Facultad de Ingeniería OBERA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES

Física Mecánica

Movimiento Oscilatorio

Movimiento que se repite a intervalos iguales de tiempo

↓

Movimiento periódico

↓

se mueve a lo largo de una misma trayectoria de ida y vuelta **respecto a una posición de equilibrio**

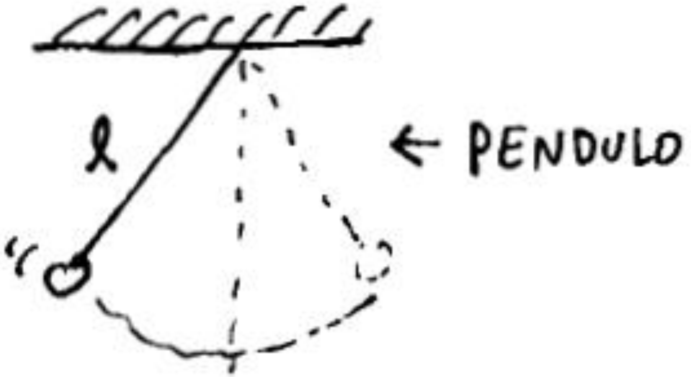
↓

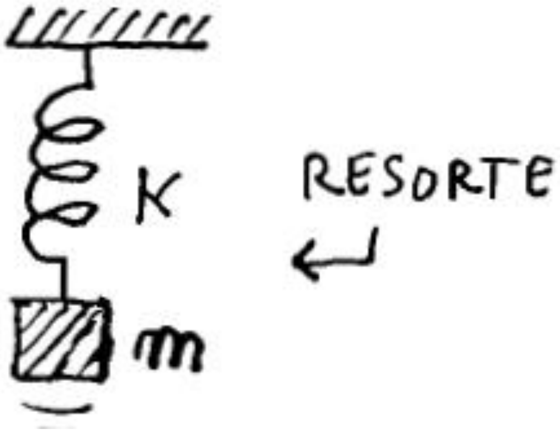
Movimiento Oscilatorio

Una partícula o sistema tiene movimiento armónico simple (m.a.s) cuando vibra bajo la acción de fuerzas restauradoras que son proporcionales a la distancia respecto a la posición de equilibrio.

Fuerzas Restauradoras *son las fuerzas que tienden a restaurar el movimiento hacia la dirección del punto de equilibrio estable*

No todos los movimientos periódicos son armónicos. Para que lo sean, ***la fuerza restauradora debe ser proporcional al desplazamiento.***





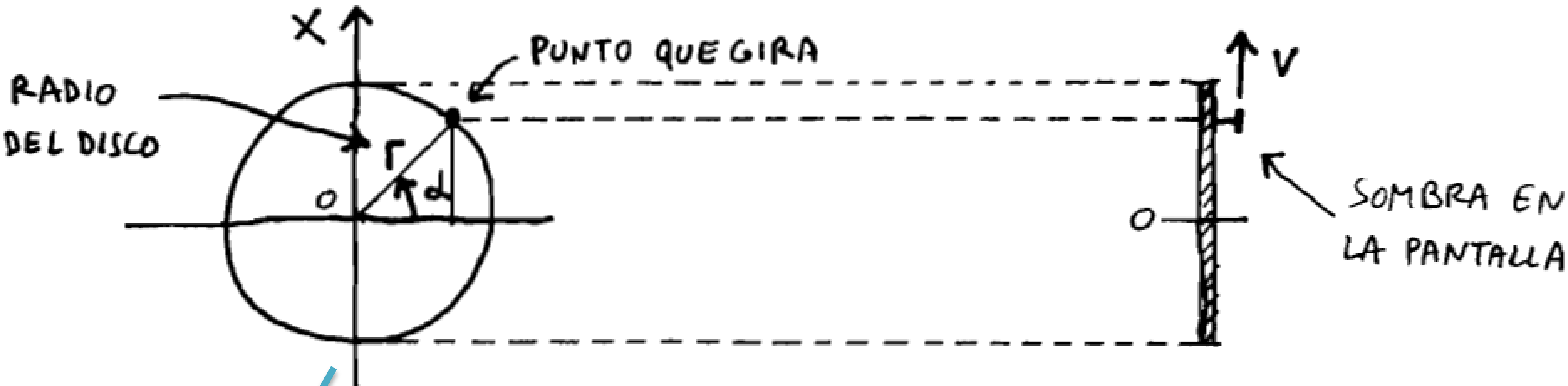
Conocimiento de movimiento circular, trigonometría y Ley de Hooke

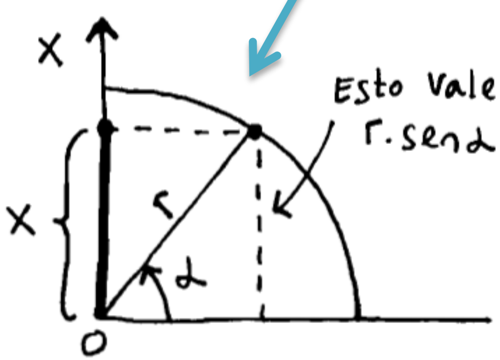
Movimiento armónico es la proyección del movimiento circular sobre un eje

Movimiento armónico: la posición, velocidad y aceleración varían sinusoidalmente con el tiempo

Seno y coseno: funciones armónicas

Posición en función del tiempo



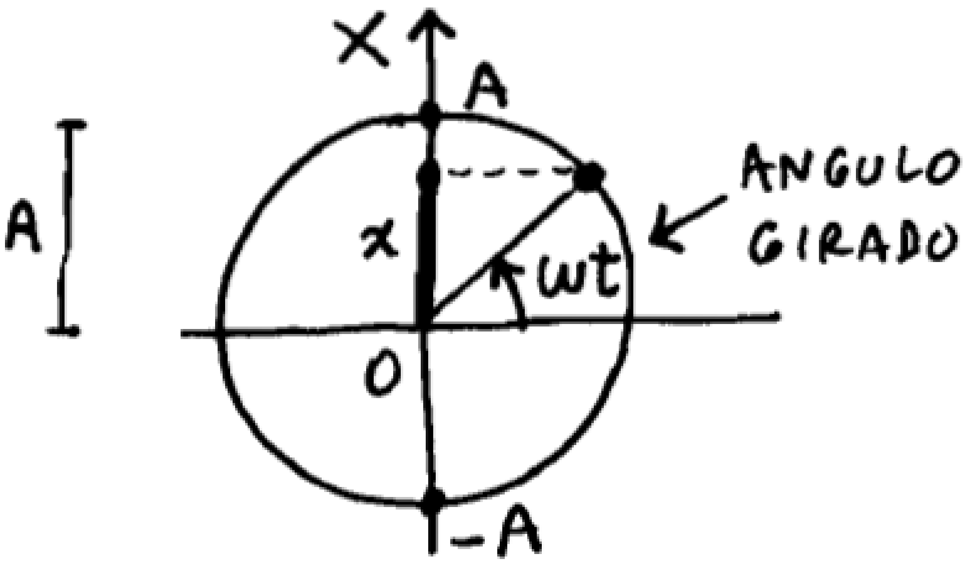


Analizo lo que pasa en la sombra

No hay radio. Pero puedo saber cuanto es la distancia desde la posición de equilibrio hasta el final de la sombra:

La máxima separación $r \cdot \text{sen}\, 90°$

AMPLITUD



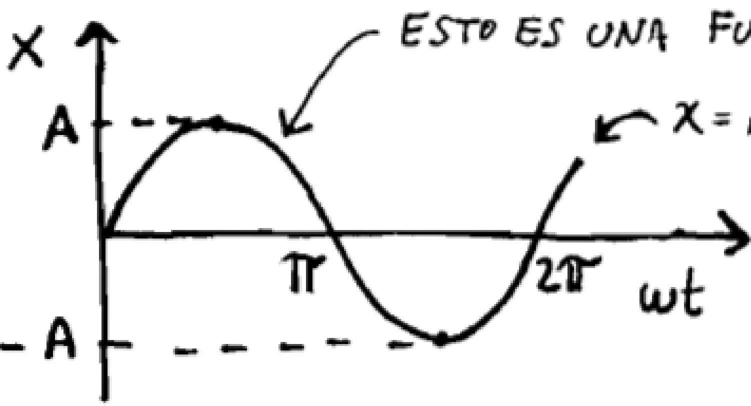
AMPLITUD A,
POSICIÓN X
Y ÁNGULO
GIRADO ωt

$r \cdot sen\alpha$

A ωt

$$\boxed{X = A \cdot sen(\omega t)}$$

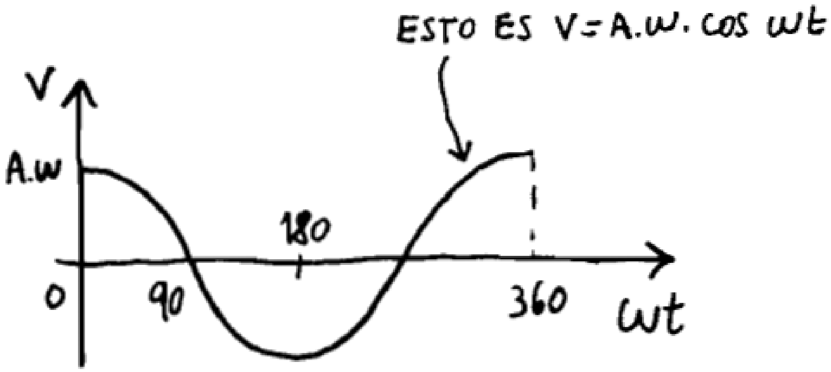
$$\boxed{X = A \cdot \mathrm{Sen}(\omega t)}$$

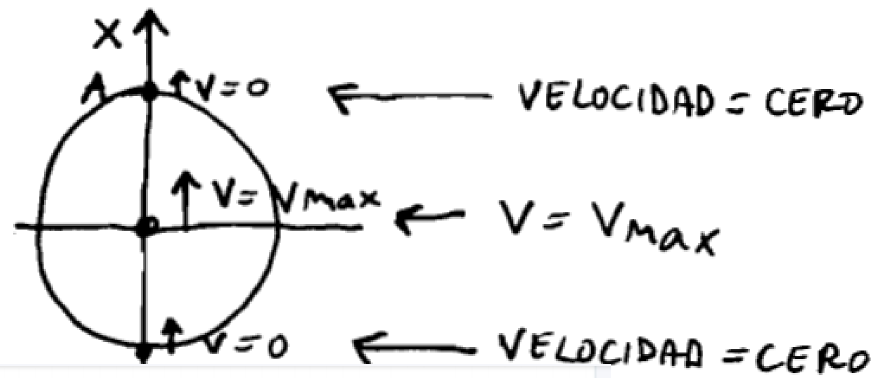


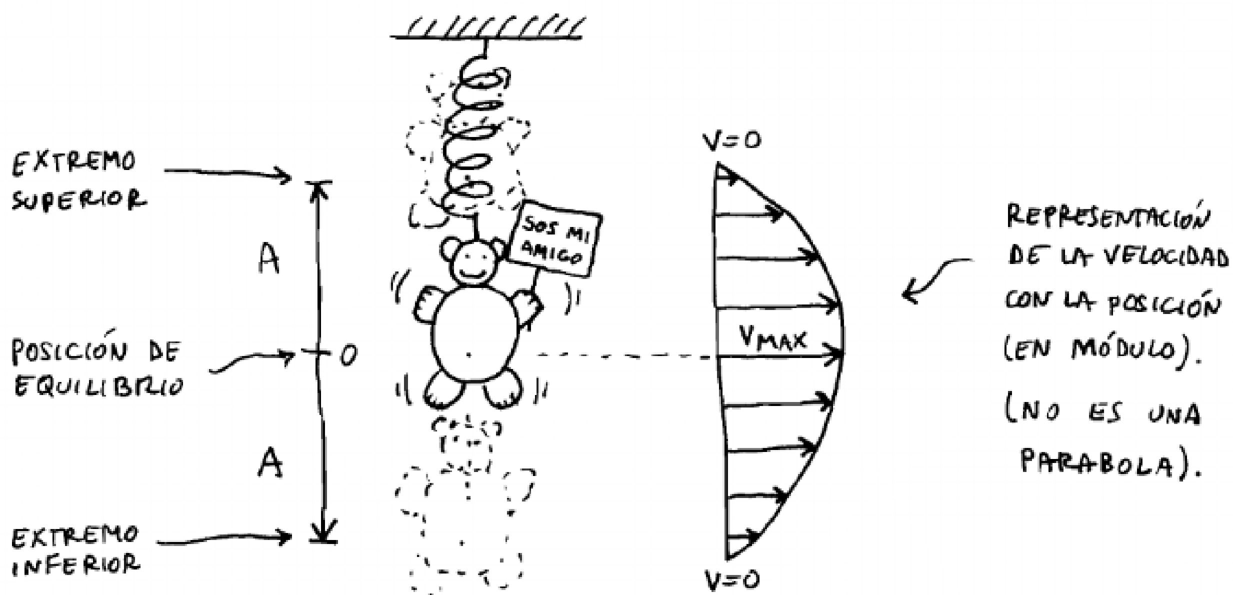
REPRESENTACIÓN DE LA POSICIÓN EN FUNC. DEL TIEMPO EN EL MOVIMIENTO ARMÓNICO

Velocidad en función del tiempo

$$V = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(A \operatorname{sen} wt\right) = A w \cos wt$$







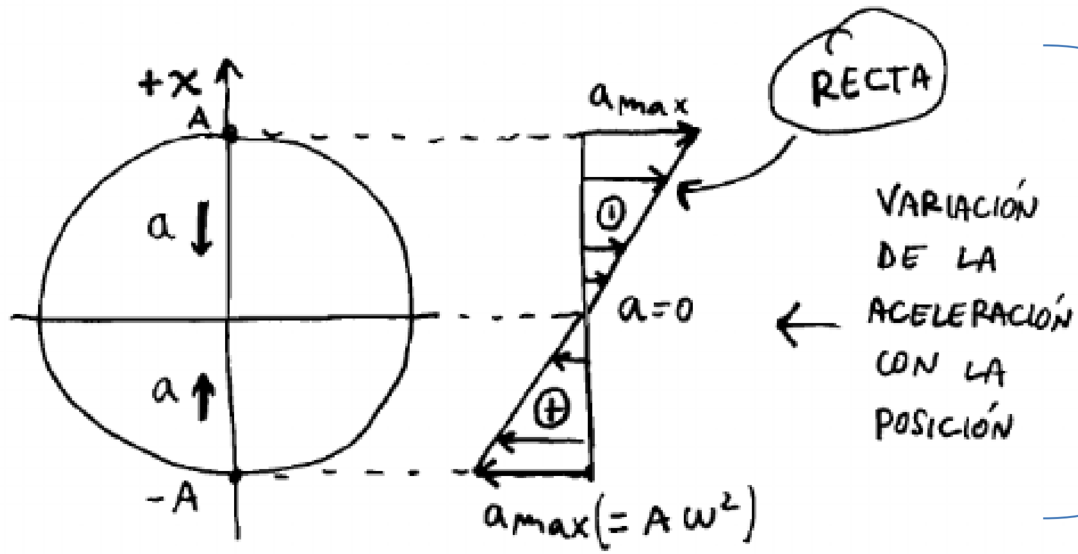
Aceleración en función del tiempo

$$V = A\,\omega \cdot \cos \omega t$$

$$a = \frac{d}{dt}\left(A\,\omega \cos \omega t\right) = A\,\omega \frac{d}{dt}\left(\cos \omega t\right) =$$

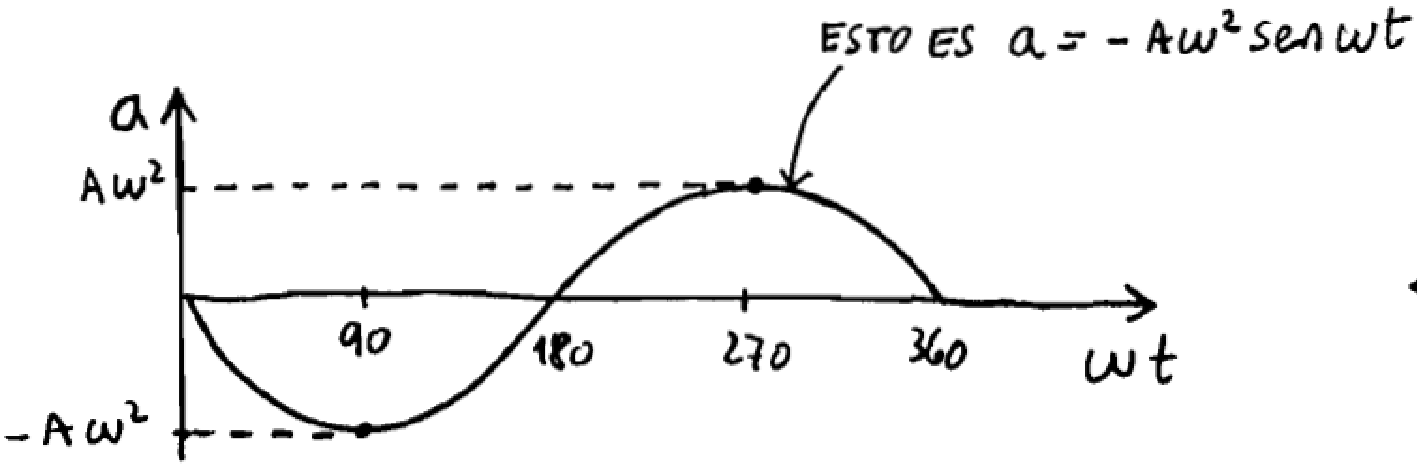
$$= A \cdot \omega\,(-\operatorname{sen} \omega t) \cdot \omega = \boxed{-A\,\omega^2 \operatorname{sen} \omega t}$$

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$



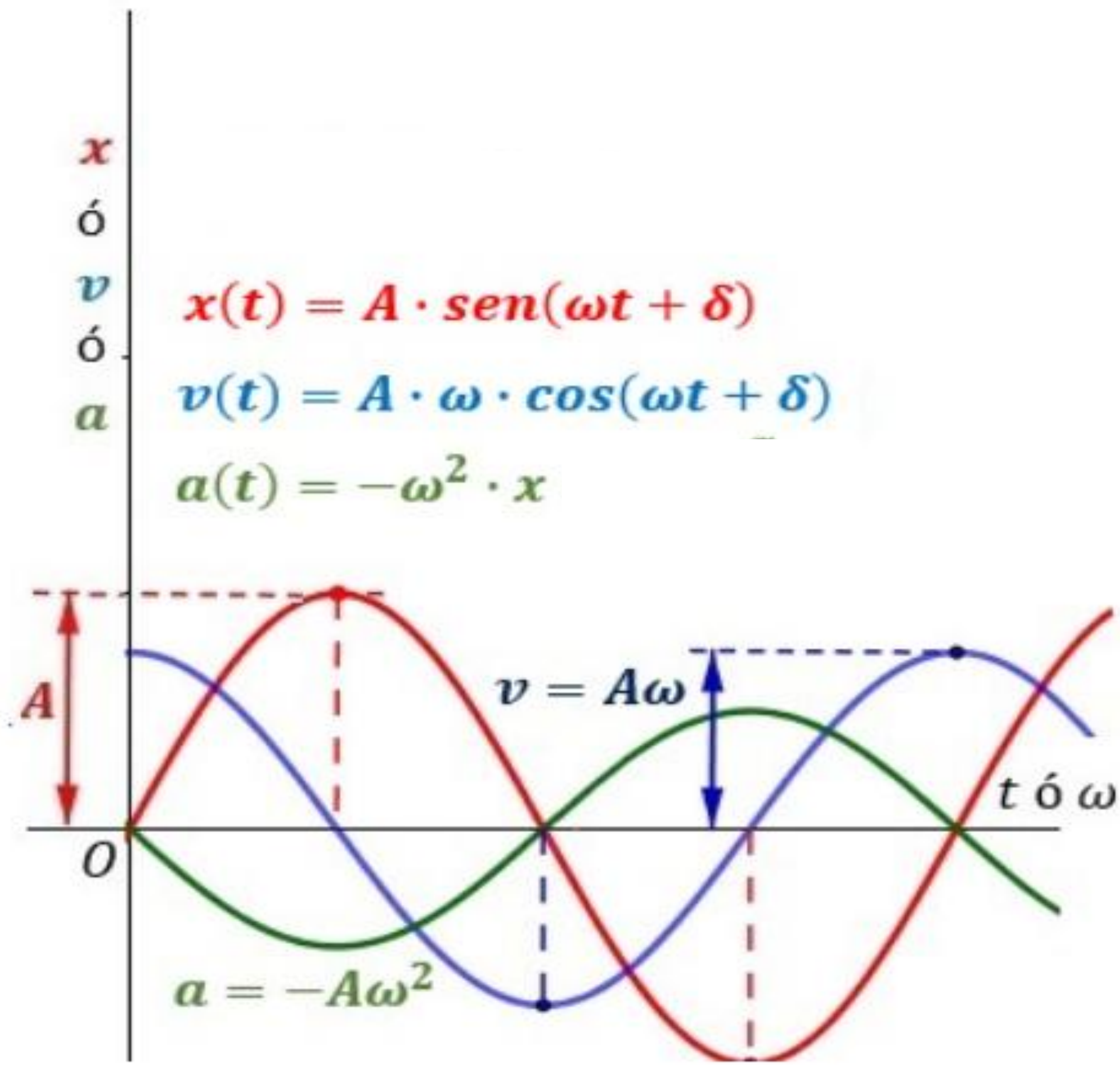
a es proporcional a la separación de la posición de equilibrio y de sentido contrario

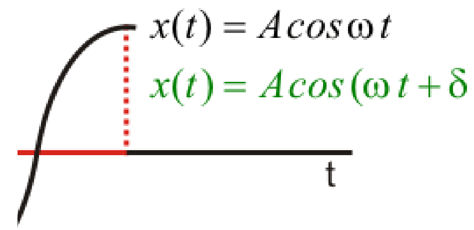
$$\boxed{-A w^2 \operatorname{sen} wt}$$



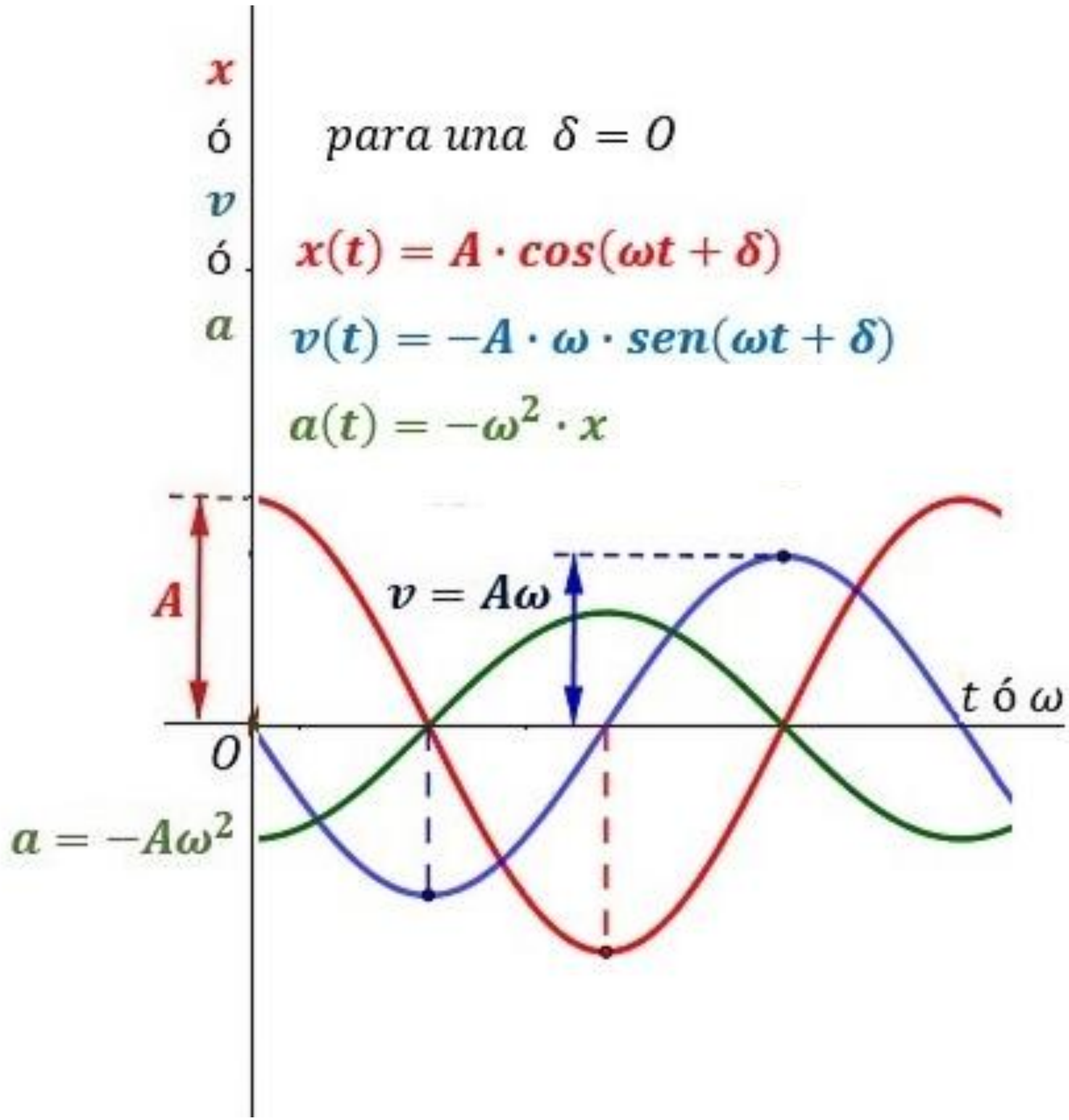
← ACELERACION EN EL MOV. ARMÓNICO

El tiempo se cuenta desde la posición de equilibrio O (x = 0)





El tiempo se cuenta a partir del momento de máxima elongación ($x = A$)



RESUMEN

Movimiento armónico es la proyección del movimiento circular sobre un eje

$$\boxed{\begin{aligned} x &= A \, \mathrm{sen}\, \omega t \\ v &= A \omega \cos \omega t \\ a &= -A \omega^2 \, \mathrm{sen}\, \omega t \end{aligned}}$$

Característica fundamental de este movimiento

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

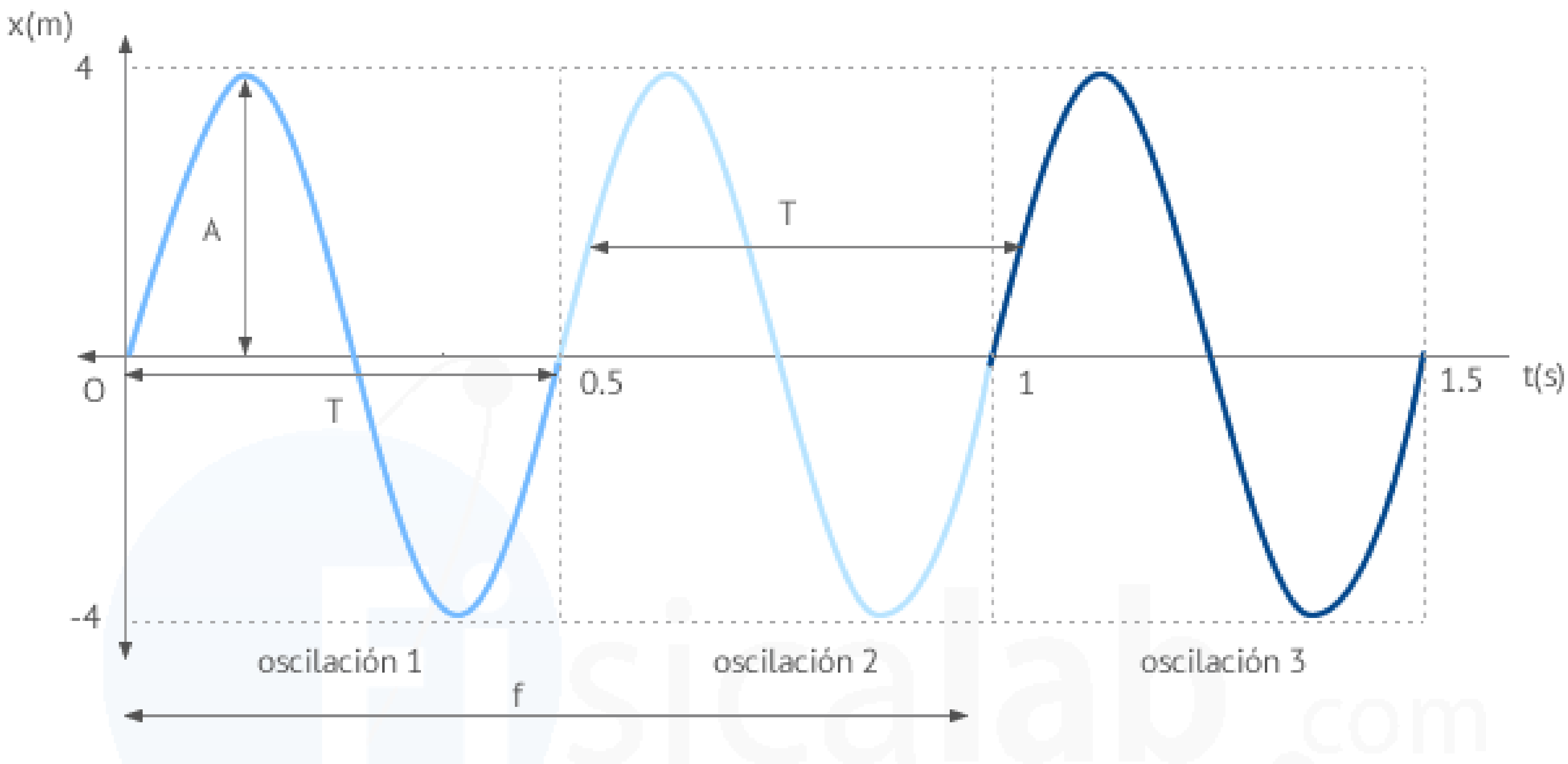
Características del movimiento armónico simple:

1.Vibratorio: El cuerpo oscila en torno a una posición de equilibrio siempre en el mismo plano

2.Periódico: El movimiento se repite cada cierto tiempo denominado *periodo (T)*. Es decir, el cuerpo vuelve a tener las mismas magnitudes cinemáticas y dinámicas cada *T* segundos

3.Se describe mediante una función sinusoidal (seno o coseno indistintamente)

Característica de una onda



El mayor valor de elongación en cada oscilación es la **Amplitud** (A= 4 cm)

El **Periodo** (T) es el tiempo que transcurre entre dos puntos que tiene la misma elongación y la misma tendencia de subida o de bajada (T= 0,5 s)

La **Frecuencia** (f) es el numero de oscilaciones completas por cada unidad de tiempo (f= 2 Hz, es decir, 2 oscilaciones en 1 s)

La **velocidad angular** es 2π/T

$$f = 1/T$$
$$T = 1/f$$

EJEMPLO

Determina la ecuación representativa de un movimiento armónico simple sabiendo que la separación máxima a la posición de equilibrio es de 20 cm y se han contado 25 oscilaciones en 5 segundos partiendo del equilibrio.

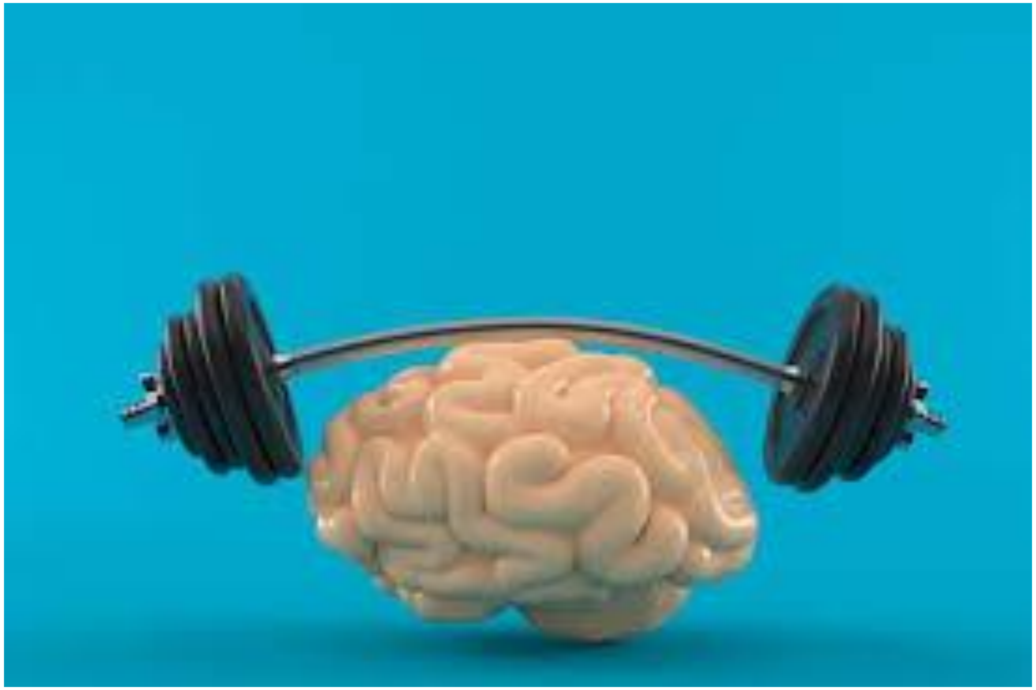
$$\boxed{X = A \cdot sen(\omega t)}$$

Amplitud = 20 cm

$2\pi f \rightarrow f = 25 / 5\ s$

$$\underbrace{2\pi f}_{2\pi\,5\ s^{-1}}$$

$2\pi\,5\ s^{-1} \rightarrow 31{,}4\ s^{-1}$



Ejercicios TP N° 13

Ejercicio 1:

Una partícula se mueve con MAS según la expresión x=0,2m sen (3t + π) determinar:

a) La frecuencia y el periodo de oscilación.

b) La amplitud.

c) La constante de fase.

d) La posición de la partícula en un tiempo t=0,8 s.

$$x = \underbrace{0{,}2\ m}_{A}\ \text{sen}\ (\underbrace{3}_{\omega}\ t + \underbrace{\pi}_{\varphi}\ )$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \longrightarrow f = 3/2\ \pi \longrightarrow f = 1{,}5\ \text{Hz}$$

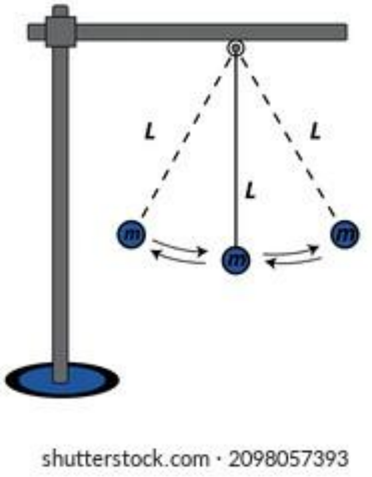
$$T = \frac{1}{f} \longrightarrow T = 0{,}66\ \text{s}$$

f = 1/T

T = 1/f

Ejercicio 2

Un péndulo simple de 1m de longitud efectúa 100 oscilaciones completas en 204 s en cierto lugar, ¿cuál es el valor de la aceleración de la gravedad en ese punto?



DATOS
Longitud del péndulo (L): 1 metro
Número de oscilaciones completas: 100
Tiempo total para 100 oscilaciones completas (T): 204 segundos

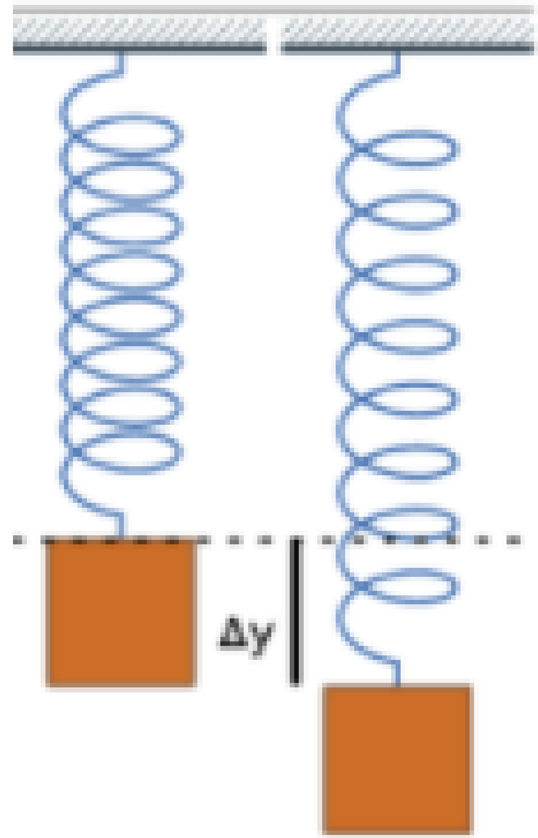
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

$$g \approx 9.81 \ \mathrm{m/s^2}$$

Ejercicio 3

Un peso de 2 kg que cuelga de un resorte produce en éste un alargamiento de 20 cm.
a) ¿Cuál es la constante de rigidez del resorte?
b) ¿Cuál sería el período de vibración del peso de 2 kg suspendido del resorte?
c) ¿Cuál sería el período de vibración de un peso de 4 kg suspendido del resorte?



a) ¿Cuál es la constante de rigidez del resorte?

$$F = -\ k\ x$$

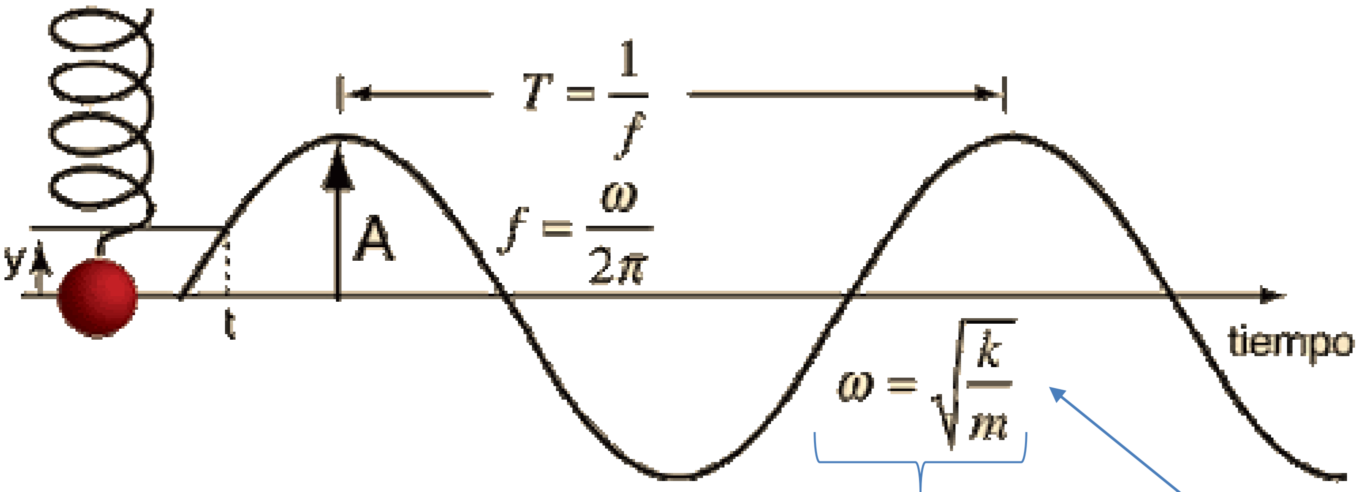
m.g

2 kg. (-9,8 m/s^2)

0,2 m

k = …… N/m

b) ¿Cuál sería el período de vibración del peso de 2 kg suspendido del resorte?

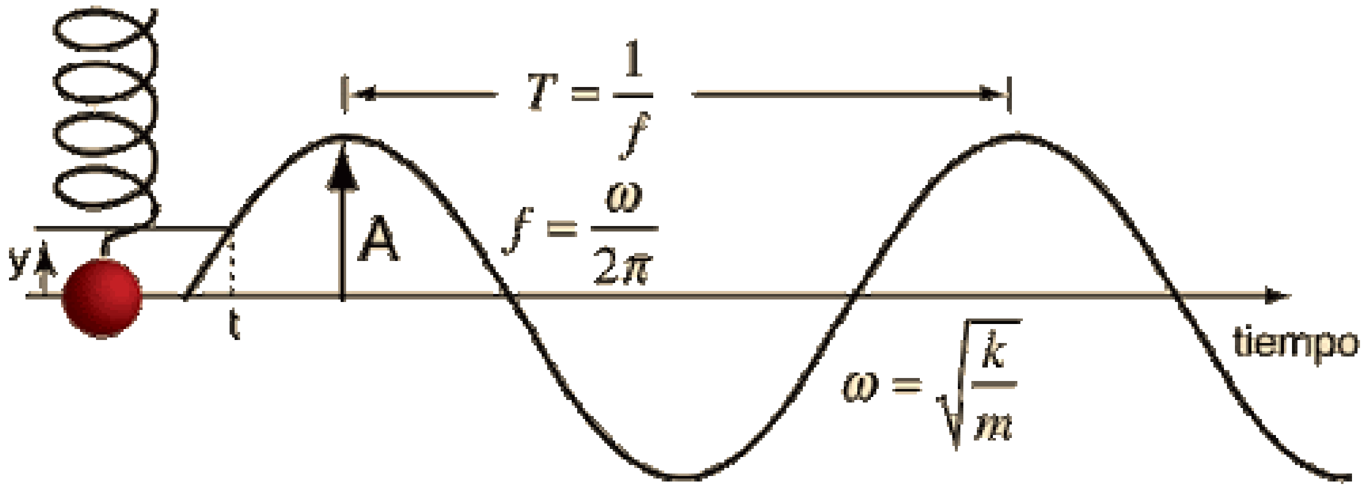


$7\ s^{-1}$

Velocidad angular
para un sistema
masa-resorte

$$T = 2\,\pi\ /\ 7\ s^{-1} \quad \Rightarrow \quad T = \ldots\ldots s$$

c) ¿Cuál sería el período de vibración de un peso de 4 kg suspendido del resorte?



$4{,}9\ s^{-1}$

$T = 2\pi / 4{,}9\ s^{-1}$ ➡ $T = \ldots..s$

Ejercicio 4

Un bloque se encuentra unido a un muelle sobre una superficie plana. El sistema es ideal. La masa del bloque es de 0,31 kg y la constante del muelle es de 63 N/m. Inicialmente se tira del bloque de tal modo que el muelle se alarga 0,074m y luego se suelta. Determinar:

a) Frecuencias y período.

b) Escribir las expresiones x(t), v(t) y a(t).

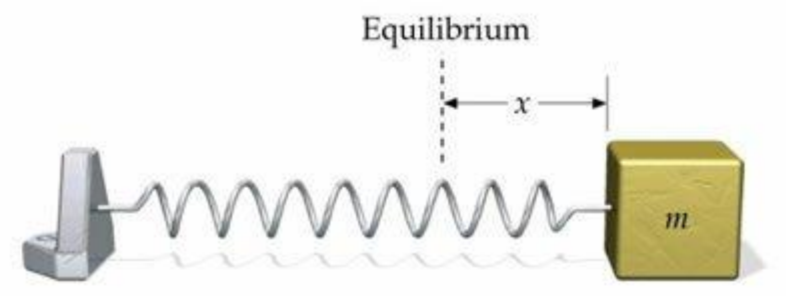
c) Hallar la velocidad cuando se encuentra en x = 34 mm.

DATOS

Masa del bloque, m=0.31 kg

Constante del muelle, k=63 N/m

El muelle se alarga inicialmente Δx=0.074 m



$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = 2{,}27\ Hz$$

$$T = 0{,}44\ s$$

Ejercicio 4

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

b) Escribir las expresiones x(t), v(t) y a(t).

$$\bar{x} = A.sen(\omega.t + \theta)$$

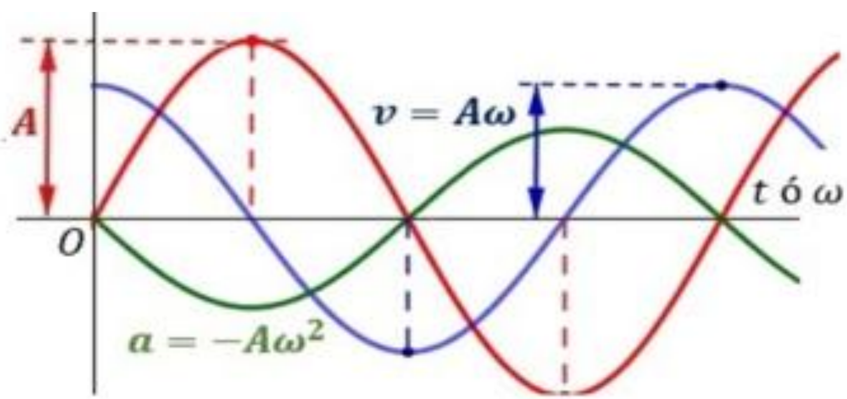
$$\bar{v} = A\omega.cos(\omega.t + \theta)\,; v = \ \omega.\sqrt{A^2 - x^2}$$

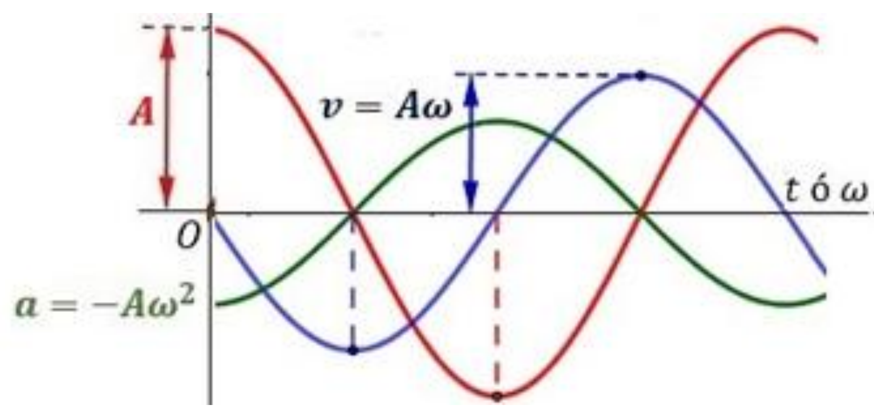
$$\bar{a} = -A\omega^2.sen(\omega.t + \theta);\ \ \bar{a} = -\omega^2.\bar{x}$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = -A\omega\sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi)$$





A = 0,074 m $\qquad A.w = 1{,}0595\ m/s \qquad A.w^2 = -15{,}02\ m/s^2$

Ejercicio 4

c) Hallar la velocidad cuando se encuentra en x = 34 mm.

$$v = \omega . \sqrt{A^2 - x^2}$$

$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\longrightarrow$ w= 14,25 1/s

A = 0,074 m

x= 0,034 m

Ejercicio 5

Una masa de 50 g conectado a un resorte de 35 N/m de constante de fuerza, oscila sobre una superficie horizontal sin fricción con una amplitud de 4 cm. Determinar:

a) la energía total del sistema,

b) la velocidad de la masa cuando el desplazamiento es de 1 cm,

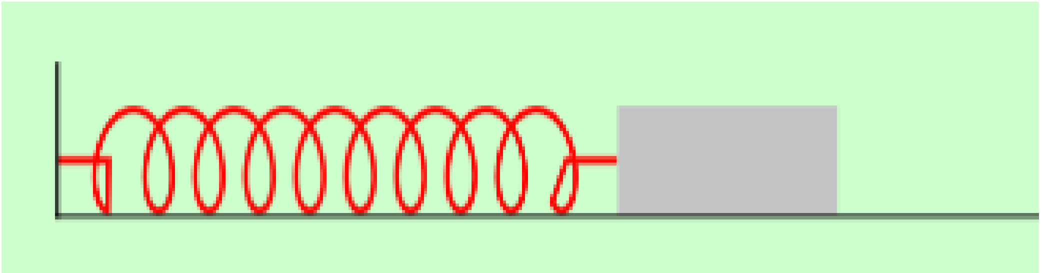
c) la energía cinética, potencial y mecánica cuando el desplazamiento es de 3 cm.

DATOS

Masa = 50 g = 0.05 kg

Constante del resorte (k) = 35 N/m

Amplitud (A) = 4 cm = 0.04 m



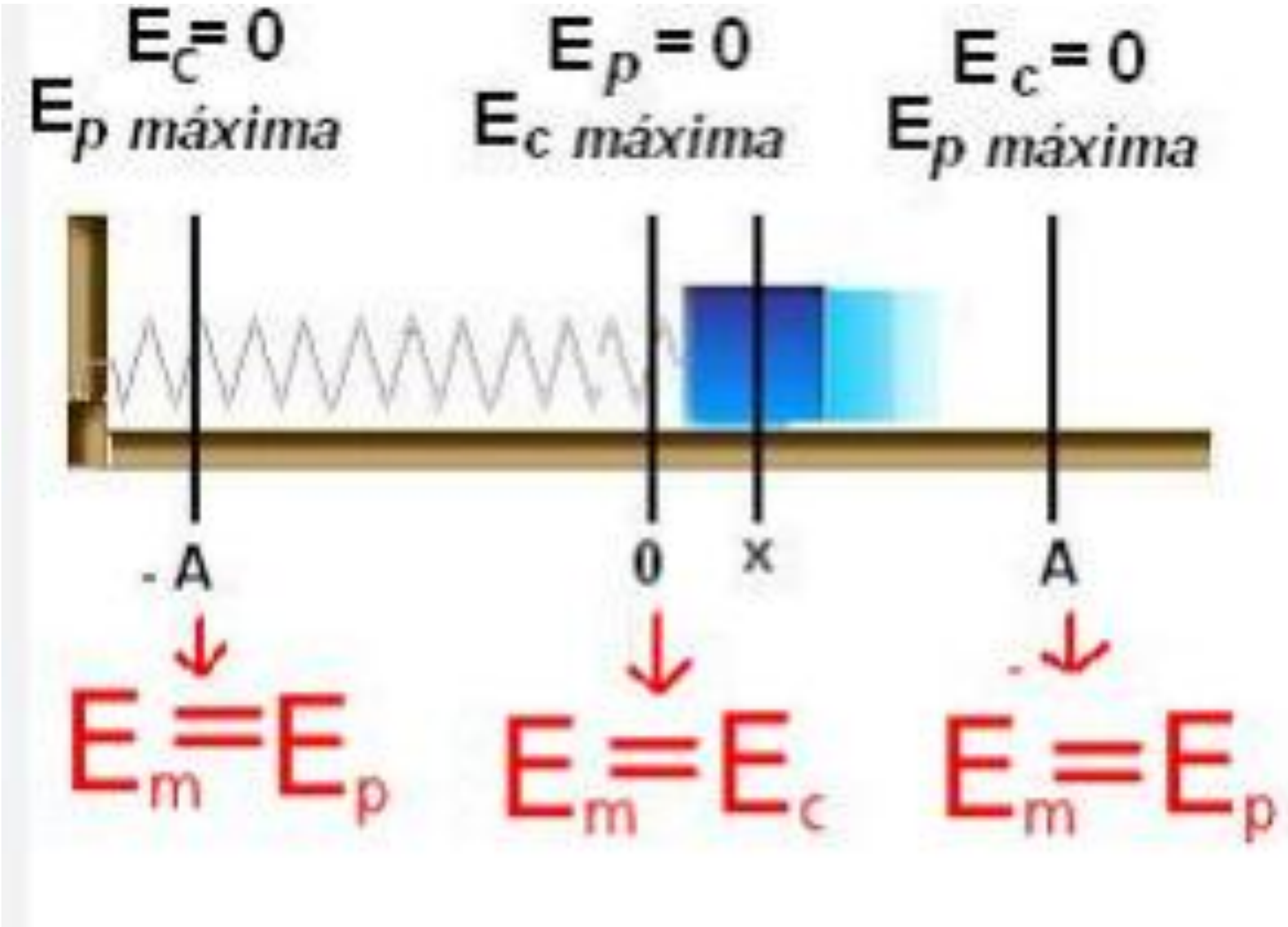
$$E_M = E_c + E_{pe}$$

$$\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Kx^2$$

$$E_M = 0{,}028\ J$$

$$E_{\text{total}} = E_k + E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = \frac{1}{2}kx^2$$



Ejercicio 5

c) la energía cinética, potencial y mecánica cuando el desplazamiento es de 3 cm.

$$v = \omega.\sqrt{A^2 - x^2}$$

A= 4 cm = 0.04 m

x= 3 cm = 0,03 m

$w = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\longrightarrow$ w= 26,45 1/s

v= 0,69 m/s

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow$$

Ek=0,012 J

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \longrightarrow$$

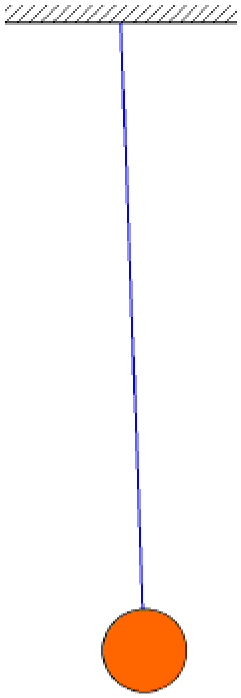
Ep=0,016 J

$$E_{\text{total}} = E_k + E_p \longrightarrow$$

Em=0,027 J

Ejercicio 6

Un péndulo simple de 2,4 m de longitud y masa 500 g oscila con una amplitud de 30 cm.



a) Calcular la velocidad del péndulo en el punto más bajo.

b) Calcular la aceleración en los extremos de su trayectoria.

c) Determinar la energía cinética y potencial cuando el desplazamiento es de 15 cm.

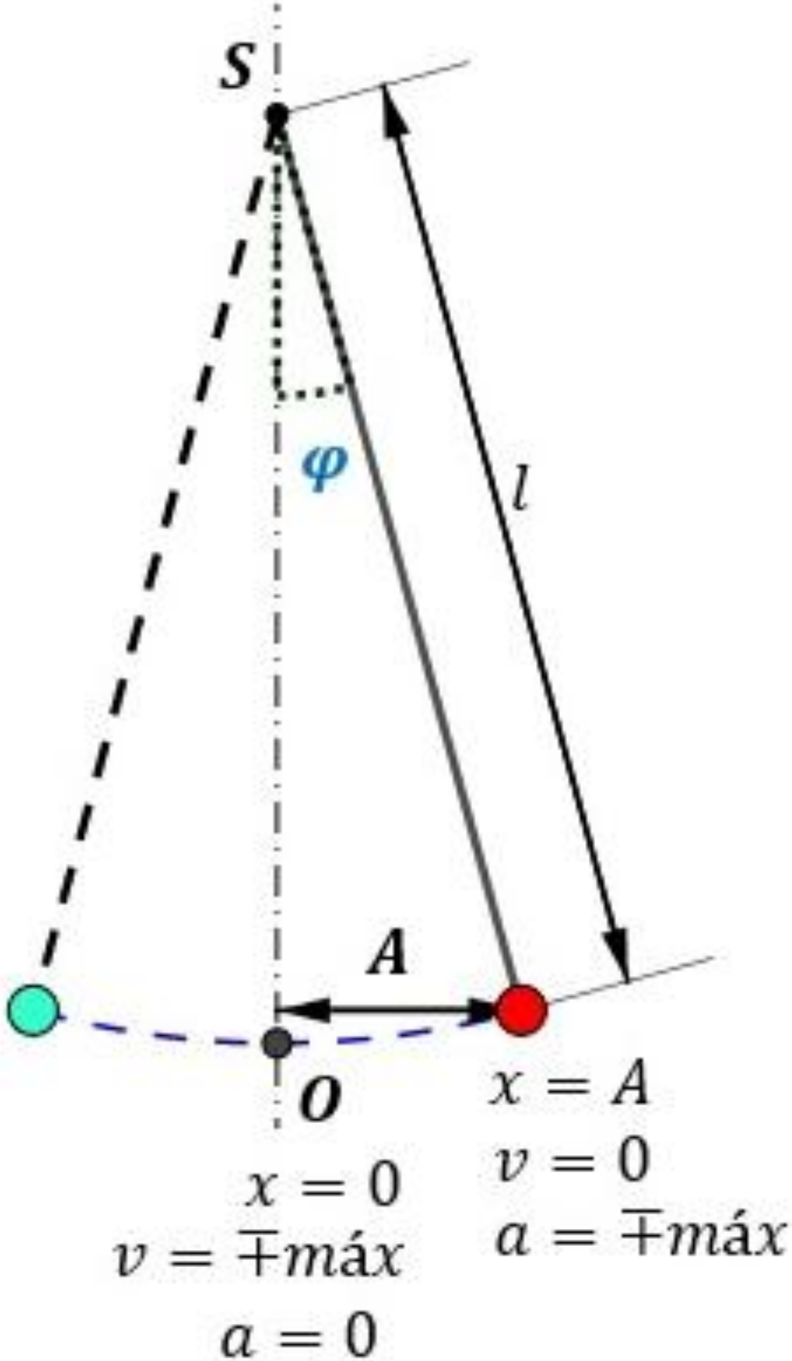
d) Determinar la energía mecánica del péndulo.

DATOS

L=2.4 m

m = 500 g = 0.5 kg

A= 30 cm = 0.3 m

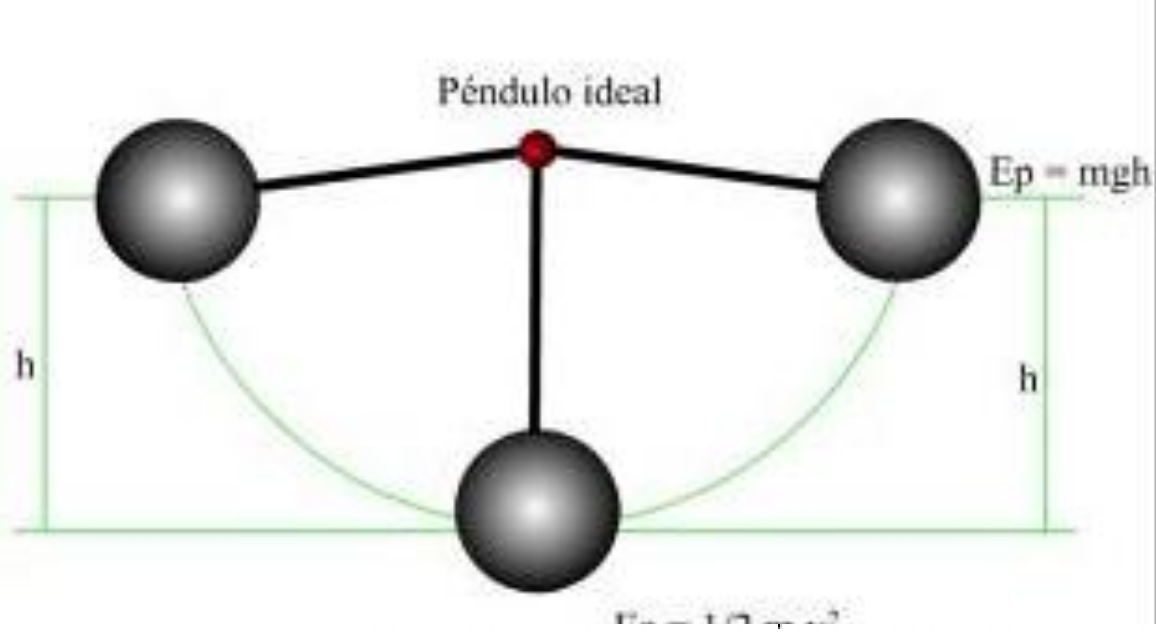


En el punto mas bajo: la velocidad es máxima

$$v = \omega A$$

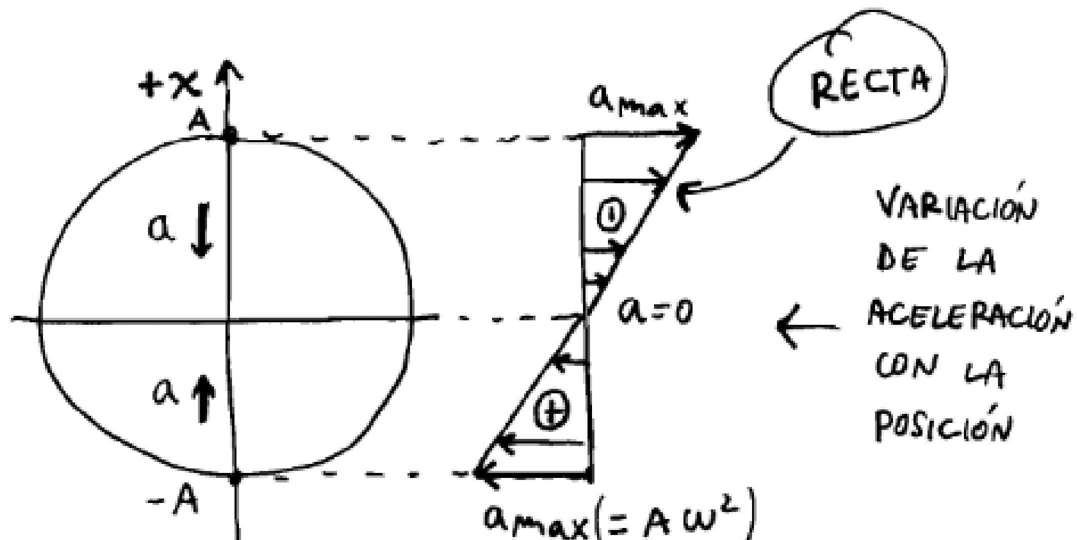
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \longrightarrow \omega = 2{,}02\ 1/s$$

$$v = 0{,}6\,\frac{m}{s}$$



En los extremos la aceleración es máxima

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$



$a_{\text{máx.}} = 1{,}22\ m/s^2$

Ejercicio 6

c) Determinar la energía cinética y potencial cuando el desplazamiento es de 15 cm.

$$v = \omega . \sqrt{A^2 - x^2}$$

A= 0.03 m

X = 0,15 m

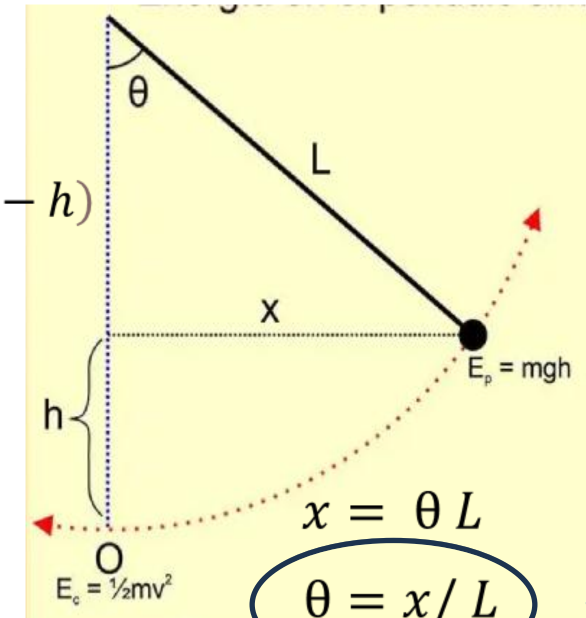
$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \longrightarrow$$ w= 2,02 1/s

$$v = 0{,}52\, m/s$$

$$E_k = \frac{1}{2} m\, v^2 \longrightarrow E_k = 0{,}068\, J$$

$$E_p = m\, g\, h$$

$(L-h)$



$$x = \theta L$$

$$\theta = x / L$$

$$\cos\theta = \frac{L-h}{L}$$

$$\cos\theta \cdot L \cdot = \mathrm{L} - h$$

$$h = L - \cos\theta L$$

$$h = L \cdot (1 - \cos\theta)$$

$$E_p = m\,gL(1 - \cos(\frac{0{,}15}{2{,}4})) \longrightarrow E_p = 0{,}023\ J$$

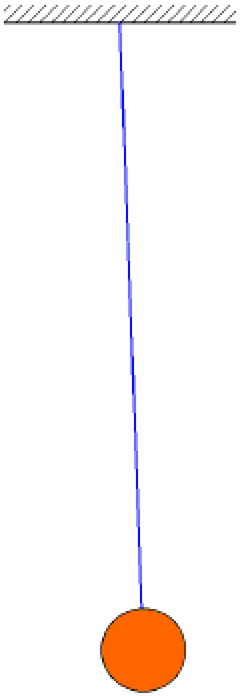
$$E_{\text{total}} = E_k + E_p \longrightarrow E_t = 0{,}091\ J$$

Ejercicio 7

Un cuerpo esférico de masa m = 0,5 kg, cuelga de un hilo de longitud l = 40 cm, se separa 10º de la posición de equilibrio y se suelta.

a) Calcular el periodo del péndulo y determinar la ecuación del MÁS.

b) Calcular la energía mecánica, potencial y cinética cuando el ángulo es de 5°.



DATOS

L=0,4 m

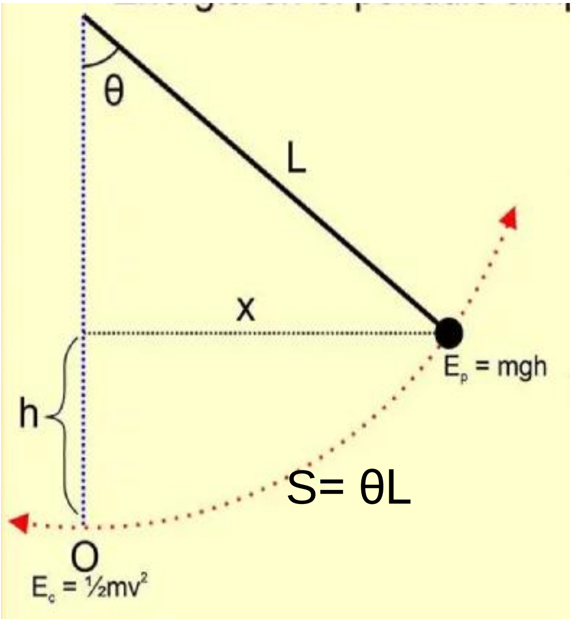
m = 500 g = 0.5 kg

Θ = 10º

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \longrightarrow \omega$$

$$T = 1{,}27\ s$$

$$x(t) = A \cdot cos(\omega t + \delta)$$



$$\theta = \theta \cos(\omega t)$$

$$\text{sen}\,\theta \cdot L \cdot = \text{x}$$

Para ángulos pequeños, el sen θ es aprox θ

$$\theta \cdot L \cdot = \text{x}$$

A= 10º (2π/360º). 0,04m

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$