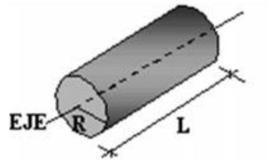
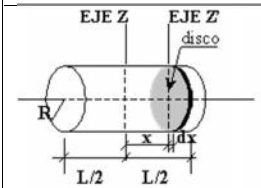
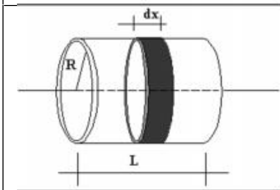
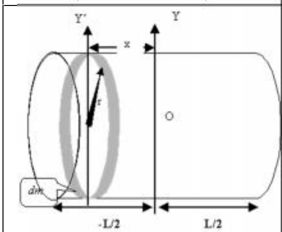
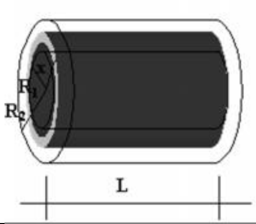
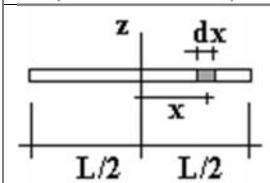
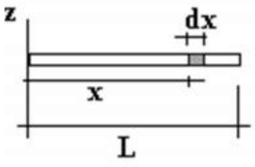
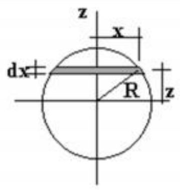
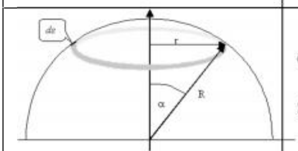
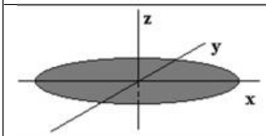
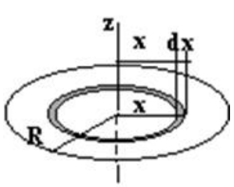
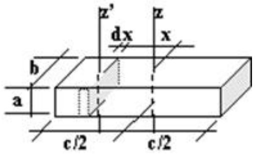
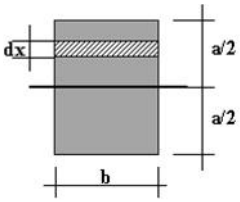
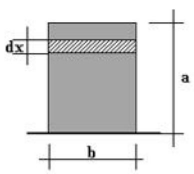
	Considerando al cilindro macizo como la suma de una serie de discos de espesor muy pequeño por lo que al momento de inercia total lo podremos considerar como la sumatoria de los momentos de inercia de los discos que lo forman. Por lo cal su momento de inercia será	$I=\frac{1}{2}R^2\sum m_i$ pero $\sum m_i$ representa la masa total del cilindro **M**, resultando como momento de inercia total del cilindro respecto a su eje es	$\boxed{I=\frac{1}{2}MR^2}$
	Para obtener momento de inercia de un cilindro macizo respecto a un eje que pasa por su centro **Z** deberemos seguir los siguientes pasos: 1) Calcular el momento de inercia respecto al eje **Z'.** 2) Calcular el momento de inercia del disco elemental respecto al eje **Z**. 3) Integrar la expresión para todo el cilindro que lo consideramos formado por una serie continua de discos elementales.	1) $I_{Z'}=\frac{1}{4}R^2\cdot\frac{M}{L}\cdot dx$ 2) $I_z=I_{z'}+x^2\cdot dm=$ $=\frac{1}{4}R^2\frac{M}{L}dx+x^2\frac{M}{L}dx$	3) $\boxed{I_Z=\frac{1}{4}\cdot MR^2+\frac{1}{12}\cdot ML^2}$
	Para obtener el momento de inercia de la capa cilíndrica calcularemos la masa elemental del anillo de espesor despreciable, para lo cual calcularemos la densidad superficial de masa y la multiplicamos por el área del elemento en forma de anillo.	$dm=\frac{M}{2\cdot\pi\cdot R\cdot L}\cdot 2\cdot\pi\cdot R\cdot dx=\frac{M}{L}dx$ $I=\frac{M\cdot R^2}{L}[x]_0^L=\frac{M\cdot R^2}{L}\cdot L=M\cdot R^2$	$\boxed{I=M\cdot R^2}$
	El momento de inercia del elemento de superficie pintado de verde respecto al eje Y será el momento de inercia del elemento respecto al eje Y' corrido al eje Y por medio del teorema de Steiner por lo que nos queda	$I_Y=\int_{-L/2}^{L/2}dI_Y=\int_{-L/2}^{L/2}\left(\frac{Mr^2}{2L}+\frac{M}{L}x^2\right)dx$ $I_Y=\frac{Mr^2}{2L}\int_{-L/2}^{L/2}dx+\frac{M}{L}\int_{-L/2}^{L/2}x^2\cdot dx$	$I_Y=\frac{Mr^2}{2}+\frac{M}{L}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{L^3}{8}+\frac{M}{L}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{L^3}{8}$ $I_Y=\frac{Mr^2}{2}+\frac{ML^2}{12}$
	En el cálculo del momento de inercia de un cilindro hueco respecto a su eje con radios **R₁** y **R₂** (menor y mayor respectivamente), lo consideraremos formado por un cilindro elemental en forma de anillo a una distancia **x** del eje y con un espesor elemental **dx**. Dicho cilindro elemental tendrá una masa **dm** que pasaremos a calcular como el cociente entre la masa total del cilindro hueco, dividido por su volumen y multiplicado por el volumen del anillo elemental.	$dm=\frac{M}{(R_2^2-R_1^2)\cdot\pi\cdot L}\cdot 2\cdot\pi\cdot x\cdot L\cdot dx=\frac{2M}{R_2^2-R_1^2}\cdot x\cdot dx$ $I=\int_{R_1}^{R_2}x^2\cdot dm=\int_{R_1}^{R_2}x^2\cdot\frac{2M}{R_2^2-R_1^2}\cdot x\cdot dx=\frac{2M}{R_2^2-R_1^2}\int_{R_1}^{R_2}x^3\cdot dx$ $I=\frac{2M}{\cancel{R_2^2-R_1^2}}\cdot\frac{1}{4}\cancel{(R_2^2-R_1^2)}\cdot(R_2^2+R_1^2)=\frac{1}{2}\cdot M(R_2^2+R_1^2)$	$\boxed{I=\frac{1}{2}\cdot M\left(R_2^2+R_1^2\right)}$
	Si **dm** es la masa del elemento de varilla, calculado dicho valor en función de la densidad de masa por unidad de longitud. $dm=\frac{M}{L}\cdot dx$ y para hallar el momento de inercia total de la varilla integraremos entre los valores extremos **-L/2** y **L/2**	$I_z=\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}x^2\cdot dm=\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}x^2\cdot\frac{M}{L}\cdot dx==\frac{M}{L}\cdot\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}x^2\cdot dx$	$\boxed{I_z=\frac{1}{12}ML^2}$

	Si **dm** es la masa del elemento de varilla, calcularemos dicho valor en función de la densidad de masa por unidad de longitud. $dm = \frac{M}{L} \cdot dx$ para hallar el momento de inercia total de la varilla integraremos entre los valores extremos **0** y **L**	$I_z = \int_0^L x^2 \cdot dm = \int_0^L x^2 \cdot \frac{M}{L} \cdot dx = = \frac{M}{L} \cdot \int_0^L x^2 \cdot dx$ $I_z = \frac{M}{L} \cdot \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^L = \frac{M}{L}\left[\frac{(L)^3}{3}\right] = \frac{M}{L}\left[\frac{(L)^3}{3}\right] = \frac{1}{3}ML^2$	$\boxed{I_z = \frac{1}{3}ML^2}$
	Debemos en primera instancia calcular la expresión del elemento de masa **dm** que es un disco de radio **x** y luego calcular la inercia de dicho disco. Posteriormente el valor de la inercia del disco la extendemos entre los valores de **-R** y **+R**. $dm = densidad\ por\ volumen\ del\ disco$	$dm = \frac{M}{V_{esfera}} \cdot V_{disco} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi \cdot R^3} \cdot x^2 \cdot \pi \cdot dz = \frac{3M}{4R^3} x^2 \cdot dz$ $\Rightarrow I_z = \frac{3M}{8R^3}\left\{2R^5 + \frac{2R^5}{5} - 2R^2 \cdot \frac{2R^3}{3}\right\} = \frac{3M}{8R^3}\left\{\frac{(30+6-20) \cdot R^5}{15}\right\} = \frac{2}{5}MR^2$	$\boxed{I_z = \frac{2}{5}MR^2}$
	Llamaremos σ a la densidad superficial de masa para lo cual dividiremos la masa total de la corteza esférica por su superficie y resulta $\sigma = \frac{M}{4\pi R^2}$ por lo tanto la masa del elemento de superficie **ds** será $dm = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot ds$ sabemos que el valor **r** se relaciona con **R** por el seno del ángulo alfa y por lo tanto el diferencial de inercia del elemento **dm** será	$dI = dm \cdot r^2 = \sigma \cdot 2 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot R \cdot d\alpha$ $r = R \cdot \operatorname{sen}\alpha$ $I = \sigma \cdot 2\pi \cdot R^4 \left[\int_0^\pi \boldsymbol{sen}\,\alpha \cdot d\alpha - \int_0^\pi \boldsymbol{sen}\,\alpha \cdot \boldsymbol{cos}^2\,\alpha \cdot d\alpha\right]$ $\left[\int_0^\pi \boldsymbol{sen}\,\alpha \cdot d\alpha - \int_0^\pi \boldsymbol{sen}\,\alpha \cdot \boldsymbol{cos}^2\,\alpha \cdot d\alpha\right] = -\boldsymbol{cos}\,\alpha\Big\vert_0^\pi + \frac{1}{3}\boldsymbol{cos}^3\,\alpha\Big\vert_0^\pi = \frac{4}{3}$	$I = \frac{4}{3} \cdot \frac{M}{4\pi R^2} \cdot 2\pi \cdot R^4 = \frac{2}{3} \cdot M \cdot R^2$
	Para calcular el momento de inercia de un disco respecto a un diámetro, lo haremos aplicando el teorema de figuras planas ya que conocemos el momento de inercia respecto al eje **z**, que es perpendicular a los dos ejes **x,y** que se encuentran en el plano. $I_Z = I_X + I_Y$ Por lo tanto tendremos Pero sabemos además que tanto $\mathbf{I_x}$ como $\mathbf{I_y}$ son ambos momentos	$I_Z = \frac{1}{2}M \cdot R^2$ y la expresión de **I** resulta $I = \frac{\frac{1}{2}M \cdot R^2}{2} = \frac{1}{4} \cdot M \cdot R^2$	$\boxed{I = \frac{1}{4} \cdot M \cdot R^2}$
	Para calcular el momento de inercia de un disco respecto a un eje perpendicular que pasa por su centro calcularemos el momento de inercia considerando un anillo elemental y luego integrando entre los límites **0** y **R.** La masa por unidad de superficie multiplicada por el área elemental del anillo nos da $dm = \frac{M}{R^2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot \pi \cdot x \cdot dx = \frac{2M}{R^2} \cdot x \cdot dx$	$I_z = \int_0^R x^2 \cdot dm = \int_0^R x^2 \cdot \frac{2M}{R^2} \cdot x \cdot dx = \frac{2M}{R^2}\int_0^R x^3 \cdot dx$ $I_z = \frac{2M}{R^2}\int_0^R x^3 \cdot dx = \frac{2M}{R^2}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^R = \frac{2M}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}MR^2$	$\boxed{I_z = \frac{1}{2}MR^2}$

	Vamos a calcular el momento de inercia del paralelepípedo por medio del siguiente procedimiento. Primero determinaremos la inercia de un elemento de volumen de dimensiones **a, b** y **dx**. respecto a un eje **Z'**, y posteriormente lo correremos por el Teorema de Steiner al eje **Z**., una vez obtenido el valor respecto al eje **Z** del elemento de volumen, solamente bastará con integrarlo entre los valores que asume x respecto al eje **Z**, que son **-c/2** y **+c/2.**	El valor del elemento de masa será $dm = \frac{M}{a \cdot b \cdot c} \cdot a \cdot b \cdot dx = \frac{M}{c} \cdot dx$ $I_z = \frac{M}{c} \cdot \frac{1}{12} b^2 \cdot c + \frac{M}{c} \cdot \frac{2c^3}{24} = \frac{1}{12} Mb^2 + \frac{1}{12} Mc^2 = \frac{1}{12} M\left(b^2 + c^2\right)$	$\boxed{I_z = \frac{1}{12} M \left(b^2 + c^2\right)}$
	Para calcular el momento de inercia de una placa rectangular respecto a un eje que pasa por su centro de masa, calcularemos un elemento de superficie de lado **b** y ancho **dx**, al cual le calcularemos su momento de inercia y luego integraremos entre los valores límites +**a/2** y **-a/2**. El valor del elemento de masa lo calcularemos dividiendo la masa total por el área total y multiplicándola luego por la superficie del elemento.	$dm = \frac{M}{a \cdot b} \cdot b \cdot dx = \frac{M}{a} \cdot dx$ procederemos ahora realizar la integración explicada anteriormente $I = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} x^2 \cdot dm = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} x^2 \cdot \frac{M}{a} \cdot dx = \frac{M}{a} \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} x^2 \cdot dx$	$\boxed{I = \frac{1}{12} \cdot M \cdot a^2}$
	Para calcular el momento de inercia de una placa rectangular respecto a un eje que pasa por su centro de masa, calcularemos un elemento de superficie de lado **b** y ancho **dx**, al cual le calcularemos su momento de inercia y luego integraremos entre los valores límites **0** y **a**. El valor del elemento de masa lo calcularemos dividiendo la masa total por el área total y multiplicándola luego por la superficie del elemento.	$dm = \frac{M}{a \cdot b} \cdot b \cdot dx = \frac{M}{a} \cdot dx$ realizando la integración explicada anteriormente tendremos. $I = \frac{M}{a}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a = \frac{M}{a}\left[\frac{a^3}{3} - 0\right] = \frac{1}{3} \cdot M \cdot a^2$	$\boxed{I = \frac{1}{3} \cdot M \cdot a^2}$