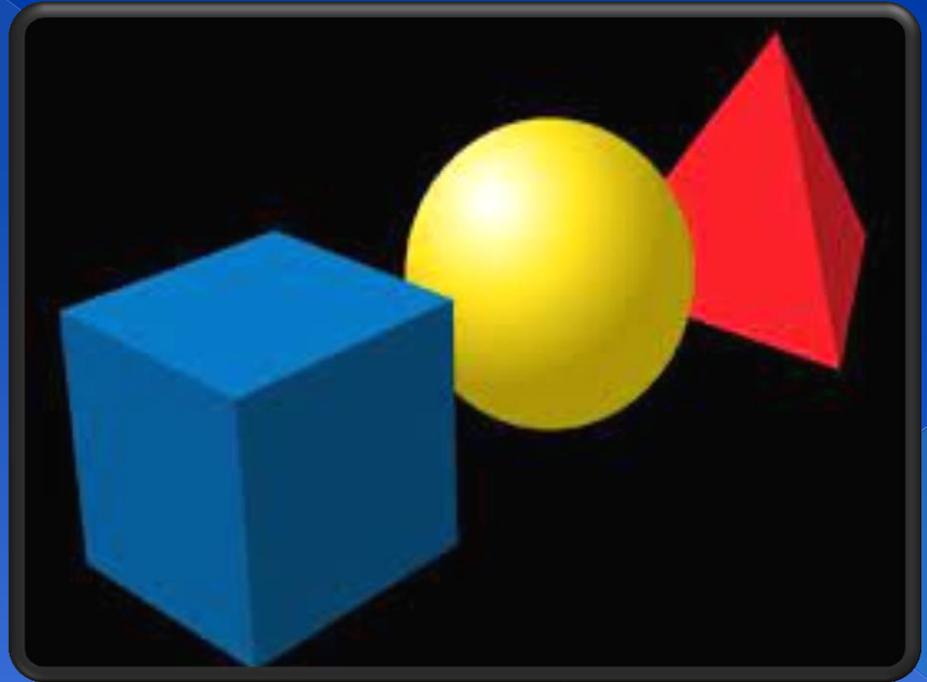
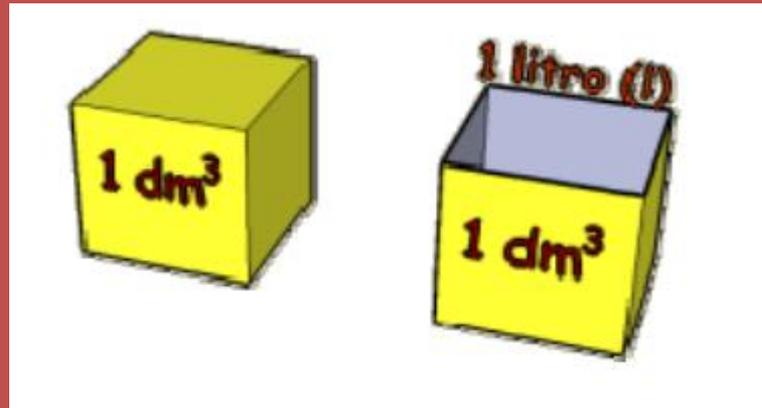


Volumen de cuerpos geométricos



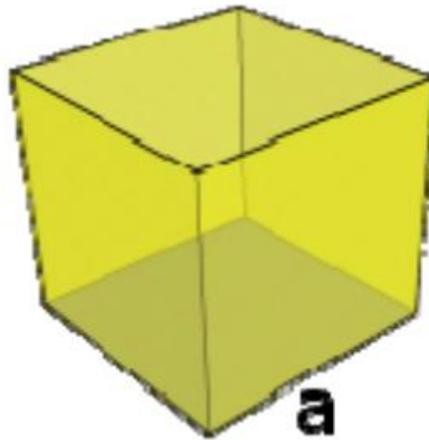
- El volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa. La unidad principal es el metro cúbico (m^3).
- Capacidad es lo que cabe dentro de un recipiente.



○ VOLUMEN DE PRISMAS Y PIRAMIDES

Cubo

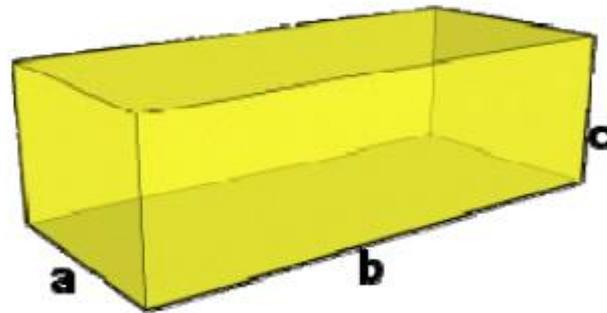
Un **cubo** es un prisma particular formado por seis caras cuadradas. Su volumen es el cubo de la longitud de la arista.

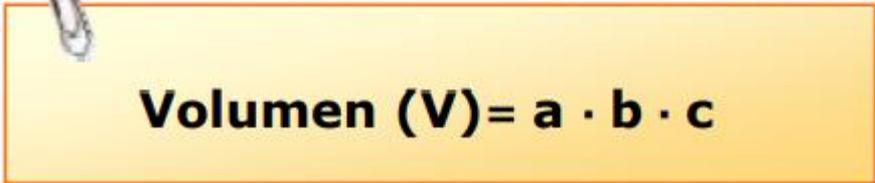



$$\text{Volumen (V)} = a \cdot a \cdot a = a^3$$

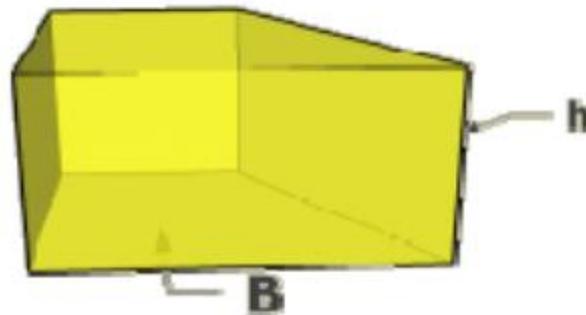
Ortoedro

Un **ortopedro** es un prisma cuyas caras son todas rectangulares.



Una tarjeta rectangular amarilla con un borde naranja, que parece un papelito pegado con un clip gris en la esquina superior izquierda. Contiene la fórmula matemática para el volumen de un ortoedro.
$$\text{Volumen (V)} = a \cdot b \cdot c$$

Un **prisma recto** es un poliedro que tiene dos caras iguales y paralelas, llamadas bases y cuyas caras laterales son rectangulares.

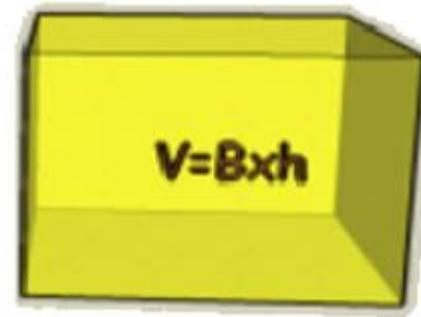
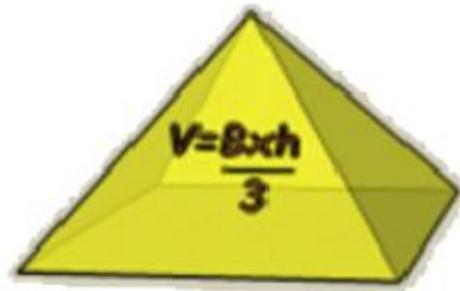


Volumen (V) = B · h

B = área de la base h = altura

Relación entre prismas y pirámides

El **volumen de una pirámide** es la tercera parte del volumen de un prisma con la misma base que dicha pirámide y la misma altura que ésta.



$$\text{Volumen (V)} = (B \cdot h) / 3$$

B=área de la base **h**=altura

EJEMPLOS

¿Cuántos peces, pequeños o medianos, se pueden introducir en un acuario cuyas medidas interiores son 88 x 65 x 70 cm? *(Se recomienda introducir, a lo sumo, un pez mediano o pequeño cada cuatro litros de agua)*



La capacidad del acuario es:

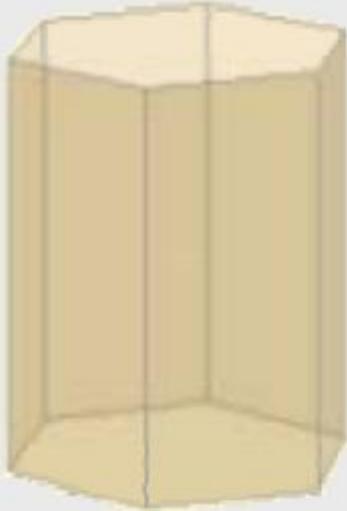
$$V = 85 \cdot 65 \cdot 70 = 386.750 \text{ cm}^3 = 386,8 \text{ litros}$$

Se pueden introducir:

$$\frac{386,8}{4} \approx \mathbf{96 \text{ peces}}$$

$$\frac{4}{386,8} \approx \mathbf{96 \text{ peces}}$$

La base de este prisma es un polígono regular de lado 1,7 cm y apotema 1,5 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 3,9 cm.



El área de la base es:

$$B = \frac{6 \cdot 1,7 \cdot 1,5}{2} = 7,65 \text{ cm}^2$$

El volumen es:

$$V = 7,65 \cdot 3,9 = 29,83 \text{ cm}^3$$

$$V = 7,65 \cdot 3,9 = 29,83 \text{ cm}^3$$

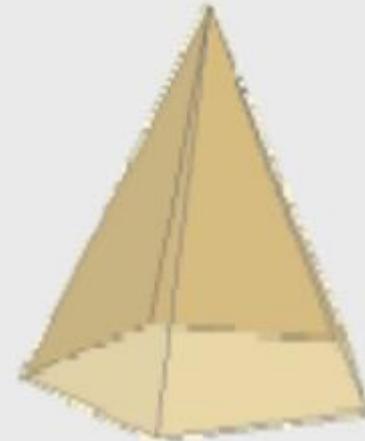
La base de esta pirámide es un polígono regular de lado 1,3 cm y apotema 0,9 cm. Calcula su volumen sabiendo que su altura es 2,7 cm.

El área de la base es:

$$B = \frac{5 \cdot 1,3 \cdot 0,9}{2} = 2,93 \text{ cm}^2$$

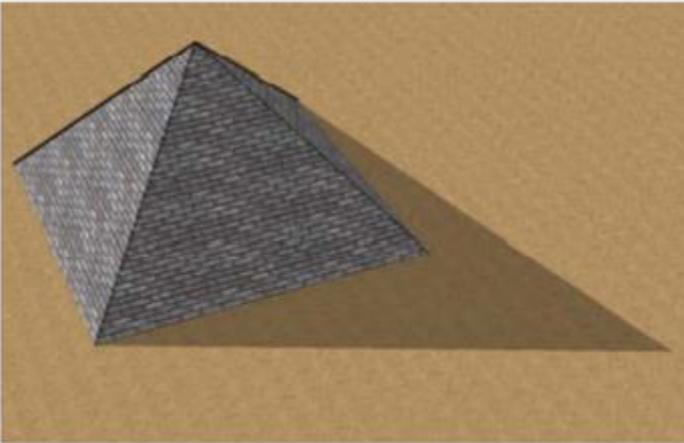
El volumen es:

$$V = \frac{2,93 \cdot 2,7}{3} = \mathbf{2,64 \text{ cm}^3}$$



$$V = \frac{3}{2,93 \cdot 2,7} = 2,64 \text{ cm}^3$$

La Gran Pirámide de Giza es la única que perdura de las **siete maravillas del mundo antiguo**. Actualmente tiene una altura de 137 m y la base es un cuadrado de 230 m de lado. ¿Cuál es su volumen aproximado?



El área de la base es:

$$B = 230 \cdot 230 = 52.900 \text{ m}^2$$

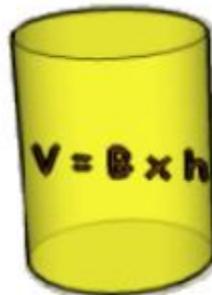
Su volumen aproximado es:

$$V = \frac{52900 \cdot 137}{3} = \mathbf{2.415.767 \text{ m}^3}$$

CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Volumen de un cilindro

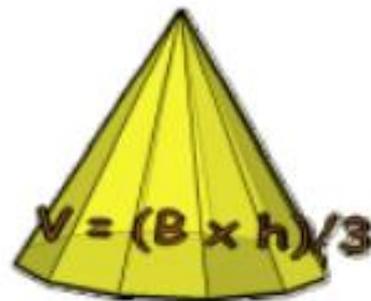
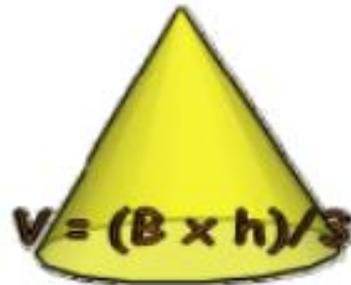
Al crecer el número de caras de un prisma indefinidamente, éste se transforma en un cilindro. Como en el prisma, el **volumen de un cilindro** es el área de su base por su altura.



$$\text{Volumen (V)} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Volumen de un cono

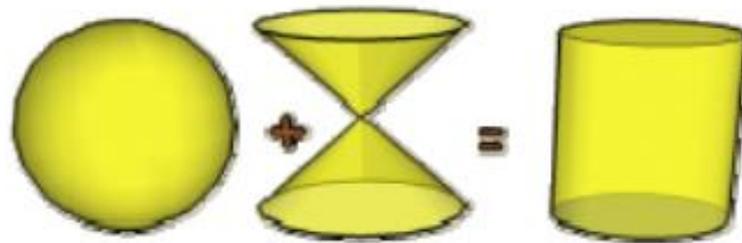
Al crecer el número de caras de una pirámide, ésta se transforma en un cono. Como en la pirámide, el **volumen de un cono** es un tercio del área de su base por su altura.



$$\text{Volumen (V)} = (\pi \cdot r^2 \cdot h) / 3$$

Volumen de una esfera

El **volumen de una esfera** se puede obtener a partir del volumen de un cilindro y de dos conos.

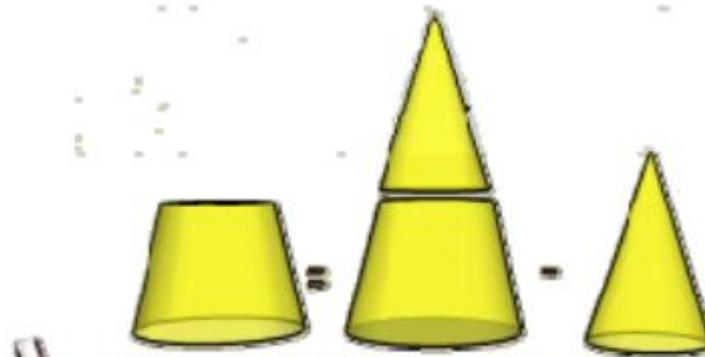


$$\text{Volumen (V)} = \left(\frac{4}{3}\right) \cdot \pi \cdot r^3$$

OTROS CUERPOS

Tronco de cono

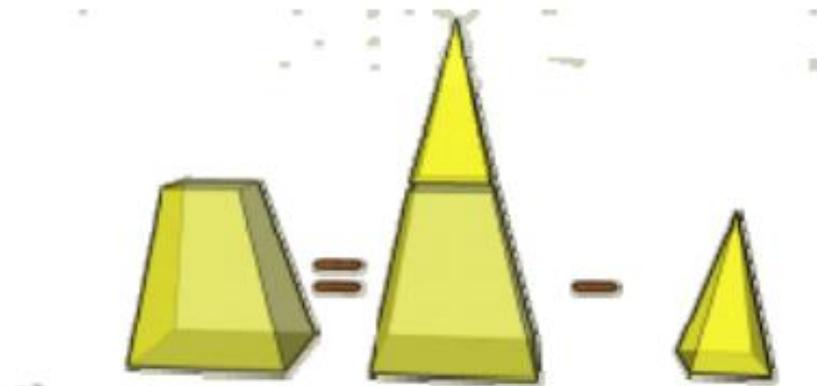
Para calcular el volumen de un **tronco de cono** es suficiente conocer su altura y los radios de sus bases.



$$\begin{aligned} V_{\text{tronco de cono}} &= \\ &= V_{\text{cono grande}} - V_{\text{cono pequeño}} \end{aligned}$$

Tronco de pirámide

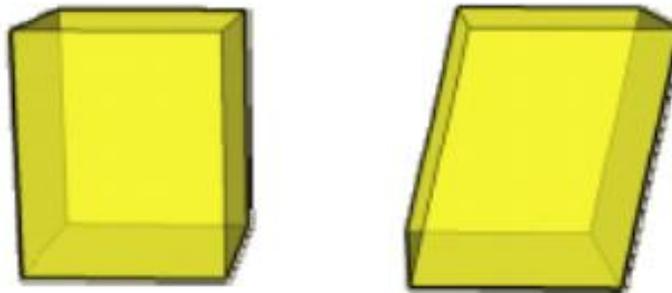
Para calcular el volumen de un **tronco de pirámide** se utiliza el procedimiento que se expresa en la imagen:



$$V_{\text{tronco de pirámide}} =$$
$$= V_{\text{pirámide grande}} - V_{\text{pirámide pequeña}}$$

Paralelepípedo

El volumen de un **paralelepípedo** coincide con el de un **ortoedro** que tenga la misma altura e igual área de la base.




$$V = B \cdot h$$

RESOLVER

- 1) Calcula el volumen, en centímetros cúbicos, de una habitación que tiene 5 m de largo, 4 m de ancho y 2,5 m de alto.
- 2) Calcula la cantidad de hojalata que se necesitará para hacer 10 botes de forma cilíndrica de 10 cm de diámetro y 20 cm de altura.

- 3) En una probeta de 6 cm de radio se echan cuatro cubitos de hielo de 4 cm de arista. ¿A qué altura llegará el agua cuando se derritan?
- 4) Para una fiesta, Luis ha hecho 10 gorros de forma **cónica** con cartón. ¿Cuánto cartón habrá utilizado si las dimensiones del gorro son 15 cm de radio y 25 cm de generatriz?
- 5) Un **cubo** de 20 cm de arista está lleno de agua. ¿Cabría esta agua en una esfera de 20 cm de radio?