

ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA

Resolución de sistemas de ecuaciones lineales

fecha: Abril de 2025

Ing. Luisa Leonor Rivero

1. Para que el sistema quede en forma escalonada por renglones ¿Qué múltiplo de la ecuación 2 debe sumarse a la ecuación 1? Resuelve el sistema por el método de eliminación gaussiana. ¿Qué pasaría si los términos independientes fueran iguales a cero? ¿A qué es igual el determinante de la matriz de coeficientes? ¿Qué conclusión podrías sacar?

$$\begin{cases} -x + 4y = 6 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

2. Escoge un miembro derecho que no proporcione ninguna solución y luego uno que proporcione una infinidad de soluciones. Resuelve aplicando eliminación por renglones. Ahora analiza que sucede si los términos independientes fueran iguales a cero. Analiza para todas las situaciones el determinante de la matriz de coeficientes. ¿Qué conclusión podrías sacar?

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 6x + 4y = _ \end{cases}$$

3. Considera la matriz $A = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & k & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{array} \right]$

- Si A es la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales, encuentra el valor k tal que el sistema sea compatible determinado
- Para que el sistema no tenga solución única, ¿qué valor debería tener k?
- ¿Si los términos independientes fueran iguales a cero, el sistema podría tener todas la soluciones?

4. a) En los siguientes ejercicios, analiza primeramente la matriz de coeficientes, (aplicando propiedades de determinantes) luego calcula el determinante donde sea posible
 b) Resuelve aplicando el método de eliminación gaussiana o el método de Gauss jordan
 c) ¿En qué sistemas aplicarías el Método de Cramer?
 d) Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones, (sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado, incompatible, **indicando el conjunto solución**)
 e) Compara la solución del inciso a) con el inciso b) y con el inciso c) ¿A qué conclusión podés llegar?

a. $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x + 7y = 3 \\ -x + 3y = -1 \\ x + 10y = 2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2x - 2y + 6z = 0 \\ x + 5y - 7z = 3 \\ x - y - 3z = -7 \end{cases}$

e. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 2x - 3y - z = 8 \\ 4x - 7y + 5z = 28 \end{cases}$

f. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 10 \\ 2x - 3y - z = 8 \\ 5x - 9y + 8z = 20 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \end{cases}$

h. $\begin{cases} x + y - z + w = 1 \\ x - y - 4w = 2 \end{cases}$

i. $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 2 \\ 4y + w = 1 \\ w = -3 \end{cases}$

5. Decir si son Verdaderas o Falsas las siguientes expresiones, si la expresión es falsa propón un ejemplo
- Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas siempre es compatible (determinado o indeterminado)
 - Una ecuación lineal en dos variables siempre es compatible indeterminada
 - Un sistema de tres ecuaciones con dos incógnitas no admite solución única.
 - Dos sistemas son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución

- e) Un sistema de dos ecuaciones en tres variables puede tener solución única
 f) Una ecuación lineal con tres incógnitas ¿admite solución única?

6. Los sistemas de ecuaciones lineales cuyo término independiente es igual a cero, se denominan **sistemas de ecuaciones lineales homogéneos $AX = 0$**
 a) ¿Qué valor debe tener k para que el sistema tenga solución única (solución trivial)?
 b) ¿Qué valor debe tener k para que el sistema tenga infinitas soluciones (solución no trivial)?
 c) ¿Existe valor de k para que el sistema no tenga solución?

$$a) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x + 3y - 4z = 0 \\ 3x + 4y + kz = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - 2y + kz = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

Rta.:

- a) $k \neq -3$,
 $k = -3$ *SCI*
 b) $k \neq 3$,
 $k = 3$ *SCI*

7. En los siguientes sistemas determina para que valores de k el sistema es SCD, SCI o SI

$$a) \begin{cases} x + y + z = k \\ x + y + kz = 1 \\ x + y + z = k^2 \end{cases} \quad b) \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x - y + z + w = 1 \\ x + 2y - z + 4w = 2 \\ x + 7y - 4z + 11w = k \end{cases} \quad d) \begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + y + kz = 1 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases}$$

8. Estudia para los diferentes valores de a la posición relativa de los siguientes planos:

$$\pi_1: ax + y + z = 1; \quad \pi_2: x + ay + z = 1; \quad \pi_3: x + y + az = 1$$

9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre el sistema dado? $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 6 \\ 3x + 3y + 3z = 10 \end{cases}$
 a) Tiene una solución única $x = 1, y = 1, z = 1$.
 b) Es incompatible
 c) Tiene un número infinito de soluciones.

10. Dadas la siguientes matrices ampliadas de un sistema de ecuaciones

- a) Interpreta la soluciones posibles. Expresa el conjunto solución
 b) ¿Qué representa cada una de las filas?

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad b) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad c) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad d) \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$e) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad f) \begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad g) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad h) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

11. Sea $A \in R^{3 \times 3}$ una matriz inversible y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$. Hallar todos los $x \in R^{3 \times 1}$ tales que $ABX = -AX$