

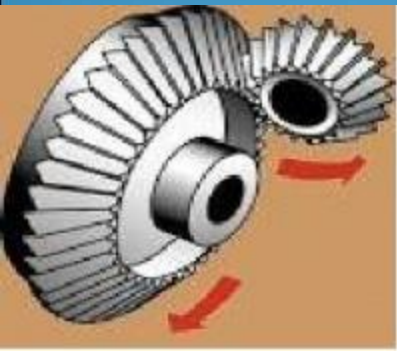


ELEMENTOS DE MÁQUINAS

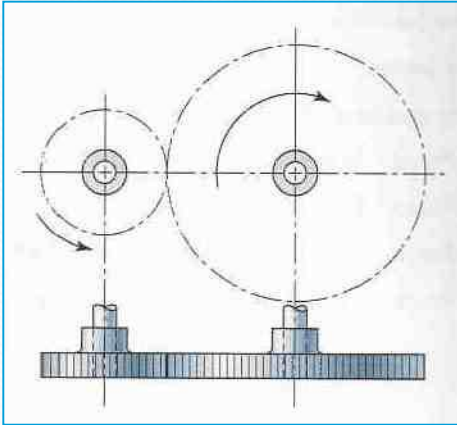
Ingeniería Electromecánica

Plan de Estudios 2013

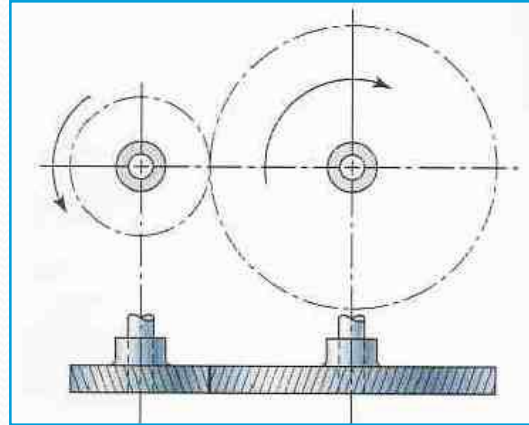
Año 2026



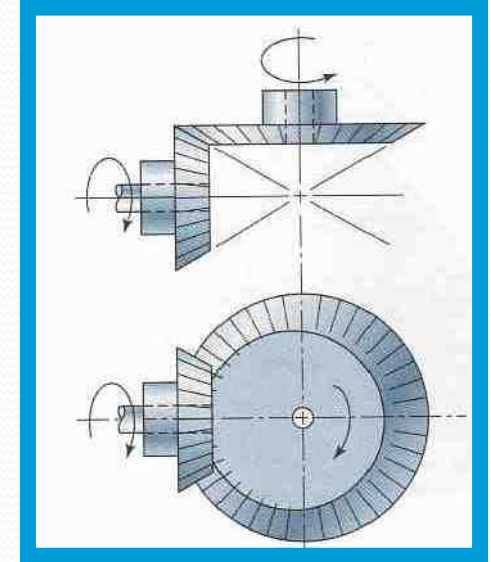
Ruedas Dentadas Cónicas



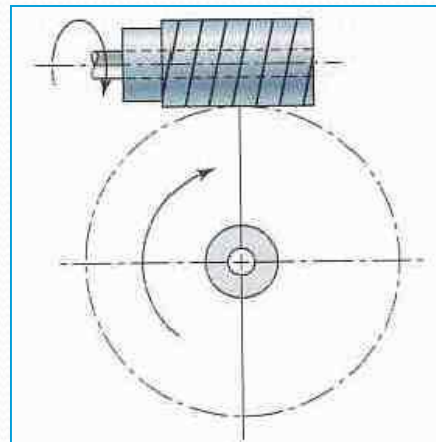
**Ruedas dentadas de
dientes rectos**



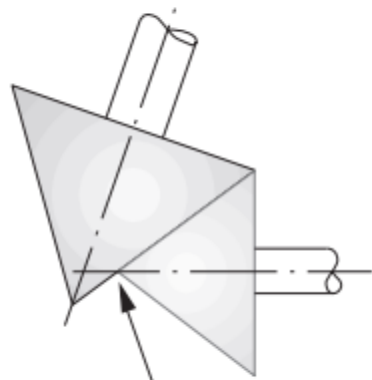
**Ruedas dentadas de
dientes helicoidales**



**Ruedas dentadas cónicas
de dientes rectos**

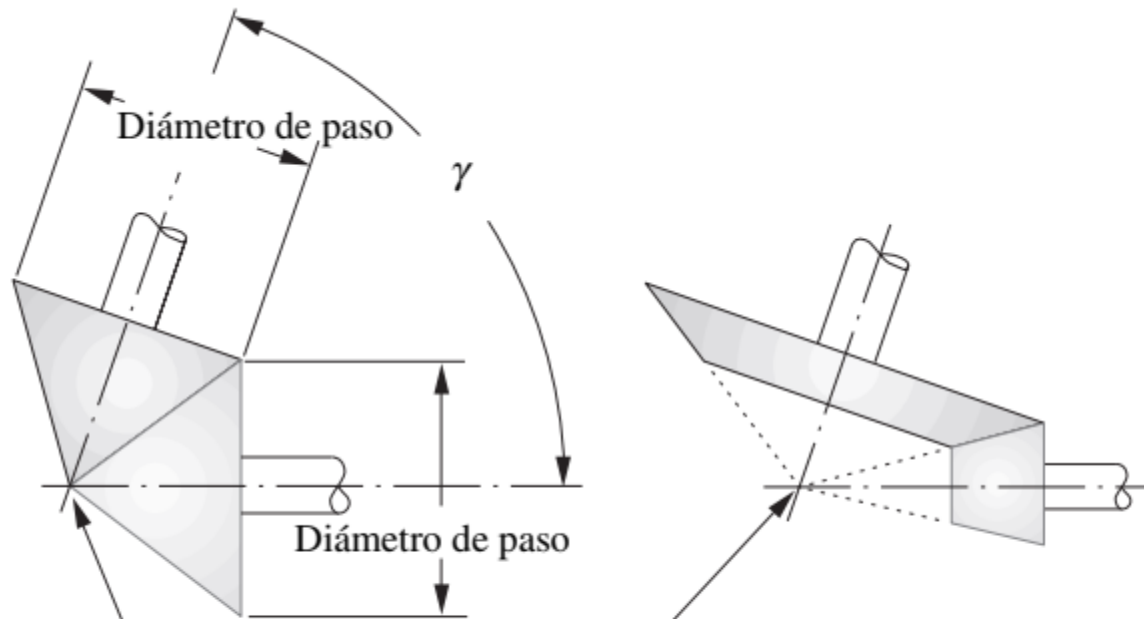


**Tornillo Sin Fin – Rueda
helicoidal**



Desacoplamiento
de la velocidad

a) Arreglo incorrecto



Los vértices
deben coincidir

b) Arreglos correctos

Ruedas Dentadas Cónicas

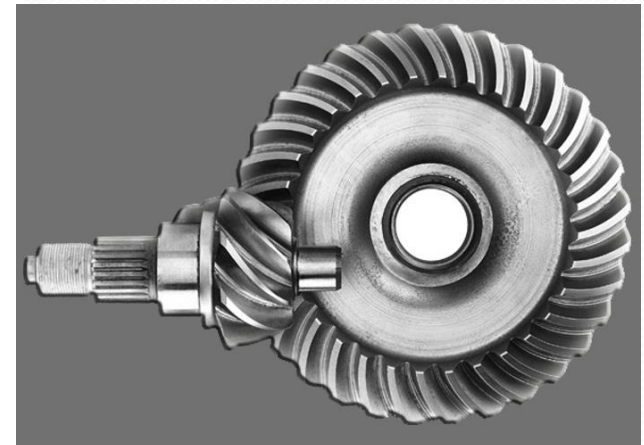
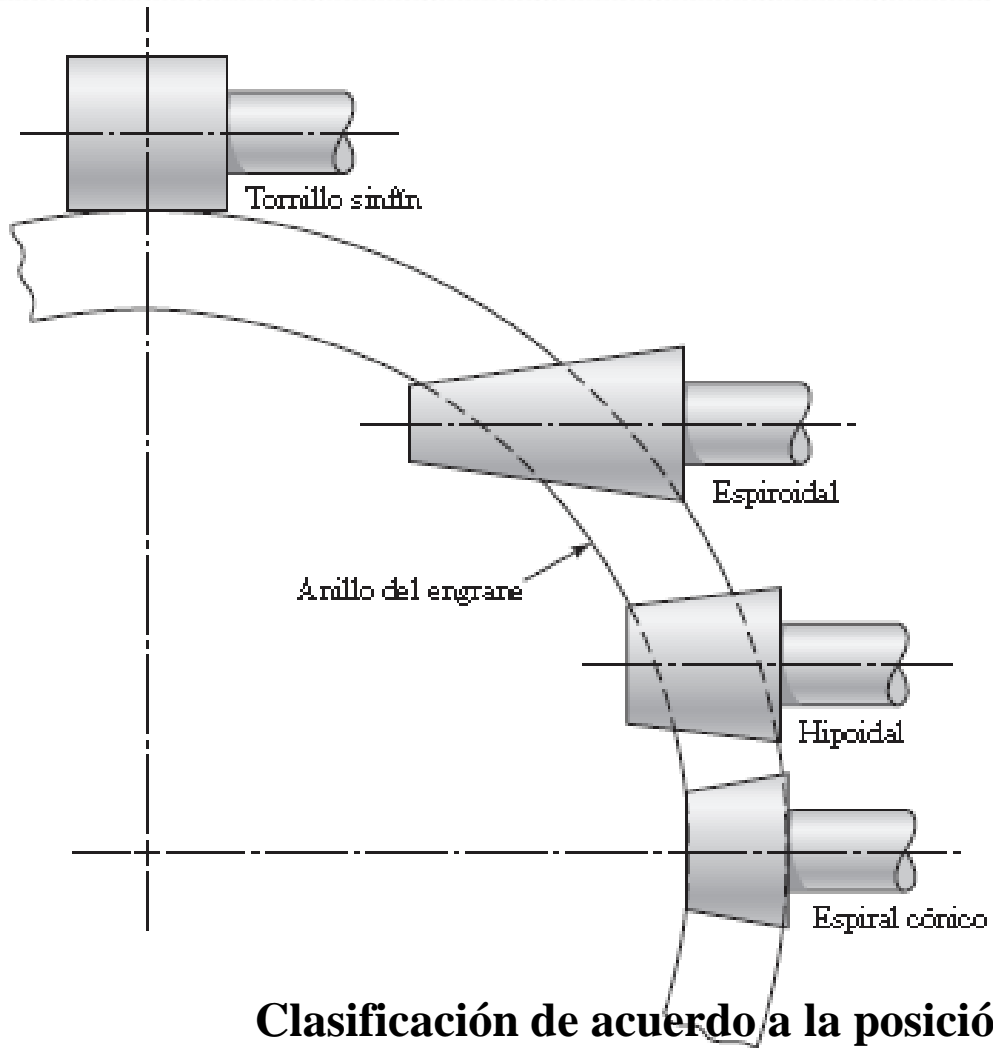
Se fabrican a partir de un tronco de cono, formándose los dientes por fresado de su superficie exterior. Estos dientes pueden ser rectos, helicoidales o curvos. Esta familia de engranajes soluciona la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan. Los datos de cálculos de estos engranajes están en prontuarios específicos de mecanizado .

Se clasifican en:

- Engranés cónicos rectos
- Engranés cónicos espirales
- Engranés cónicos Zerol
- Engranés hipoidales
- Engranés espiroidales.



Ruedas Dentadas Cónicas



Clasificación de acuerdo a la posición relativa de los ejes

Ruedas Dentadas Cónicas

Engranajes cónicos de dientes rectos

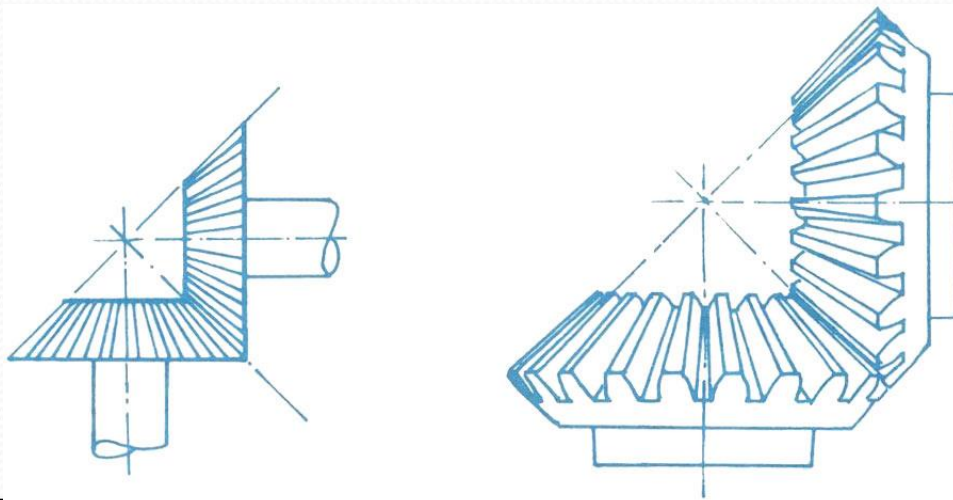
Efectúan la transmisión de movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas.

Los dientes convergen en el punto de intersección de los ejes.

Son utilizados para efectuar reducción de velocidad con ejes en 90° .

Son utilizados para velocidades en la línea de paso de hasta **5m/seg** cuando el ruido no es una consideración importante.

Estos engranajes generalmente son “**ruidosos**”. Se utilizan en transmisiones antiguas y lentas. En la actualidad se usan muy poco.

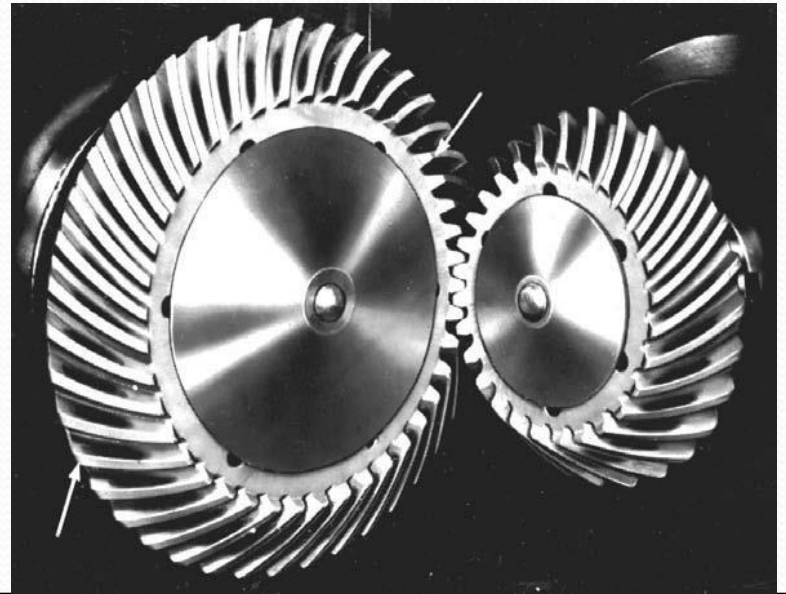


Ruedas Dentadas Cónicas

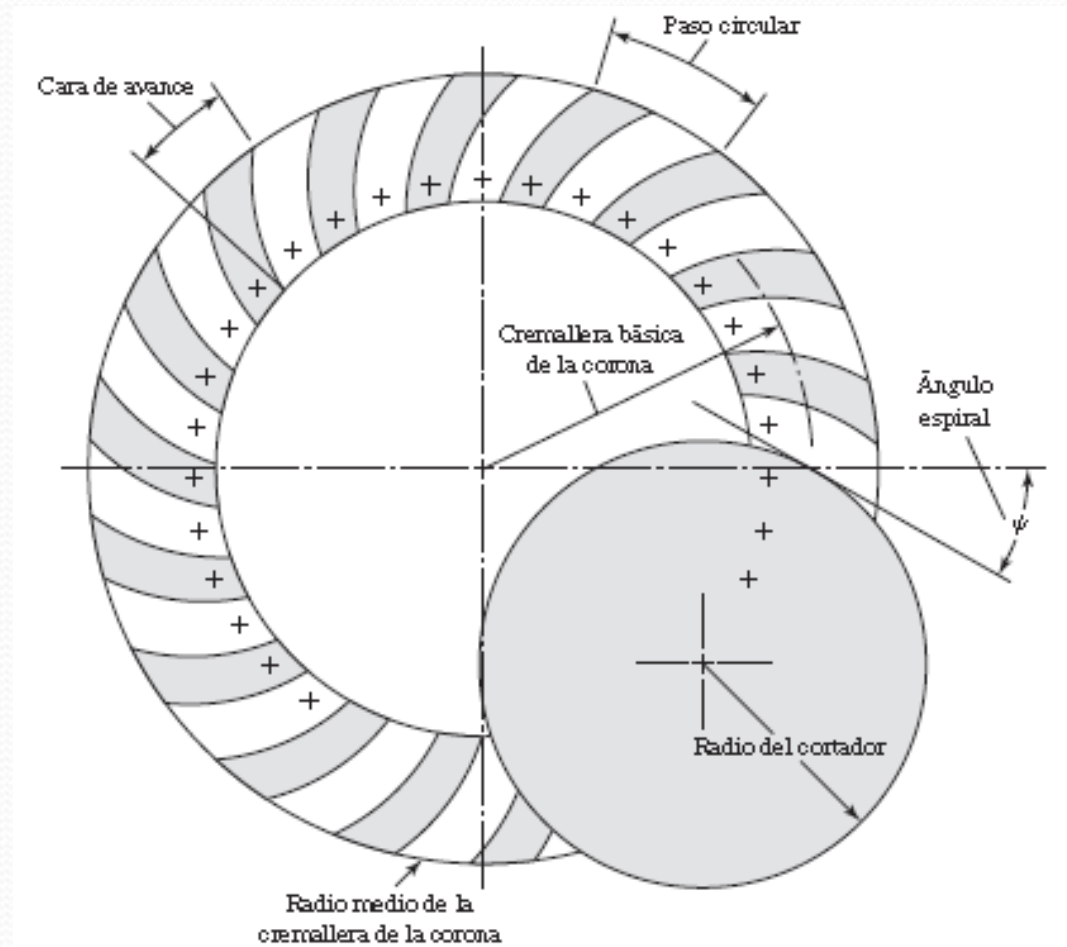
Engranajes cónicos espirales

Estos engranes se recomiendan para desarrollar velocidades mayores y donde el nivel de ruido sea un elemento de consideración.

Los engranes cónicos espirales representan la contraparte cónica del engrane helicoidal; se puede observar en la que las superficies de paso y la naturaleza del contacto son las mismas que en los engranes cónicos comunes, excepto por las diferencias que inducen los dientes en forma de espiral.



Ruedas Dentadas Cónicas



Ruedas Dentadas Cónicas

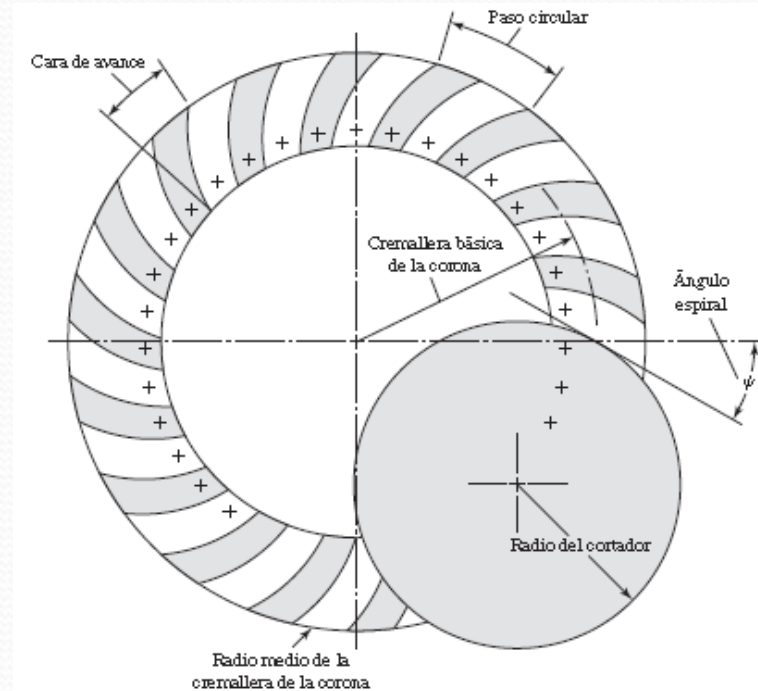
El engrane cónico Zerol

Estos engrane patentado con dientes curvos pero con un ángulo de espiral con valor de cero.

Las cargas de empuje axial permisibles para los engranes Zerol no son tan grandes como para el engrane cónico espiral, y por ello a menudo se utilizan en lugar de los engranes cónicos rectos.

El engrane cónico Zerol se genera mediante la misma herramienta empleada para los engranes cónicos en espiral normales.

Para propósitos de diseño, se llevará a cabo el mismo procedimiento que en los engranes cónicos rectos, y después simplemente se introducirá un engrane Zerol.



Ruedas Dentadas Cónicas

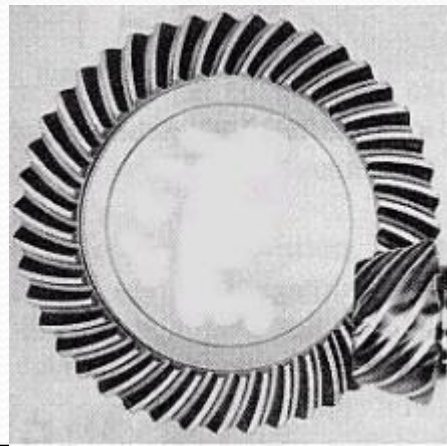
Engranajes hipoidal

Un engranaje hipoide es un grupo de engranajes cónicos helicoidales formados por un piñón reductor de pocos dientes y una rueda de muchos dientes.

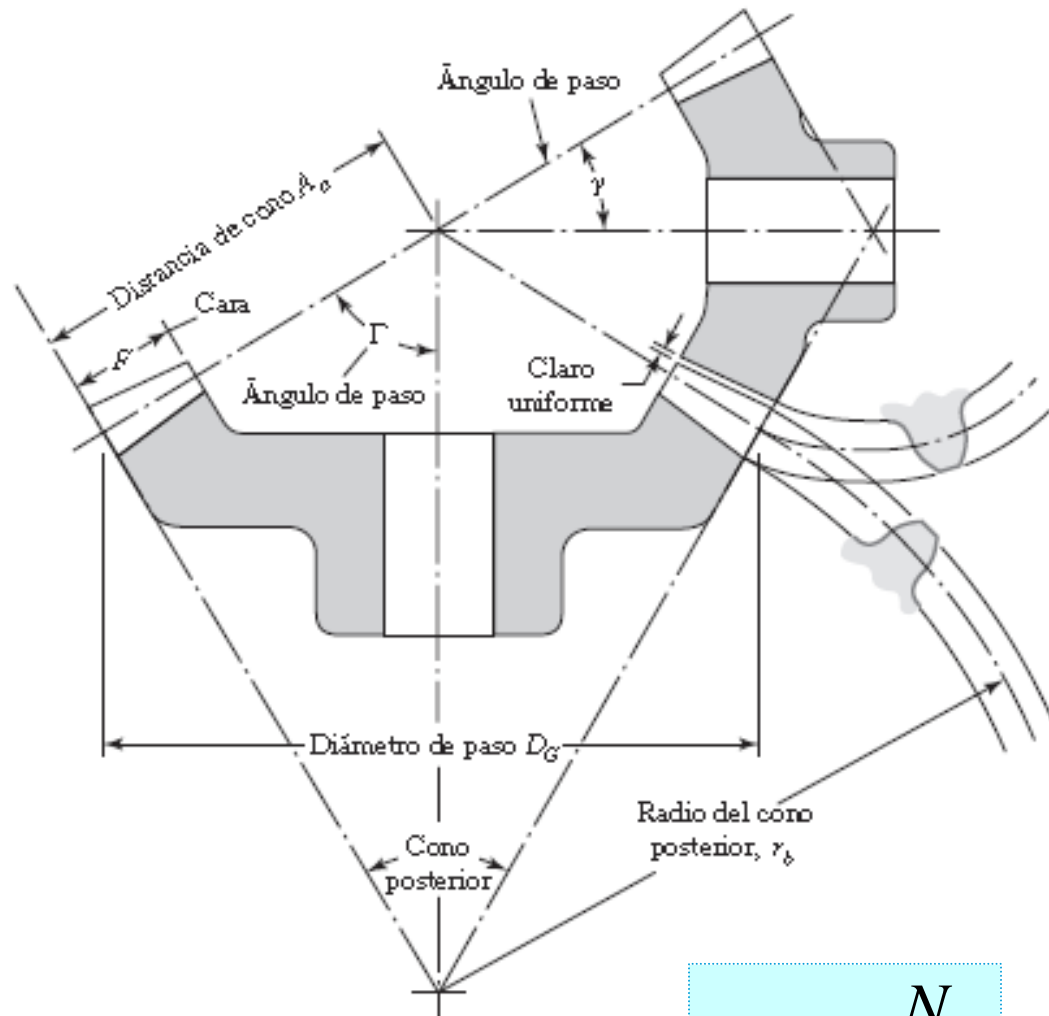
Tiene la ventaja de ser muy adecuado para las carrocerías de tipo bajo, ganando así mucha **estabilidad el vehículo**.

Por otra parte la disposición helicoidal del dentado permite un **mayor contacto** de los dientes del piñón con los de la corona, **obteniéndose mayor robustez en la transmisión**.

Su mecanizado es muy complicado y se utilizan para ello máquinas talladoras especiales (Gleason)



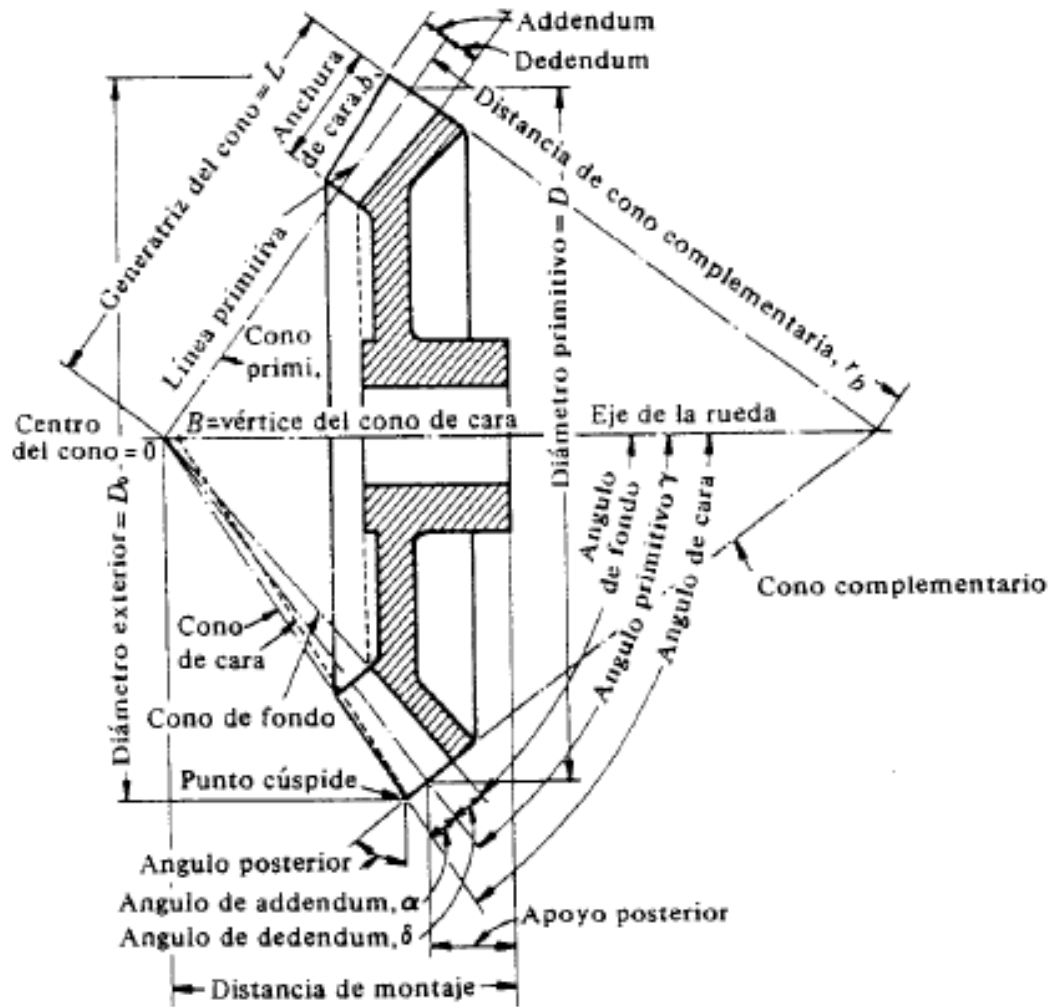
Nomenclatura de los engranes cónicos



$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G}$$

$$\tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

Nomenclatura de los engranes cónicos



Ruedas Dentadas Cónicas

El paso en los engranes cónicos se mide en el extremo grande del diente.

Los ángulos de paso están definidos por los conos de paso

$$\tan \gamma = \frac{N_P}{N_G}$$

$$\tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P}$$

γ : ángulo paso cono menor
 Γ : ángulo paso cono mayor
 N_P : número diente del piñón
 N_G : número diente de rueda

El número virtual de dientes

$$N' = \frac{2\pi r_b}{p}$$

r_b = radio del cono posterior
 p = paso circular en extremo mayor

Tabla 13-3

Proporciones de dientes de
dientes de engranes cónicos
rectos a 20°

Elemento

Fórmula

Profundidad de trabajo

$$h_k = 2.0/P$$

Claro

$$c = (0.188/P) + 0.002 \text{ pulg}$$

Cabeza (addendum) del engrane

$$a_G = \frac{0.54}{P} + \frac{0.460}{P(m_{90})^2}$$

Relación de engranes

$$m_G = N_G/N_P$$

Relación equivalente a 90°

$$m_{90} = m_G \text{ cuando } \Gamma \neq 90^\circ$$

$$m_{90} = \sqrt{m_G \frac{\cos \gamma}{\cos \Gamma}} \text{ cuando } \Gamma \neq 90^\circ$$

Ancho de la cara

$$F = 0.3A_0 \text{ o } F = \frac{10}{P}, \text{ el que sea menor}$$

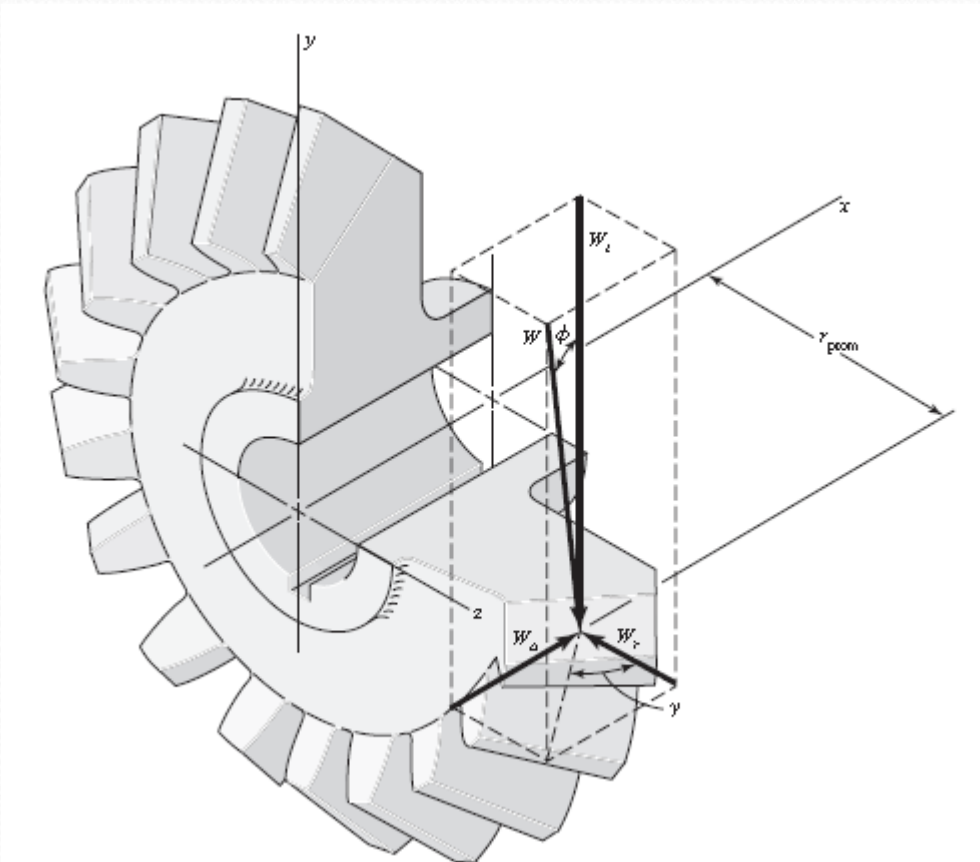
Número mínimo de dientes

Piñón	16	15	14	13
Corona	16	17	20	30

Ruedas Dentadas Cónicas

Análisis de Fuerza

Al determinar las cargas en el eje o árbol y en los cojinetes de apoyo, la práctica usual consiste en utilizar la carga tangencial o transmitida que ocurriría si todas las fuerzas se concentraran en el centro o punto medio del diente.

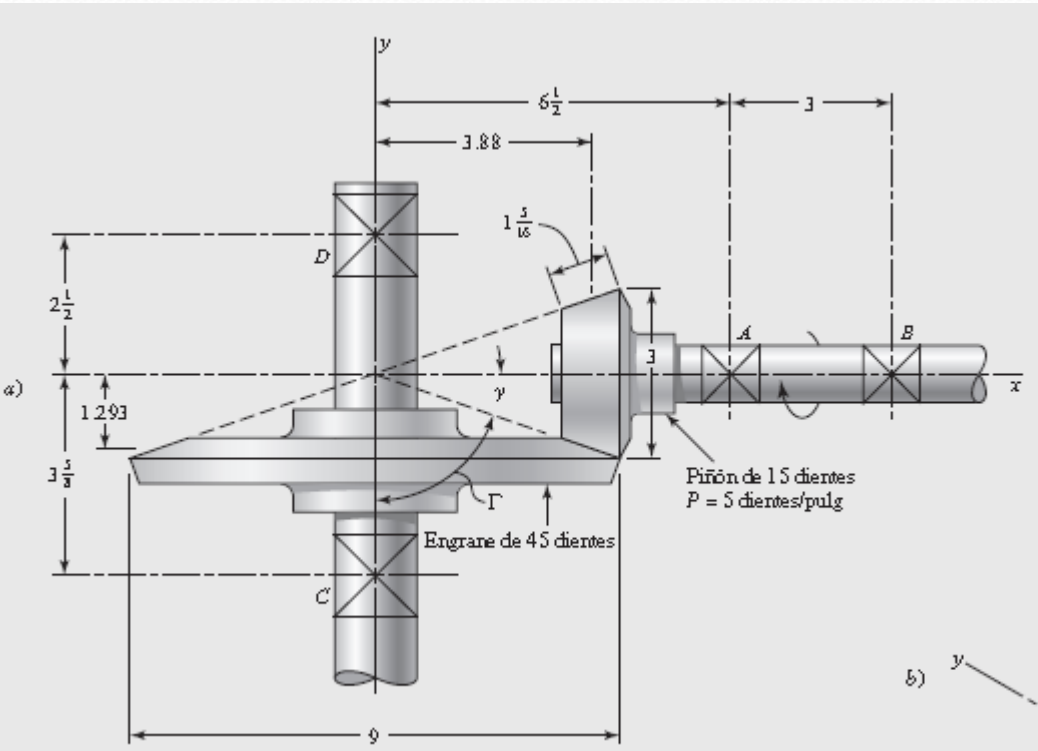


$$W_t = \frac{T}{r_{med}}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \operatorname{sen} \gamma$$

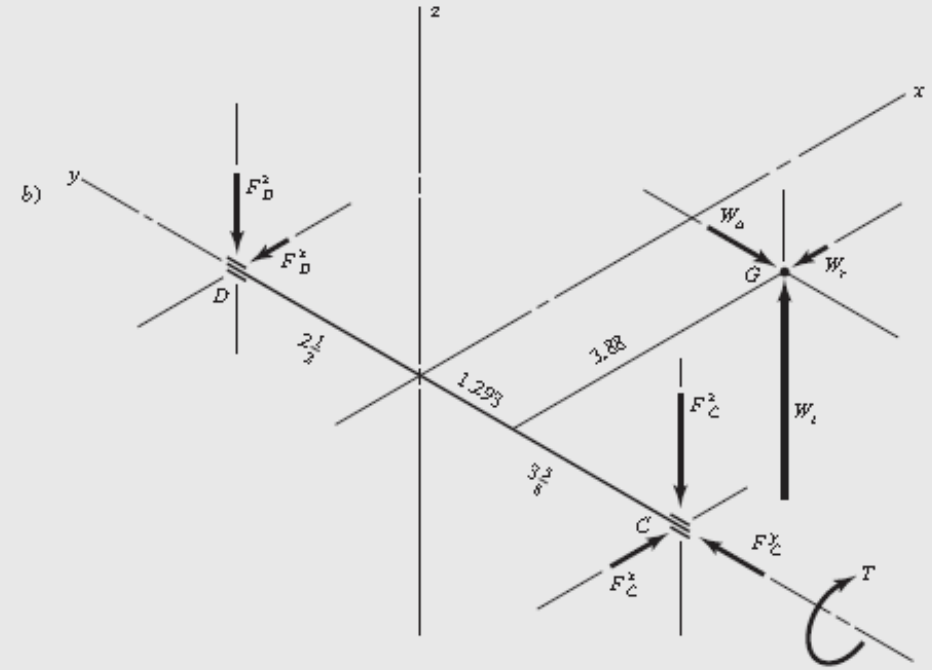
Ruedas Dentadas Cónicas



$$W_t = \frac{T}{r_{med}}$$

$$W_r = W_t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W_a = W_t \tan \phi \sin \gamma$$



Ruedas Dentadas Cónicas

Ecuación fundamental de esfuerzos de contacto

$$s_c = \sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{Unidades usadas en Estados Unidos})$$

(15-1)

$$\sigma_H = Z_E \left(\frac{1\,000 W^t}{b d Z_1} K_A K_v K_{H\beta} Z_x Z_{xc} \right)^{1/2} \quad (\text{Unidades SI})$$

- S_c σ_H Número de esfuerzo de contacto calculado
 C_p Z_E Coeficiente elástico
 C_s Z_x Factor de tamaño de resistencia a picadura
 C_{xc} Z_{xc} Factor de coronamiento de resistencia a picadura
 F b Ancho neto de cara
 I Z_1 Factor geométrico de resistencia a picadura
 K_o K_A Factor de sobrecarga
 K_v K_v Factor dinámico
 K_m $K_{H\beta}$ Factor de distribución de carga

Ruedas Dentadas Cónicas

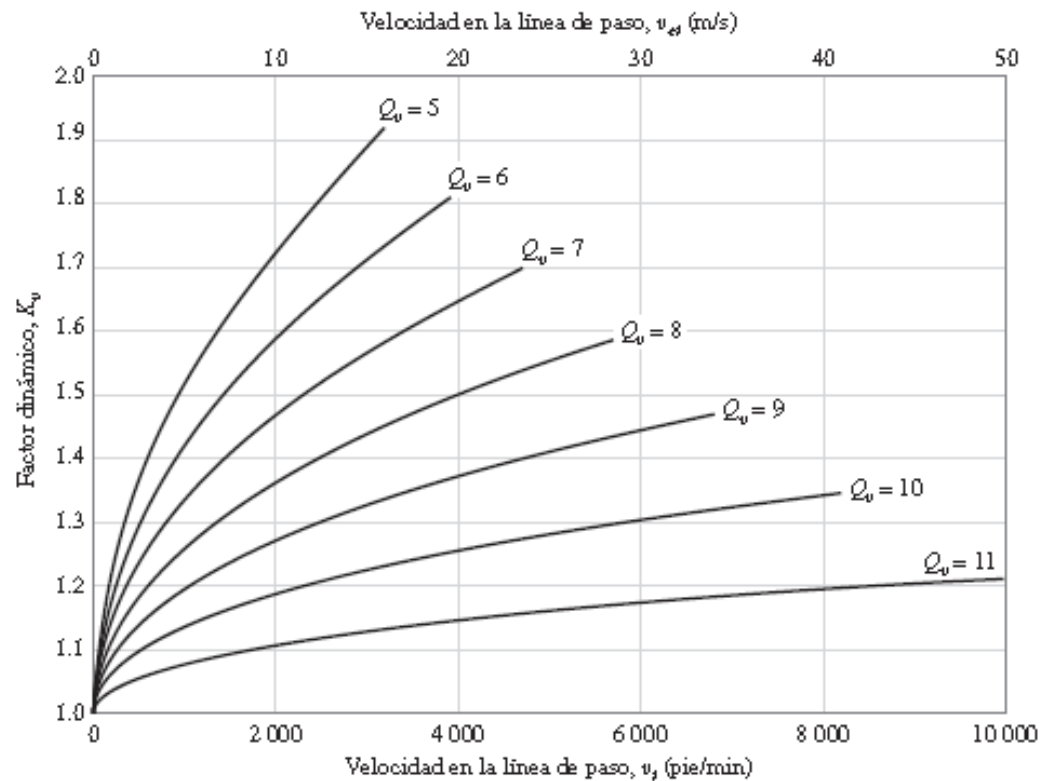


Figura 15-5

Factor dinámico K_v .

(Fuente: ANSI/AGMA 2003-B97.)

Factor de tamaño por resistencia a picadura C_s (Z_x)

$$C_s = \begin{cases} 0.5 & F < 0.5 \text{ pulg} \\ 0.125F + 0.4375 & 0.5 \leq F \leq 4.5 \text{ pulg} \\ 1 & F > 4.5 \text{ pulg} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Unidades habituales en} \\ \text{Estados Unidos)} \end{matrix} \quad (15-9)$$
$$Z_x = \begin{cases} 0.5 & b < 12.7 \text{ mm} \\ 0.00492b + 0.4375 & 12.7 \leq b \leq 114.3 \text{ mm} \\ 1 & b > 114.3 \text{ mm} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Unidades SI)} \end{matrix}$$

Factor de tamaño por flexión K_s (Y_x)

$$K_s = \begin{cases} 0.4867 + 0.2132) P_d & 0.5 \leq P_d \leq 16 \text{ dientes/pulg} \\ 0.5 & b > 16 \text{ dientes/pulg} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Unidades habituales} \\ \text{en Estados Unidos)} \end{matrix} \quad (15-10)$$
$$Y_x = \begin{cases} 0.5 & m_{et} < 1.6 \text{ mm} \\ 0.4867 + 0.008339m_{et} & 1.6 \leq m_{et} \leq 50 \text{ mm} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Unidades SI)} \end{matrix}$$

Ancho de cara recomendado F

Máximo L/3 o 10/Pd Recomendada $b=0,3L$

Zerol 0,275 L 10/Pd Recomendada $b=0,25L$

Ruedas Dentadas Cónicas

Ecuación del número (resistencia) del esfuerzo de contacto permisible

$$S_{wc} = (\sigma_c)_{\text{perm}} = \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R} \quad (\text{Unidades habituales en Estados Unidos})$$

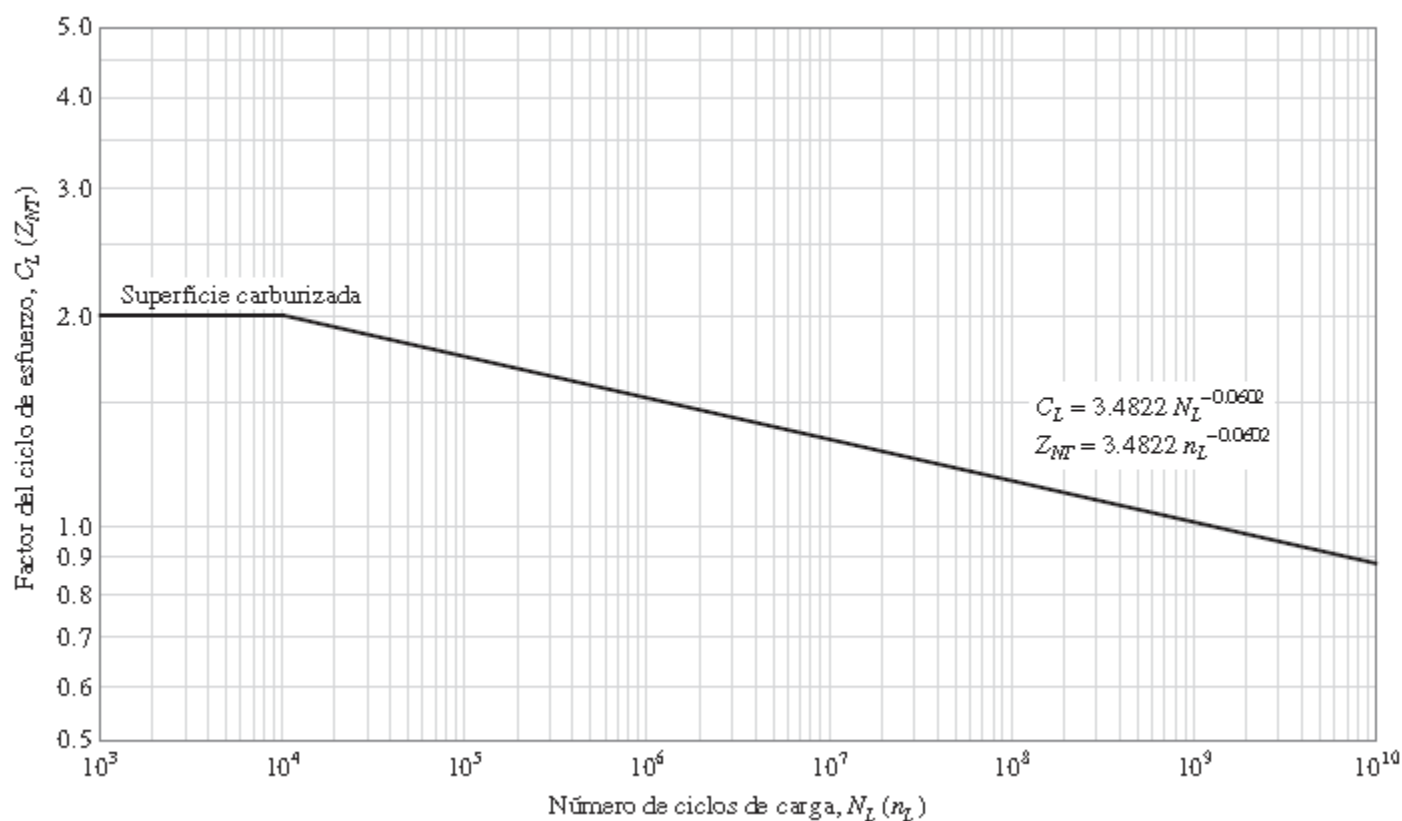
$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \text{ l\u00edm}} Z_{NT} Z_W}{S_H K_\theta Z_Z} \quad (\text{Unidades SI})$$

- S_{wc} σ_{HP} Número de esfuerzo por contacto permisible
 S_{ac} $\sigma_{H \text{ l\u00edm}}$ Número de esfuerzo de contacto permisible
 C_L Z_{NT} Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a picadura
 C_H Z_W Factor de relación de la dureza de resistencia a picadura
 S_H S_H Factor de seguridad por contacto
 C_R Z_Z Factor de confiabilidad por picadura
 K_T K_θ *Factor de temperatura*

Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura C_L (Z_{NT})

$$C_L = \begin{cases} 2 & 10^3 \leq N_L < 10^4 \\ 3.4822 N_L^{-0.0602} & 10^4 \leq N_L \leq 10^{10} \end{cases} \quad (15-14)$$

$$Z_{NT} = \begin{cases} 2 & 10^3 \leq n_L < 10^4 \\ 3.4822 n_L^{-0.0602} & 10^4 \leq n_L \leq 10^{10} \end{cases}$$



Ruedas Dentadas Cónicas

Esfuerzo de flexión

$$s_t = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J} \quad (\text{Unidades habituales en Estados Unidos})$$

$$\sigma_F = \frac{1000 W^t}{b} \frac{K_A K_v}{m_{et}} \frac{Y_x K_{H\beta}}{Y_\beta Y_J} \quad (\text{Unidades SI})$$

Ecuación del esfuerzo de flexión permisible

$$s_{wt} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \quad (\text{Unidades habituales en Estados Unidos})$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_z} \quad (\text{Unidades SI})$$

Ruedas Dentadas Cónicas

Esfuerzo de flexión

$$s_t = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J} \quad (\text{Unidades habituales en Estados Unidos}) \quad (15-3)$$

$$\sigma_F = \frac{1000 W^t}{b} \frac{K_A K_v}{m_{et}} \frac{Y_x K_{H\beta}}{Y_\beta Y_J} \quad (\text{Unidades SI})$$

S_t σ_F Número de esfuerzo por contacto calculado

P_d Paso diametral transversal exterior

K_o K_A Factor de sobrecarga

K_v K_v Factor dinámico

K_s Y_x Factor de tamaño de resistencia a la flexión

K_m $K_{H\beta}$ Factor de distribución de carga

K_x Y_β Factor de curvatura en el sentido longitudinal de resistencia a la flexión

J Y_J Factor geométrico de resistencia a la flexión

Ruedas Dentadas Cónicas

Ecuación del esfuerzo de flexión permisible

$$S_{wt} = \frac{S_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \quad (\text{Unidades habituales en Estados Unidos})$$

(15-4)

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \text{ l} \text{ i} \text{ m}} Y_{NT}}{S_F K_\theta Y_z} \quad (\text{Unidades SI})$$

S_{wt} σ_{FP} Número de esfuerzo de flexión permisible

S_{at} $\sigma_{F \text{ l} \text{ i} \text{ m}}$ Número de esfuerzo de flexión (permisible)

K_L Y_{NT} Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión

S_F S_F Factor de seguridad por flexión

K_T K_θ Factor de temperatura

K_R Y_z Factor de confiabilidad de resistencia a la flexión

DESGASTE DE ENGRANE CÓNICO RECTO BASADO EN ANSI/AGMA 2003-B97

Geometría	Análisis de fuerzas	Análisis de resistencia
$d_p = \frac{N_P}{P_d}$	$W^t = \frac{2T}{d_{av}}$	$W^t = \frac{2T}{d_p}$
$\gamma = \tan^{-1} \frac{N_P}{N_G}$	$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$	$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$
$\Gamma = \tan^{-1} \frac{N_G}{N_P}$	$W^a = W^t \tan \phi \sin \gamma$	$W^a = W^t \tan \phi \sin \gamma$

$$d_{av} = d_p - F \cos \Gamma$$

Esfuerzo por contacto del engrane

$$S_c = \sigma_c = C_p \left(\frac{W^t}{F d_p I} K_o K_v K_m C_s C_{xc} \right)^{1/2}$$

- En el extremo grande del diente
- Tabla 15-2, página 744
- Ecuaciones (15-5) a la (15-8), página 758
- Ecuación (15-11), página 757
- Ecuación (15-12), página 757
- Ecuación (15-9), página 757
- Figura 15-6, página 758
- Ecuación (15-21), página 762

Resistencia al desgaste del engrane

$$S_{wc} = (\sigma_c)_{perm} = \frac{s_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R}$$

- Tablas 15-4, 15-5, figura 15-12, ecuación (15-22), páginas 762-764
- Figura 15-8, ecuación (15-14), página 759
- Ecuaciones (15-16), (15-17), solo engranes, página 760
- Ecuaciones (15-19), (15-20), tabla 15-3, páginas 762, 762
- Ecuación (15-18), página 760

Factor de seguridad por desgaste

$$S_H = \frac{(\sigma_c)_{perm}}{\sigma_c}, \text{ con base en la resistencia}$$

$$n_w = \left(\frac{(\sigma_c)_{perm}}{\sigma_c} \right)^2, \text{ con base en } W^t; \text{ puede compararse directamente con } S_F$$

FLEXIÓN DE ENGRANE CÓNICO RECTO BASADO EN ANSI/AGMA 2003-B97

Geometría

$$d_p = \frac{N_p}{P}$$

$$\gamma = \tan^{-1} \frac{N_p}{N_G}$$

$$\Gamma = \tan^{-1} \frac{N_G}{N_p}$$

$$d_{av} = d_p - F \cos \Gamma$$

Análisis de fuerzas

$$W^t = \frac{2T}{d_{av}}$$

$$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W^a = W^t \tan \phi \sin \gamma$$

Análisis de resistencia

$$W^t = \frac{2T}{d_p}$$

$$W^r = W^t \tan \phi \cos \gamma$$

$$W^a = W^t \tan \phi \sin \gamma$$

En el extremo grande del diente

Esfuerzo de flexión del engrane

$$S_t = \sigma = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_s K_m}{K_x J}$$

Tabla 15-2, página 755

Ecuaciones (15-5) a la (15-8), página 758

Ecuación (15-10), página 757

Ecuación (15-11), página 757

Figura 15-7, página 758

Ecuación (15-13), página 757

Resistencia a la flexión del engrane

$$S_{wt} = \sigma_{perm} = \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R}$$

Tabla 15-6 o 15-7, página 763, 764

Figura 15-9, ecuación (15-15), páginas 760, 759

Ecuaciones (15-19), (15-20), tabla 15-3, páginas 761, 762

Ecuación (15-18), página 760

Factor de seguridad a la flexión

$$S_F = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma}, \text{ con base en la resistencia}$$

$$n_B = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma}, \text{ con base en } W^t; \text{ igual que } S_F$$

Diseño de un acoplamiento de engranes cónicos rectos

Un conjunto útil de decisiones para diseñar engranes cónicos rectos es:

- Función
 - Factor de diseño
 - Sistema de dientes
 - Número de dientes
 - Paso y ancho de cara
 - Número de calidad
 - Material del engrane, dureza del núcleo y superficie
 - Material del piñón, dureza del núcleo y superficie
- } Decisiones *a priori*
- } Variables de diseño

Bibliografía

- **SHIGLEY- HUICKERS.- “*TEORÍA DE MÁQUINAS Y MECANISMOS*”.- Ed. Mc-Graw hill.**
- **Diseño de Ingeniería Mecánica de Shigley 10º Ed. Budynas y Nisbett**
- **Diseño de Elementos de Maquinas 4º Ed. Mott**
- **Diseño de Elementos de Maquinas 1º Ed. Faired**