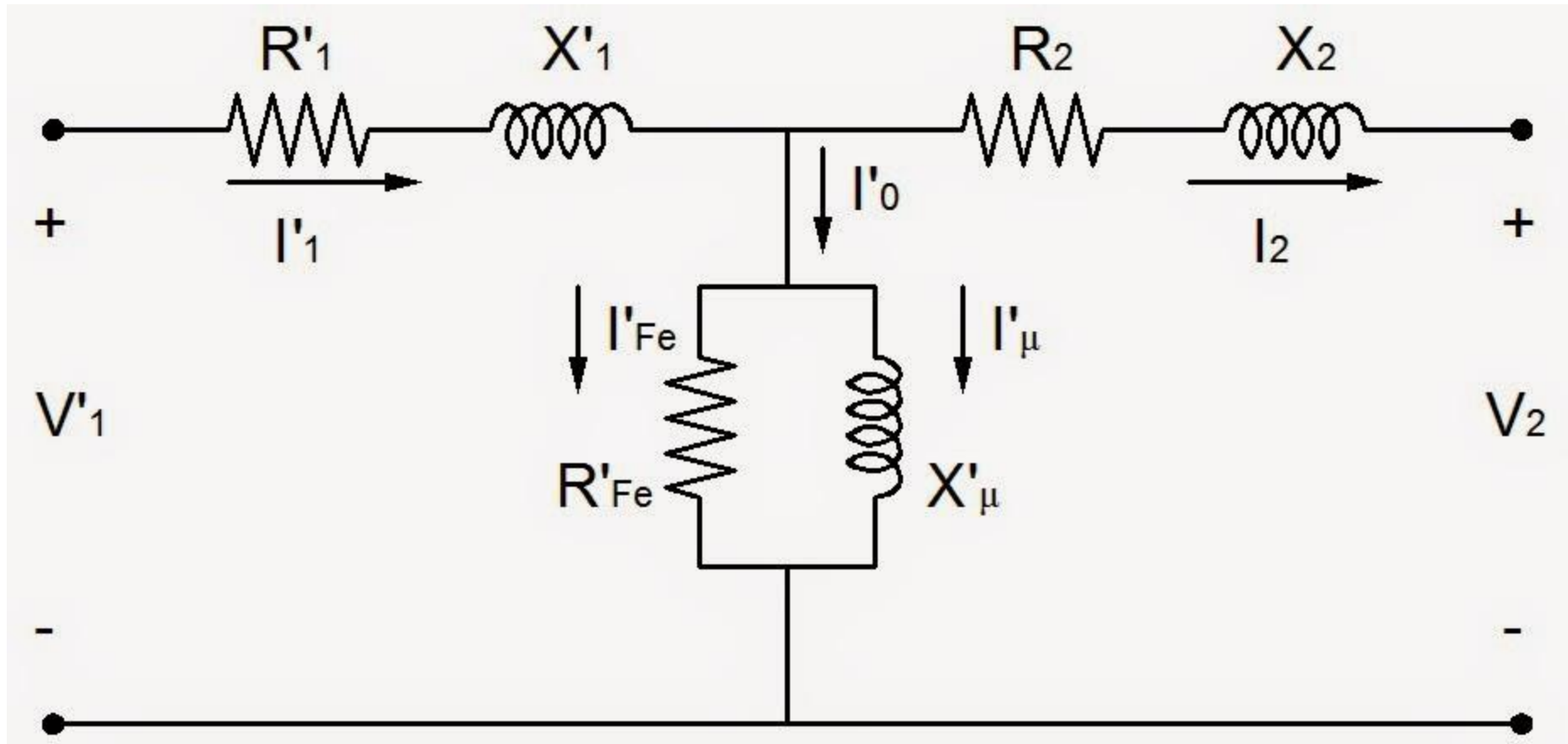
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = 1 \quad \Rightarrow E'_2 = E_1 = m \cdot E_2$$

# Circuito equivalente reducido al primario

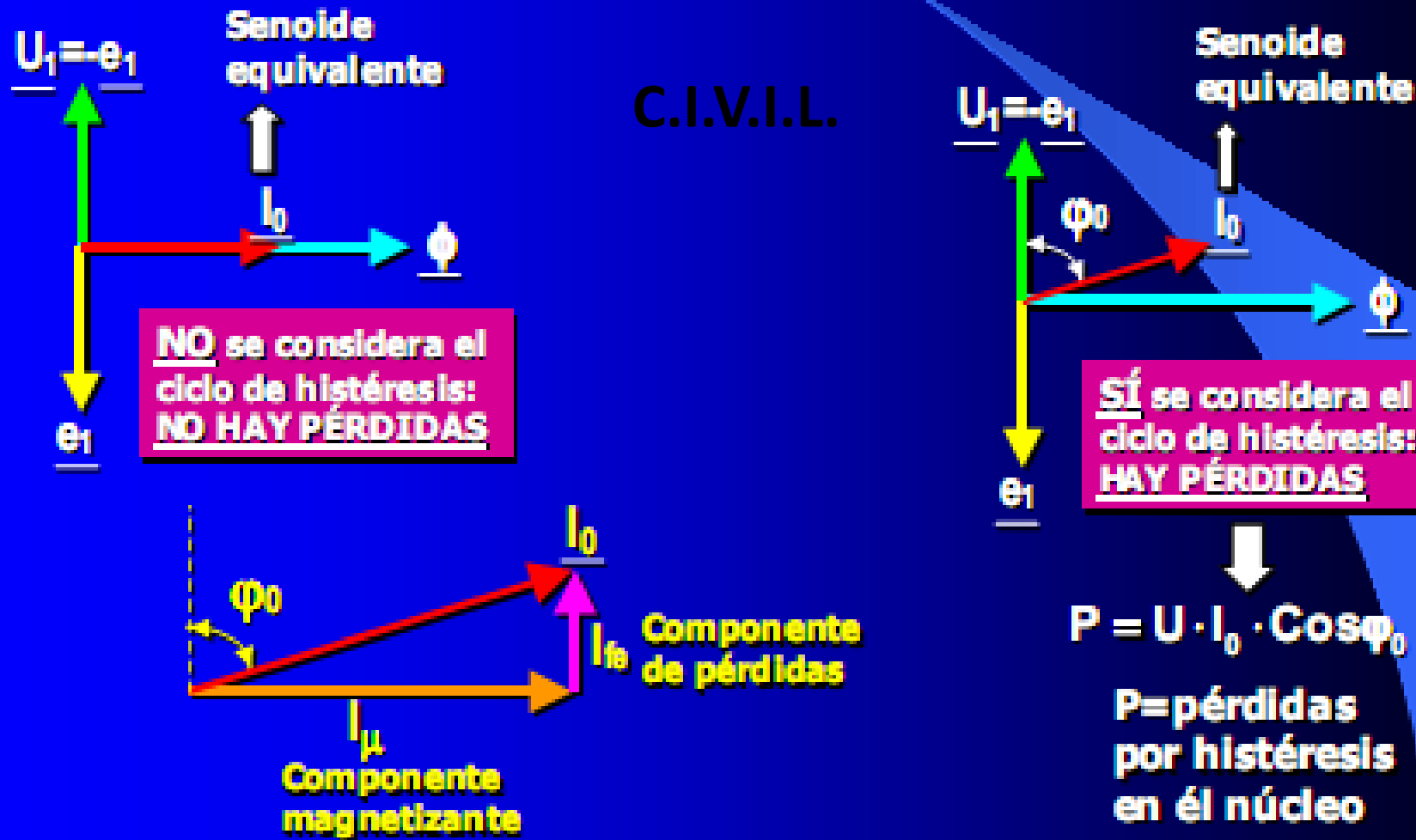




# Circuito equivalente reducido al secundario

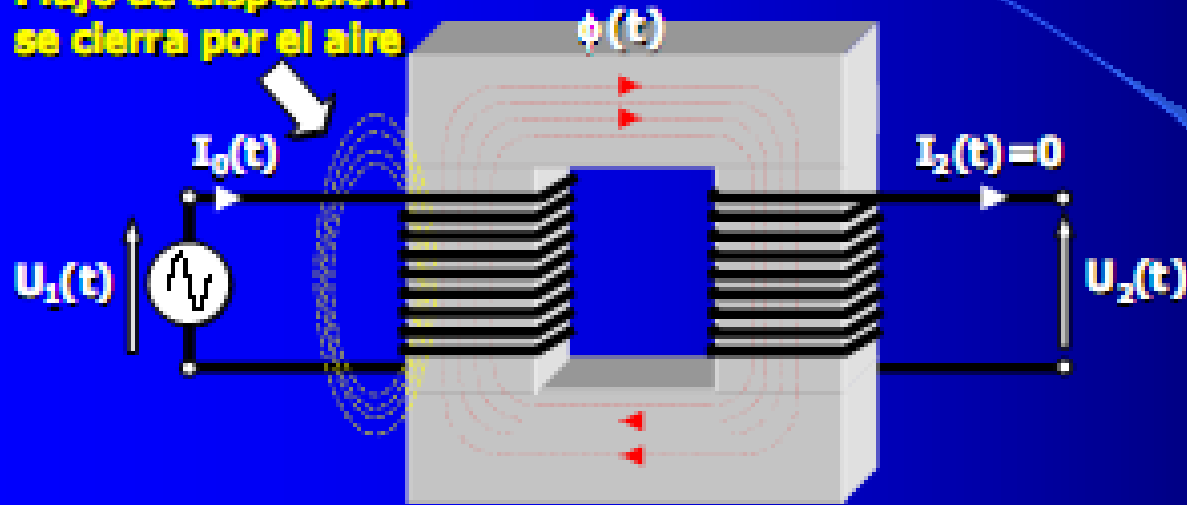


# Corriente de vacío IV: pérdidas y diagrama fasorial



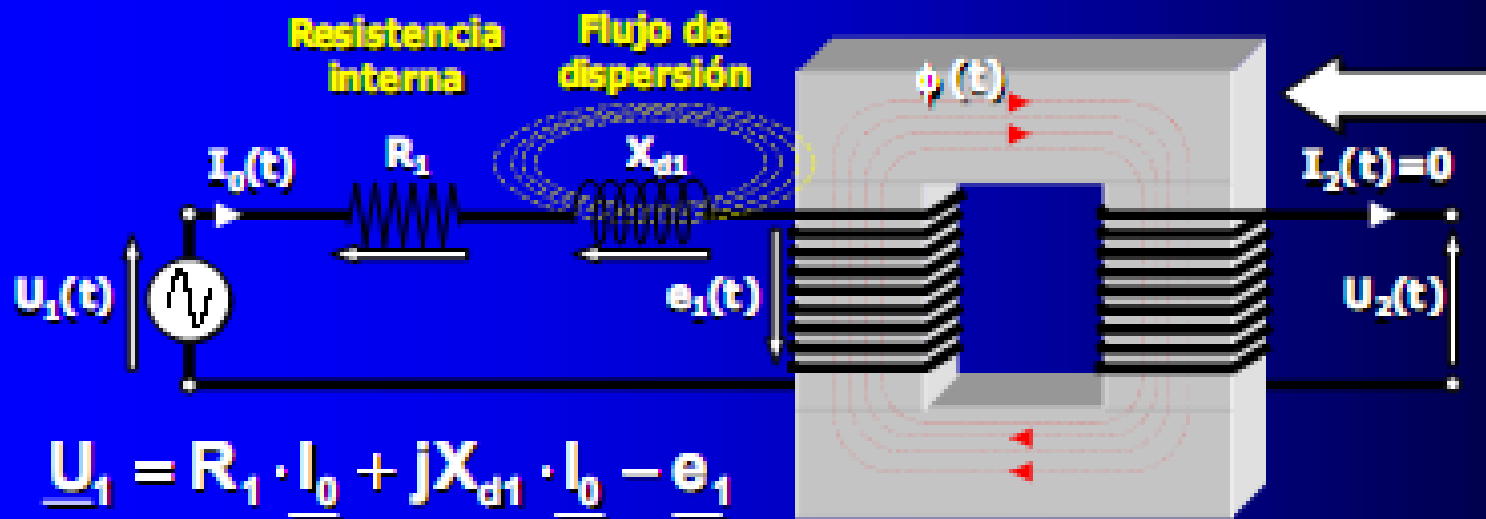
# Flujo de dispersión

Flujo de dispersión:  
se cierra por el aire



Representación  
simplificada del flujo de  
dispersión (primario)

En vacío no circula  
corriente por el  
secundario y, por  
tanto, no produce  
flujo de dispersión



En serie con  
el primario  
se colocará  
una bobina  
que será la  
que genere  
el flujo de  
dispersión

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_0 + jX_{d1} \cdot \underline{I}_0 - \underline{e}_1$$

# Diagrama fasorial del transformador en vacío



Los caídas de tensión en  $R_1$  y  $X_{d1}$  son prácticamente despreciables (del orden del 0,2 al 6% de  $U_1$ )

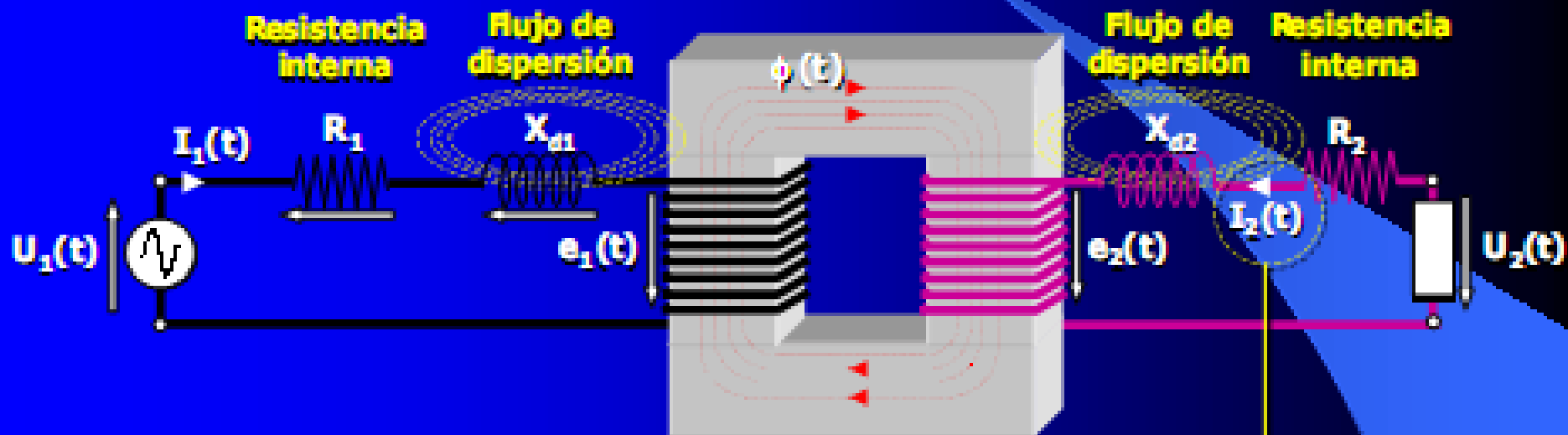
Las pérdidas por efecto Joule en  $R_1$  son también muy bajas

$$U_1 \cong e_1$$

$$U_1 * I_0 * \cos \varphi_0 \cong \text{Pérdidas Fe}$$

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_0 + jX_{d1} \cdot \underline{I}_0 - \underline{e}_1$$

# El transformador en carga I

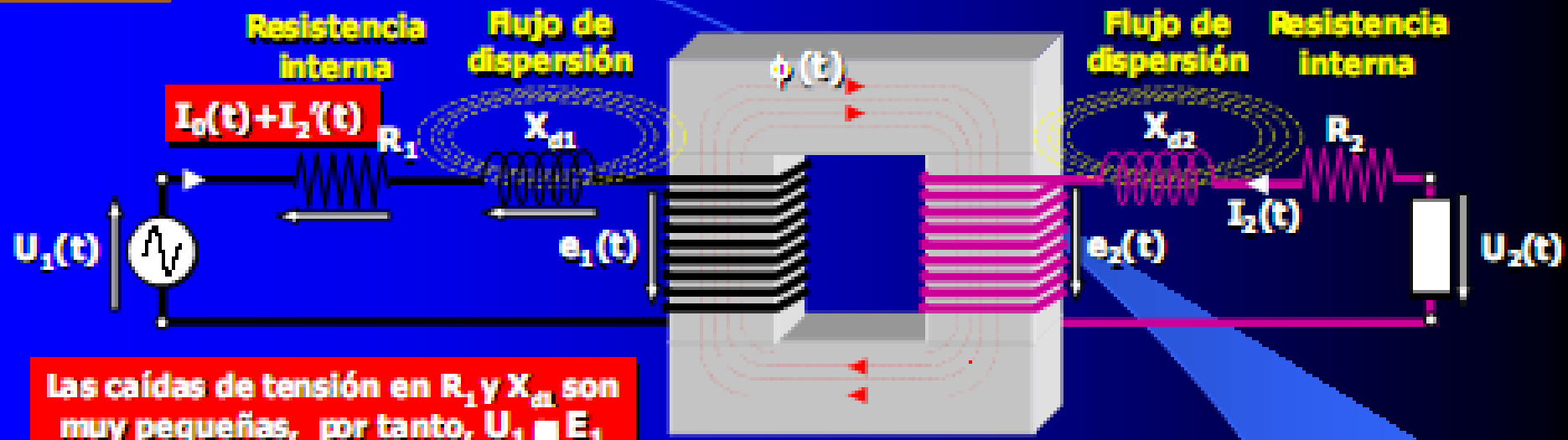


El secundario del transformador presentará una resistencia interna y una reactancia de dispersión como el primario

Se ha invertido el sentido de  $I_2(t)$  para que en el diagrama fasorial  $I_1(t)$  e  $I_2(t)$  NO APAREZCAN SUPERPUESTAS

Las caídas de tensión EN CARGA en las resistencias y reactancias parásitas son muy pequeñas: del 0,2 al 6% de  $U_1$

# El transformador en carga II



Las caídas de tensión en  $R_1$  y  $X_{d1}$  son muy pequeñas, por tanto,  $U_1 \approx E_1$

Al cerrarse el secundario circulará por él una corriente  $I_2(t)$  que creará una nueva fuerza magnetomotriz  $N_2 \cdot I_2(t)$

La nueva fmm NO podrá alterar el flujo, ya que si así fuera se modificaría  $E_1$  que está fijada por  $U_1$

Nueva corriente primaria

$$\underline{I_1} = \underline{I_0} + \underline{I_2}'$$

$$\underline{I_2}' = -\frac{N_2}{N_1} \cdot \underline{I_2} = -\frac{I_2}{r_t}$$

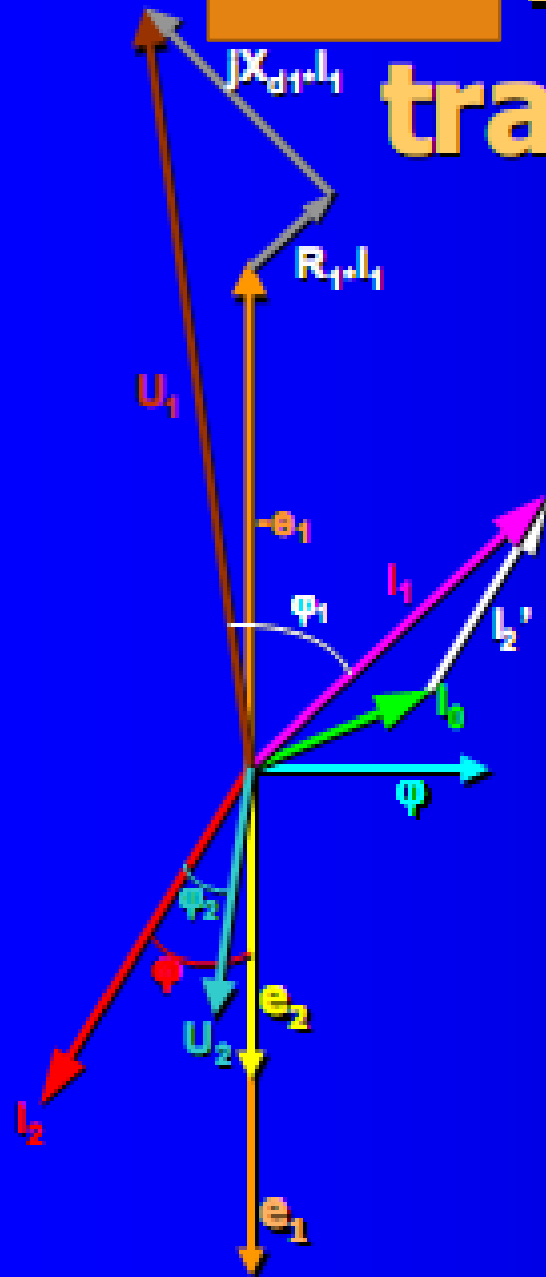
Esto sólo es posible si en el primario aparece una corriente  $I_2'(t)$  que verifique:

Flujo y fmm son iguales que en vacío (los fija  $U_1(t)$ )

$$N_1 \cdot \underline{I_0} + N_1 \cdot \underline{I_2}' + N_2 \cdot \underline{I_2} = N_1 \cdot \underline{I_0}$$

$$N_1 \cdot \underline{I_2}' = -N_2 \cdot \underline{I_2}$$

# Diagrama fasorial del transformador en carga



$$\underline{e}_2 = \underline{I}_2 \cdot [\underline{R}_2 + j\underline{X}_{d2}] + \underline{U}_2$$

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_c \cdot \underline{I}_2 \quad \searrow \quad \downarrow$$

Suponiendo carga inductiva:  
 $\underline{Z}_c = \underline{Z}_c \angle \varphi_2 \rightarrow \underline{I}_2$  estará retrasada respecto de  $\underline{e}_2$  un ángulo  $\varphi$ :

$$\varphi = \text{atg} \left[ \frac{\underline{Z}_c \cdot \text{Sen} \varphi_2 + \underline{X}_{d2}}{\underline{R}_2 + \underline{Z}_c \cdot \text{Cos} \varphi_2} \right]$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}_2' = \underline{I}_0 - \frac{\underline{I}_2}{r_t}$$

$$\underline{U}_1 - \underline{I}_1 \cdot [\underline{R}_1 + j\underline{X}_{d1}] + \underline{e}_1 = 0$$

$$\underline{U}_1 = -\underline{e}_1 + \underline{I}_1 \cdot [\underline{R}_1 + j\underline{X}_{d1}]$$

$\underline{U}_2$  estará adelantada un ángulo  $\varphi_2$  respecto a  $\underline{I}_2$

Las caídas de tensión en  $\underline{R}_1$  y  $\underline{X}_{d1}$  están aumentadas. En la práctica son casi despreciables

Las caídas de tensión en  $\underline{R}_2$  y  $\underline{X}_{d2}$  también son casi nulas

# Reducción del secundario al primario

Si la relación de transformación es elevada existe una diferencia importante entre las magnitudes primarias y secundarias. La representación vectorial se complica

El problema se resuelve mediante la reducción del secundario al primario

Impedancia cualquiera en el secundario

$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{U}_2'}{\underline{I}_2' r_t} = \frac{\underline{U}_2'}{\underline{I}_2'} \cdot \frac{1}{r_t} = \underline{Z}_2' \cdot \frac{1}{r_t} \rightarrow \underline{Z}_2' = \underline{Z}_2 \cdot r_t^2$$

Magnitudes reducidas al primario

$$\underline{e}_2' = \underline{e}_2 \cdot r_t$$

$$\underline{U}_2' = \underline{U}_2 \cdot r_t$$

$$\underline{U}_{R2}' = \underline{U}_{R2} \cdot r_t$$

$$\underline{U}_{X2}' = \underline{U}_{X2} \cdot r_t$$

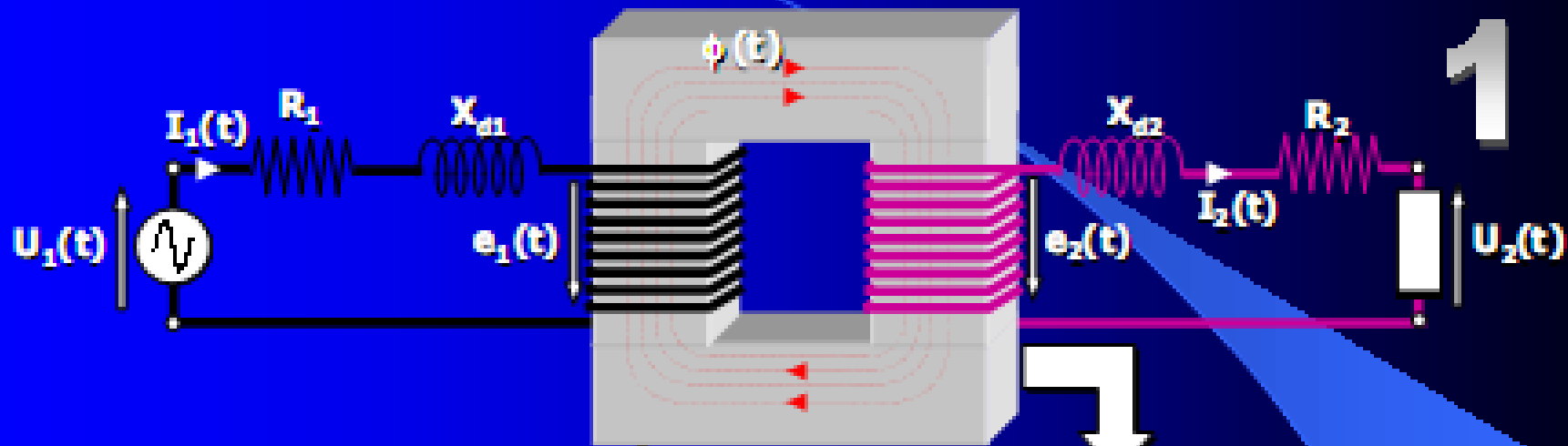
$$\underline{I}_2' = \frac{\underline{I}_2}{r_t}$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2 \rightarrow \underline{S}_2 = \frac{\underline{U}_2'}{r_t} \cdot \underline{I}_2' r_t = \underline{U}_2' \cdot \underline{I}_2' = \underline{S}_2'$$

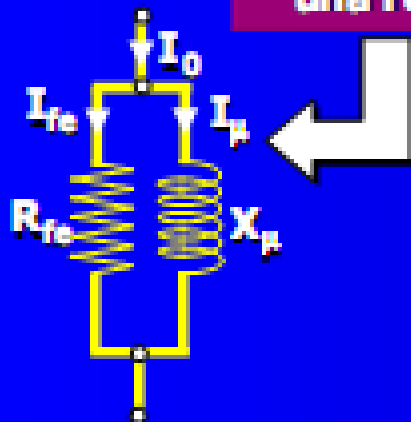
Se mantiene la potencia aparente, la potencia activa y reactiva, los ángulos, las pérdidas y el rendimiento



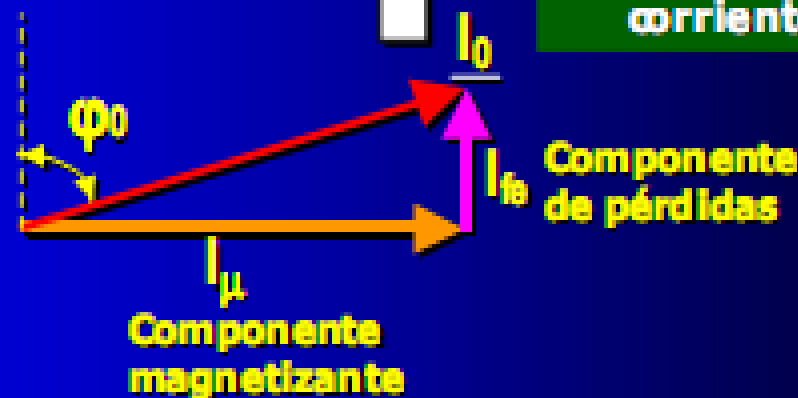
# Circuito equivalente I



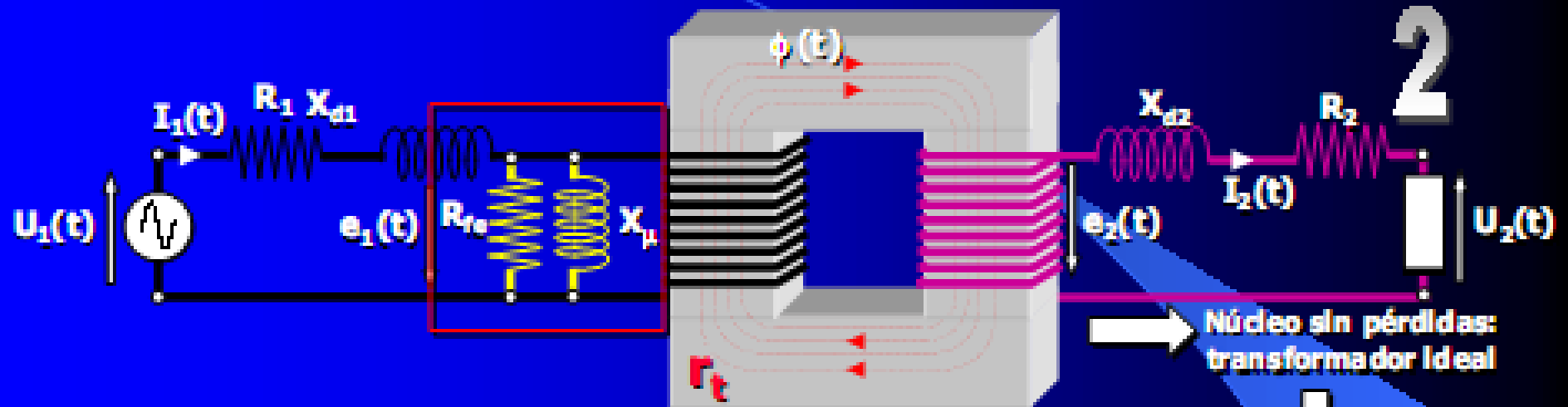
Este efecto puede emularse mediante una resistencia y una reactancia en paralelo



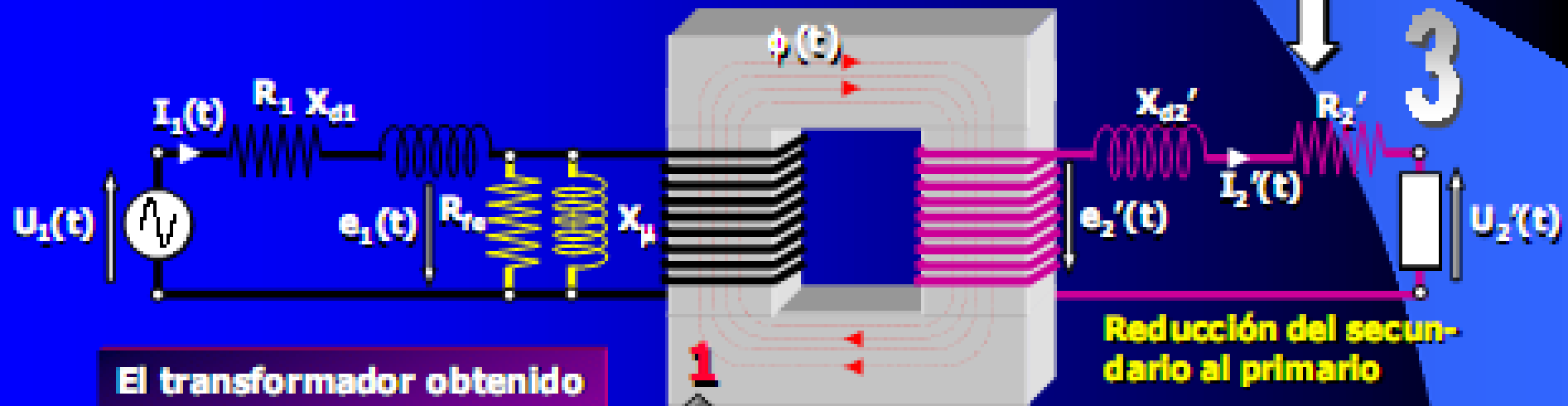
El núcleo tiene pérdidas que se reflejan en la aparición de las dos componentes de la corriente de vacío



# Circuito equivalente II



Núcleo sin pérdidas:  
transformador Ideal



Reducción del secundario al primario

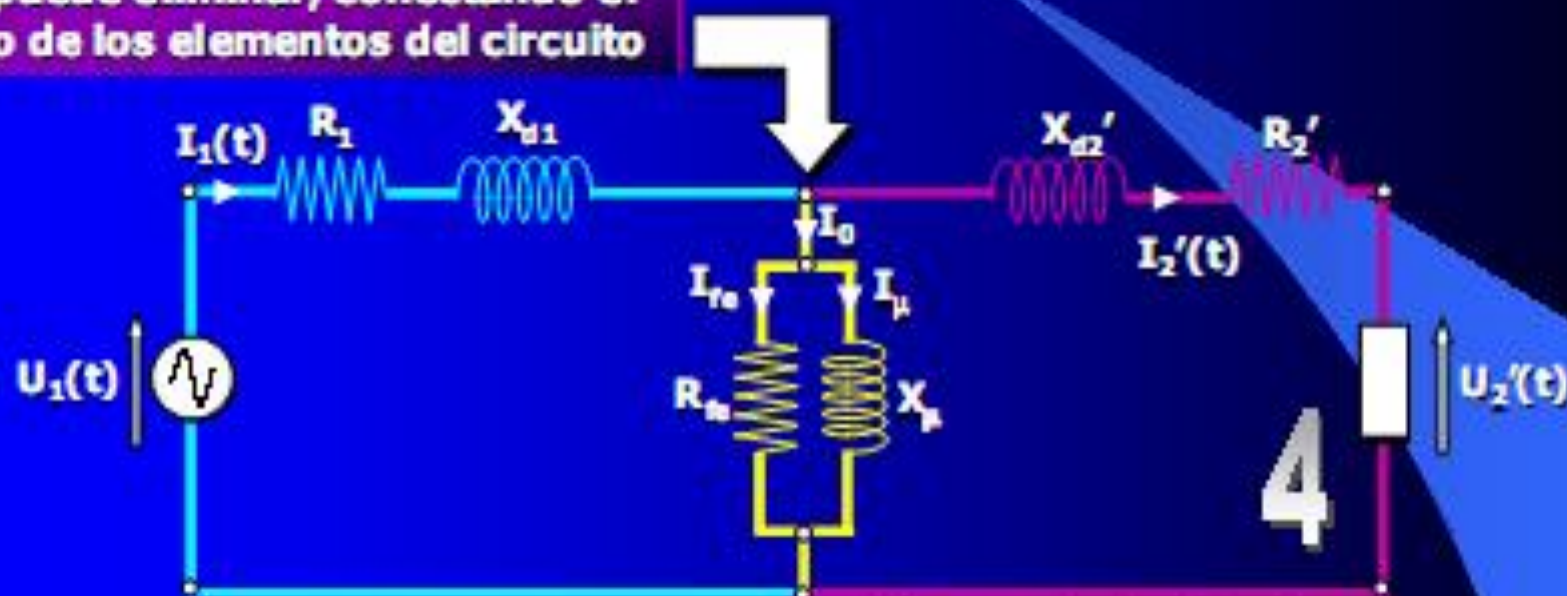
El transformador obtenido después de reducir al primario es de:  
 $r_t = 1: e_2' = e_2 \cdot r_t = e_1$

$$e_2' = e_2 \cdot r_t \quad U_2' = U_2 \cdot r_t$$

$$I_2' = \frac{I_2}{r_t} \quad R_2' = R_2 \cdot r_t^2 \quad X_{d2}' = X_{d2} \cdot r_t^2$$

# Circuito equivalente III

Como el transformador de 3 es de relación unidad y no tiene pérdidas se puede eliminar, conectando el resto de los elementos del circuito



Circuito equivalente de un transformador real

El circuito equivalente permite calcular todas las variables incluidas pérdidas y rendimiento

Los elementos del circuito equivalente se obtienen mediante ensayos normalizados

Una vez resuelto el circuito equivalente los valores reales se calculan deshaciendo la reducción al primario

# Ensayos del transformador: obtención del circuito equivalente

Existen dos ensayos normalizados que permiten obtener las caídas de tensión, pérdidas y parámetros del circuito equivalente del transformador

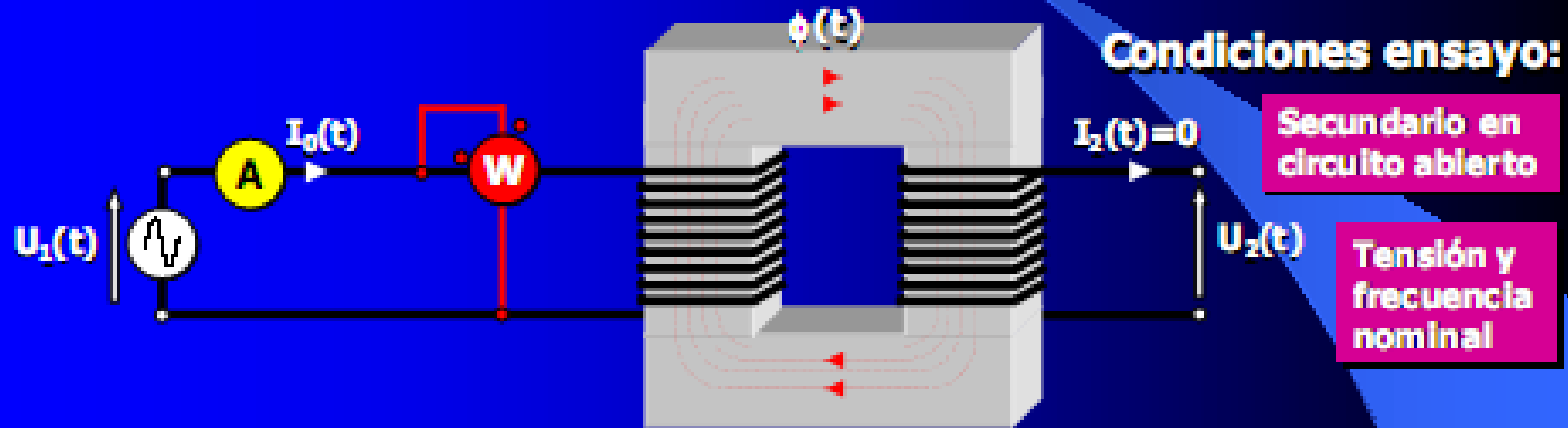


Ensayo de vacío

Ensayo de cortocircuito

En ambos ensayos se miden tensiones, corrientes y potencias. A partir del resultado de las mediciones es posible estimar las pérdidas y reconstruir el circuito equivalente con todos sus elementos

# Ensayo del transformador en vacío



Condiciones ensayo:

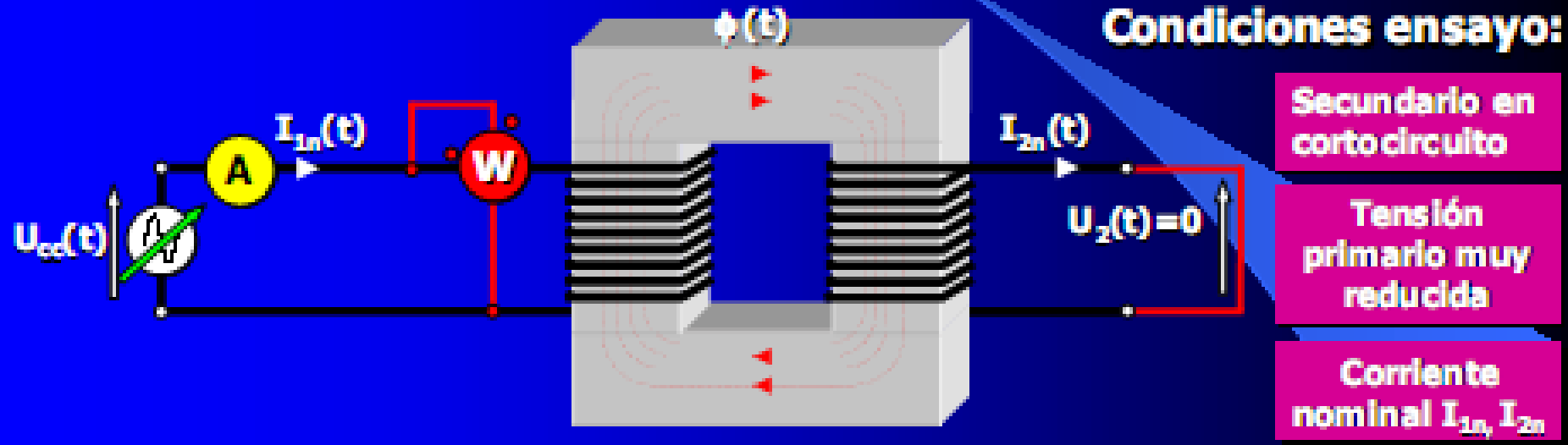
Secundario en  
circuito abierto

Tensión y  
frecuencia  
nominal

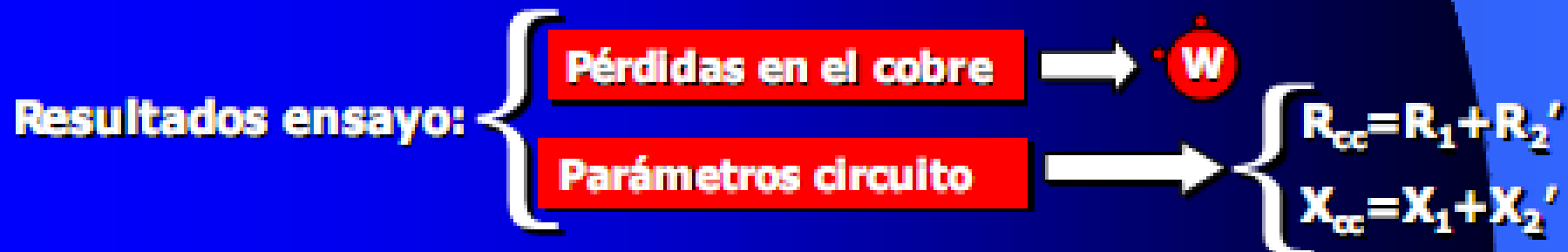
Resultados ensayo:

- Pérdidas en el hierro  $\rightarrow$   $W$
- Corriente de vacío  $\rightarrow$   $A$
- Parámetros circuito  $\rightarrow$   $R_{fe}, X_{\mu}$

# Ensayo de cortocircuito

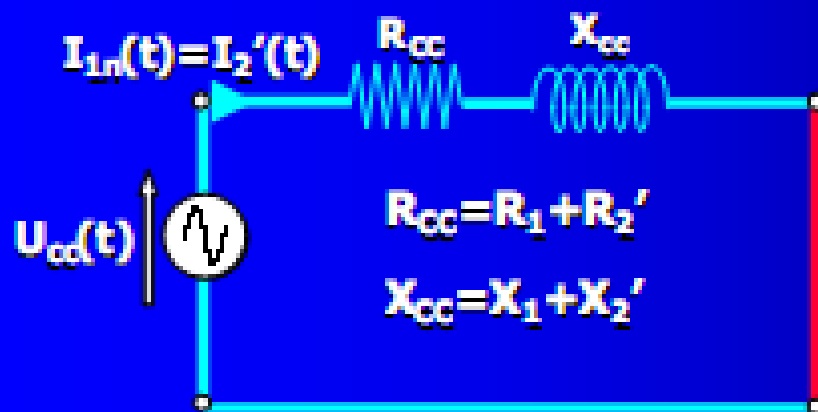
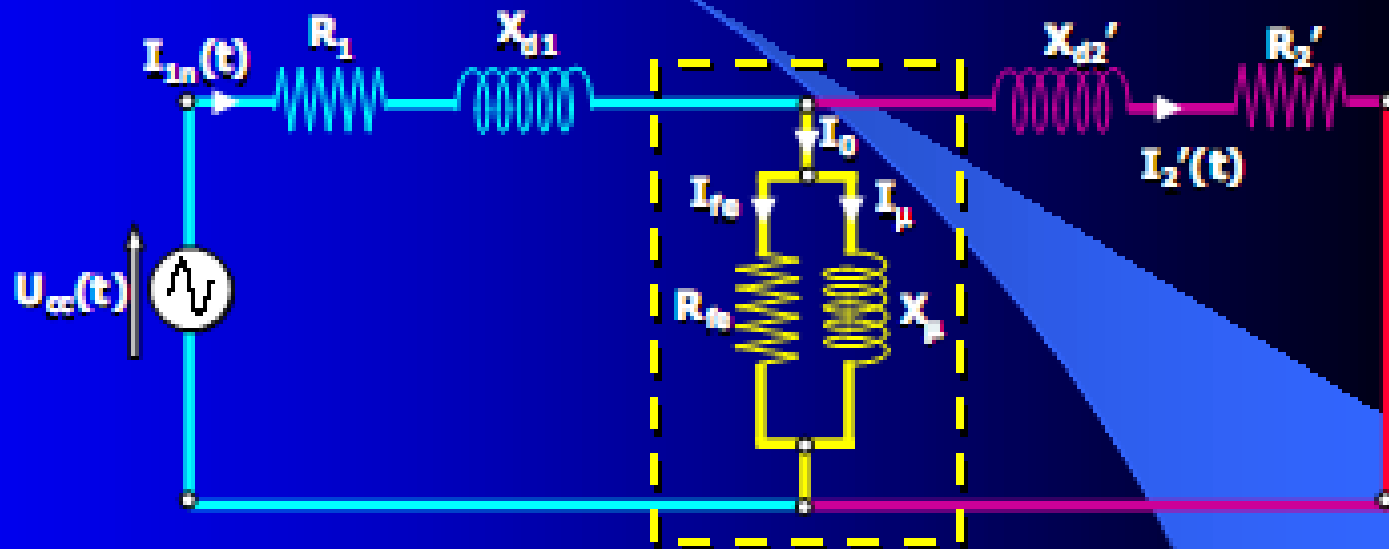


Al ser la tensión del ensayo muy baja habrá muy poco flujo y, por tanto, las pérdidas en el hierro serán despreciables ( $P_{fe} = kB_m^2$ )



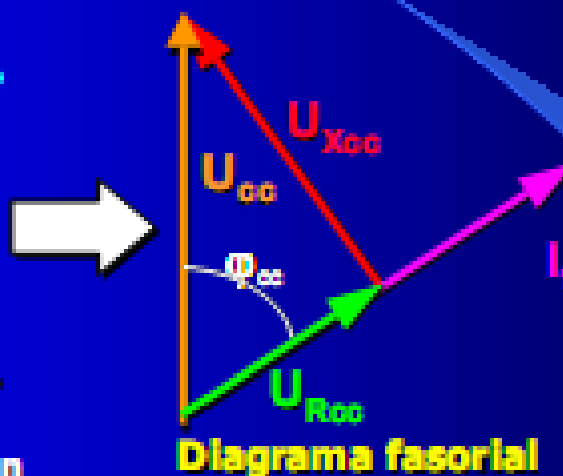
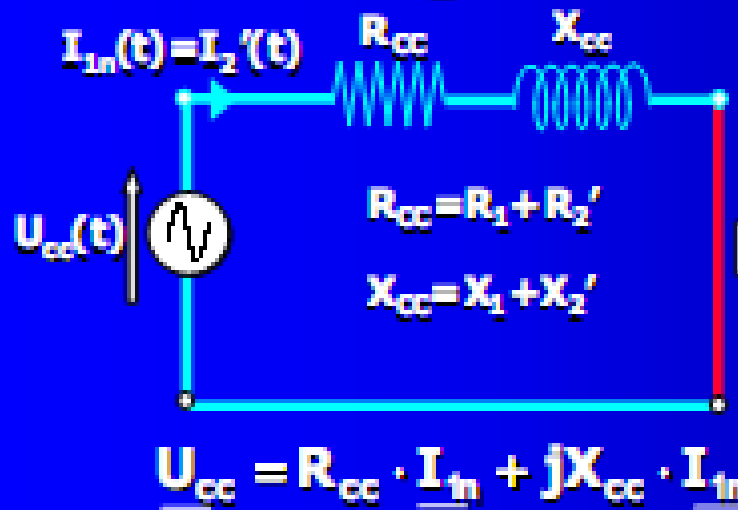
# El transformador en el ensayo de cortocircuito I

Al ser el flujo muy bajo respecto al nominal  $I_0$  es despreciable



Al estar el secundario en cortocircuito se puede despreciar la rama en paralelo

# El transformador en el ensayo de cortocircuito II



$$\cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{U_{cc} \cdot I_{1n}}$$

$$U_{Rcc} = U_{cc} \cdot \cos\varphi_{cc}$$

$$U_{Xcc} = U_{cc} \cdot \sin\varphi_{cc}$$

$$U_{cc} = Z_{cc} \cdot I_{1n}$$

$$\epsilon_{cc} = \frac{U_{cc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot Z_{cc}}{U_{1n}}$$

$$\epsilon_{Rcc} = \frac{U_{Rcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot R_{cc}}{U_{1n}}$$

$$\epsilon_{Xcc} = \frac{U_{Xcc}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \cdot X_{cc}}{U_{1n}}$$

$P_{cc}$  son las pérdidas totales en el Cu  
Las de Fe son despreciables en corto

Tensiones relativas de cortocircuito: se expresan porcentualmente

$$\epsilon_{cc} \Rightarrow 5\% - 10\%$$

$$\epsilon_{Xcc} \gg \epsilon_{Rcc}$$

Para un trafo de potencia aparente  $S_n$

$$\epsilon_{cc} = \frac{I_{1n}^2 \cdot Z_{cc}}{S_n}$$



# Caídas de tensión en un transformador en carga I

Un transformador alimentado con la tensión nominal  $U_{1n}$  dará en el secundario en vacío la tensión  $U_{2n}$

Cuando trabaje en carga, se producirán caídas de tensión. En el secundario aparece  $U_{2c}$

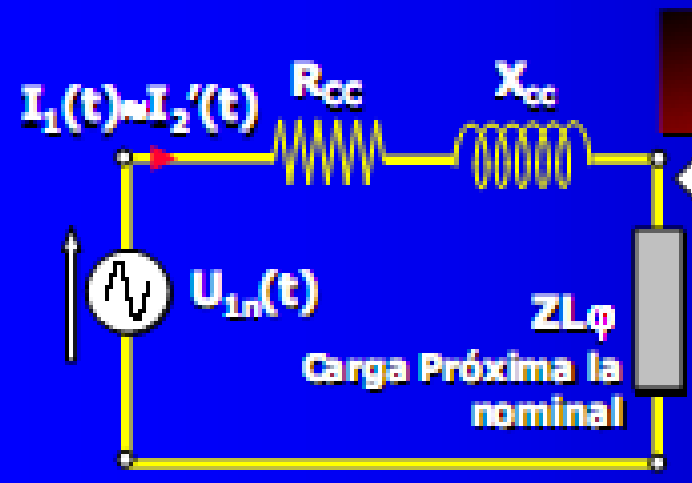
$$\Delta U_2 = U_{2n} - U_{2c}$$

Caída de tensión

Normalmente se expresa en %

$$\epsilon_c(\%) = \frac{U_{2n} - U_{2c}}{U_{2n}}$$

Se puede referir a primario o secundario (sólo hay que multiplicar por  $r_t$ )



**LAS CAÍDAS DE TENSIÓN DEPENDEN DE LA CARGA**

Para hacer el análisis fasorial se puede eliminar la rama en paralelo ( $I_0 \ll I_2$ )

$$\epsilon_c(\%) = \frac{U_{1n} - U_{2c}'}{U_{1n}}$$

La simplificación es válida sólo si la carga es próxima a la nominal

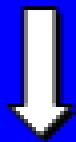
# Rendimiento del transformador

$$\eta = \frac{P_{cedida}}{P_{absorbida}} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\rightarrow P_1 = P_2 + P_{fe} + P_{cu}$$

$$\rightarrow \eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{fe} + P_{cu}}$$

$$P_{cu} = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 \cong R_{cc} \cdot I_1^2 = R_{cc} \cdot I_{1n}^2 \cdot C^2 = P_{cc} \cdot C^2$$



$$\rightarrow C = \frac{I_1}{I_{1n}} \cong \frac{I_2}{I_{2n}}$$

EL TRANSFORMADOR TRABAJA CON UN ÍNDICE DE CARGA C

$$\eta = \frac{U_2 I_2 \cos\varphi}{U_2 I_2 \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2} = \frac{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\varphi}{C \cdot U_2 I_{2n} \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2}$$



Ensayo de vacío

$$\varepsilon_c(\%) = \frac{U_{2n} - U_{2c}}{U_{2n}} \rightarrow U_{2c} = [1 - \varepsilon_c] \cdot U_{2n}$$



$$\eta = \frac{C \cdot [1 - \varepsilon_c] \cdot U_{2n} I_{2n} \cos\varphi}{C \cdot [1 - \varepsilon_c] \cdot U_{2n} I_{2n} \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2} = \frac{C \cdot [1 - \varepsilon_c] S_n \cos\varphi}{C \cdot [1 - \varepsilon_c] S_n \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2}$$

# Influencia del índice de carga y del $\cos\varphi$ en el rendimiento

$$\eta = \frac{C \cdot [1 - \varepsilon_c] \cdot S_n \cos\varphi}{C \cdot [1 - \varepsilon_c] \cdot S_n \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2}$$

Despreciando la caída de tensión

$$\eta = \frac{C \cdot S_n}{C \cdot S_n + \frac{K}{\cos\varphi}}$$

$C = \text{cte}$   $\cos\varphi = \text{variable}$

$$\eta = \frac{C \cdot S_n \cos\varphi}{C \cdot S_n \cos\varphi + P_0 + P_{cc} C^2}$$

$\cos\varphi \uparrow \Rightarrow \eta \uparrow$

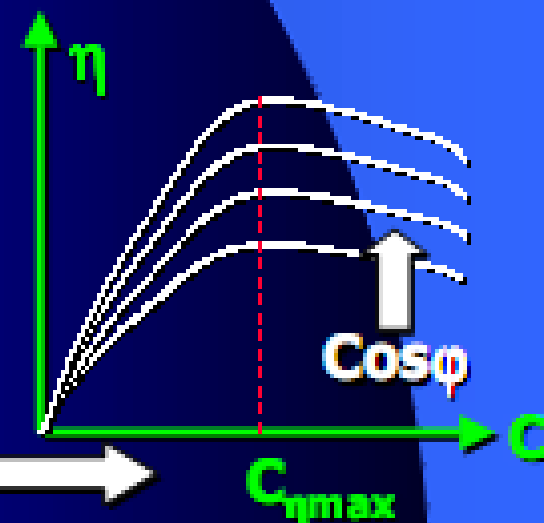
$C = \text{variable}$   
 $\cos\varphi = \text{Cte}$

$\eta$  max si  $\frac{P_0}{C} + P_{cc} C$  mín.

$$\eta = \frac{S_n \cos\varphi}{S_n \cos\varphi + \frac{P_0}{C} + P_{cc} C}$$

Derivando respecto a  $C$  e igualando a 0

$$C_{\eta \max} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}}$$



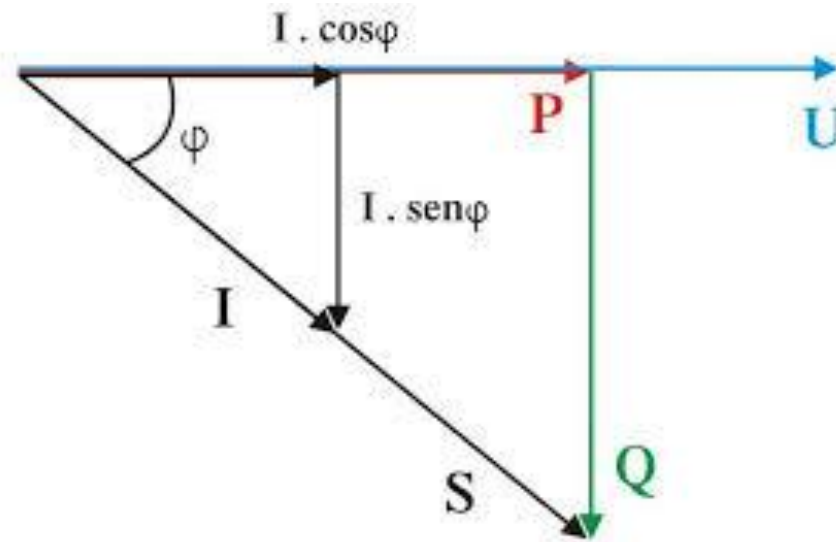
**POTENCIA ACTIVA(P):** es igual al producto eficaz de la tensión por el valor eficaz de la corriente y por el coseno del desfase entre ambos. Y el valor  $\cos\varphi$  se lo llama factor de potencia. (W)

Grafico:

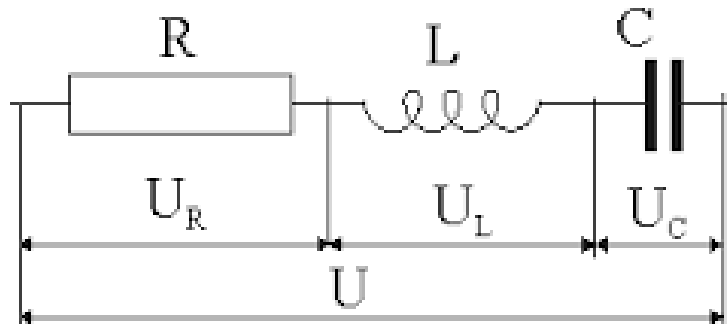
**POTENCIA REACTIVA(Q):** hay una cierta es la energía que va y viene del generador y cuyo balance o promedio resulta nulo. A esa energía de vaivén, computada a lo largo de un tiempo se la denomina potencia reactiva. Esta es la potencia que se necesita para crear campos magnéticos en las bobinas y campos eléctricos en los capacitores. (VAR)

Grafico:

**POTENCA APARENTE (S) (VA)**



## Ley de Ohm generalizada:



Circuito de CA en el cual se representan los tres receptores en serie, resistencia, capacitor, inductor.

La tensión  $U$  aplicada al circuito deberá ser la suma de las tensiones de cada elemento:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C$$

Pero recordando los temas de electrotecnica

$$\bar{U}_R = \bar{I} \cdot R$$

$$\bar{U}_L = j \cdot \bar{I} \cdot X_L$$

$$\bar{U}_C = -j \cdot \bar{I} \cdot X_C$$

**ENTONCES REEMPLAZANDO:**

$$\bar{U} = \bar{I} \cdot R + j \cdot \bar{I} \cdot (X_L - X_C)$$

SIENDO

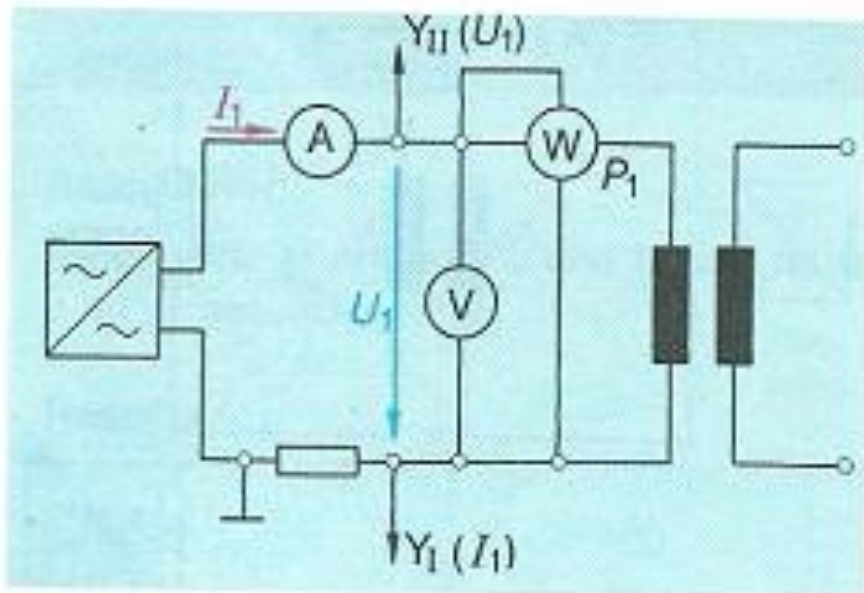
$(X_L - X_C)$  *diferencias de reactivancias*

Y el grupo

$\bar{Z} = R + j \cdot (X_L - X_C)$  lo llamaremos impedancia

# TRANSFORMADOR EN VACÍO

## Circuito



## Resultados

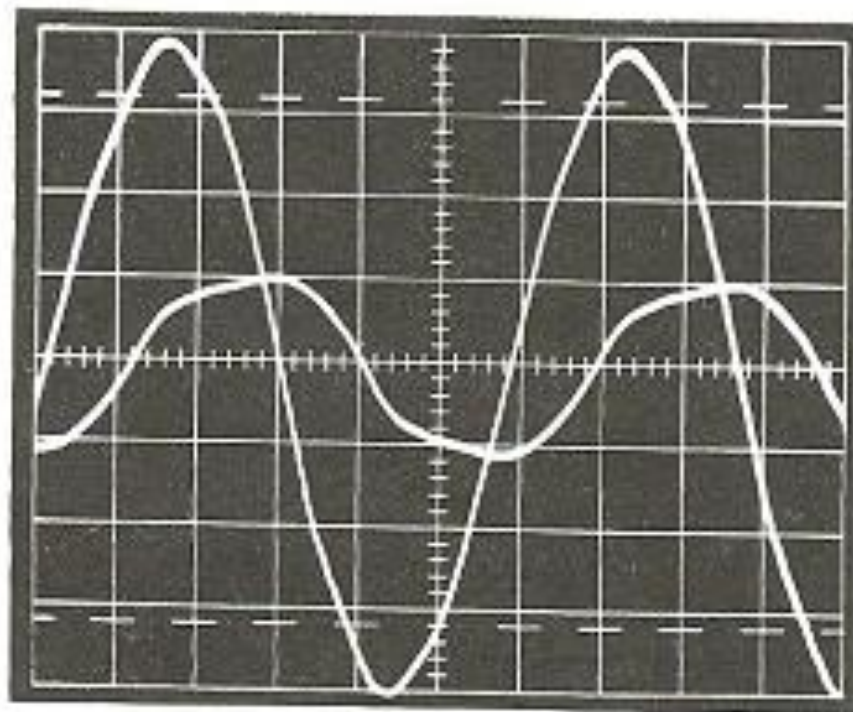
$U_1$ en V	220
$I_1$ en A	0,068
$P_1$ en W	2

## Realización

Conectamos un transformador de red a la tensión  $U = 220$  V.

Mediremos:

- La tensión del primario  $U_1$ .
- La intensidad de la corriente del primario  $I_1$ .
- La potencia activa  $P_1$ .



# TRANSFORMADOR EN VACÍO

Con estos datos podemos calcular:

- La impedancia  $Z$ .
- La potencia aparente  $S$ .
- El ángulo de desfase  $\phi$  entre la tensión y la corriente.

$$U_1 := 220V$$

$$I_1 := 0.068A$$

$$P_1 := 2W$$

$$R_{cu} := 1.6\Omega$$

$$S_1 := U_1 \cdot I_1$$

$$S_1 = 14.96 \text{ V} \cdot \text{A}$$

$$Z_1 := \frac{U_1}{I_1}$$

$$Z_1 = 3235.294\Omega$$

$$\cos \phi := \frac{P_1}{S_1}$$

$$\cos \phi = 0.134$$

$$\text{fdp} := \cos \phi$$

$$\phi := \text{acos}(\text{fdp})$$

$$\phi = 82.317 \cdot \text{deg}$$



# TRANSFORMADOR EN VACÍO

La pérdida de potencia en el cobre  $P_{pcu}$  puede calcularse mediante la resistencia del devanado (medida con un puente de Wheatstone).

$$P_{pcu} := R_{cu} \cdot I_1^2 \quad P_{pcu} = 0.007 \text{ W}$$

Valor despreciable frente a los 2 W, que fue la potencia medida.

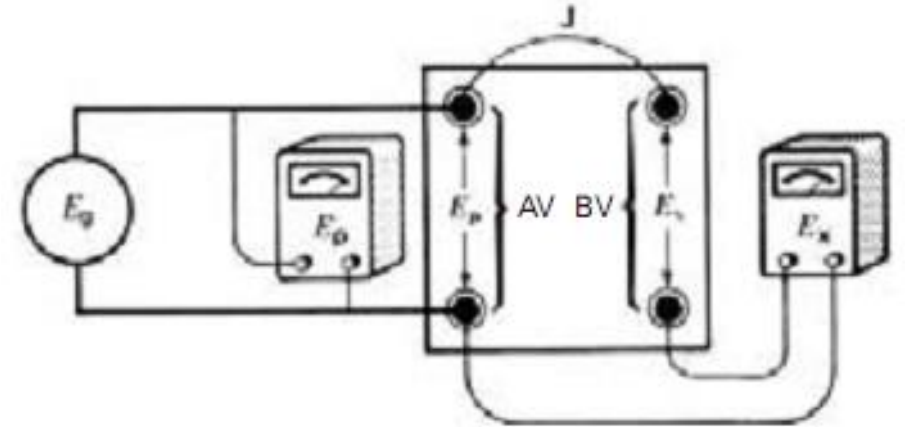
**Conclusión: La potencia que se mide en el transformador en vacío es debida a las pérdidas por imanación (pérdidas en el hierro).**

# Pruebas de polaridad

Para determinar si un transformador posee polaridad aditiva o sustractiva, procedemos como sigue

---

1. Conectamos el devanado de alto voltaje a una fuente de ca  $E_g$  de bajo voltaje (por ejemplo, de 120 V).
2. Conectamos un alambre de cierre o puente J entre dos terminales AV y BV adyacentes cualesquiera.
3. Conectamos un voltímetro  $E_x$  entre las otras dos terminales AV y BV adyacentes.
4. Conectamos otro voltímetro  $E_p$  a través del devanado AV. Si  $E_x$  da una lectura más alta que  $E_p$ , la polaridad es aditiva. Esto quiere decir que H1 y X1 están diagonalmente opuestas. Por otra parte, si  $E_x$  da una lectura más baja que  $E_p$ , la polaridad es sustractiva y las terminales H1 y X1 son adyacentes.



# Puntos homólogos y su determinación

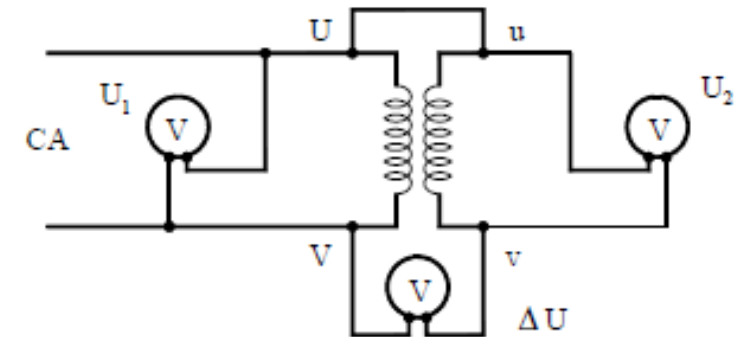
## Determinación de la Polaridad con Voltímetros

Si un transformador monofásico se lo conecta como se muestra en la figura, con un puente entre los bornes U y u, se lo alimenta preferentemente por el lado de mayor tensión (puede hacerse con tensión reducida) y se miden las tensiones indicadas; el voltímetro conectado entre los bornes V y v, puede indicar la *suma* o la *diferencia* de las tensiones primaria y secundaria.

En el primer caso se dice que el transformador tiene polaridad *aditiva* y en el segundo *sustractiva*.

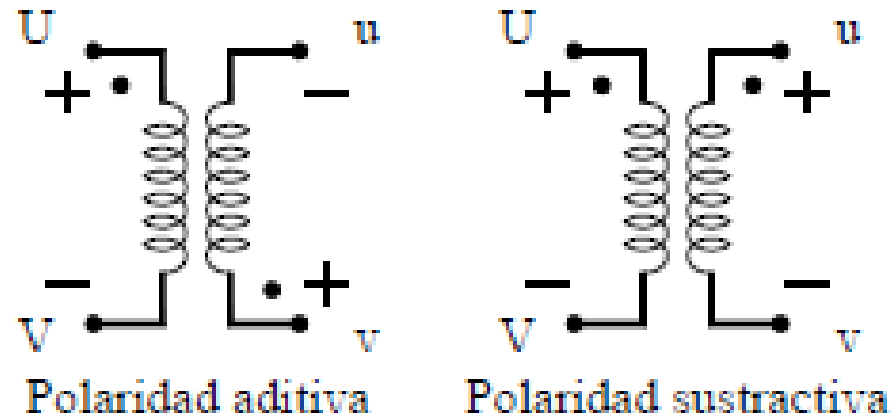
Este procedimiento no es recomendado si la relación de transformación es superior a 30, debido a que las tensiones  $\Delta U$ , para ambas polaridades, son muy semejantes.

$\Delta U = U_1 + U_2$	Polaridad aditiva
$\Delta U = U_1 - U_2$	Polaridad sustractiva



# Puntos homólogos y su determinación

Como ya se dijo la polaridad está relacionada con los bornes homólogos y la designación de los terminales; En la figura siguiente se muestran las dos posibilidades y los sentidos de las tensiones que justifican la medición anterior.



Como regla nemotécnica se puede decir que cuando los bornes homólogos (correspondientes) la polaridad es sustractiva.

# RENDIMIENTO de TRANSFORMADORES

---

El conocimiento del rendimiento de cualquier máquina tiene una gran importancia por el valor económico que ello reporta, tanto desde el punto de vista del costo de operación como del ambiental. En general el rendimiento de una máquina, normalmente indicado con la letra griega eta  $\eta$ , está dado por el cociente de las potencias de salida y de entrada:

$$\eta = \frac{\text{Potencia de salida}}{\text{Potencia de entrada}}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{per}} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}}$$

# RENDIMIENTO de TRANSFORMADORES

---

## **Determinación a partir del circuito equivalente :**

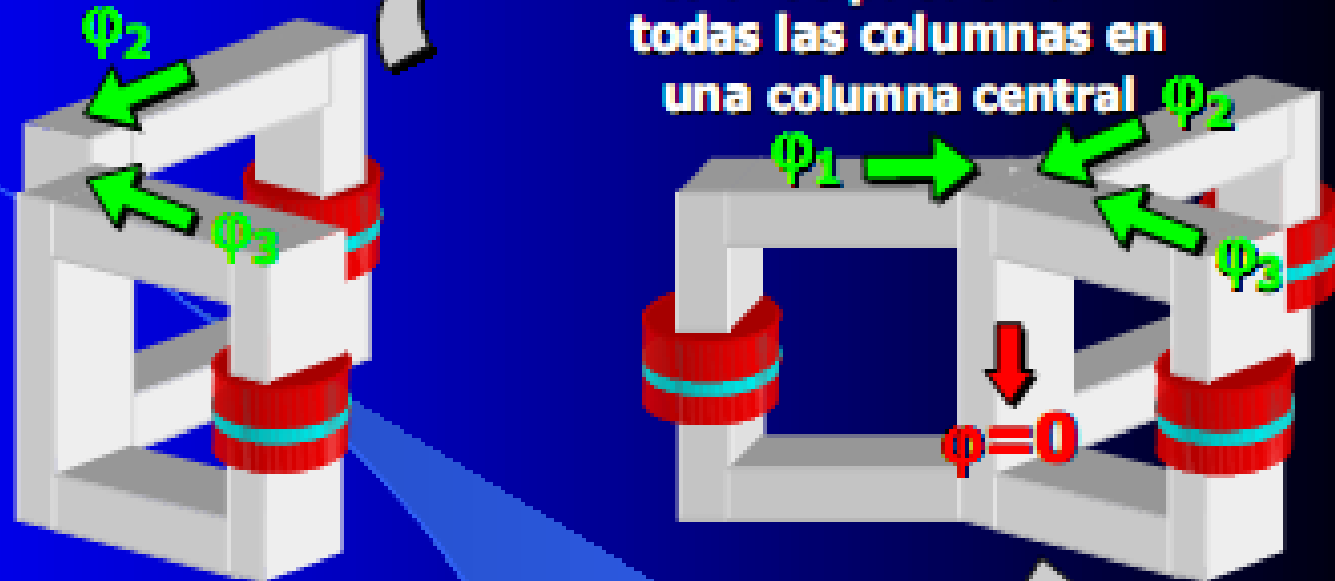
Como en el caso del transformador el circuito equivalente es un modelo que se aproxima mucho a la realidad y sus parámetros se pueden determinar con facilidad y exactitud, aún en unidades de gran potencia, es preferible determinar el rendimiento a partir del mismo, que es la forma indicada en las normas y por lo tanto se denomina “convencional”.

# 4.19 Trafos trifásicos II

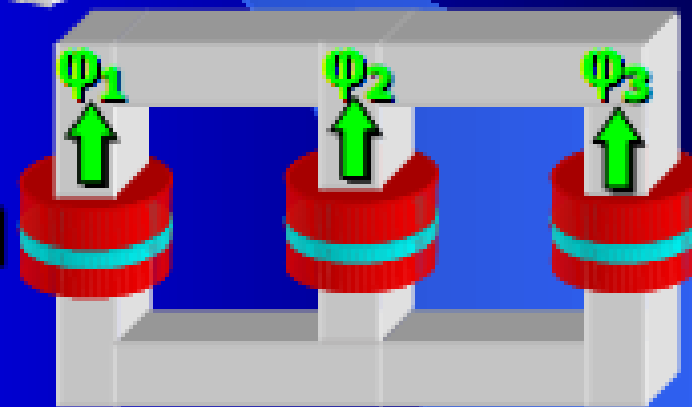
## 3 transformadores monofásicos



La suma de los tres flujos es 0: se pueden unir todas las columnas en una columna central



Eliminando la columna central se ahorra material y peso del transformador



Se puede suprimir la columna central

Estructura básica de un transformador trifásico