FUNDAMENTOS DEL PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES

Ingeniería en Computación

UNIDAD 4

ANÁLISIS ESPECTRAL Y DE REGIONES

CONCEPTO DE FRECUENCIA EN IMÁGENES

Las imágenes son matrices bidimensionales que pueden descomponerse en vectores unidimensionales, por lo que podemos aplicar la Transformada de Fourier a cada vector:

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

Transformada 2D

$$f(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u,v) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

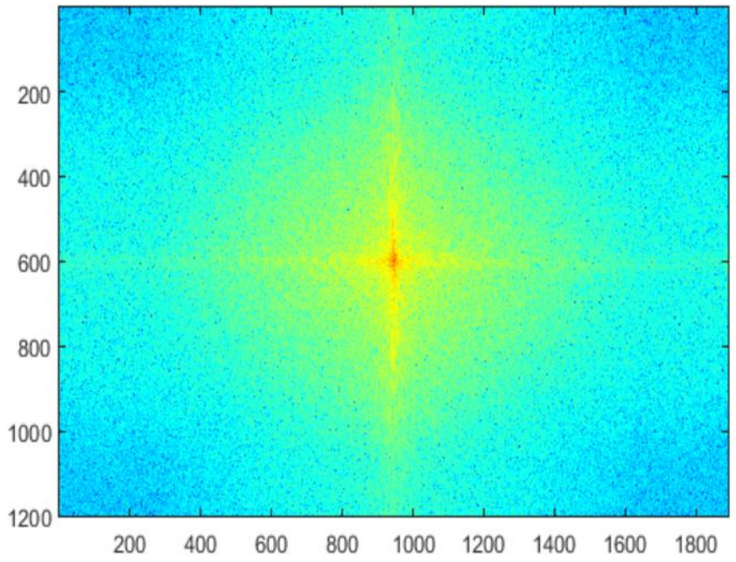
Antitransformada 2D

CONCEPTO DE FRECUENCIA EN IMÁGENES

Cuando aplicamos una DFT o FFT 2D a una imagen, estamos pasando de:

Dominio espacial

Dominio frecuencial



PROPIEDADES DEL ESPECTRO DE UNA IMAGEN

Al igual que una señal, el espectro de una imagen es, en general, complejo, es decir que:

$$F(u,v) = |F(u,v)|e^{j\,\theta(u,v)}$$

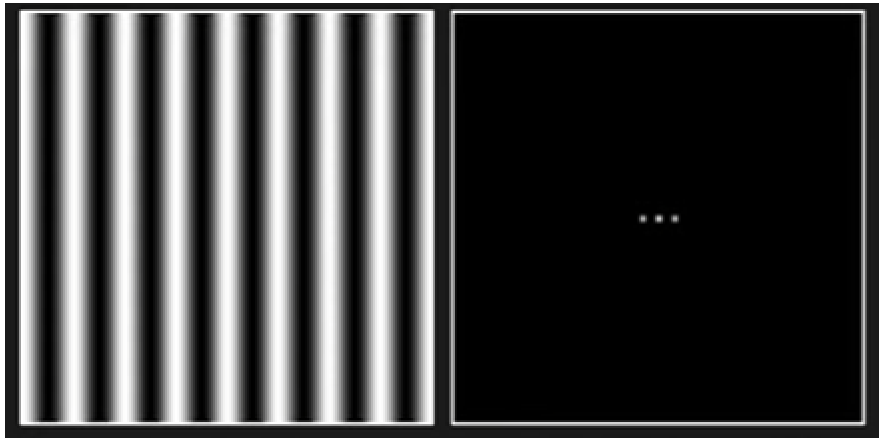
$$|F(u,v)| = \sqrt{R^2(u,v) + I^2(u,v)}$$ **Magnitud**

$$\theta(u,v) = \arctan\left(\frac{I(u,v)}{R(u,v)}\right)$$ **Fase**

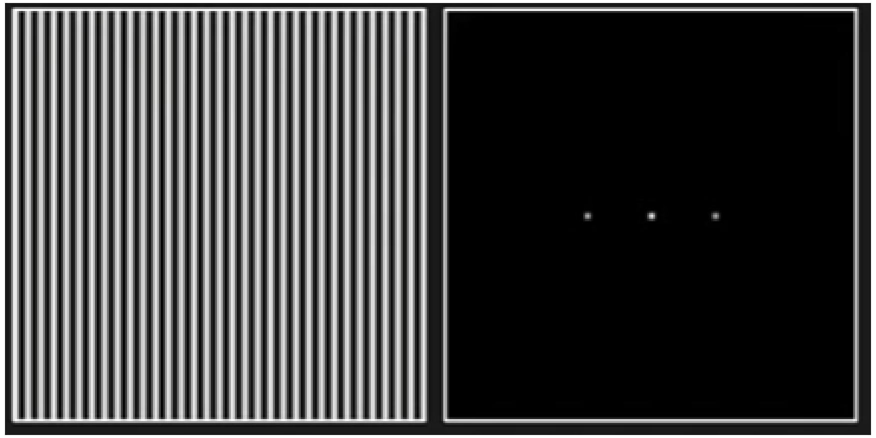
ESPECTRO DE UNA IMAGEN

Ejemplo de imágenes ondulantes:

¿En qué sectores del espectro se ubican las altas y bajas frecuencias?



$f(x,y)$ $Log(|F(u,v)|)$

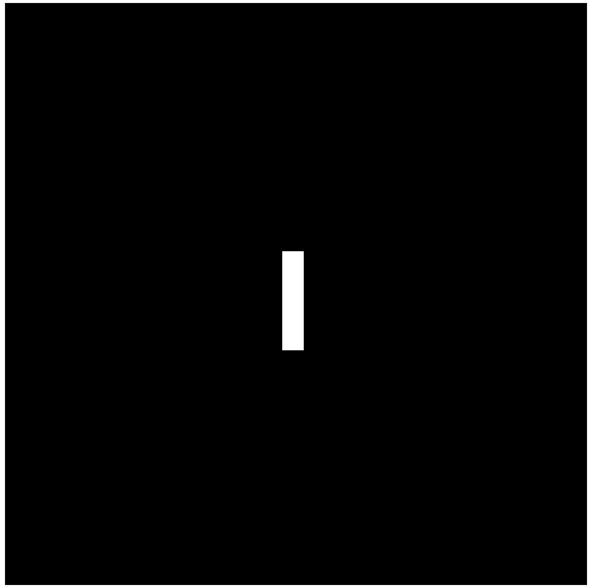


$f(x,y)$ $Log(|F(u,v)|)$

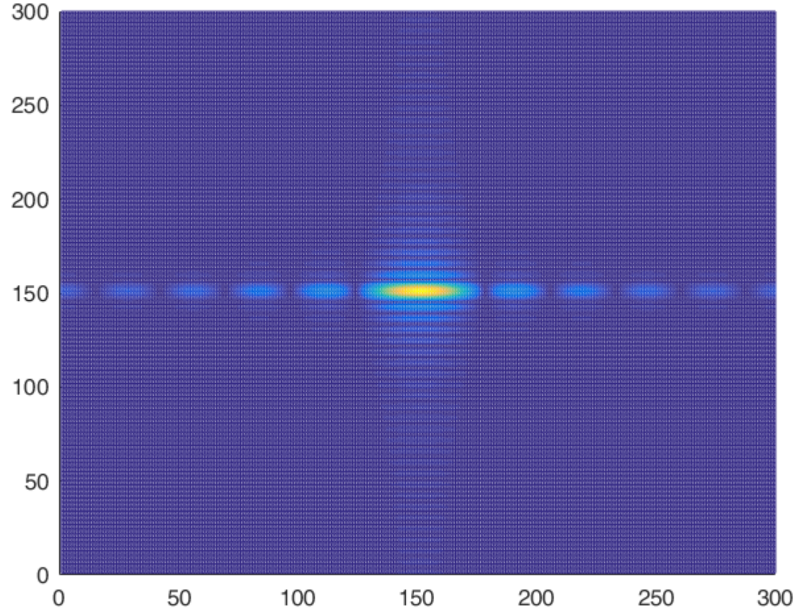
ESPECTRO DE UNA IMAGEN

Una “imagen” de un pulso:

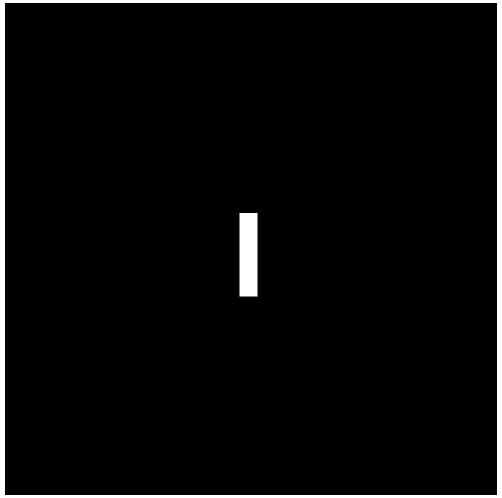
$f(x, y)$



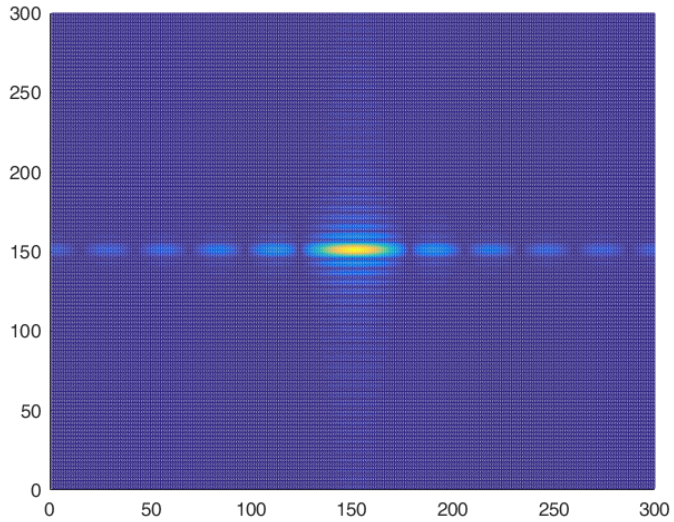
$(|F(u, v)|)$



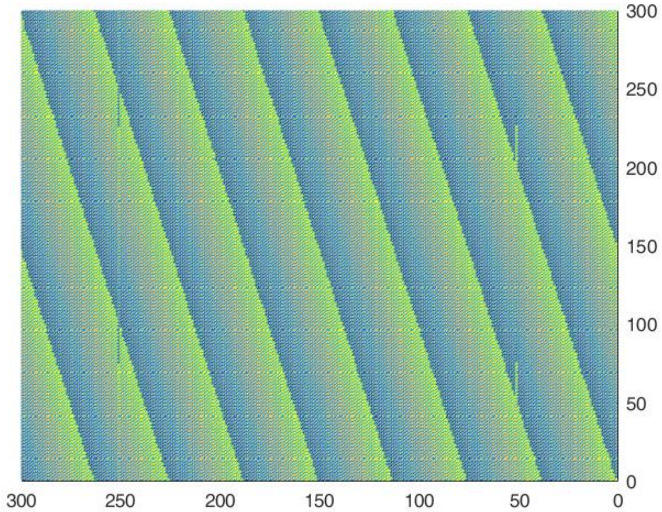
$f(x, y)$

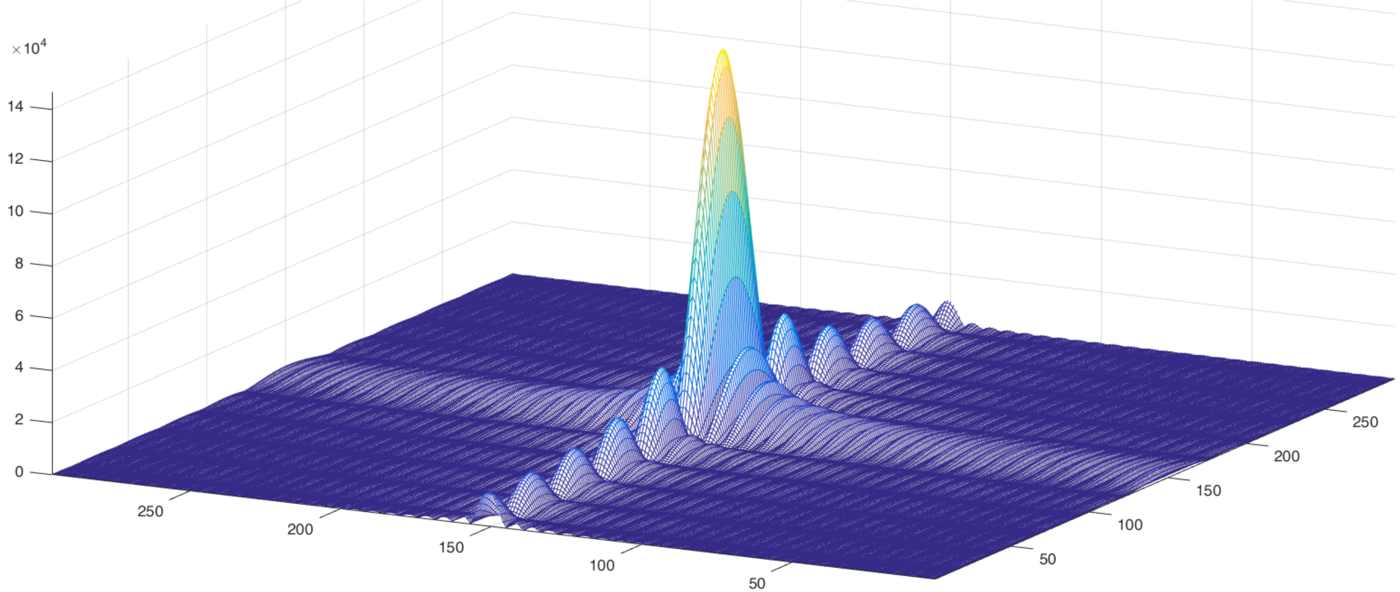


$(|F(u, v)|)$



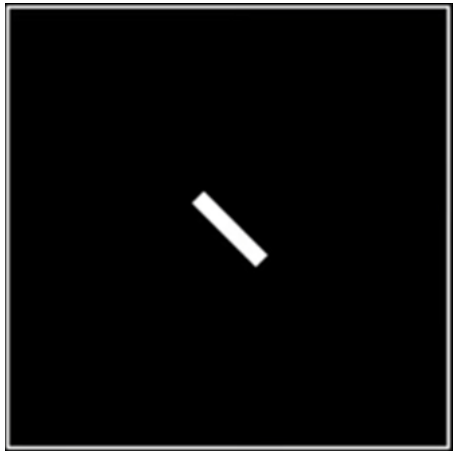
Fase $(F(u, v))$



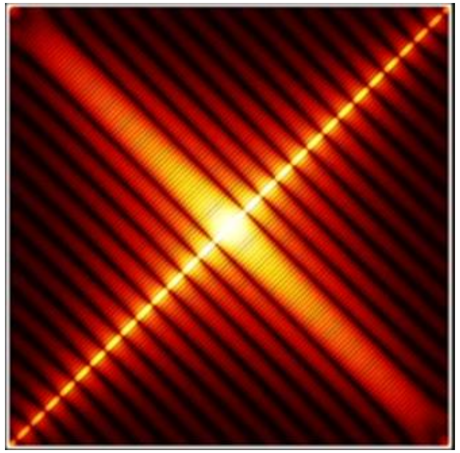


Ejemplo de espectros de objetos simples. Por ahora solo tomamos el módulo:

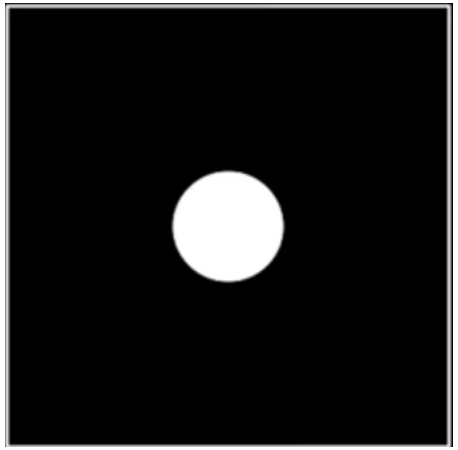
$f(x, y)$



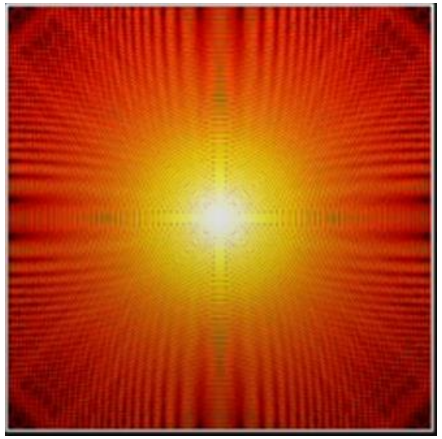
$Log(|F(u, v)|)$



$f(x, y)$



$Log(|F(u, v)|)$

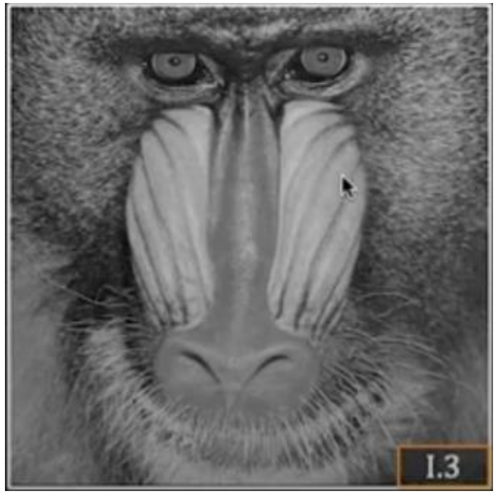


Ejemplo de espectros de objetos simples:

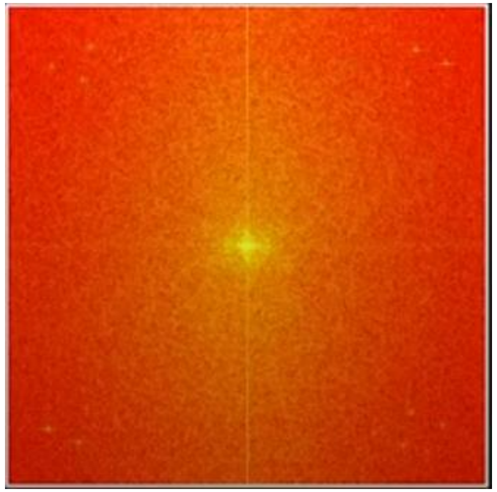
$f(x,y)$

$Log(|F(u,v)|)$

$f(x,y)$



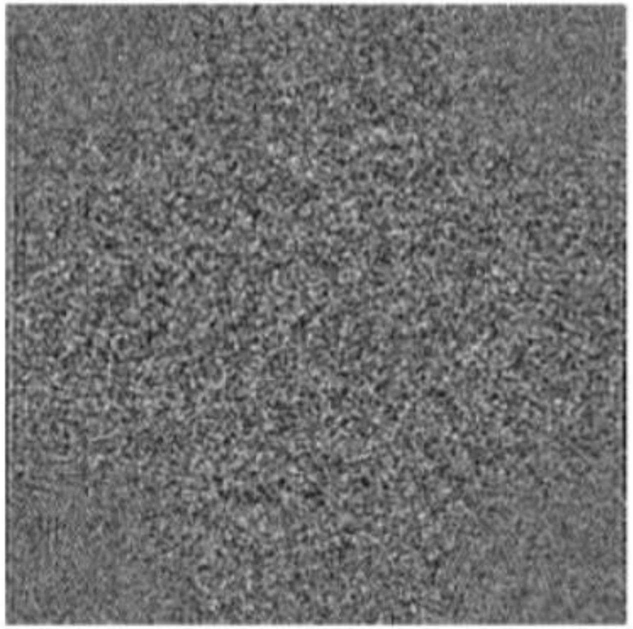
$Log(|F(u,v)|)$



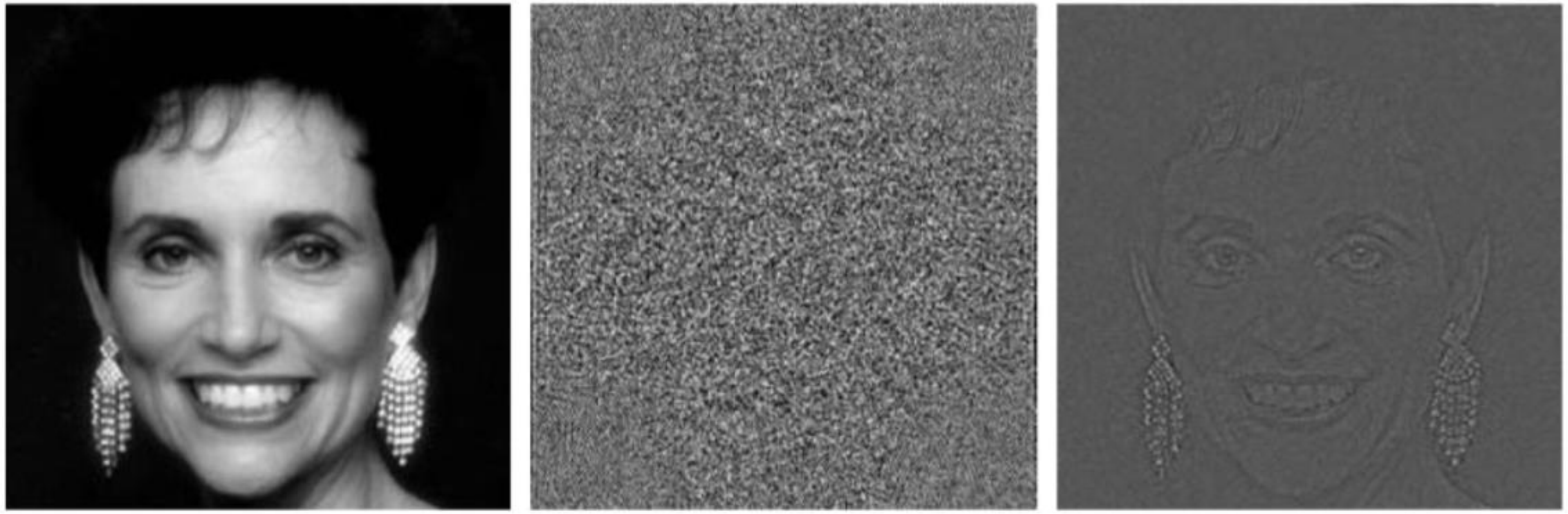
La fase en el espectro de imágenes es muy importante, incluso más que la magnitud, ya que contiene información de posición.

$f(x, y)$

Fase $(F(u, v))$



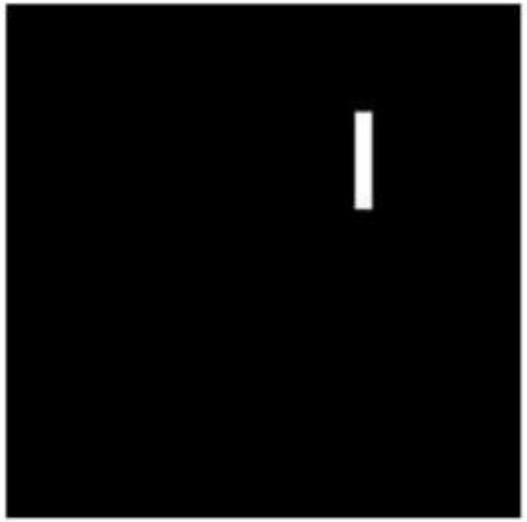
Reconstrucción solo utilizando la fase



Reconstrucción solo utilizando el módulo

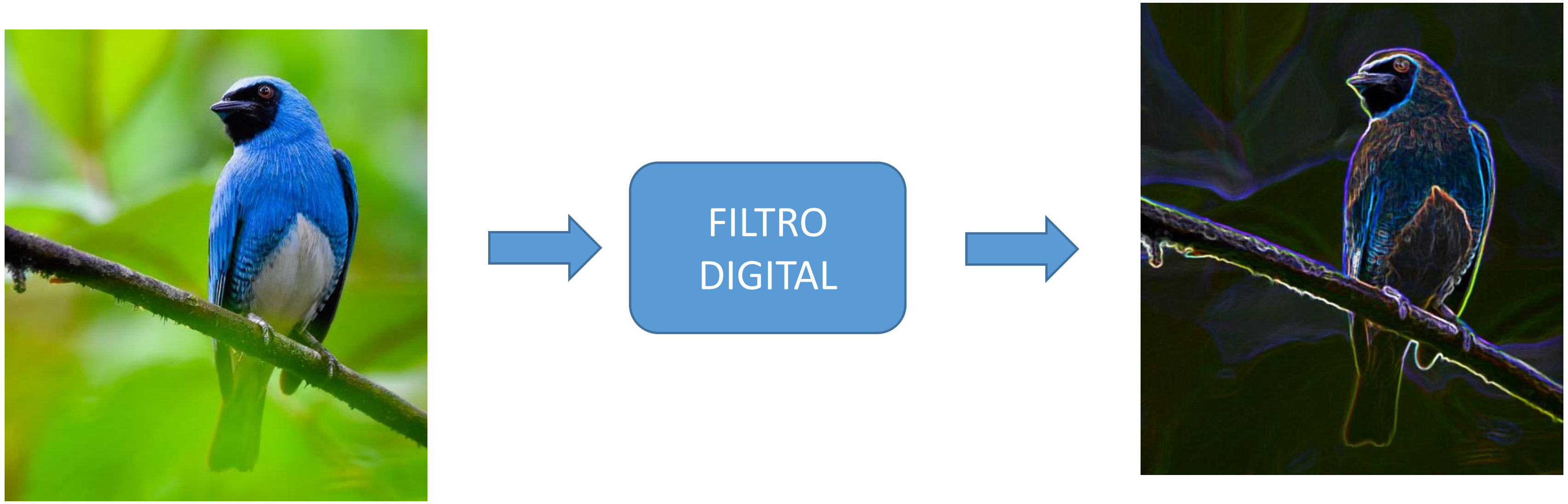
Debido a que la fase contiene información de posición espacial, podemos incluso reconstruir una señal (e identificarla) utilizando la magnitud de una señal totalmente diferente.

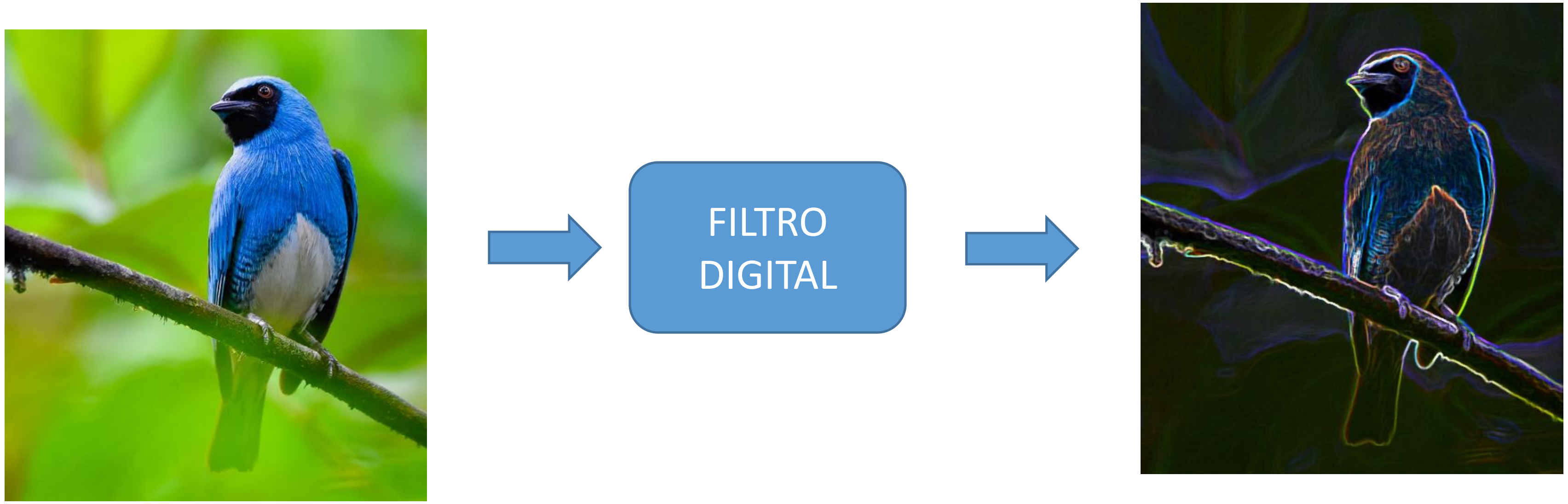
Reconstrucción utilizando la fase del rostro y magnitud de un pulso desplazado.



Conociendo como se distribuyen las frecuencias en un espectro bidimensional:

¿Podríamos filtrar imágenes en la frecuencia?





$$g(x,y) = \Im^{-1}[H(u,v)F(u,v)]$$

Inverse Fourier transform

Filter function

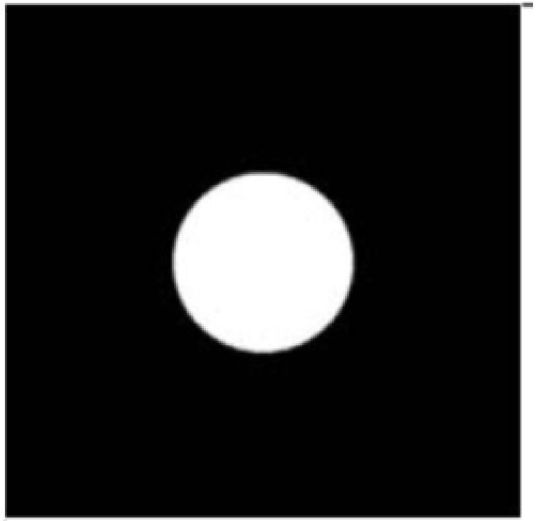
DFT of the input image

Conociendo como se distribuyen las frecuencias en un espectro bidimensional:

¿Podríamos filtrar imágenes en la frecuencia?

Filtro Pasa Bajos ideal

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{if } D(u,v) \leq D_0 \\ 0 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$



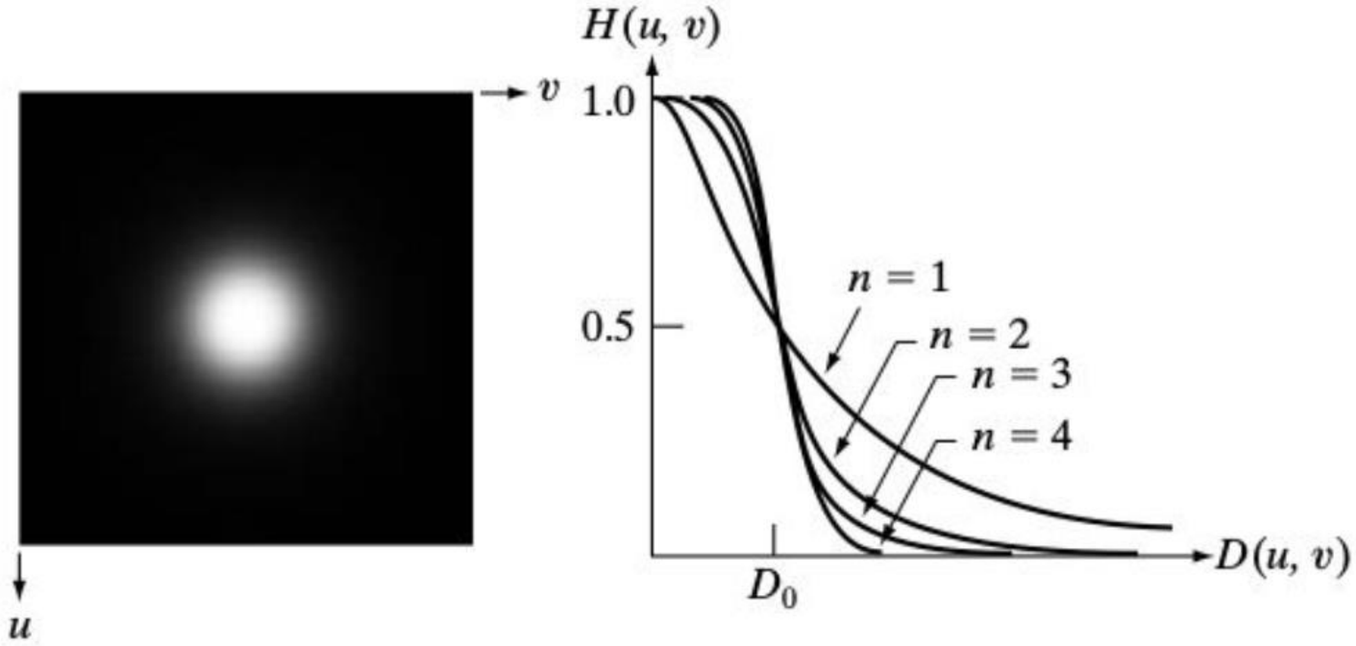
Cuando se utiliza el filtro Pasa Bajos ideal es notoria la aparición de artefactos en el resultado.

Esto ocurre por que en el dominio espacial, la IFFT del filtro ideal es una Sinc, cuyos lóbulos producen los artefactos

Filtro Pasa Bajos ideal Butterworth

En la frecuencia se define una banda de paso (Do) que en el dominio espacial evita los lóbulos de la Sinc (del caso anterior)

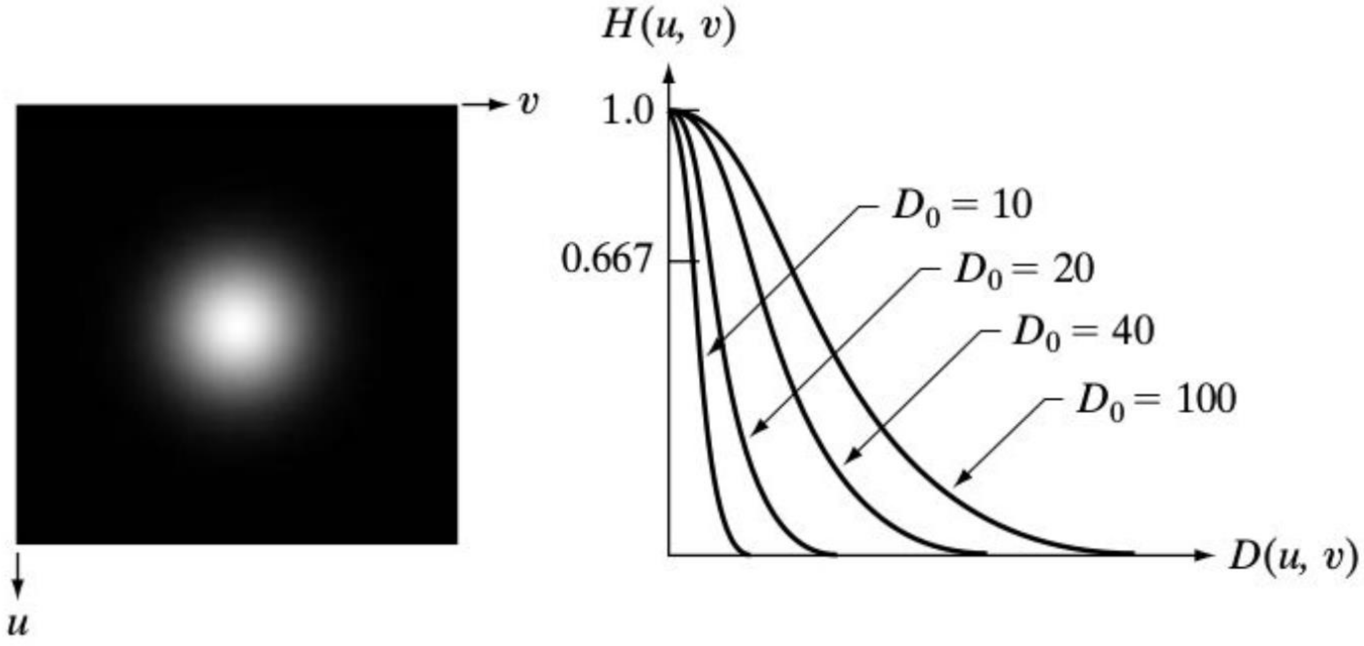
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$



Filtro Pasa Bajos ideal Butterworth

Filtro Pasa Bajos Gaussiano: En este caso nuevamente se evita una transición fuerte del filtro, produciendo menores artefactos en el dominio espacial.

$$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

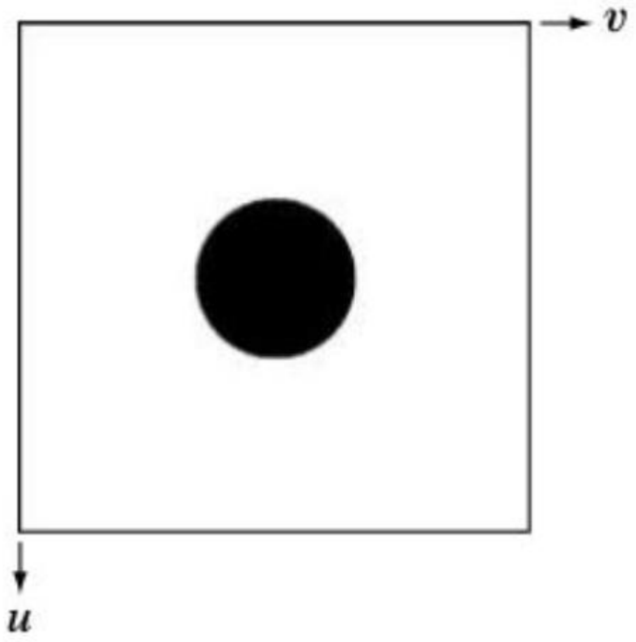


Filtro Pasa Bajos Gaussiano

Filtro Pasa Altos ideal

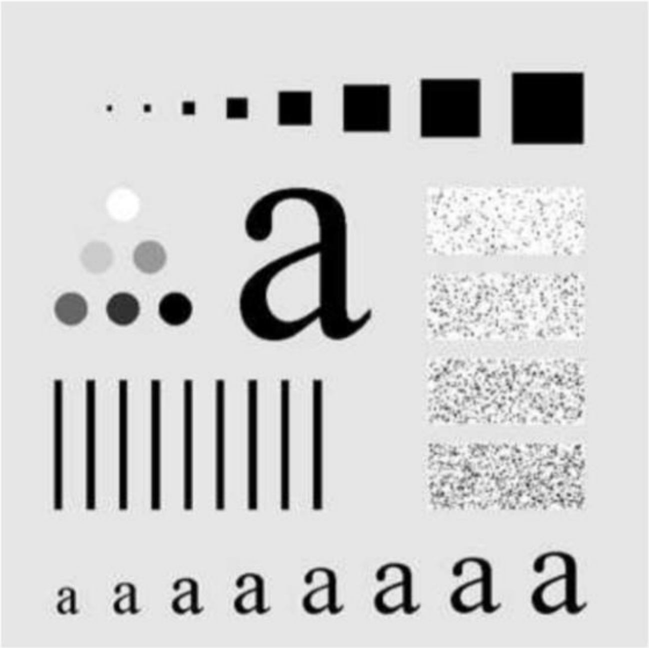
En este caso el filtro deja pasar solamente las altas frecuencias, eliminando por completo las frecuencias menores a Do.

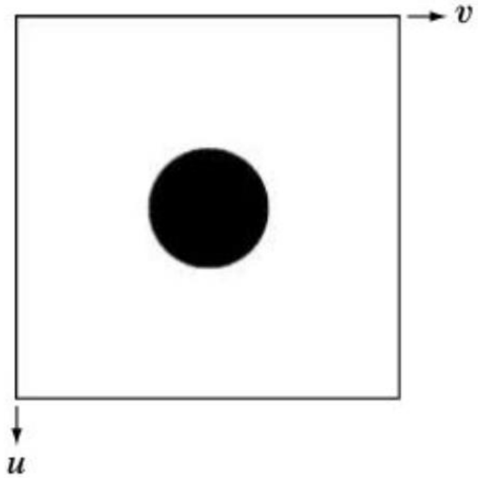
$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{if } D(u,v) \le D_0 \\ 1 & \text{if } D(u,v) > D_0 \end{cases}$$



Filtro Pasa Altos ideal

Nuevamente, por efecto de la Sinc en el dominio espacial, aparecen muchos artefactos en el resultado:





Filtro Pasa Altos Butterworth

Para evitar los artefactos se puede utilizar una banda de transición en el filtro, que en caso de los Butterworth está definido por “n”

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$