

ELEMENTOS DE MÁQUINAS

Ingeniería Electromecánica

Plan de Estudios 2013

Año 2026

Bibliografía

- **BUDYNAS R. – NISBETT J. “*DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA*”- Decima Edición. Ed. Mc-Grawhill.**
- **SHIGLEY - MISCKE.- “*DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA*”- Ed. Mc-Grawhill.**
- **MOTT, RobertL.-“*DISEÑO DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS*”. -Ed. Prentice-Hall.**
- **Shigley Uickers - Teoría de Maquinas y Mecanismos. Ed. Mc-Grawhill**

RUEDAS DENTADAS

Son elementos de máquinas que forman parte de sistemas reversibles capaz de transmitir potencia en ambos sentidos. La transferencia se realiza por contacto directo.

En estos sistemas se le suele denominar:

Rueda al engrane de mayor tamaño

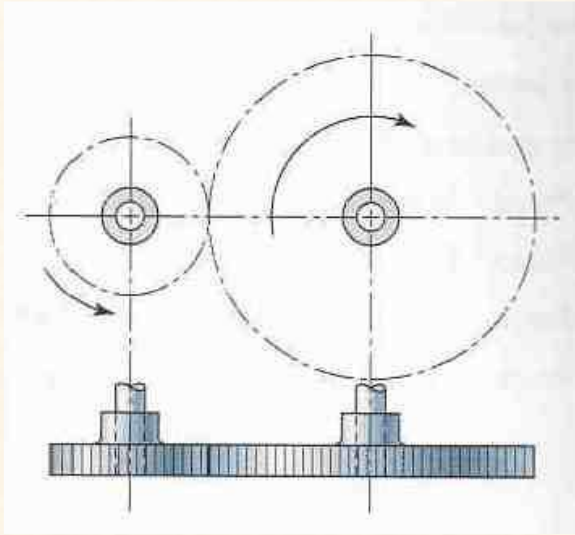
Piñón al engrane más pequeño.

En función de la forma de sus dientes y de la del propio engranaje, se distinguen:

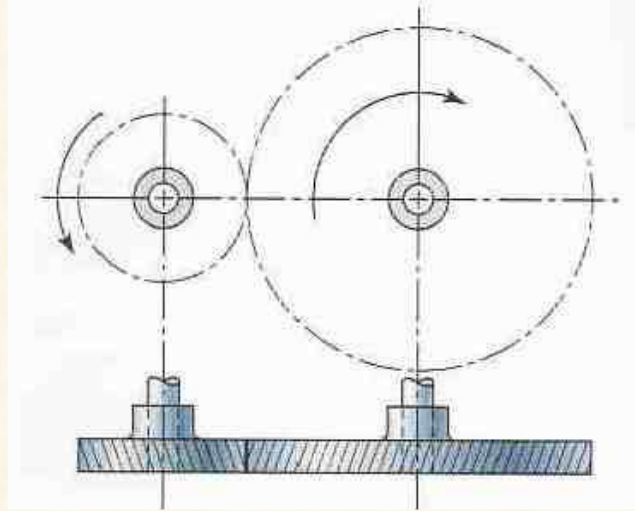
- Ruedas dentadas cilíndricas de dientes rectos.
- **Ruedas dentadas cilíndricas de dientes helicoidales.**
- Ruedas dentadas cónicas.
- Tornillo sin fin o gusano y su correspondiente corona.



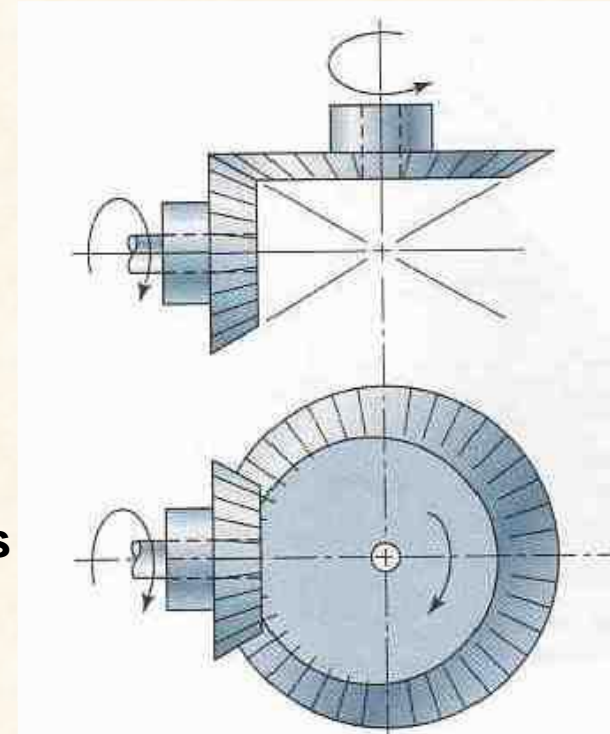
Tipos de ruedas dentadas



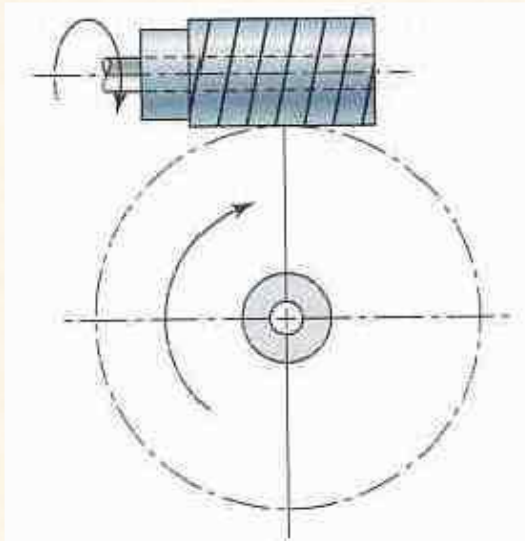
**Ruedas dentadas de
dientes rectos**



**Ruedas dentadas de dientes
helicoidales**



**Ruedas dentadas
cónicas de dientes
rectos**



**Tornillo Sin Fin –
Rueda helicoidal**

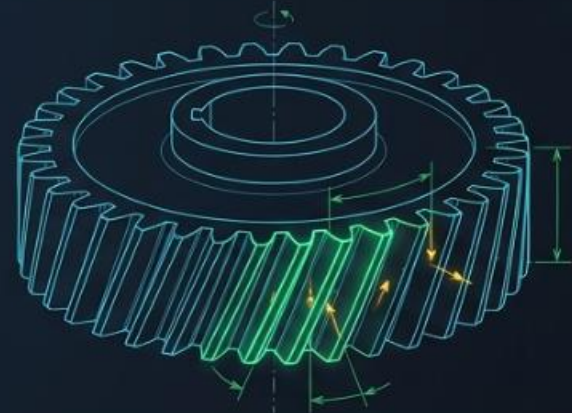
Spur Gear Comparison



El Problema (Engranajes Rectos)

- Dientes paralelos al eje de rotación.
- Contacto inicial es una línea completa simultánea.
- Resultado: Impacto mecánico, ruido vibratorio y limitaciones a altas velocidades.

Helical Gear Comparison



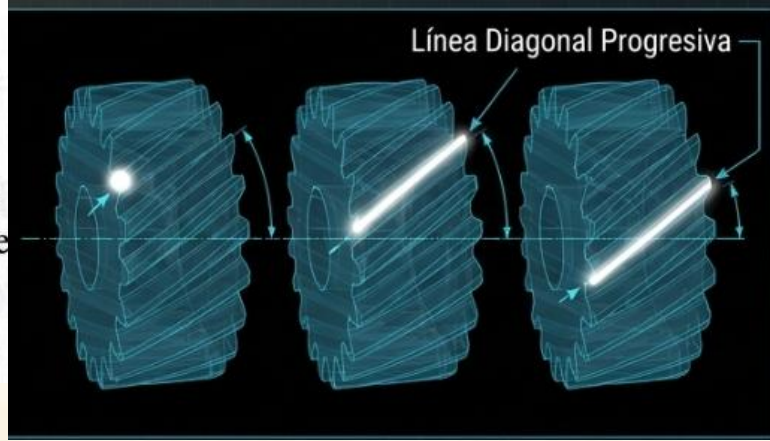
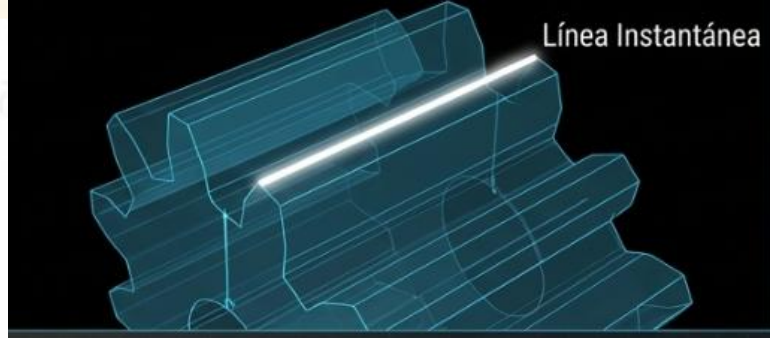
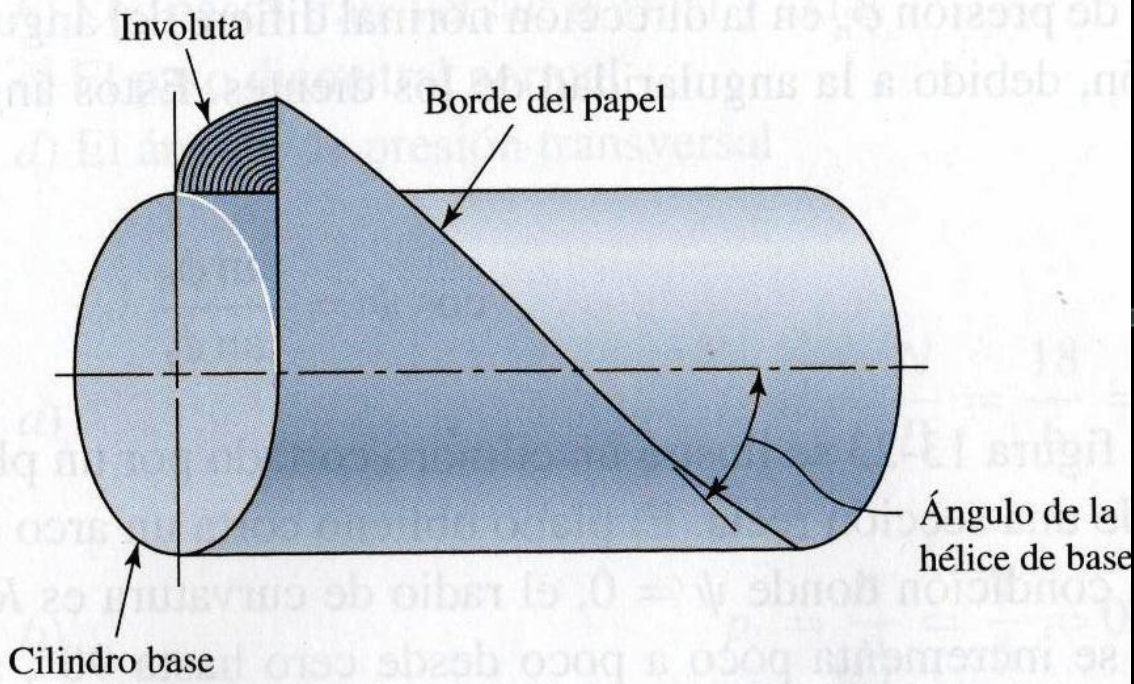
La Solución (Engranajes Helicoidales)

- Dientes inclinados respecto al eje de rotación.
- Contacto inicial es un punto que se extiende gradualmente hasta formar una línea diagonal.
- Resultado: Acoplamiento suave, funcionamiento silencioso y capacidad de transmitir cargas pesadas a altas velocidades.

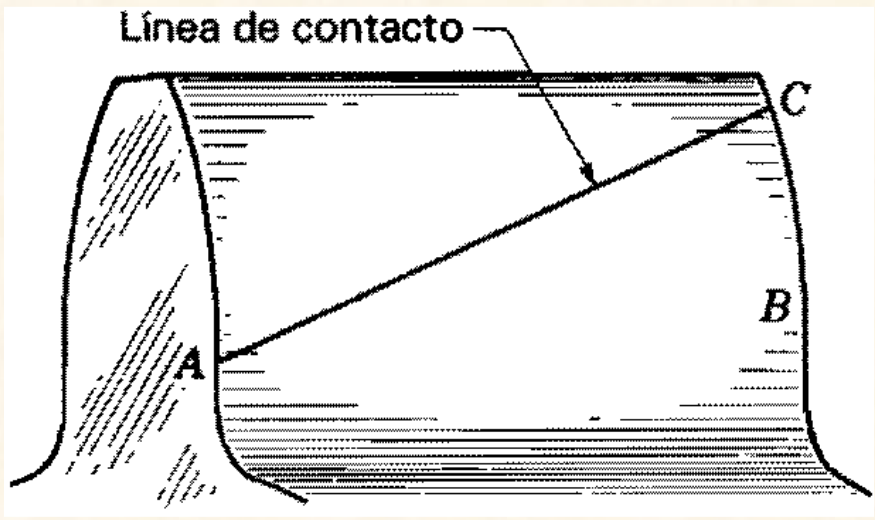
Ventajas de los Dientes Helicoidales frente a los Rectos

Los engranajes helicoidales se utilizan para transmitir movimiento entre ejes paralelos, al igual que los rectos, pero ofrecen beneficios significativos debido a que sus dientes están inclinados respecto al eje de rotación:

- **Acoplamiento Gradual:** A diferencia de los engranes rectos, donde todo el ancho de la cara del diente entra en contacto de golpe, en los helicoidales el contacto comienza en un **punto** y se extiende gradualmente hasta convertirse en una **línea** a medida que avanza el acople.
 - **Reducción de Ruido:** Debido a este acoplamiento más suave y gradual, son considerablemente **menos ruidosos** que los engranajes rectos.
 - **Capacidad de Carga y Velocidad:** Su diseño permite transmitir **cargas más pesadas a altas velocidades** de manera más eficiente y uniforme.
 - **Mayor Resistencia:** El contacto continuo y la naturaleza del perfil de su diente (helicoide de involuta) favorecen una transferencia de potencia más estable.
- Es importante notar que, como desventaja técnica, estos engranajes desarrollan **cargas de empuje (axiales)** y pares de flexión que no existen en los rectos, lo que a menudo requiere el uso de engranajes helicoidales dobles o cojinetes específicos para compensar estas fuerzas



CONTACTO DE LOS DIENTES EN LOS ENGRANES HELICOIDALES



Calidad de Engranajes

- **Variación del Índice** (medido en el círculo de paso) causa inexactitud en la acción de dientes engranados
- **Alineación del Diente**, se pueden producir cargas no uniformes sobre el diente
- **Perfil del diente**, la involuta, causa variaciones en la relación de velocidad afectando la uniformidad del movimiento
- **Radio de raíz**, interferencia y concentración de esfuerzo
- **Descentramiento**, relacionado con la excentricidad
- **Variación total compuesta**, medida con uno patrón en una vuelta completa

AGMA 2000 – A88, ISO, DIN

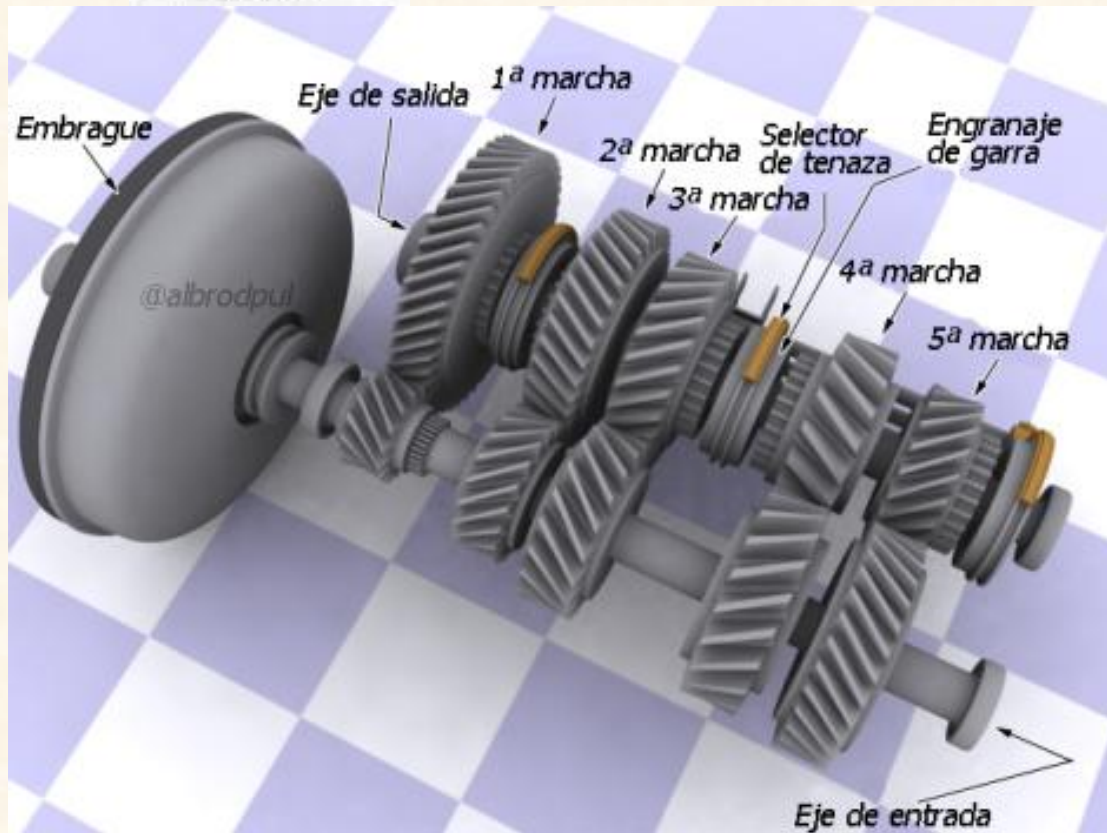
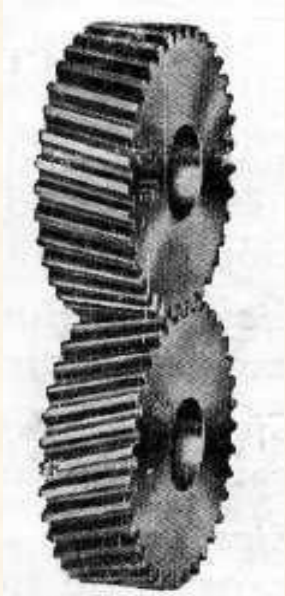
Materiales de los engranes

Para servicio medio a pesado Aceros de Medio carbono

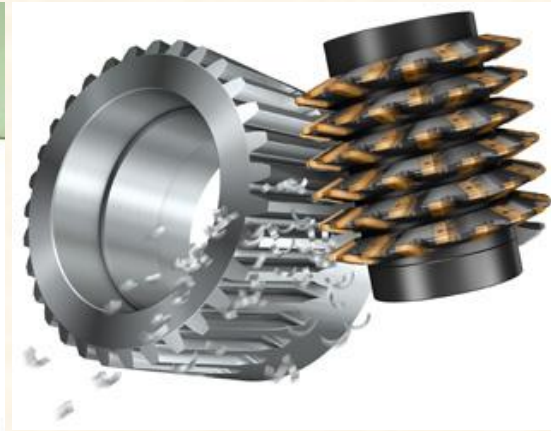
Aceros Templados (por inducción, cementación y nitruración) para lograr gran dureza superficial

Hierro y bronce

Bronce (fosforado, manganeso, aluminio, silicio) resistencia a la corrosión, buenas propiedades al desgaste y bajos coeficientes de fricción.



Maquinas y Herramientas



Fresa Madre





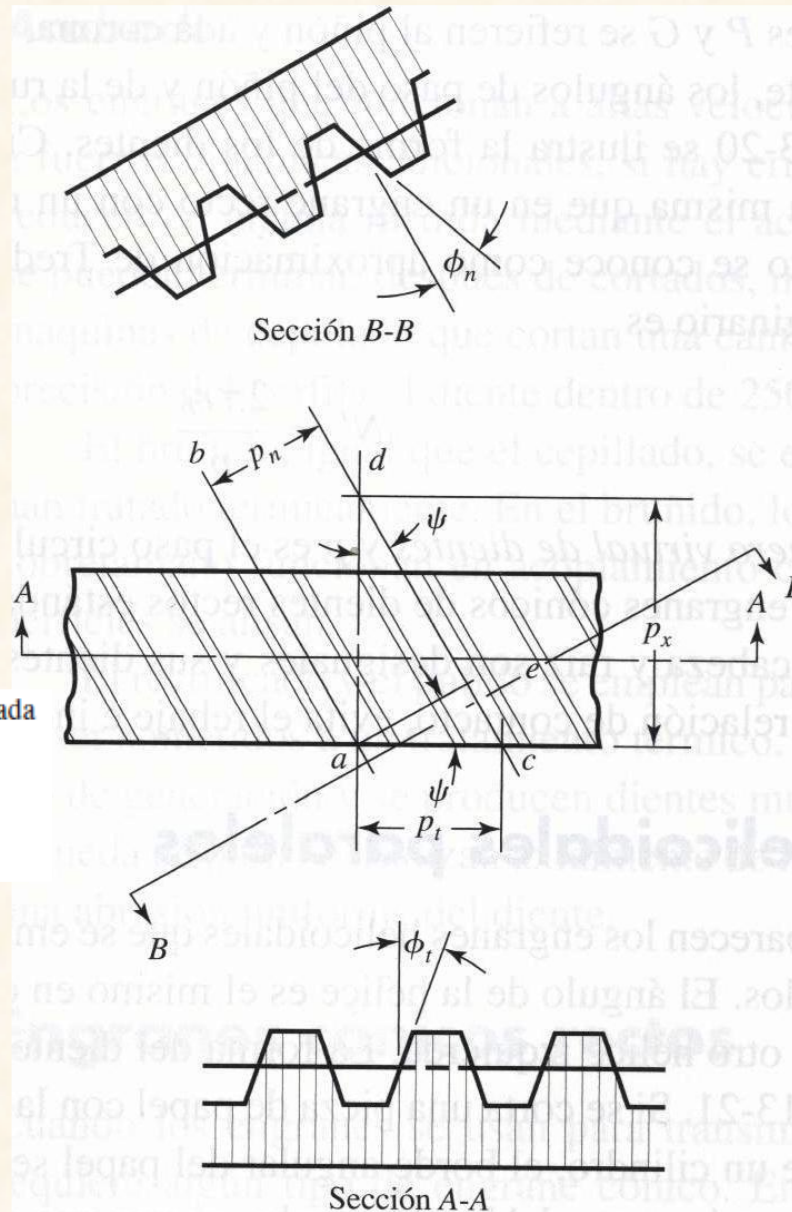
Pasos en ruedas dentadas Helicoidales

$$P = \frac{N}{d}$$

$$m = \frac{d}{N}$$

$$p = \frac{\pi d}{N} = \pi m$$

$$pP = \pi$$



El ángulo ψ representa el ángulo de la hélice

paso circular transversal p_t

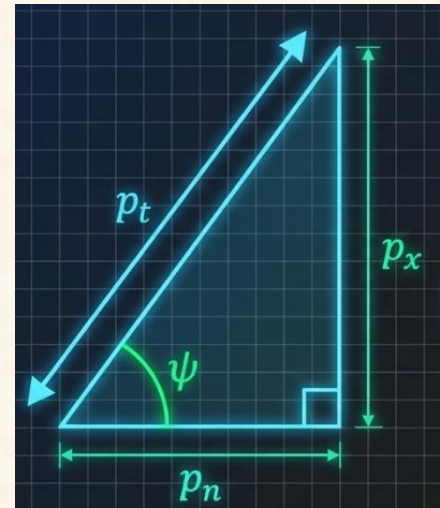
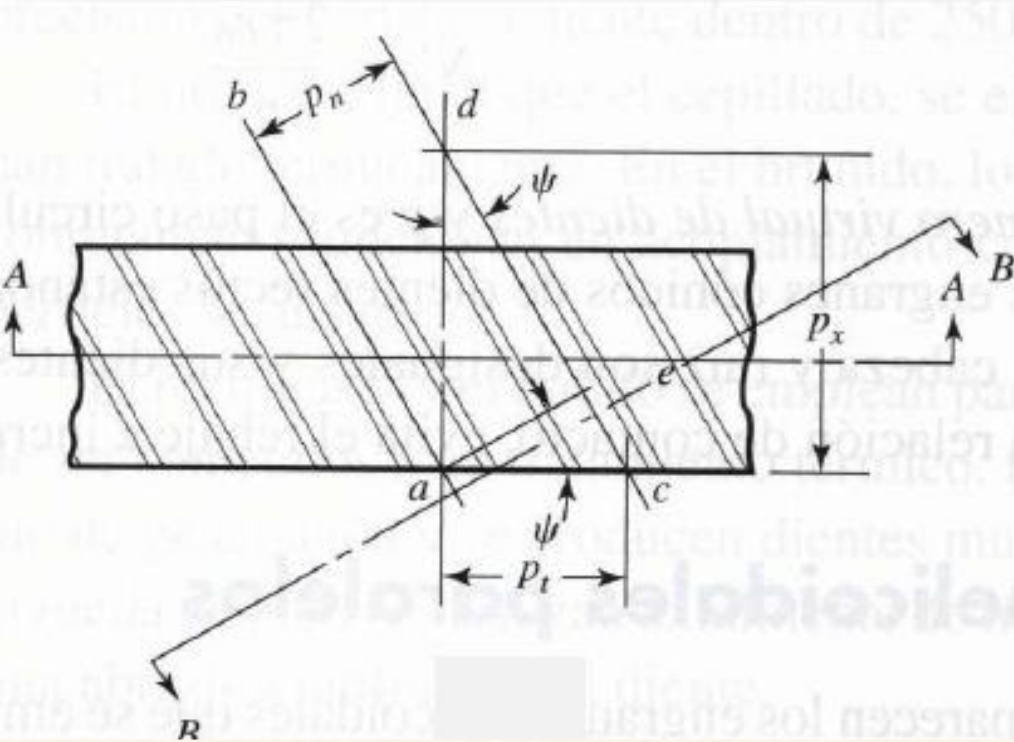
paso circular normal p_n

$$p_n = p_t \cos \psi$$

paso axial p_x

$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

donde P = paso diametral, dientes por pulgada
 N = número de dientes
 d = diámetro de paso, pulg o mm
 m = módulo, mm
 p = paso circular, pulg o mm



Relación Normal-Transversal:

$$p_n = p_t * \cos(\psi)$$

(El paso normal siempre es menor que el paso transversal debido a la proyección ortogonal).

Relación Axial-Transversal:

$$p_x = p_t / \tan(\psi)$$

(Define el ancho de cara mínimo requerido para asegurar la superposición helicoidal).

$$p_n P_n = \pi,$$

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \psi}$$

paso diametral normal

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

p_n = paso normal
 p_t = paso transversal
 p_x = paso axial
 ψ = ángulo de hélice

ϕ_n = ángulo de presión normal
 ϕ_t = ángulo de presión transversal

$$p_n = p_t \cos \psi$$

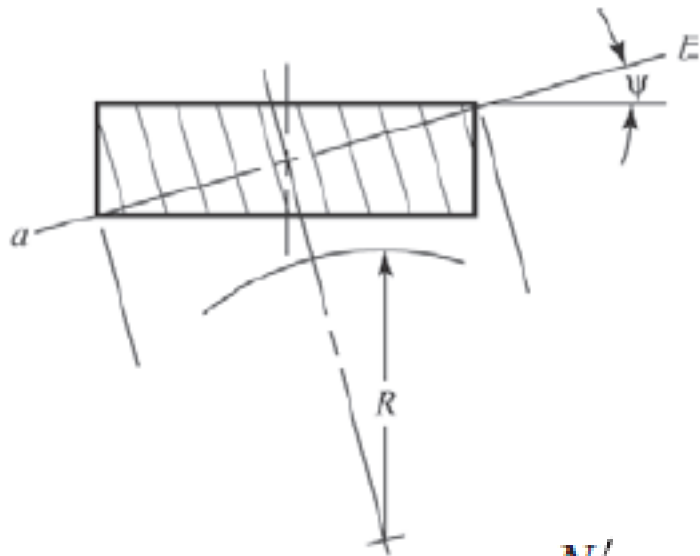
$$p_x = \frac{p_t}{\tan \psi}$$

$$P_n p_n = \pi$$

$$P_t p_t = \pi$$

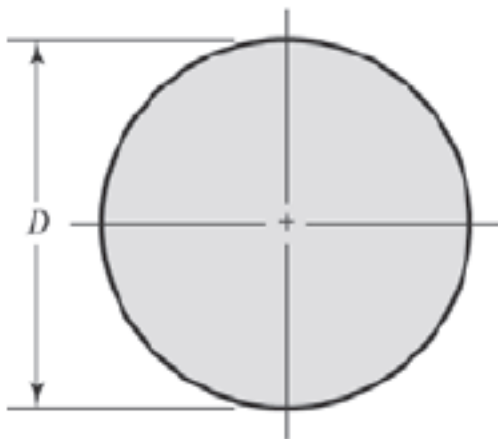
$$P_x p_x = \pi$$

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t}$$

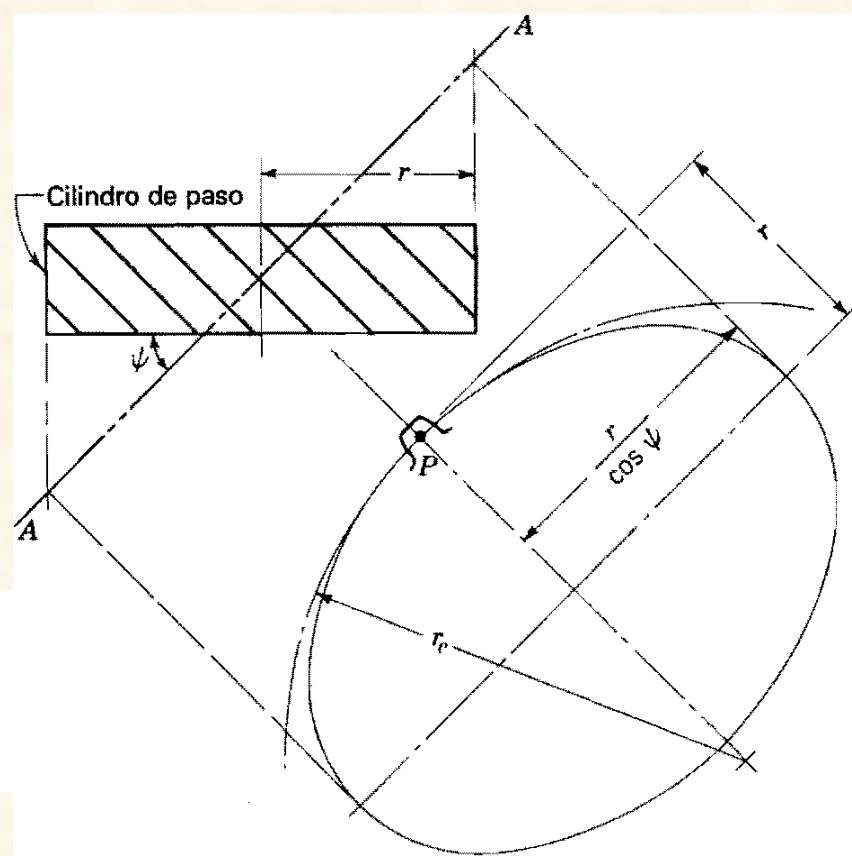


a)

$$N' = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

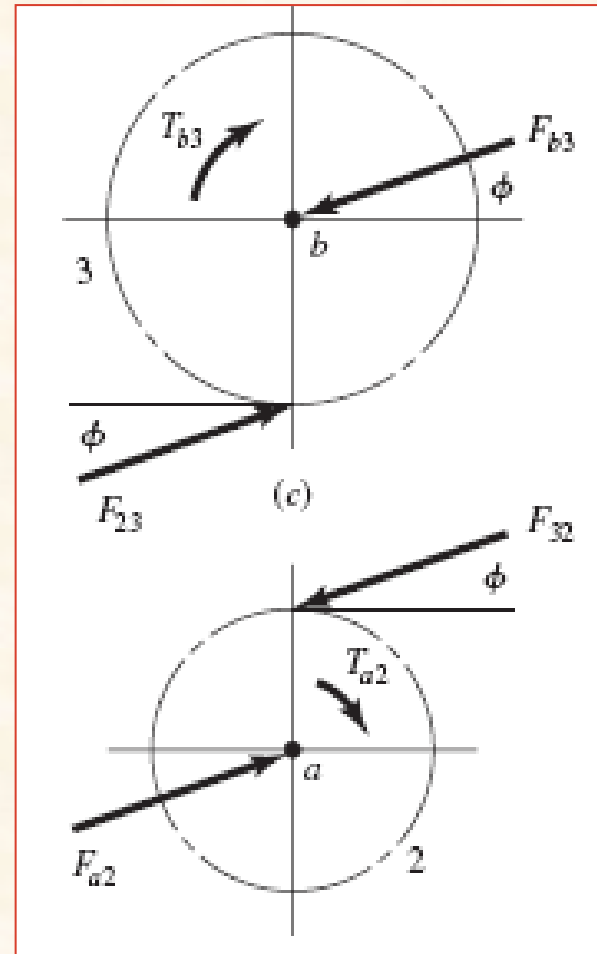
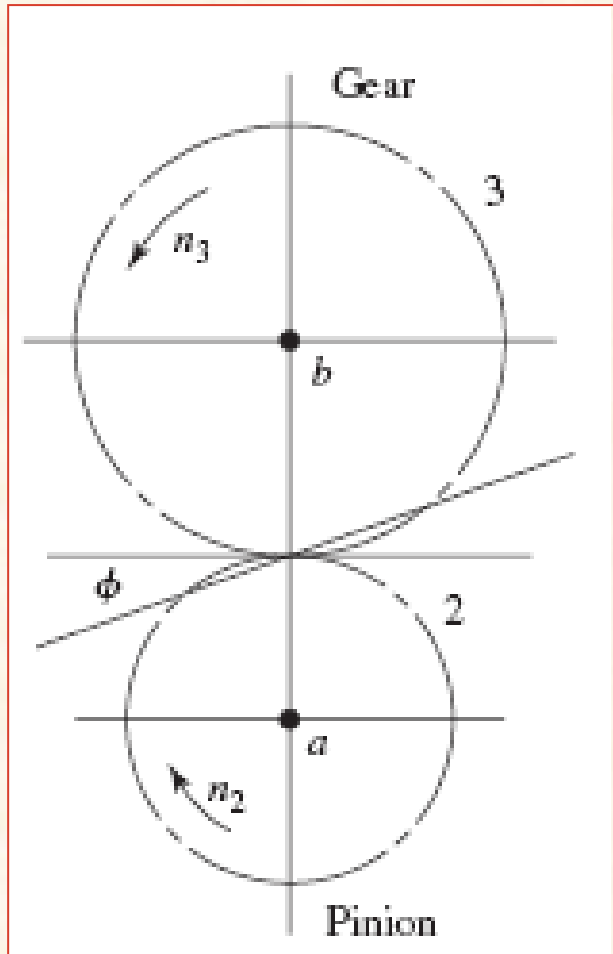


b)



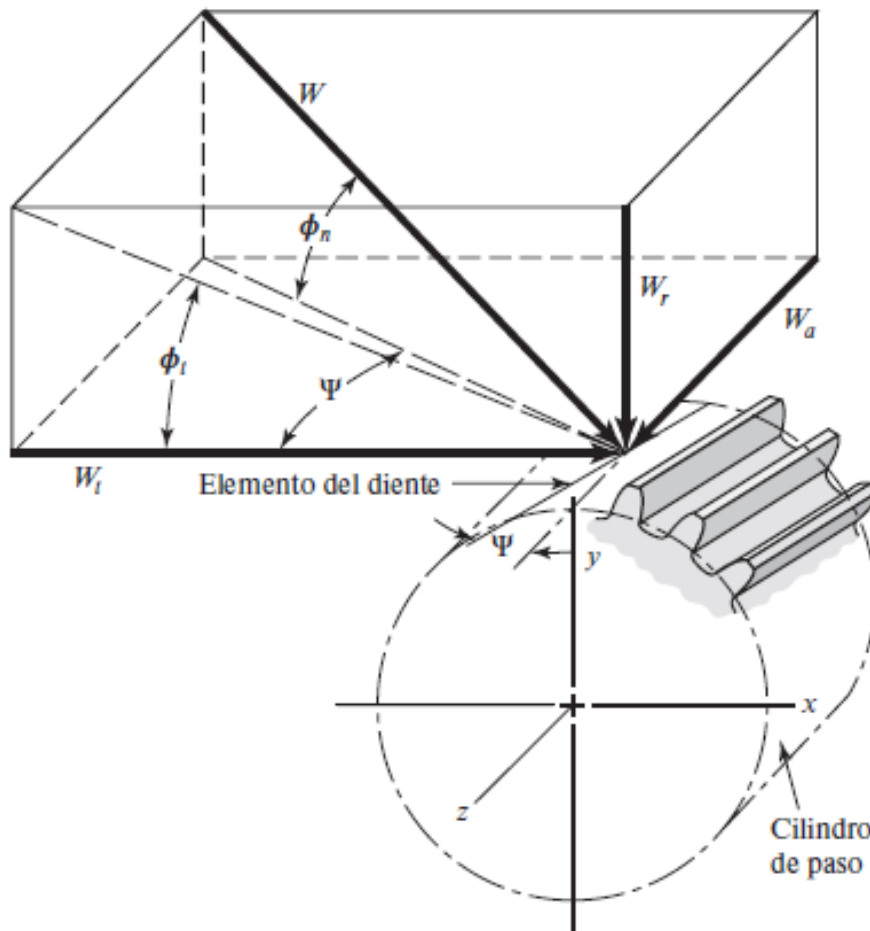
N' = número virtual dientes
 N = número real dientes
 ψ = ángulo de hélice

Análisis de fuerzas intervinientes cuando embonan un par de ruedas cilíndricas de dientes rectos



Ruedas Dentadas de Dientes Rectos

Análisis de Fuerzas



$$W_r = W \operatorname{sen} \phi_n$$

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi$$

$$W_a = W \cos \phi_n \operatorname{sen} \psi$$

$$W_r = W_t \tan \phi_t$$

$$W_a = W_t \tan \psi$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

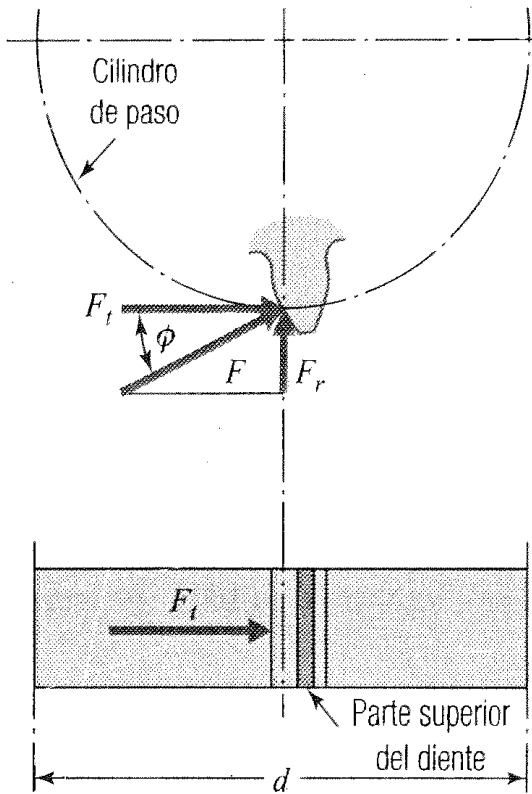
W = fuerza total

W_r = componente radial

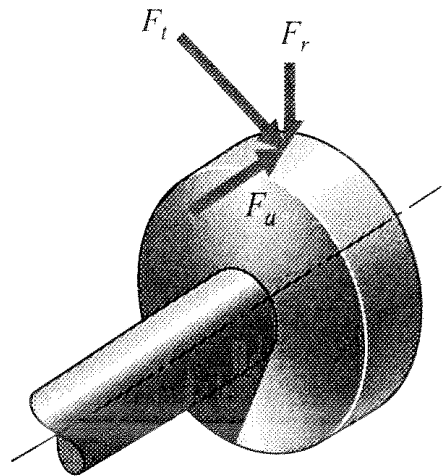
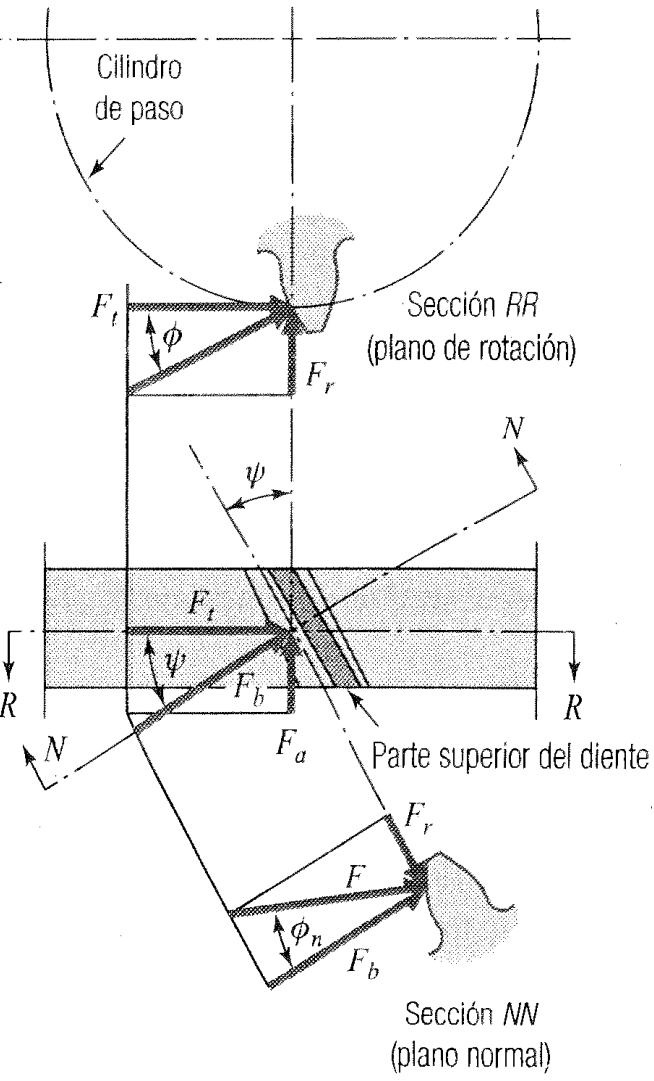
W_t = componente tangencial, también llamada carga transmitida

W_a = componente axial, también conocida como carga de empuje

Engrane recto
(engrane helicoidal con $\psi = 0^\circ$)

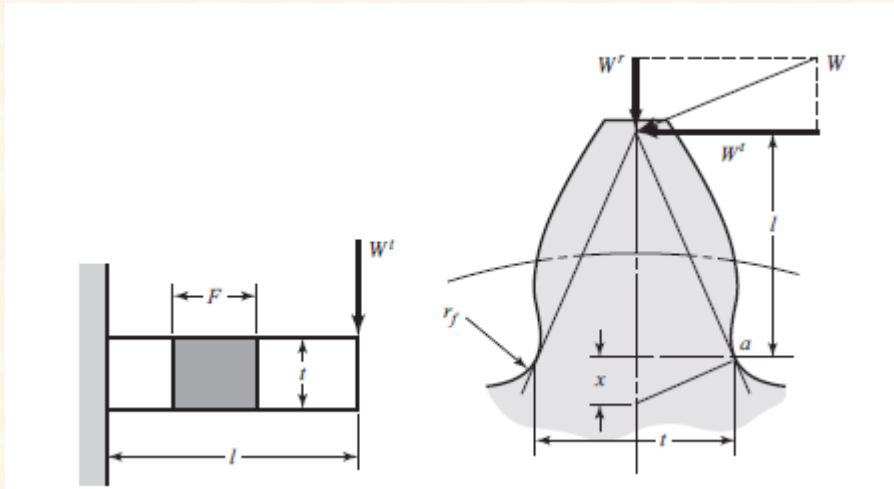


Engrane helicoidal



Vista isométrica que muestra las fuerzas en el engrane helicoidal

- Esfuerzo flexión de LEWIS



$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W'l}{Ft^2}$$

$$\sigma = \frac{W'}{Fpy}$$

- P=paso circular
- y=factor de forma de lewis

$$\sigma = \frac{W^t}{Fpy}$$

$$P = \pi/p$$

$$Y = \pi y$$

Paso Diametral

$$\sigma = \frac{W^t P}{FY}$$

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	28	0.353
13	0.261	30	0.359
14	0.277	34	0.371
15	0.290	38	0.384
16	0.296	43	0.397
17	0.303	50	0.409
18	0.309	60	0.422
19	0.314	75	0.435
20	0.322	100	0.447
21	0.328	150	0.460
22	0.331	300	0.472
24	0.337	400	0.480
26	0.346	Rack	0.485

Cálculo Clásico

**Fuerza
Lewis**

$$F_l = \frac{SbY}{P_n}$$

**Fuerza
Dinámica**

$$F_d = F_t + \frac{0.05V_m(bC \cos^2 \psi + F_t) \cos \psi}{0.05V_m + \sqrt{bC \cos^2 \psi + F_t}}$$

**Fuerza
Desgaste**

$$F_w = \frac{bDQK_g}{\cos^2 \psi}$$

$$F_t = \frac{33000N}{V_m}$$

b = ancho de la rueda

$$V_m = \pi Dn$$

Y = factor de forma

P_n = paso diametral normal

$$Q = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

ψ = ángulo hélice

$$F_l \geq F_d$$

$$F_w \geq F_d$$

Método de Cálculo AGMA

Flexión en engranes Rectos ANSI/AGMA 2001-C95

**Ecuación
Esfuerzo
flexionante
AGMA**

$$\sigma = W^t K_0 K'_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

**Ec. Límite de
durabilidad
en flexión**

$$\sigma_{perm} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

**Factor de
seguridad
en Flexión**

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

F = ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

J = factor geométrico D Rectos

P_d = paso diametral

K_0 = Factor carga

K'_v = Factor velocidad

K_s = Factor Tamaño

K_m = factor distribución carga

K_B = factor espesor aro

FLEXIÓN DE ENGRANES RECTOS

Con base en ANSI/AGMA 2001-D04

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$$W^t = \frac{33\,000 H}{V}$$

Ecuación de esfuerzo de flexión de engranes, ecuación (14-15)

$$\sigma = W^t K_o K_v K_s \frac{P_d}{F} \frac{K_m K_B}{J}$$

1 [o ecuación (a), sección 14-10]; página 730

Ecuación (14-30); página 731

Ecuación (14-40); página 735

Figura 14-6; página 724

Ecuación (14-27); página 727

Tabla en la parte inferior

Figura 14-17

Ruta de las ecuaciones de flexión basadas en las normas AGMA. (ANSI/AGMA 2001-D04.)

$$K_v = \frac{600 + V}{600} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado}) \quad (14-4a)$$

$$K_v = \frac{1\,200 + V}{1\,200} \quad (\text{perfil cortado o fresado}) \quad (14-4b)$$

$$K_v = \frac{50 + \sqrt{V}}{50} \quad (\text{perfil generado con fresa madre o cepillado}) \quad (14-5a)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{V}}{78}} \quad (\text{perfil cepillado o esmerilado}) \quad (14-5b)$$

En unidades SI, las ecuaciones (14-4a) a la (14-5b) se convierten en

$$K_v = \frac{3.05 + V}{3.05} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado}) \quad (14-6a)$$

$$K_v = \frac{6.1 + V}{6.1} \quad (\text{perfil cortado o fresado}) \quad (14-6b)$$

$$K_v = \frac{3.56 + \sqrt{V}}{3.56} \quad (\text{perfil generado con fresa madre o cepillado}) \quad (14-6c)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5.56 + \sqrt{V}}{5.56}} \quad (\text{perfil cepillado o esmerilado}) \quad (14-6d)$$

donde V está en metros por segundo (m/s).

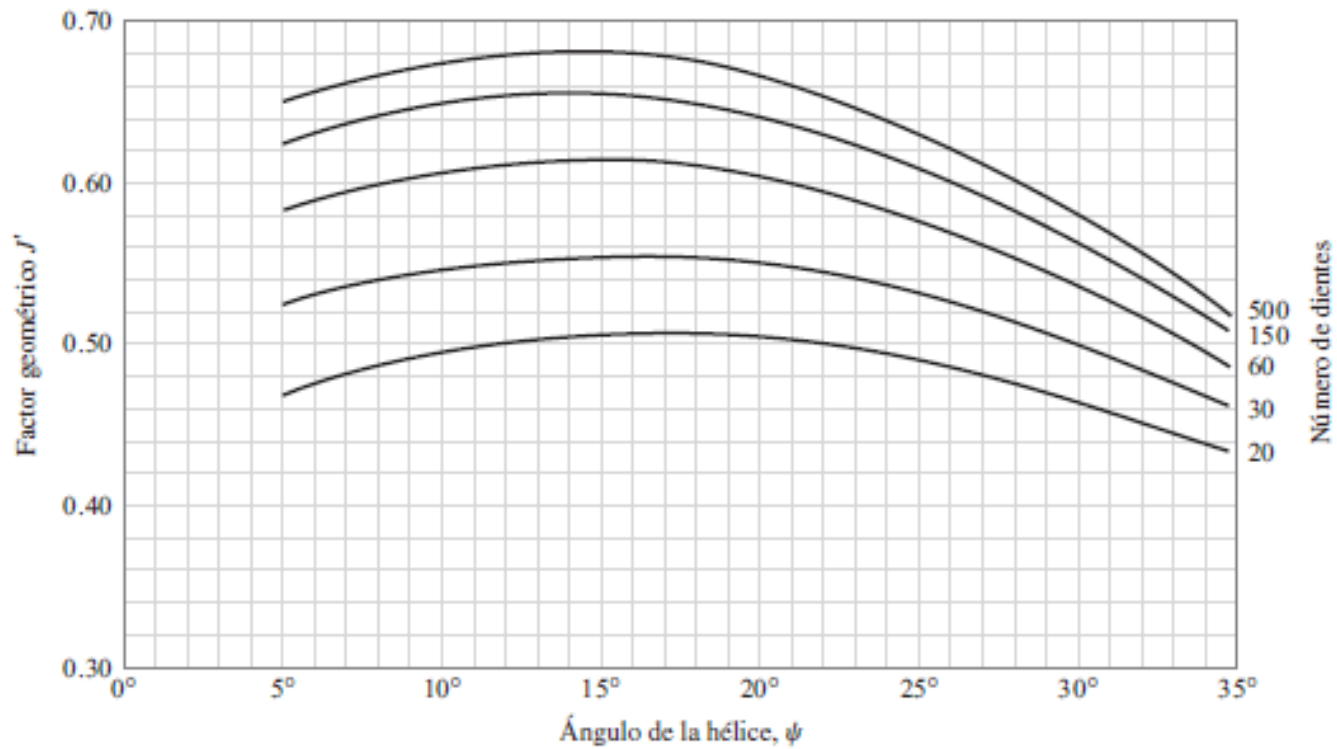
Introduciendo el factor de velocidad en la ecuación (14-2) se obtiene

$$\sigma = \frac{K_v W^t P}{F Y} \quad (14-7)$$

La versión métrica de esta ecuación corresponde a

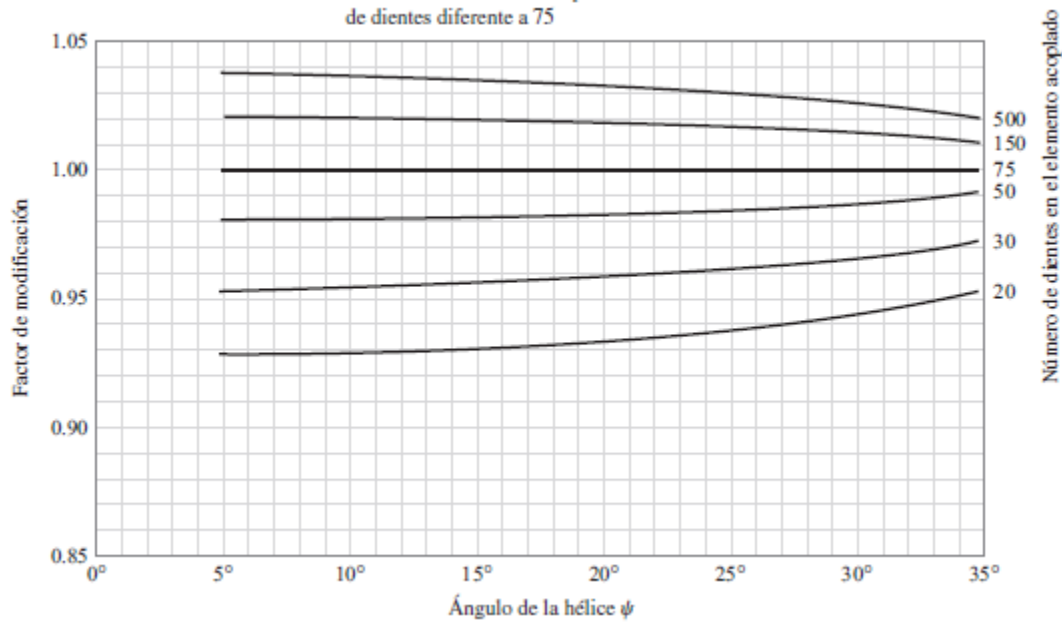
$$\sigma = \frac{K_v W^t}{F m Y} \quad (14-8)$$

donde el ancho de la cara F y el módulo m están en milímetros (mm). Si se expresa la componente tangencial de la carga W^t en newtons (N) se producen unidades de esfuerzo en megapascales (MPa).



Los factores son de dientes cortados con una fresa madre de entalle completo

El factor de modificación se puede aplicar al factor J , cuando en el elemento acoplado se utilice un número de dientes diferente a 75



$0.99(S_t)_{10^7}$ Tablas 14-3, 14-4; páginas 719-720

Ecuación del límite de durabilidad en flexión de engranes, ecuación (14-17)

$$\sigma_{\text{perm}} = \frac{S_t}{S_F} \frac{Y_N}{K_T K_R}$$

1 si $T < 250^\circ\text{F}$

Figura 14-14; página 720

Tabla 14-10; ecuación (14-38); páginas 731-732

Factor de seguridad en flexión, ecuación (14-41)

$$S_F = \frac{S_t Y_N / (K_T K_R)}{\sigma}$$

Recuerde hacer la comparación de S_F con S_H^2 cuando decida si la flexión o el desgaste representan una amenaza para la función. Para engranes coronados, compare S_F con S_H^3 .

Tabla de factores de sobrecarga, K_o

Máquina impulsada			
Fuente de potencia	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

Método de Cálculo AGMA

Desgaste de engrane Recto ANSI/AGMA 2001-C95

Ecuación del Esfuerzo de contacto AGMA

$$\sigma_c = C_p \left(W^t K_0 K'_v K_s \frac{K_m C_f}{d_p F I} \right)$$

Límite de durabilidad por contacto AGMA

$$\sigma_{c,perm} = \frac{S_C Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Factor de seguridad al desgaste

$$S_H = \frac{S_C Z_N / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

$$W^t = \frac{33000H}{V}$$

$F =$ ancho de la rueda

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$J =$ factor geométrico DRectos

$P_d =$ paso diametral

$K_0 =$ Factor sobrecarga

$K'_v =$ Factor velocidad

$K_s =$ Factor Tamaño

$K_m =$ factor distribución carga

$C_p =$ coeficiente elástico

$C_f =$ coeficiente acabado superficie

$I =$ factor geométrico

DESGASTE DE ENGRANES RECTOS

Con base en ANSI/AGMA 2001-D04

$$d_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$V = \frac{\pi d n}{12}$$

$$W^t = \frac{33\,000 H}{V}$$

Ecuación de
esfuerzo
de contacto,
ecuación (14-16)

$$\sigma_c = C_p \left(W^t K_o K_v K_x \frac{K_m}{d_p F} \frac{C_f}{I} \right)^{1/2}$$

Ecuación (14-13), tabla 14-8; página 728

1 [o ecuación (a), sección 14-10]; página 730

Ecuación (14-30); página 731

1

Ecuación (14-23); página 726

Ecuación (14-27); página 727

Tabla en la parte inferior

Figura 14-18

Ruta de las ecuaciones de desgaste basadas en las normas AGMA. (ANSI/AGMA 2001-D04.)

$0.99(S_c)_{10}^7$ Tablas 14-6, 14-7; páginas 722, 723

Figura 14-15; página 734

Ecuación del límite de durabilidad por contacto de engranes, ecuación (14-18)

$$\sigma_{sc,perm} = \frac{S_c Z_N C_H}{S_H K_T K_R}$$

Sección 14-12, solamente engrane; página 732

Tabla 14-10, ecuaciones (14-38); páginas 734-735
1 si $T < 250^\circ\text{F}$

Factor de seguridad del desgaste, ecuación (14-42)

$$S_H = \frac{S_c Z_N C_H / (K_T K_R)}{\sigma_c}$$

Engrane únicamente

Recuerde hacer la comparación de S_F con S_H^2 cuando decida si la flexión o el desgaste representan una amenaza para la función. Para engranes coronados, compare S_F con S_H^3 .

Tabla de factores de sobrecarga, K_o

Máquina impulsada			
Fuente de potencia	Uniforme	Impacto moderado	Impacto pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.75
Impacto ligero	1.25	1.50	2.00
Impacto medio	1.50	1.75	2.25

Bibliografía

- **SHIGLEY- HUICKERS.- “*TEORÍA DE MÁQUINAS Y MECANISMOS*”.- Ed. Mc-Graw hill.**