

ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA – BLOQUE B

Trabajo Práctico Nº2 : Combinación Lineal y Espacio Generado

fecha: 25/08/ 2014

1. Defina que es Combinación Lineal.
2. Calcula y dibuja la combinación lineal $\frac{1}{2}\vec{u} - 3\vec{v}$, siendo $\vec{u} = (2,4)$ y $\vec{v} = (-1,1)$
3. Una empresa de artículos deportivos tiene dos fábricas, y en cada una se ensamblan bicicletas de montaña fabricadas en aluminio y titanio. La primera planta produce 150 bicicletas de aluminio y 15 de titanio por día, la segunda, 220 y 20, respectivamente. Si $\vec{u} = \begin{pmatrix} 150 \\ 15 \end{pmatrix}$; $\vec{v} = \begin{pmatrix} 220 \\ 20 \end{pmatrix}$, calcula e interpreta el significado de las siguientes combinaciones:

a) $\vec{u} + \vec{v}$

b) $\vec{v} - \vec{u}$

c) $10\vec{u}$

d) $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$

- e) ¿Cuántos días debe trabajar cada fábrica para que la empresa entregue 2600 bicicletas de aluminio y 250 de titanio?

4. Dado el conjunto de vectores del EVR indicado, comprueba si los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ se pueden expresar como combinación lineal de dicho conjunto.

4.1) $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} de R^2, v = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} ; u = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$

4.4) $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} \right\} de R^3, v = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} ; u = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

4.2) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \right\} de R^2, v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} ; u = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

4.5) $\{2x^2 + 5, 3x + 2, x^2 - x\} de P_2, P(X) = 5x^2 + x + 1$

4.3) $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} de R^3, v = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} ; u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

5. Demuestra que cualquier vector de $R^3 \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ es una combinación lineal de $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. Calcula el o los valores de k tales que $\begin{pmatrix} k \\ 2 \\ -2k \end{pmatrix}$ sea una combinación lineal de $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$

7. Define que se entiende por **Espacio Generado y Conjunto Generador**

8. ¿Está el vector (2,3) en $Gen\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}\right\}$? Demuestra que el conjunto dado genera todo R_2

9. Demuestra que $Gen\{\vec{i}, \vec{j}\} = R^2$

10. ¿Está el vector $(2,0)$ en $\text{Gen}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}\right\}$? Demuestra que el conjunto dado no genera todo $\mathbb{R}_2$

11. Determina $\text{Gen}\{\vec{i}; \vec{k}\}$ en $\mathbb{R}^3$ (se lee: determina el espacio generado por los versores $\vec{i}; \vec{k}$)

12. Sean $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{w} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{z} = \begin{pmatrix} -3 \\ 9 \end{pmatrix}$

- ¿está $\vec{w}$ en el espacio generado $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}\}$,?
- ¿está $\vec{u}$ en el $\text{Gen}\{\vec{v}; \vec{w}\}$
- ¿está $\vec{z}$ en el $\text{Gen}\{\vec{u}\}$
- ¿está $\vec{z}$ en el $\text{Gen}\{\vec{v}; \vec{w}\}$
- ¿está $\vec{v}$ en el $\text{Gen}\{\vec{u}; \vec{w}\}$

13. a. ¿es cierto que el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}\} = \mathbb{R}^2$?

d. ¿Cuál es el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$?

a. ¿Es verdad que el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{w}\} = \mathbb{R}^2$?

e. ¿Cuál es el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{w}, \vec{z}\}$?

b. ¿Es verdad que el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{z}\} = \text{Gen}\{\vec{v}, \vec{w}\}$?

f. ¿Cuál es el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$?

g. ¿Cuál es el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{z}\}$?

c. Compare el $\text{Gen}\{\vec{u}\}$ con el $\text{Gen}\{\vec{z}\}$

14. Sean $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{s} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\vec{t} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$; $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$

a. ¿ $\vec{t}$ está en el $\text{Gen}\{\vec{x}, \vec{r}, \vec{s}\}$?

e. Demuestra que el $\text{Gen}\{\vec{x}, \vec{r}, \vec{t}\} = \mathbb{R}^3$

b. ¿ $\vec{t}$ está en el $\text{Gen}\{\vec{x}, \vec{r}\}$?

f. Determina el $\text{Gen}\{\vec{x}, \vec{r}\}$

c. ¿ $\vec{t}$ está en el $\text{Gen}\{\vec{r}, \vec{s}\}$?

g. Determina el $\text{Gen}\{\vec{u}, \vec{t}\}$

d. Demuestra que el $\text{Gen}\{\vec{x}, \vec{r}, \vec{s}\} = \mathbb{R}^3$

15. Determina si el conjunto dado genera el espacio vectorial indicado y en caso negativo indicar si genera algún sub espacio de V

a) En $M_{2 \times 2}$,

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

b) En P_3 , $\{x^3 - 2x + 3, x^2 + 4x\}$

c) En P_2 $\{1 - x, 3 - x^2, x\}$

d) En P_2 $\{1 - x, 3 - x^2\}$