Facultad de Ingeniería
OBERA

ESTADÍSTICA APLICADA A LA INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Unidad 4:
Estadística No Paramétrica

Pruebas Paramétricas

- Se conoce el modelo de distribución de la población objeto de estudio, y se desconoce un número finito de parámetros de dicha distribución que hay que estimar con los datos de la muestra.
- Requieren conocer la distribución de la muestra para poder realizar inferencias sobre la población.

TOMA DE DECISIONES

Cuando se tengan unos datos hay que comprobar en primer lugar los supuestos de las pruebas paramétricas. En concreto se analizará en primer lugar si los datos de la variable tienen una distribución normal. Para ello se pueden utilizar gráficos, pruebas de contraste de la normalidad, etc.

***ACTUACIONES*:**

1. Si se acepta la normalidad de las observaciones entonces se aplicará el contraste paramétrico adecuado para la hipótesis.
2. Si se rechaza la normalidad de las observaciones entonces se optará por aplicar **pruebas no paramétricas** (o pruebas de distribución libre), basadas en determinadas hipótesis, *pero con datos que no tienen una distribución normal*.

Pruebas No Paramétricas

- Son métodos de distribución libre, o sea, no requieren conocer la distribución de la muestra.
- Se utilizan estadísticos cuya distribución se determina con independencia de cuál sea la distribución de la población.

Las pruebas no paramétricas (en general)**:**

1) Son más fáciles de aplicar.
2) Son aplicables también a datos categóricos u ordinales.
3) Se pueden usar cuando dos series de observaciones provienen de distintas poblaciones.
4) Son la única alternativa cuando el tamaño de muestra es pequeño.

TABLAS DE CONTINGENCIA (TABLAS CRUZADAS)

En algunas situaciones, el investigador clasifica una unidad experimental de acuerdo con *dos variables categóricas (cualitativas), que pueden ser nominales u ordinales,* para generar lo que se denominan ***datos bivariados.***

Ejemplos:

- Una pieza defectuosa de mueble se clasifica según el tipo de defecto y el turno de producción durante el que se hizo.
- Una profesora es clasificada por su rango profesional y el tipo de universidad (pública o privada) en la que trabaje.
- Un paciente es clasificado según el tipo de tratamiento preventivo contra la gripe que recibió y si ha contraído o no la gripe durante el invierno.

Cuando se registran ***dos variables categóricas***, se puede resumir la información al contar el número observado de unidades que caen en cada una de las diversas intersecciones de niveles de categoría.

Las cantidades resultantes se exhiben en un conjunto ordenado llamado **tabla de contingencia**.

Tablas de contingencia (Tabla de frecuencias de dos factores)

Es una tabla donde las **frecuencias** corresponden a dos variables. Una variable se utiliza para categorizar renglones , y otra variable se utiliza para categorizar columnas.

PLANTEO: Supóngase que el primer método de clasificación tiene **r** niveles, y que el segundo tiene **c** niveles. O sea, una $\mathbf{O_{ij}}$ representa la **frecuencia observada** para el nivel ***i*** del primer método de clasificación y el nivel ***j*** del segundo método de clasificación. Los datos se presentan mediante una tabla, la cual se identifica como **tabla de contingencia r x c**.

		Columnas			
		1	2	. . .	c
Renglones	1	O_{11}	O_{12}	. . .	O_{1c}
	2	O_{21}	O_{22}	. . .	O_{2c}
	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
	.	.	.	.	.
	r	O_{r1}	O_{r2}	. . .	O_{rc}

Requisitos para elaborar una tabla de contingencia

- Los datos muestrales son seleccionados al azar.
- Los datos muestrales se representan como ***conteos de frecuencias*** en una tabla de dos factores.
- Para cada celda de la tabla de contingencia, la ***frecuencia esperada E*** debe ser como mínimo de 5.
- El valor del estadístico X^2 se podrá aproximar por una distribución Chi-cuadrado cuando el tamaño muestral n sea grande (n ≥ 30).

❖ **No existe el requisito de que la población deba tener una distribución normal o cualquier otra distribución específica.**

PRUEBA DE INDEPENDENCIA

El interés está centrado en determinar si **dos variables** referidas a individuos de ***una misma población*** están relacionadas.

Supongamos que de ***n*** elementos de una población se han observado dos características ***X*** e ***Y***, obteniéndose una muestra aleatoria simple bidimensional $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \ldots, (X_n, Y_n)$. En base a dichas observaciones se desea contrastar si las características poblacionales *X* e *Y* son independientes o no. Para ello se dividirá el conjunto de posibles valores de ***X*** en ***k*** conjuntos *disjuntos* $A_1, A_2, \ldots, A_k$; mientras que el conjunto de posibles valores ***Y*** será descompuesto en ***r*** conjuntos *disjuntos*: $B_1, B_2, \ldots, B_r$. Al clasificar los elementos de la muestra, aparecerá un cierto número de ellos, $\boldsymbol{n_{ij}}$, en cada una de las ***k*** × ***r*** clases así constituidas, lo cual da lugar a una tabla de contingencia.

Clase i	*Clase j*				
	A_1	A_2	...	$A_{k.}$	Total
B_1	n_{11}	n_{12}		n_{1k}	$n_{1.}$
B_2	n_{21}	n_{22}		n_{2k}	$n_{2.}$
...					
B_r	n_{r1}	n_{r2}		n_{rk}	$n_{r.}$
Total	$n_{.1}$	$n_{.2}$		$n_{.k}$	n

Sea p_{ij} la probabilidad de que un elemento seleccionado al azar caiga en la *ij*-ésima celda, dado que las dos clasificaciones son independientes. Entonces, $\boxed{\mathbf{p_{ij} = u_i v_j}}$, donde $\mathbf{u_i}$ es la probabilidad de que un elemento seleccionado al azar pertenezca al renglón de la clase *i*, y $\mathbf{v_j}$ es la probabilidad de que un elemento seleccionado sea de una columna de la clase *j*.

En el análisis de una tabla de contingencia, el objetivo es determinar si una categoría de clasificación es o no es **contingente** o **dependiente** de la otra categoría de clasificación.

Si no lo es, se dice que las dos categorías de clasificación son **independientes**.

La cuestión de independencia de los dos métodos de clasificación se puede investigar usando una prueba de hipótesis basada en la estadística chi-cuadrado. Éstas son las hipótesis:

H_0: Los dos métodos de clasificación (variables) son **independientes**.

H_1: Los dos métodos de clasificación (variables) son **dependientes**.

Si denotamos la cantidad de celdas observada en el renglón *i* y la columna *j* de la tabla de contingencia como $\boldsymbol{O_{ij}}$. Si se conocieran las cantidades de celda esperadas ($\boldsymbol{E_{ij}} = n.p_{ij}$) bajo la hipótesis nula de independencia, entonces se podría usar el estadístico chi-cuadrado para comparar las cantidades observadas y esperadas. ***Los valores esperados no están especificados en H_0.***

Para explicar cómo **estimar** estas cantidades de celda esperadas, debemos remitirnos al concepto de ***eventos independientes.***
Considere p_{ij} la probabilidad de que una observación caiga en el renglón *i* y la columna *j* de la tabla de contingencia. Si los renglones y columnas son **independientes**, entonces:

$$
\begin{aligned}
p_{ij} &= P(\text{observación cae en el renglón } i \text{ y columna } j) \\
&= P(\text{observación cae en el renglón } i) \times P(\text{observación cae en la columna } j) \\
&= p_i p_j
\end{aligned}
$$

donde p_i y p_j son las **probabilidades incondicional** o **marginal** de caer en la fila i o columna j, respectivamente. Si se pudiera obtener estimaciones apropiadas de estas probabilidades marginales, se podrían usar en lugar de p_{ij} en la fórmula para la cantidad esperada de celda.

Por fortuna, existen estas estimaciones. De hecho, son exactamente lo que en forma intuitiva se escogería:

- Para estimar la probabilidad de un renglón, use

$$\hat{p}_i = \frac{\text{Total de observaciones en renglón } i}{\text{Número total de observaciones}} = \frac{r_i}{n}$$

- Para estimar la probabilidad de una columna, use

$$\hat{p}_j = \frac{\text{Total de observaciones en la columna } j}{\text{Número total de observaciones}} = \frac{ci}{n}$$

La estimación de la cantidad esperada de celda para el renglón i y la columna j se sigue de la suposición de independencia.

CANTIDAD ESTIMADA ESPERADA DE CELDA

$$\hat{E}_{ij} = n\left(\frac{r_i}{n}\right)\left(\frac{c_j}{n}\right) = \frac{r_i c_j}{n}$$

donde r_i es el total para el renglón i y c_j es el total para la columna j.

Fuente: Mendenhall et al. (2010)

El estadístico de prueba ji cuadrada para una tabla de contingencia con r renglones y c columnas se calcula como

$$X^2 = \sum \frac{(O_{ij} - \hat{E}_{ij})^2}{\hat{E}_{ij}}$$

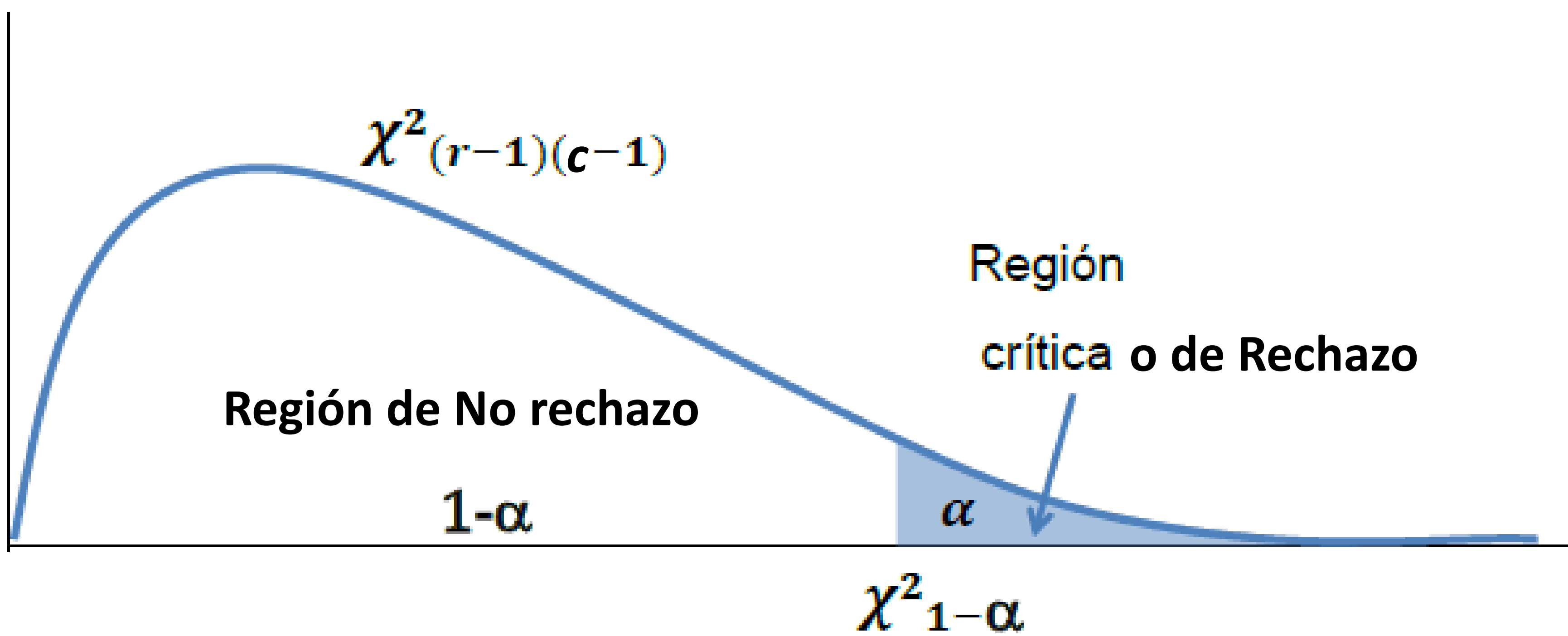
y puede mostrarse que tiene una distribución ji cuadrada aproximada con

★ $df = (r - 1)(c - 1)$

Fuente: Mendenhall et al. (2010)

Por consiguiente, la hipótesis de independencia debe rechazarse si el valor del estadístico de prueba X^2 calculado, es mayor que X_c^2 crítico (tabla).

REGIONES DE NO RECHAZO Y DE RECHAZO



$$C:\ \chi^2_{obs} \geq \chi^2_{(1-\alpha)}$$

CONSIDERACIONES SOBRE EL ESTADÍSTICO DE PRUEBA

- El estadístico de prueba nos permite medir el grado de discordancia entre las frecuencias observadas en la realidad y aquellas que se esperarían teóricamente cuando las dos variables son independientes.
- La distribución del estadístico de prueba X^2 puede aproximarse por medio de la distribución chi-cuadrada, siempre y cuando las frecuencias esperadas en cada renglón sean como mínimo de 5.
- El número de grados de libertad (r - 1)(c - 1) refleja el hecho de que, puesto que conocemos el total de las frecuencias en una tabla de contingencia, podemos asignar con libertad frecuencias a solo r - 1 renglones y c - 1 columnas antes de que se determine la frecuencia para cada celda. [Sin embargo, no podemos tener frecuencias negativas o frecuencias tan grandes que la suma de cualquier renglón (o columna) exceda el total de las frecuencias observadas para ese renglón (o columna)].

Ejemplo:

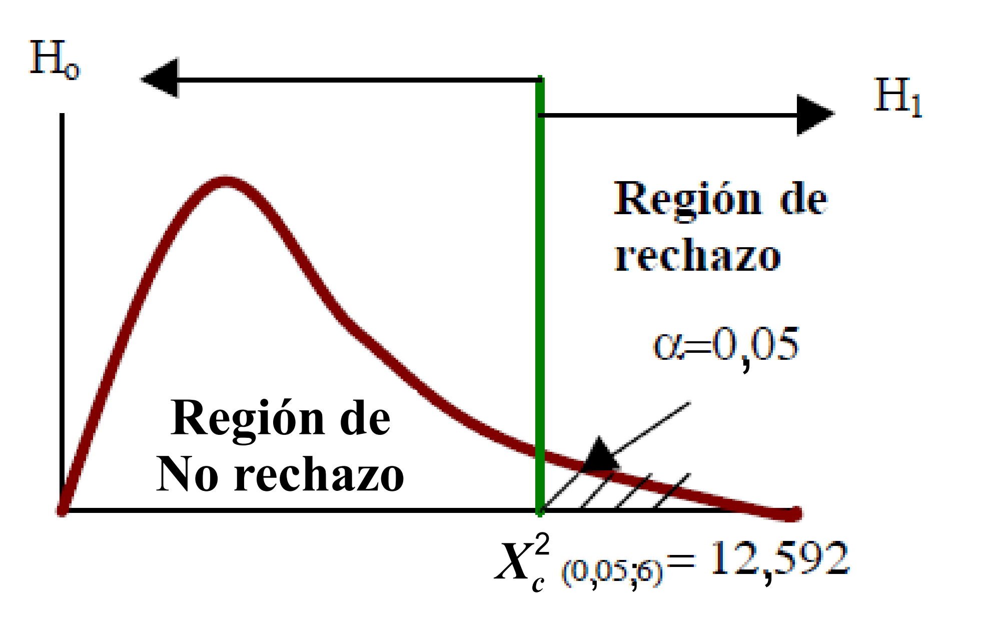
Una asociación de profesores universitarios quiere determinar si la satisfacción en el trabajo es independiente del rango académico. Para ello realizó un estudio a nivel nacional entre los académicos de varias universidades y estableció los resultados mostrados en la tabla siguiente. Realizar una prueba para determinar si son dependientes la satisfacción en el trabajo y el rango académico; utilizar $\alpha = 0{,}05$.

SATISFACCIÓN EN EL TRABAJO	RANGO ACADÉMICO				
	Ay. de Primera	JTP	Prof. Adjunto	Prof. Titular	TOTAL
Mucha	40	60	52	63	215
Regular	78	87	82	88	335
Poca	57	63	66	64	250
TOTAL	175	210	200	215	**800**

Solución:

H_0: La satisfacción en el trabajo y el rango son independientes.
H_1: La satisfacción en el trabajo y el rango son dependientes.

Grados de libertad: (r-1)(c-1) = (3-1)(4-1)=(2)(3) = 6



<u>Regla de decisión</u>:

Si $X^2 \leq 12,592$ no se rechaza H_0 .

Si $X^2 > 12,592$ se rechaza H_0.

Solución – cont.

1) Se procederá a calcular los valores esperados de cada celda. Como los **grados de libertad** son **6**, esto quiere decir que necesitamos calcular únicamente **6 frecuencias esperadas**, y *las faltantes se encuentran por diferencia*.

Se calculan los valores esperados E_{11}, E_{12}, E_{13}, E_{21}, E_{22} y E_{23}, para lo cual se necesitan los totales por renglón y columna

$$E_{ij} = \frac{(\text{total por renglón})\, i \text{ x } (\text{total por columna})\, j}{\text{Gran total}}$$

$$E_{ij} = n\hat{p}_i\hat{p}_j = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{c} O_{ij} \sum_{i=1}^{r} O_{ij} = \boxed{E_{11}} = \frac{(215)(175)}{800} = 47{,}03$$

$$E_{12} = \frac{(215)(210)}{800} = 56{,}44\,; \quad E_{13} = \frac{(215)(200)}{800} = 53{,}75\,; \quad E_{21} = \frac{(335)(175)}{800} = 73{,}28$$

$$E_{22} = \frac{(335)(210)}{800} = 87{,}94\,; \quad E_{23} = \frac{(335)(200)}{800} = 83{,}75$$

Solución – cont.

2) Se presenta la tabla completa con los valores esperados entre paréntesis.

*Los que no se calcularon por fórmula, se obtuvieron por diferencia con respecto a los totales

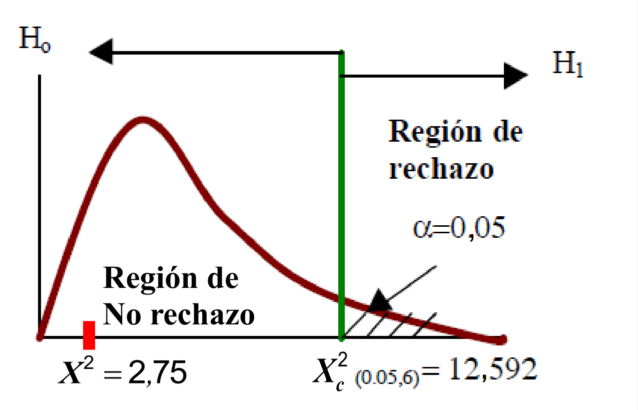
SATISFACCIÓN EN EL TRABAJO	RANGO ACADÉMICO				
	Ay. de Primera	JTP	Prof. Adjunto	Prof. Titular	TOTAL
Mucha	40 (47,03)	60 (56,44)	52 (53,75)	63 (57,78)*	215
Regular	78 (73,28)	87 (87,94)	82 (83,75)	88 (90,03)*	335
Poca	57 (54,69)*	63 (65,62)*	66 (62,50)*	64 (67,19)*	250
TOTAL	175	210	200	215	**800**

Solución – cont.

3) Se calcula el estadístico de prueba

$$X^2 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{\left(O_{ij}-E_{ij}\right)^2}{E_{ij}} = \frac{(40-47{,}03)^2}{47{,}03} + \frac{(60-56{,}44)^2}{56{,}44} + \frac{(52-53{,}75)^2}{53{,}75} + \frac{(63-57{,}78)^2}{57{,}78} + \ldots$$

$$+ \frac{(57-54{,}69)^2}{54{,}69} + \frac{(63-65{,}62)^2}{65{,}62} + \frac{(66-62{,}50)^2}{62{,}50} + \frac{(64-67{,}19)^2}{67{,}19} = 2{,}75$$



4) <u>Decisión y justificación</u>:

Como el valor de X^2 = 2,75 es menor que el valor X_c^2 = 12,592 (de tabla), no se rechaza H_0 y se concluye con un α = 0,05 que la satisfacción en el trabajo y el rango académico son **independientes**.

ACTIVIDAD AULICA 10

PRUEBA DE RACHAS

Para llegar a una conclusión a partir de lo observado en una muestra, es **absolutamente imprescindible** que esta sea totalmente **aleatoria**. Este test es una ***prueba de aleatoriedad*** que se fundamenta en la distribución de las rachas.

Las *pruebas de rachas*, se basan en el orden en el que se obtienen las observaciones muestrales, y constituyen una técnica útil para probar la hipótesis nula H_0 de que los datos efectivamente se obtuvieron al azar.

EJEMPLO: Se encuesta a 12 personas para saber si utilizan cierto producto de aseo personal. Se cuestionaría seriamente la supuesta aleatoriedad de la muestra si las 12 personas fueran del mismo sexo. Ahora, si designamos a un hombre y a una mujer con ***H*** y ***M***, respectivamente, y registramos los resultados de acuerdo con su género en el orden en que ocurren.

EJEMPLO – cont.: una *secuencia* común para el experimento podría ser:

$$\underbrace{H\ H}\ \underbrace{M\ M\ M}\ \underbrace{H}\ \underbrace{M\ M}\ \underbrace{H\ H\ H\ H}$$

donde agrupamos las *subsecuencias* de símbolos idénticos. Tales agrupamientos se llaman ***rachas***.

Una **racha** es una ***subsecuencia*** de uno o más símbolos idénticos que representan una *propiedad común* de los datos.

No importa si los datos de la muestra son cualitativos o cuantitativos, la prueba de rachas ***divide al conjunto de datos en dos categorías mutuamente excluyentes***: hombre o mujer, defectuoso o no defectuoso, cara o cruz, etc.

Una secuencia siempre estará limitada a dos símbolos distintos.

Sea n_1 el número de símbolos asociados con la categoría de menor ocurrencia, y n_2 el número de símbolos que pertenecen a la otra categoría. El tamaño de la muestra será $n = n_1 + n_2$

Para los $n = 12$ símbolos en nuestra encuesta tenemos cinco rachas, donde la primera incluye dos H, la segunda tres M, y así sucesivamente. Si el número de rachas es mayor o menor que el que esperaríamos por el azar, se debe rechazar la hipótesis de que la muestra se extrajo al azar. Ciertamente, una muestra que tiene como resultado sólo dos corridas,

$$\boxed{H\ H\ H\ H\ H\ H\ H\ M\ M\ M\ M\ M}$$

o la inversa, es muy improbable que provenga de un proceso de selección aleatorio. Este resultado indicaría que las primeras siete personas entrevistadas son hombres, seguidos de cinco mujeres. Asimismo, si la muestra tiene como resultado el número máximo de 12 rachas, como en la secuencia alternada

$$\boxed{H\ M\ H\ M\ H\ M\ H\ M\ H\ M\ H\ M,}$$

de nuevo sospecharíamos del orden en que se seleccionaron los individuos para la encuesta.

La prueba de rachas para la aleatoriedad se basa en la variable aleatoria V, el número total de rachas que suceden en la secuencia completa del experimento. En la tabla A.18 se dan valores de $P(V \leq v^*$ cuando H_0 es verdadera) para $v^* = 2, 3, \ldots, 20$ rachas y valores de n_1 y n_2 menores o iguales que 10. Los valores P tanto para pruebas de una cola como de dos colas se pueden obtener usando estos valores tabulados.

La prueba de **rachas** para la aleatoriedad se basa en la variable aleatoria ***V*** (número total de rachas) que suceden en la secuencia completa del experimento.

$\underbrace{H\ H}\ \underbrace{M\ M\ M}\ \underbrace{H}\ \underbrace{M\ M}\ \underbrace{H\ H\ H\ H}$

EJEMPLO - cont.: la encuesta presenta un total de 5 ***M*** y 7 ***H***. De aquí $n_1 = 5$, $n_2 = 7$ y $v = 5$, de tal manera en la tabla A.18 se observa que el valor *P* para una prueba de dos colas es:

$n/2 = 6$

P = 2 P (V ≤ 5 cuando H_0 es verdadera*)= 0,394 > 0,05.*

El valor $v = 5$ es razonable a un nivel de significancia de 0,05 cuando H_0 es verdadera y, por lo tanto, no tenemos suficiente evidencia para rechazar la hipótesis de aleatoriedad de la muestra.

Tabla A.18 $P(V \leq v^*$ cuando H_0 es verdadera) en la prueba de rachas

(n_1, n_2)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	v^*								
(2, 3)	0.200	0.500	0.900	1.000					
(2, 4)	0.133	0.400	0.800	1.000					
(2, 5)	0.095	0.333	0.714	1.000					
(2, 6)	0.071	0.286	0.643	1.000					
(2, 7)	0.056	0.250	0.583	1.000					
(2, 8)	0.044	0.222	0.533	1.000					
(2, 9)	0.036	0.200	0.491	1.000					
(2, 10)	0.030	0.182	0.455	1.000					
(3, 3)	0.100	0.300	0.700	0.900	1.000				
(3, 4)	0.057	0.200	0.543	0.800	0.971	1.000			
(3, 5)	0.036	0.143	0.429	0.714	0.929	1.000			
(3, 6)	0.024	0.107	0.345	0.643	0.881	1.000			
(3, 7)	0.017	0.083	0.283	0.583	0.833	1.000			
(3, 8)	0.012	0.067	0.236	0.533	0.788	1.000			
(3, 9)	0.009	0.055	0.200	0.491	0.745	1.000			
(3, 10)	0.007	0.045	0.171	0.455	0.706	1.000			
(4, 4)	0.029	0.114	0.371	0.629	0.886	0.971	1.000		
(4, 5)	0.016	0.071	0.262	0.500	0.786	0.929	0.992	1.000	
(4, 6)	0.010	0.048	0.190	0.405	0.690	0.881	0.976	1.000	
(4, 7)	0.006	0.033	0.142	0.333	0.606	0.833	0.954	1.000	
(4, 8)	0.004	0.024	0.109	0.279	0.533	0.788	0.929	1.000	
(4, 9)	0.003	0.018	0.085	0.236	0.471	0.745	0.902	1.000	
(4, 10)	0.002	0.014	0.068	0.203	0.419	0.706	0.874	1.000	
(5, 5)	0.008	0.040	0.167	0.357	0.643	0.833	0.960	0.992	1.000
(5, 6)	0.004	0.024	0.110	0.262	0.522	0.738	0.911	0.976	0.998
(5, 7)	0.003	0.015	0.076	0.197	0.424	0.652	0.854	0.955	0.992
(5, 8)	0.002	0.010	0.054	0.152	0.347	0.576	0.793	0.929	0.984
(5, 9)	0.001	0.007	0.039	0.119	0.287	0.510	0.734	0.902	0.972
(5, 10)	0.001	0.005	0.029	0.095	0.239	0.455	0.678	0.874	0.958
(6, 6)	0.002	0.013	0.067	0.175	0.392	0.608	0.825	0.933	0.987
(6, 7)	0.001	0.008	0.043	0.121	0.296	0.500	0.733	0.879	0.966
(6, 8)	0.001	0.005	0.028	0.086	0.226	0.413	0.646	0.821	0.937
(6, 9)	0.000	0.003	0.019	0.063	0.175	0.343	0.566	0.762	0.902
(6, 10)	0.000	0.002	0.013	0.047	0.137	0.288	0.497	0.706	0.864
(7, 7)	0.001	0.004	0.025	0.078	0.209	0.383	0.617	0.791	0.922
(7, 8)	0.000	0.002	0.015	0.051	0.149	0.296	0.514	0.704	0.867
(7, 9)	0.000	0.001	0.010	0.035	0.108	0.231	0.427	0.622	0.806
(7, 10)	0.000	0.001	0.006	0.024	0.080	0.182	0.355	0.549	0.743
(8, 8)	0.000	0.001	0.009	0.032	0.100	0.214	0.405	0.595	0.786
(8, 9)	0.000	0.001	0.005	0.020	0.069	0.157	0.319	0.500	0.702
(8, 10)	0.000	0.000	0.003	0.013	0.048	0.117	0.251	0.419	0.621
(9, 9)	0.000	0.000	0.003	0.012	0.044	0.109	0.238	0.399	0.601
(9, 10)	0.000	0.000	0.002	0.008	0.029	0.077	0.179	0.319	0.510
(10, 10)	0.000	0.000	0.001	0.004	0.019	0.051	0.128	0.242	0.414

Reproducida de C. Eisenhart y R. Swed, "Tables for Testing Randomness of Grouping in a Sequence of

Cuando el número de rachas es grande, supongamos, cuando $v = 11$, y $n_1 = 5$ y $n_2 = 7$ entonces el valor ***P*** en una prueba de dos colas es

$n/2 = 6$

$$P = 2P(V \geq 11 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera}) = 2[1 - P(V \leq 10 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera})]$$

$$= 2(1 - 0{,}992) = 0{,}016 < 0{,}05$$

Se rechaza la hipótesis de que los valores de la muestra ocurren al azar

Tabla A.18 $P(V \leq v^*$ cuando H_0 es verdadera) en la prueba de rachas

	v^*								
(n_1, n_2)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(2, 3)	0.200	0.500	0.900	1.000					
(2, 4)	0.133	0.400	0.800	1.000					
(2, 5)	0.095	0.333	0.714	1.000					
(2, 6)	0.071	0.286	0.643	1.000					
(2, 7)	0.056	0.250	0.583	1.000					
(2, 8)	0.044	0.222	0.533	1.000					
(2, 9)	0.036	0.200	0.491	1.000					
(2, 10)	0.030	0.182	0.455	1.000					
(3, 3)	0.100	0.300	0.700	0.900	1.000				
(3, 4)	0.057	0.200	0.543	0.800	0.971	1.000			
(3, 5)	0.036	0.143	0.429	0.714	0.929	1.000			
(3, 6)	0.024	0.107	0.345	0.643	0.881	1.000			
(3, 7)	0.017	0.083	0.283	0.583	0.833	1.000			
(3, 8)	0.012	0.067	0.236	0.533	0.788	1.000			
(3, 9)	0.009	0.055	0.200	0.491	0.745	1.000			
(3, 10)	0.007	0.045	0.171	0.455	0.706	1.000			
(4, 4)	0.029	0.114	0.371	0.629	0.886	0.971	1.000		
(4, 5)	0.016	0.071	0.262	0.500	0.786	0.929	0.992	1.000	
(4, 6)	0.010	0.048	0.190	0.405	0.690	0.881	0.976	1.000	
(4, 7)	0.006	0.033	0.142	0.333	0.606	0.833	0.954	1.000	
(4, 8)	0.004	0.024	0.109	0.279	0.533	0.788	0.929	1.000	
(4, 9)	0.003	0.018	0.085	0.236	0.471	0.745	0.902	1.000	
(4, 10)	0.002	0.014	0.068	0.203	0.419	0.706	0.874	1.000	
(5, 5)	0.008	0.040	0.167	0.357	0.643	0.833	0.960	0.992	1.000
(5, 6)	0.004	0.024	0.110	0.262	0.522	0.738	0.911	0.976	0.998
(5, 7)	0.003	0.015	0.076	0.197	0.424	0.652	0.854	0.955	0.992
(5, 8)	0.002	0.010	0.054	0.152	0.347	0.576	0.793	0.929	0.984

TABLA A-10 Valores críticos para el número de rachas G

Valor de n_2	Valor de n_1: 2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
3	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
	6	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
4	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	6	8	9	9	9	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
5	1	1	2	2	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5
	6	8	9	10	10	11	11	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
6	1	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5	6	6
	6	8	9	10	11	12	12	13	13	13	13	14	14	14	14	14	14	14	14
7	1	2	2	3	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	6
	6	8	10	11	12	13	13	14	14	14	14	15	15	15	16	16	16	16	16
8	1	2	3	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	6	6	7	7	7	7
	6	8	10	11	12	13	14	14	15	15	16	16	16	16	17	17	17	17	17
9	1	2	3	3	4	4	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7	8	8	8
	6	8	10	12	13	14	14	15	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18	18
10	1	2	3	3	4	5	5	5	6	6	7	7	7	7	8	8	8	8	9
	6	8	10	12	13	14	15	16	16	17	17	18	18	18	19	19	19	20	20
11	1	2	3	4	4	5	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	9
	6	8	10	12	13	14	15	16	17	17	18	19	19	19	20	20	20	21	21
12	2	2	3	4	4	5	6	6	7	7	7	8	8	8	9	9	9	10	10
	6	8	10	12	13	14	16	16	17	18	19	19	20	20	21	21	21	22	22
13	2	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	10
	6	8	10	12	14	15	16	17	18	19	19	20	20	21	21	22	22	23	23
14	2	2	3	4	5	5	6	7	7	8	8	9	9	9	10	10	10	11	11
	6	8	10	12	14	15	16	17	18	19	20	20	21	22	22	23	23	23	24
15	2	3	3	4	5	6	6	7	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12
	6	8	10	12	14	15	16	18	18	19	20	21	22	22	23	23	24	24	25
16	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12
	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	21	22	23	23	24	25	25	25
17	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	10	10	11	11	11	12	12	13
	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	23	24	25	25	26	26
18	2	3	4	5	5	6	7	8	8	9	9	10	10	11	11	12	12	13	13
	6	8	10	12	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	26	27
19	2	3	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	11	12	12	13	13	13
	6	8	10	12	14	16	17	18	20	21	22	23	23	24	25	26	26	27	27
20	2	3	4	5	6	6	7	8	9	9	10	10	11	12	12	13	13	13	14
	6	8	10	12	14	16	17	18	20	21	22	23	24	25	25	26	27	27	28

Fuente: Triola (2013)

NOTAS:

1. Los valores en esta tabla son los valores críticos G, suponiendo una prueba de dos colas con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$.
2. La hipótesis nula de aleatoriedad se rechaza si el número total de rachas G es menor que o igual al valor más bajo, o si es mayor que o igual al valor más alto.

De "Tables for Testing Randomness of Groupings in a Sequence of Alternatives", *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 14, núm. 1. Reproducido con autorización del Institute of Mathematical Statistics.

5. Cálculos: Para la muestra dada encontramos $\bar{x} = 3.9$. Al reemplazar cada medición por el símbolo "+", si cae por arriba de 3.9, por el signo "−" si cae por debajo de 3.9, y si se omiten las dos mediciones que son iguales a 3.9, obtenemos la secuencia

$$- \; + \; - \; - \; - \; - \; + \; - \; + \; + \; - \; + \; +$$

para la que $n_1 = 6$, $n_2 = 7$ y $\boxed{v = 8.}$ Por lo tanto, de la tabla A.18, el valor P calculado es

$$P = 2P(V \geq 8 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera})$$

$$= 2[1 - P(V \leq 7 \text{ cuando } H_0 \text{ es verdadera})] = 2(0.5) = 1.$$

CARACTERÍSTICA	PRUEBAS PARAMÉTRICAS	PRUEBAS NO PARAMÉTRICAS
Supuestos	Requieren que los datos provengan de una población con distribución conocida (generalmente normal) y homogeneidad de varianzas.	No requieren que los datos sigan una distribución específica.
Tipo de datos	Cuantitativos, escala de intervalo o razón.	Ordinales, nominales o cuantitativos sin normalidad.
Uso de parámetros	Basadas en parámetros poblacionales (μ, σ^2, p).	No dependen de parámetros poblacionales.
Sensibilidad a outliers	Alta, los valores extremos pueden afectar los resultados.	Baja, más robustas frente a outliers.
Potencia estadística	Mayor, si los supuestos se cumplen.	Menor, pero más confiables si los supuestos paramétricos no se cumplen.
Ejemplos	Prueba z, prueba t, ANOVA, Correlación de Pearson, Regresión lineal.	Chi-cuadrado, Mann–Whitney U, Wilcoxon, Kruskal–Wallis.