MECÁNICA DE LOS FLUIDOS Y MÁQUINAS

UNIDAD N°2: Hidrostática

Docentes:

- Ing. RODRIGUEZ, Carlos
- Ing. CORREA, Gustavo
- Ing. POLISCZUK, Dario

Concepto de presión

La presión se define como una fuerza normal ejercida por un fluido por unidad de área. Se habla de presión sólo cuando se trata de un gas o un líquido. La contraparte de la presión en los sólidos es el esfuerzo normal. Puesto que la presión.

$$1Pa = 1^{N}/_{m^{2}}$$

$$1 bar = 10^{5}Pa = 0,1MPa = 100kPa$$

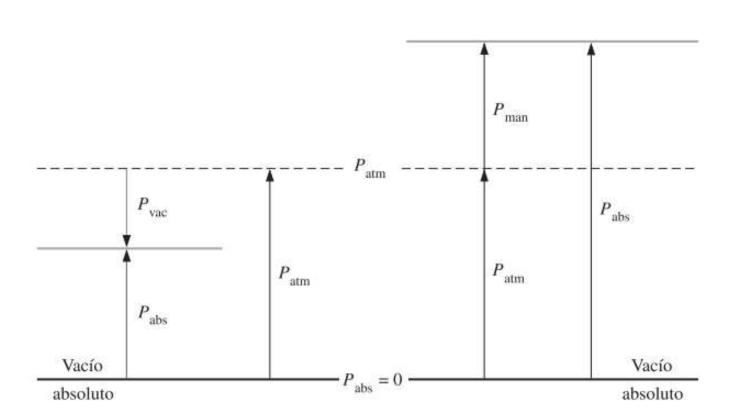
$$1 atm = 101325 Pa = 101,325kPa = 1,0325 bars$$

$$1^{kgf}/_{cm^{2}} = 9,807^{N}/_{cm^{2}} = 9,807 \times 10^{4} \text{ N}/_{m^{2}} = 9,807 \times 10^{4} Pa$$

$$= 0,9807 bar$$

$$= 0,9679 bar$$

<u>Presión</u>



$$P_{man} = P_{abs} - P_{atm}$$

$$P_{vac} = P_{atm} - P_{abs}$$

Concepto de presión

<u>Presión absoluta</u>: Es la presión total ejercida por un fluido, referida al vacío absoluto (presión cero). Siempre es un valor positivo.

<u>Presión atmosférica</u>: Es la presión ejercida por la atmósfera sobre la superficie terrestre. Su valor varía con la altitud y las condiciones climáticas. Se representa con una línea punteada horizontal en la imagen.

<u>Presión manométrica</u>: Es la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica. Puede ser positiva (cuando la presión absoluta es mayor que la atmosférica) o negativa (cuando la presión absoluta es menor que la atmosférica).

<u>Presión de vacío</u>: Es la diferencia entre la presión atmosférica y la presión absoluta, cuando la presión absoluta es menor que la atmosférica. Es esencialmente el valor absoluto de una presión manométrica negativa.

Presión

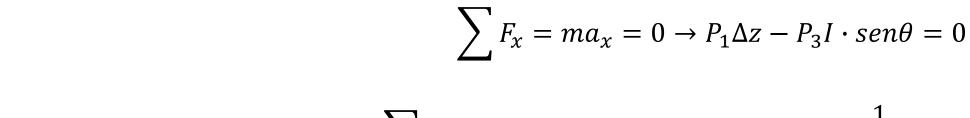
Ejercicio N°1:

Un manómetro de vacío conectado a una cámara da una lectura de 24 kPa, en un lugar donde la presión atmosférica es de 92 kPa. Determine la presión absoluta en la cámara. Representar el resultado en el Sistema técnico.

Ejercicio N°2

Un manómetro está conectado a un tanque y da una lectura de 500kPa en un lugar donde la presión atmosférica es de 94kPa. Determine la presión absoluta en el tanque. Representar el resultado en el Sistema técnico.

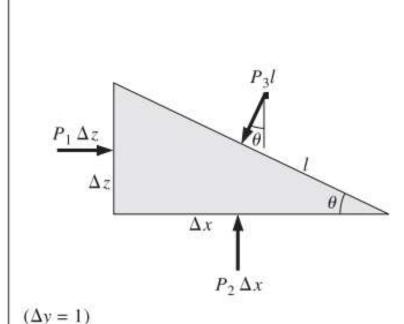
Presión en un punto



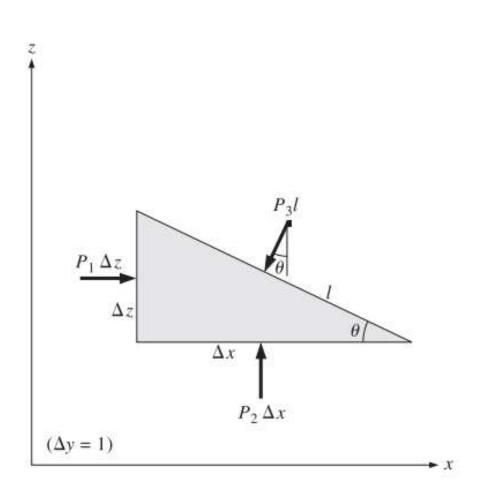
$$\sum F_z = ma_z = 0 \to P_2 \Delta x - P_3 I \cdot \cos\theta - \frac{1}{2} \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Sabiendo que se cumplen las siguientes relaciones

$$w = mg = \frac{1}{2}\rho g\Delta x\Delta z = 0$$
$$\Delta x = l \cdot cos\theta$$
$$\Delta z = l \cdot sen\theta$$



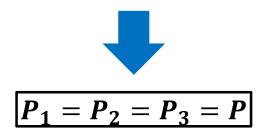
Presión en un punto



$$P_{1} - P_{3} = 0$$

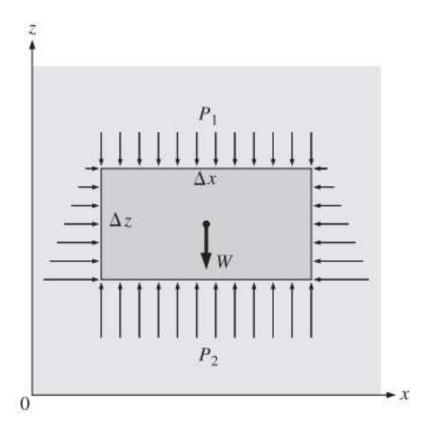
$$P_{2} - P_{3} - \frac{1}{2}\rho g \Delta z = 0$$

El último término se cancela cuandoΔz tiende a cero



"La presión en un fluido tiene la misma magnitud en todas las direcciones"

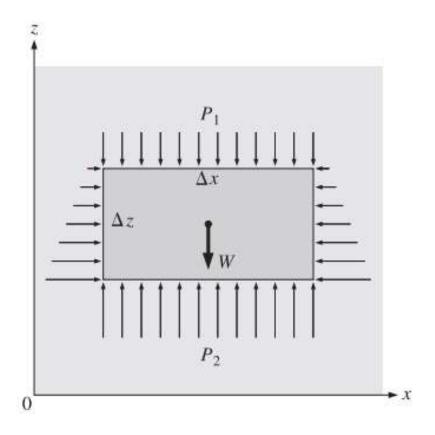
Variación de la presión con la profundidad



$$\sum F_z = ma_z = 0 \to P_2 \Delta x - P_1 \Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Fuerza en la parte inferior del elemento para una profundidad unitaria

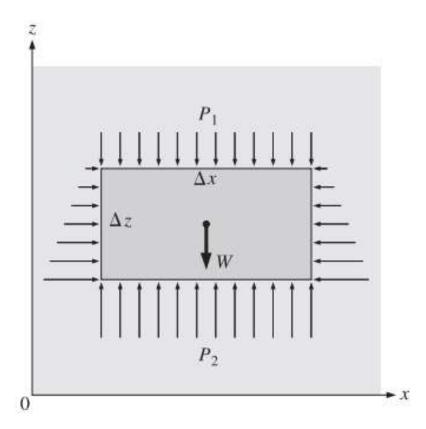
Variación de la presión con la profundidad



$$\sum F_z = ma_z = 0 \to P_2 \Delta x - P_1 \Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Fuerza en la parte superior del elemento para una profundidad unitaria

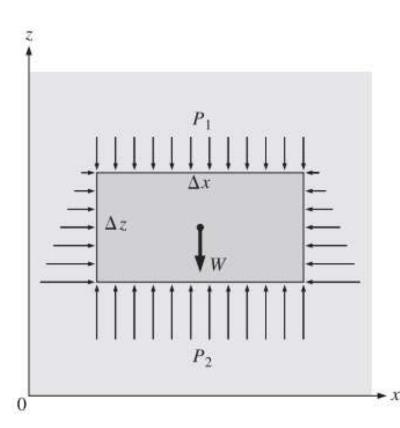
Variación de la presión con la profundidad



$$\sum F_z = ma_z = 0 \to P_2 \Delta x - P_1 \Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

Peso del elemento de fluido para una profundidad unitaria

Variación de la presión con la profundidad



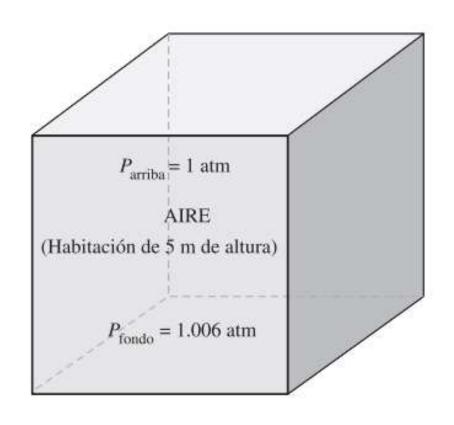
$$\sum_{z} F_{z} = ma_{z} = 0 \rightarrow P_{2}\Delta x - P_{1}\Delta x - \rho g \Delta x \Delta z = 0$$

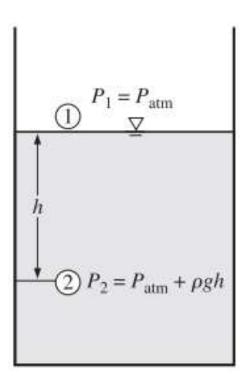
Dividiendo todo por Δx y reordenanddo

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g \Delta z = \gamma_s \Delta z$$

Por lo tanto, se llega a la conclusión que la diferencia de presión entre dos puntos en un fluido de densidad constante es proporcional a la distancia vertical Δz entre esos puntos y a la densidad r del fluido.

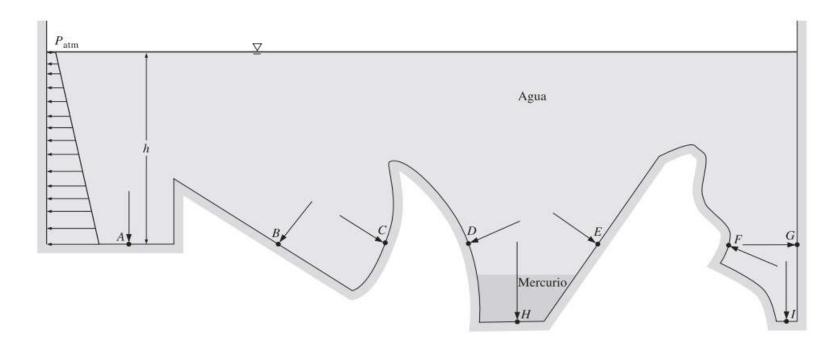
Variación de la presión con la profundidad





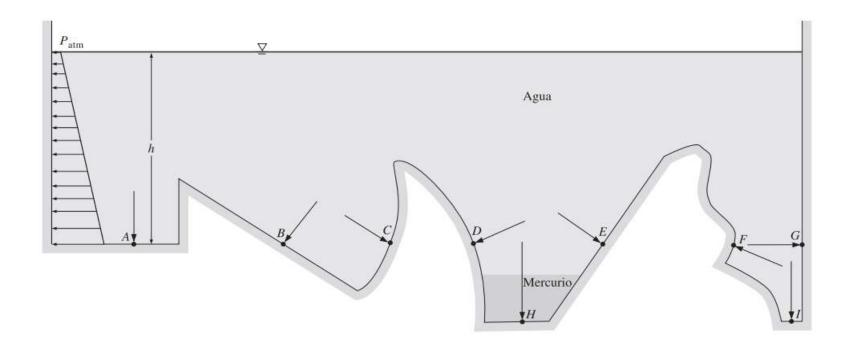
$$P_2 = P_{atm} + \rho hg$$
$$P_{man} = \rho hg$$

Variación de la presión con la profundidad



¿Cómo se calcula la presión de los puntos A, B, C, D, E, F y G?

Variación de la presión con la profundidad



¿Cómo se calcula la presión en los puntos H e I? ¿Son iguales las presiones en los puntos H e I?

Presión

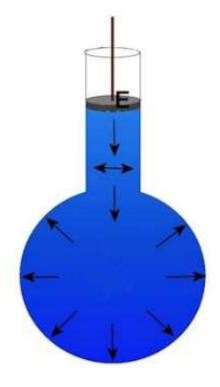
Ejercicio N°3:

Determinar la presión relativa y absoluta en el fondo de un recipiente abierto a la atmósfera. La profundidad del líquido en el recipiente es h=4m. La presión atmosférica es igual a 750 Torr.

- Si está lleno de agua;
- Si está lleno de gasolina de densidad igual a 700kg/m3.

Ley de Pascal

Si se aplica presión en cualquier punto de un fluido confinado, esa presión se transmite por igual a todos los demás puntos del fluido y a las paredes del recipiente.

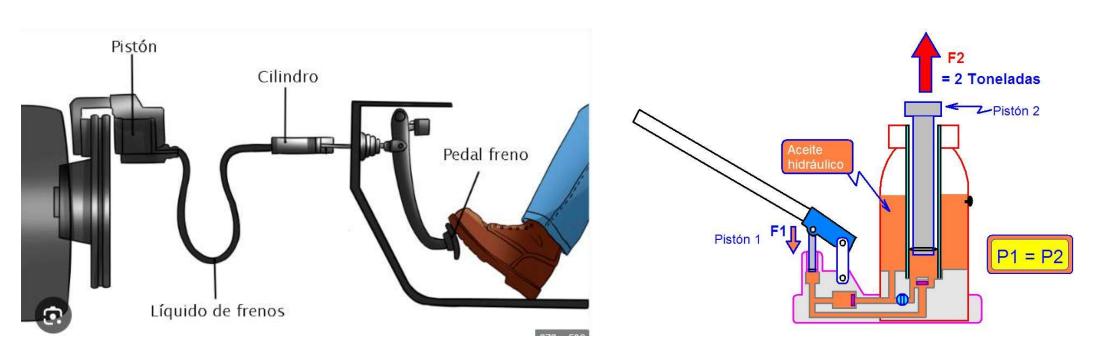


Características:

- Fluido incompresible.
- Confinado.
- Transmisión uniforme.

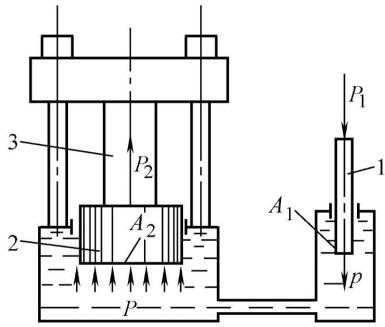
Ley de Pascal - Aplicaciones

- Freno hidráulico.
- Gato hidráulico.



Ley de Pascal - Aplicaciones

Dos recintos cerrados están llenos de fluido de trabajo y con pistones que están conectadas por tuberías. Cuando se ejerce una fuerza F_1 sobre el pistón pequeño 1, la presión del líquido es $p = \frac{F_1}{A_1}$ donde A_1 es la sección transversal del pistón 1.



$$P_1 = P_2$$

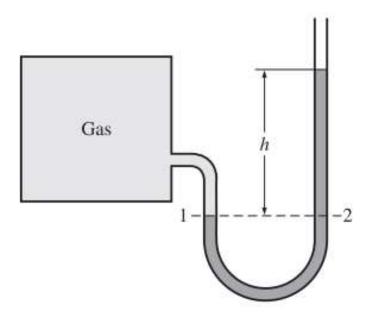
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

Ejercicio N°4:

Se desea elevar un cuerpo de 1500kg utilizando una elevadora hidráulica de plato grande circular de 90cm de radio y plato pequeño circular de 10cm de radio. Calcular: ¿Cuánta fuerza hay que hacer en el émbolo pequeño para elevar el cuerpo?

Instrumentos: Manómetros

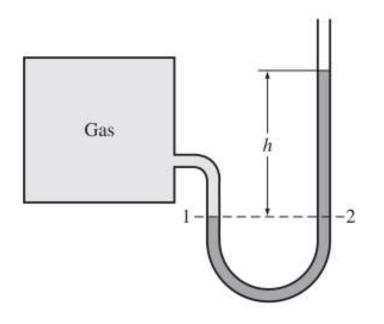


¿Cuál es la presión relativa en el punto P₁?

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = P_{atm} + \rho hg$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = \rho hg$$

Instrumentos: Manómetros



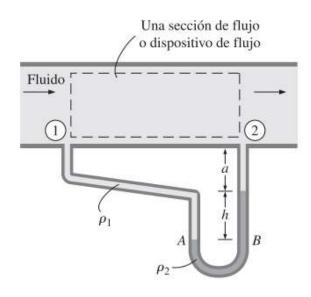
¿Cuál es la presión relativa en el punto P₁?

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = P_{atm} + \rho hg$$

$$P_1 = P_2 \rightarrow P_1 = \rho hg$$

¿Cuál es la presión absoluta en el punto P₁?

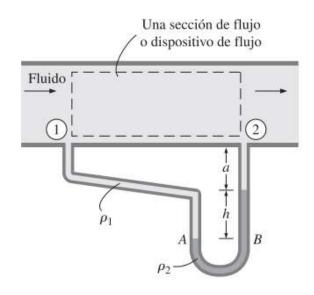
Instrumentos: Manómetros



¿Cuál es la diferencia de presión entre los puntos P_1 y P_2 ?

$$P_1 +
ho_1 g(a+h) = P_2 +
ho_2 gh +
ho_1 ga$$
 $P_1 - P_2 = (
ho_1 -
ho_2)gh$

Instrumentos: Manómetros



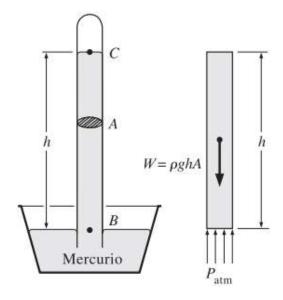
¿Cuál es la diferencia de presión entre los puntos P_1 y P_2 ?

$$P_1 + \rho_1 g(a+h) = P_2 + \rho_2 gh + \rho_1 ga$$
 $P_1 - P_2 = (\rho_2 - \rho_1)gh$

¿Cuál es la presión absoluta entre los puntos P_1 y P_2 ?

Instrumentos: Barómetros

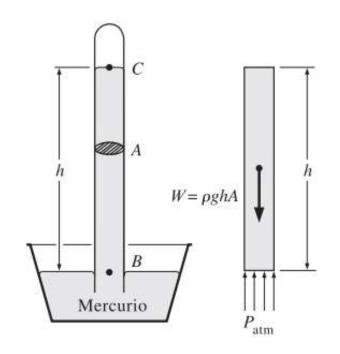
- La presión atmosférica generalmente se mide con un instrumento llamado barómetro, con frecuencia se hace referencia a la presión atmosférica como presión barométrica.
- El vacuómetro es un instrumento de medición, que mide la presión de vacío.



Considerando presiones absolutas

$$P_{atm} = P_c + \rho hg$$

REPASO: TORRICELLI

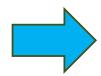


Considerando presiones absolutas

$$P_{atm} = P_c + \rho hg$$

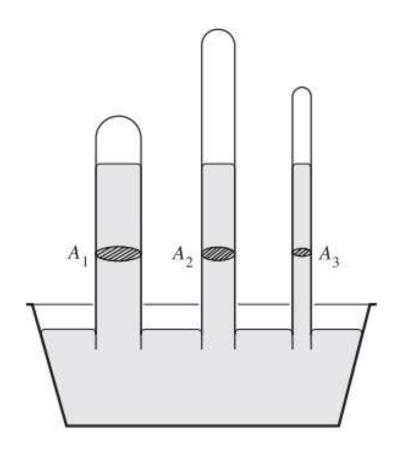
- Torricelli (sirve para medir presión atmosférica).
- Tubo vacio.
- Vela en el interior del tubo.

Mirar el video



https://www.youtube.com/watch?v=E8ggXt85EK4

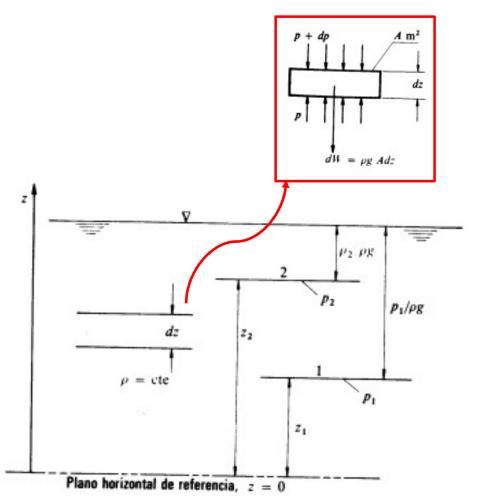
Instrumentos: Barómetros



La longitud o el área de la sección transversal del tubo no tienen efecto sobre la altura de la columna del fluido en un barómetro, siempre que el diámetro de ese tubo sea suficientemente grande como para evitar los efectos de la tensión superficial (de capilaridad).

ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA HIDROSTÁTICA

Para un fluido incompresible:



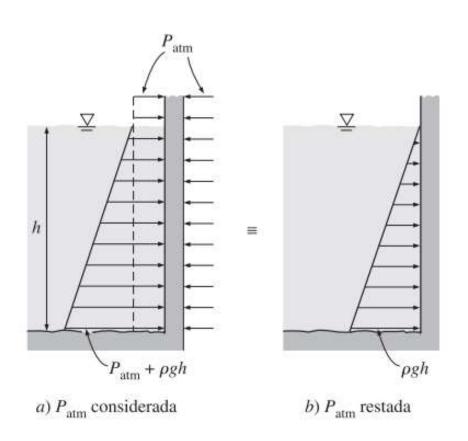
$$pA - (p + dp)A - \rho Agdz = 0$$
$$\frac{dp}{\rho} = -gdz$$

Entre el punto 1 y 2 y considerando $\rho = cte$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = g(z_2 - z_1)$$

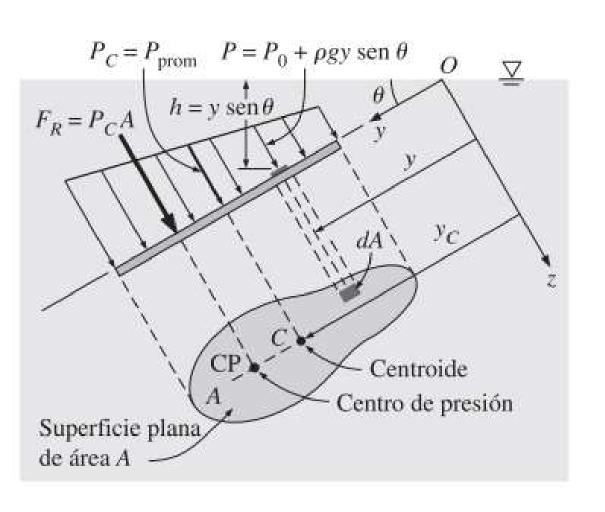
$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g$$

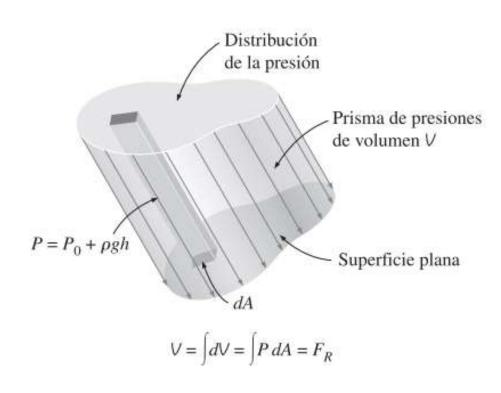
$$rac{p}{
ho} + zg = C$$
 ó $rac{p}{
ho g} + z = C$

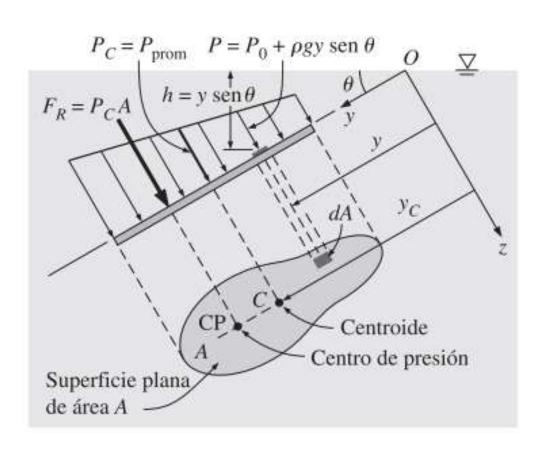


 $p = P_{atm} + \rho gh \rightarrow Debido$ a que la presión atmosferica actua en ambos caras de la superficie se puede restar

 $p = \rho gh \rightarrow Presi\'on en el fondo del lago$



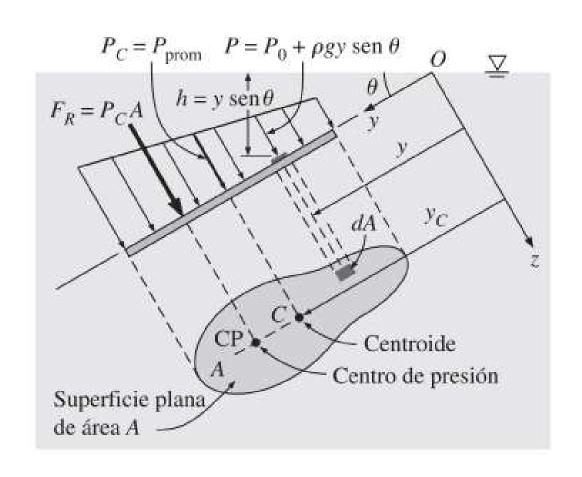




$$P = P_0 + \rho g h = P_0 + \rho g (y sen \theta)$$

$$F_R = \int_A PdA = \int_A (P_0 + \rho gysen\theta)dA$$

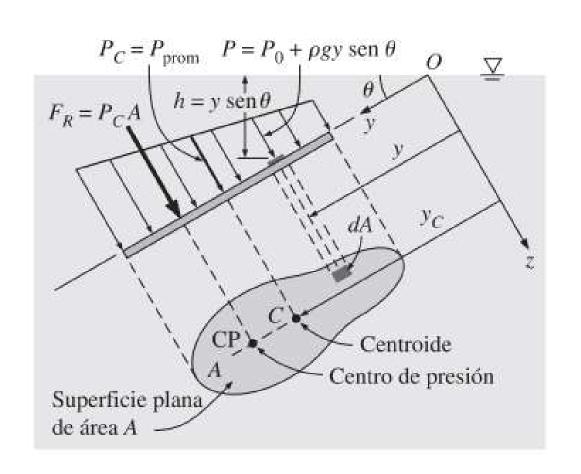
$$F_R = P_0 A + \rho g sen\theta \int_A y dA$$



$$F_R = P_0 A + \rho g sen \theta \int_A y dA$$

Momento de primer orden del área

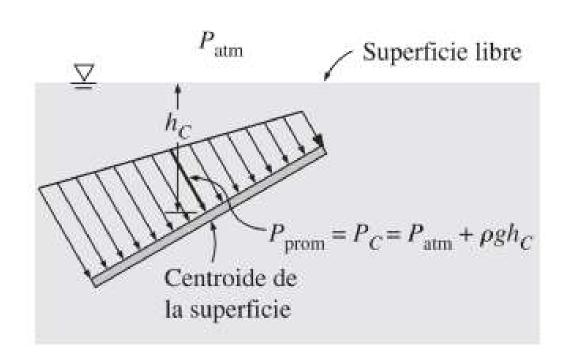
$$Y_C = \frac{1}{A} \int_A y dA$$



$$F_{R} = (P_{0} + \rho g y_{C} sen \theta) A$$

$$h_{C} = y_{C} sen \theta$$

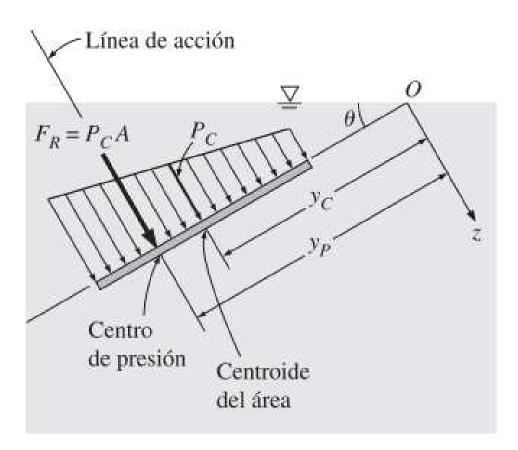
$$F_R = (P_0 + \rho g h_C) A = P_C A = P_{prom} A$$



$$F_R = (P_0 + \rho g h_C)A = P_C A = P_{prom} A$$

La magnitud de la fuerza resultante " F_R " que actúa sobre una superficie plana de una placa totalmente sumergida en un fluido homogéneo (de densidad constante) es igual al producto de la presión en el centro de gravedad (ó centroide) de la superficie y el área ésta.

Punto de aplicación

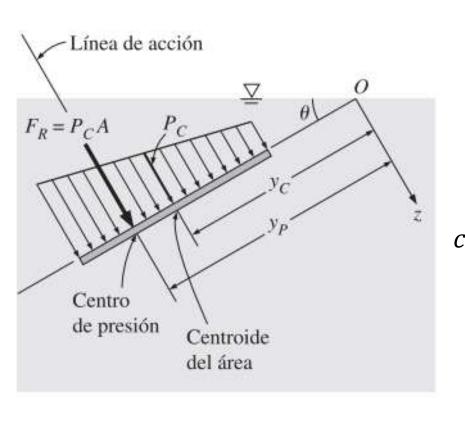


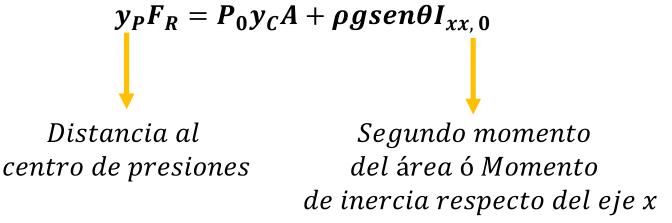
$$y_P F_R = \int_A yP dA = \int_A y(P_0 + \rho gysen\theta) dA$$

$$y_P F_R = P_0 \int_A y dA + \rho g sen\theta \int_A y^2 dA$$

$$y_P F_R = P_0 y_C A + \rho g sen \theta I_{xx, 0}$$

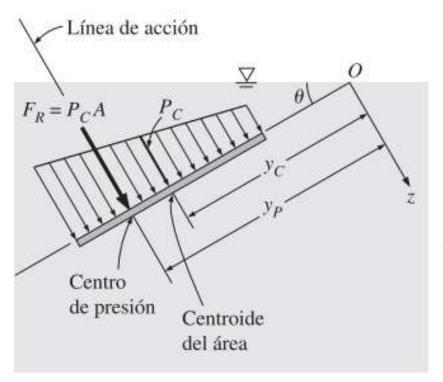
Punto de aplicación





Por el teorema de ejes paralelos $I_{xx,0} = I_{xx,C} + y_C^2 A$

Punto de aplicación



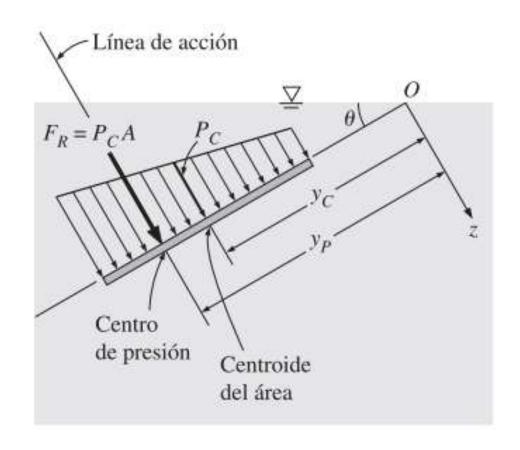
Por el teorema de ejes paralelos

$$I_{xx, 0} = I_{xx, C} + y_C^2 A$$

Momento de inercia respecto del eje x que pasa por el centro de gravedad del área

Distancia al centro de gravedad

Punto de aplicación

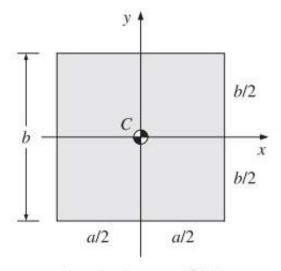


Por el teorema de ejes paralelos $I_{xx,0} = I_{xx,c} + y_c^2 A$

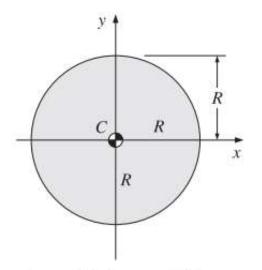
$$y_{P} = y_{C} + \frac{I_{xx, C}}{\left[y_{C} + \frac{P_{0}}{\rho g sen \theta}\right] A}$$

$$y_P = y_C + \frac{I_{xx,C}}{y_C A} \rightarrow Para P_0 = 0$$

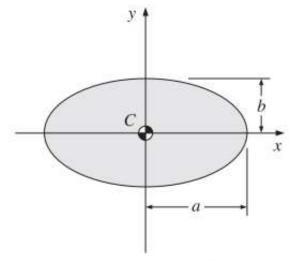
Centro de gravedad para geometrías simples



A = ab, $I_{xx, C} = ab^3/12$ a) Rectángulo

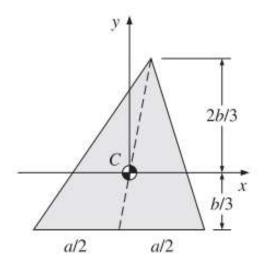


$$A = \pi R^2, \ I_{xx, C} = \pi R^4/4$$
b) Círculo

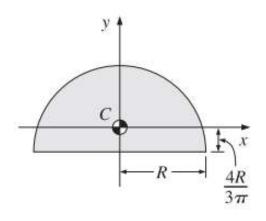


$$A = \pi ab$$
, $I_{xx, C} = \pi ab^3/4$
c) Elipse

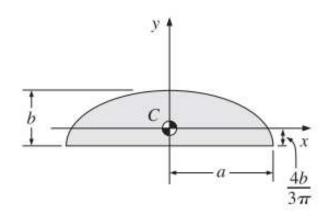
Centro de gravedad para geometrías simples



A = ab/2, $I_{xx, C} = ab^3/36$ d) Triángulo

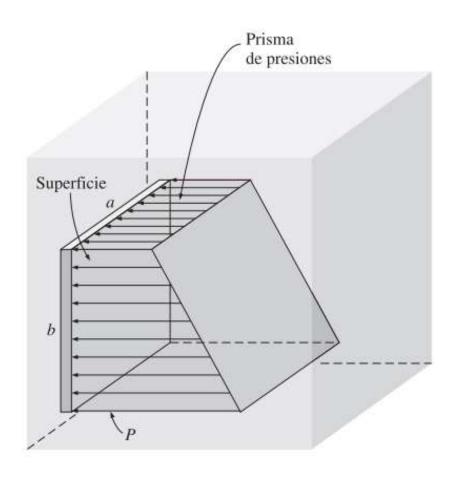


 $A = \pi R^2/2$, $I_{xx, C} = 0.109757R^4$ e) Semicírculo

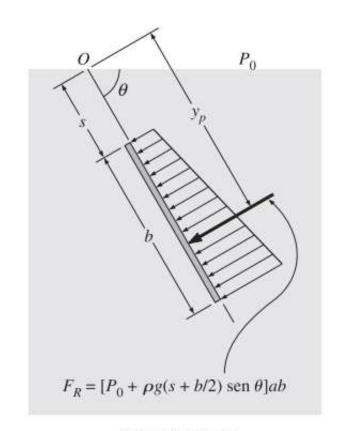


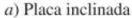
$$A = \pi ab/2$$
, $I_{xx, C} = 0.109757ab^3$
f) Semielipse

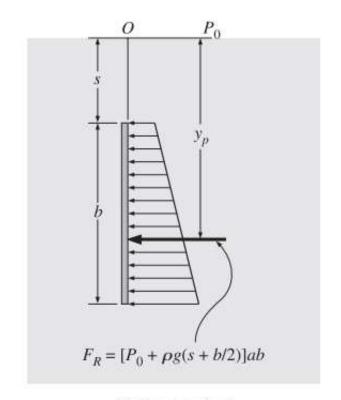
Análisis



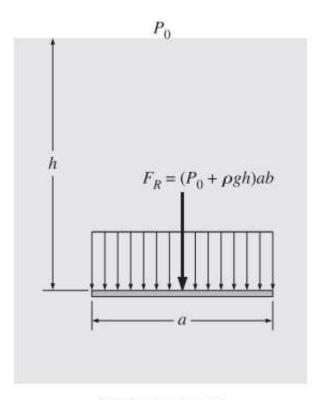
Análisis



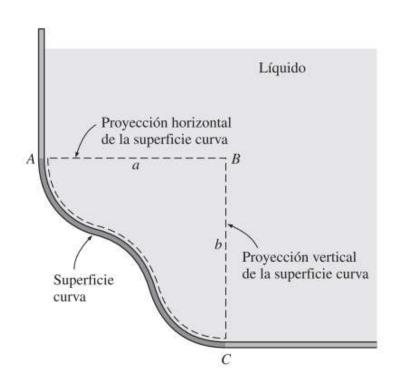


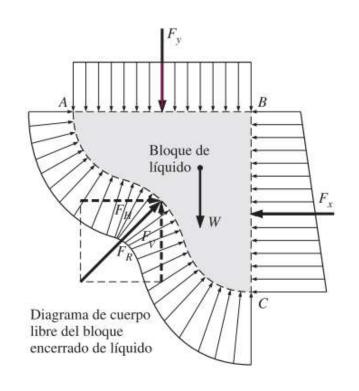


b) Placa vertical



c) Placa horizontal





$$\overrightarrow{F_V} = \overrightarrow{F_y} + \overrightarrow{W}$$

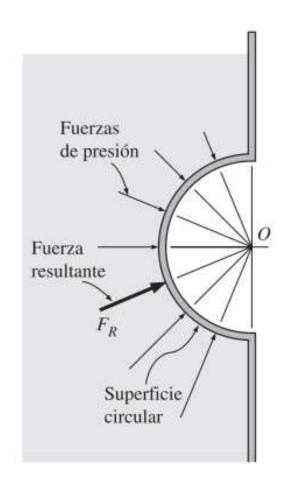
$$\overrightarrow{F_H} = \overrightarrow{F_x}$$

La componente horizontal de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual (en magnitud y respecto a la línea de acción) a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección vertical de esa superficie curva.

$$\overrightarrow{F_H} = \overrightarrow{F_x}$$

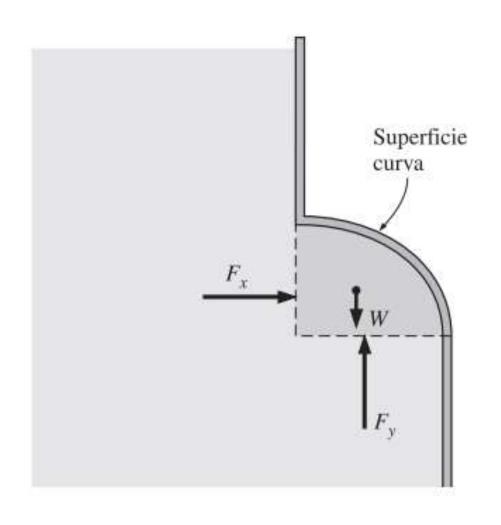
La componente vertical de la fuerza hidrostática que actúa sobre una superficie curva es igual a la fuerza hidrostática que actúa sobre la proyección horizontal de esa superficie curva, más (menos, si actúa en la dirección opuesta) el peso del bloque de fluido.

$$\overrightarrow{F_V} = \overrightarrow{F_y} \pm \overrightarrow{W}$$



- Realizar un análisis de las Fuerzas que aparecen en el sistema.
- Realizar un diagrama de cuerpo libre.
- · ¿Cómo definiría la línea de acción de la Fuerza Resultante?
- ¿Por qué la Fuerza Resultante cruza por el centro del círculo?

Datos: utilizar variables genéricas para el calculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.

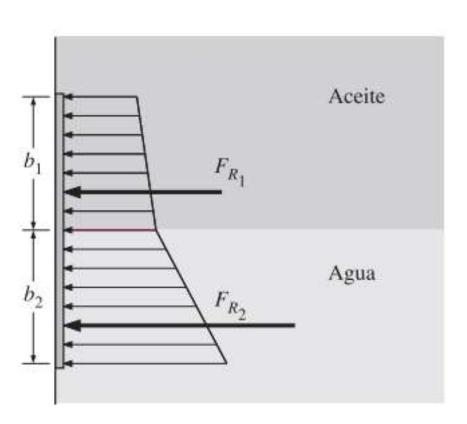


¿Cuál es la Fuerza Resultante Hidrostática que actúa sobre la superficie curva?

¿Cómo definiría la línea de acción de cada componente de la Fuerza Resultante?

¿Cómo definiría la línea de acción de la Fuerza Resultante?

Datos: utilizar variables genéricas para el calculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.



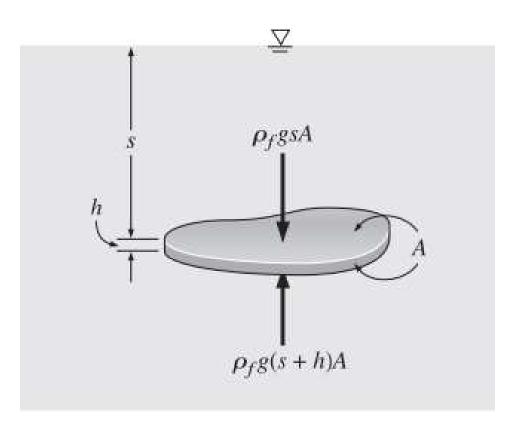
Superficie plana en un fluido de capaz múltiples

$$F_R = \sum F_{R,i} = \sum P_{C,i} A_i$$

¿Dónde se encuentra el punto de aplicación de la Fuerza Resultante en cada fluido?

¿Dónde se encuentra el punto de aplicación de la Fuerza Resultante?

Datos: utilizar variables genéricas para el calculo y considerar una profundidad unitaria de la superficie.



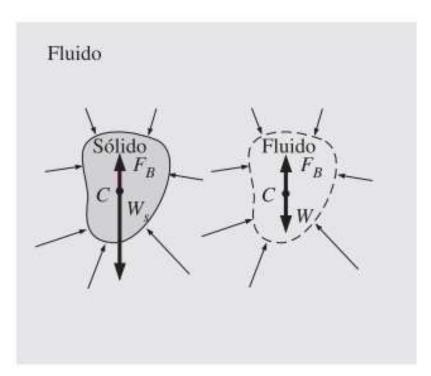
$$F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f g(s+h)A - \rho_f gsA$$

$$F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f ghA$$

$$F_B = F_{inf} - F_{sup} = \rho_f gV$$

La fuerza de flotación que actúa sobre la placa es igual al peso del líquido desplazado por la propia placa.

¿La fuerza de flotación depende de la profundidad a la que se encuentra el cuerpo? ¿Y de la su densidad?



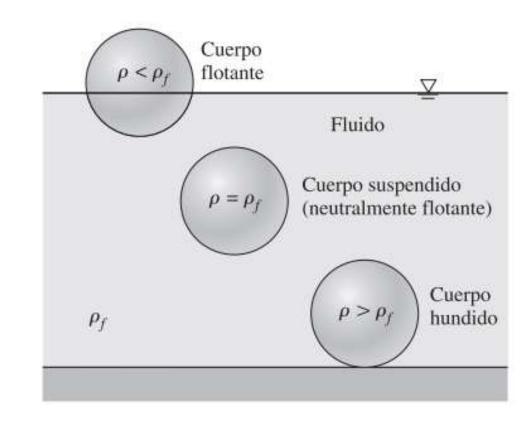
Las fuerzas de flotación que actúan sobre estos dos cuerpos son las mismas ya que las distribuciones de la presión, las cuales dependen sólo de la profundidad, son iguales en las fronteras de ambos. El cuerpo imaginario de fluido está en equilibrio estático y la fuerza neta y el momento neto que actúan sobre él son cero.

Principio de Arquímedes

La fuerza de flotación que actúa sobre un cuerpo sumergido en un fluido es igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo y actúa hacia arriba pasando por el centro de gravedad (o centroide) del volumen desplazado.

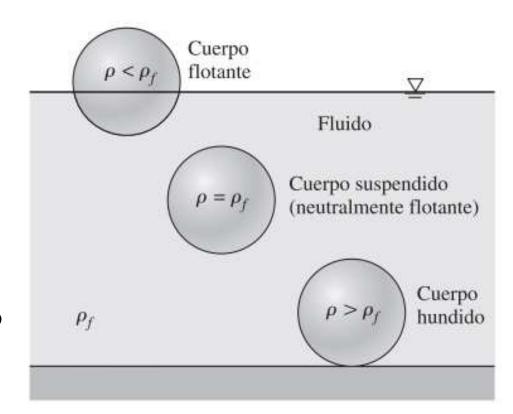
Para los cuerpos *flotantes*, el peso del cuerpo completo debe ser igual a la fuerza de flotación, la cual es el peso del fluido cuyo volumen es igual al de la parte sumergida de ese cuerpo; es decir:

$$F_B = W =
ho_f g V_{sum} =
ho_{prom,\ cuerpo} g V_{total}
ightarrow \ rac{V_{sum}}{V_{total}} = rac{
ho_{prom,\ cuerpo}}{
ho_f}$$

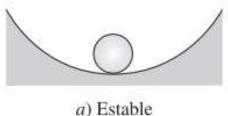


$$F_B = W =
ho_f g V_{sum} =
ho_{prom, \ cuerpo} g V_{total}
ightarrow \ rac{V_{sum}}{V_{total}} = rac{
ho_{prom, \ cuerpo}}{
ho_f}$$

"La fracción sumergida del volumen de un cuerpo flotante es igual a la razón de la densidad promedio del cuerpo a la densidad del fluido."

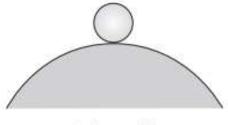


Aplicaciones



- a) Estable

b) Neutralmente estable



c) Inestable

- es estable, ya que cualquier perturbación pequeña (alguien que mueva la bola hacia la derecha o hacia la izquierda) genera una fuerza de restitución (debida a la gravedad) que la regresa a su posición inicial.
- b) es neutralmente estable, porque si alguien mueve la bola hacia la derecha o hacia la izquierda permanecería puesta en su nueva ubicación. No tiende a regresar a su ubicación original ni continúa moviéndose alejándose de ésta.
- c) es una situación en la que puede ser que la bola esté en reposo en el momento, pero cualquier perturbación, inclusive infinitesimal hace que la bola ruede hacia abajo del promontorio (no regresa a su posición original, más bien diverge de ella).

Aplicaciones

Si un cuerpo sumergido neutralmente flotante se asciende o desciende hasta una profundidad diferente, el cuerpo permanecerá en equilibrio en esa ubicación. Si un cuerpo flotante se asciende o desciende mediante una fuerza vertical, el cuerpo regresará a su posición original tan pronto como se elimine el efecto externo.

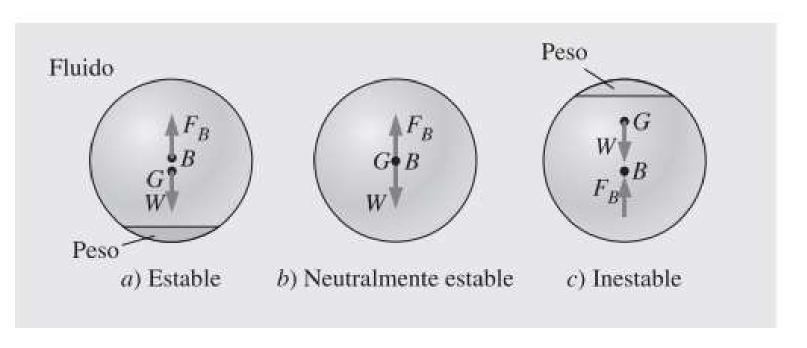
Por lo tanto, un cuerpo flotante posee estabilidad vertical, mientras que uno sumergido neutralmente flotante es neutralmente estable, puesto que no regresa a su posición original después de una perturbación.

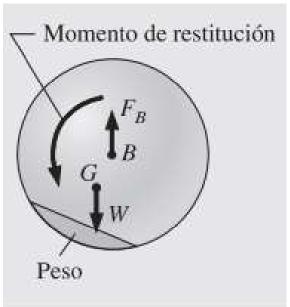
Aplicaciones

Si un cuerpo sumergido neutralmente flotante se asciende o desciende hasta una profundidad diferente, el cuerpo permanecerá en equilibrio en esa ubicación. Si un cuerpo flotante se asciende o desciende mediante una fuerza vertical, el cuerpo regresará a su posición original tan pronto como se elimine el efecto externo.

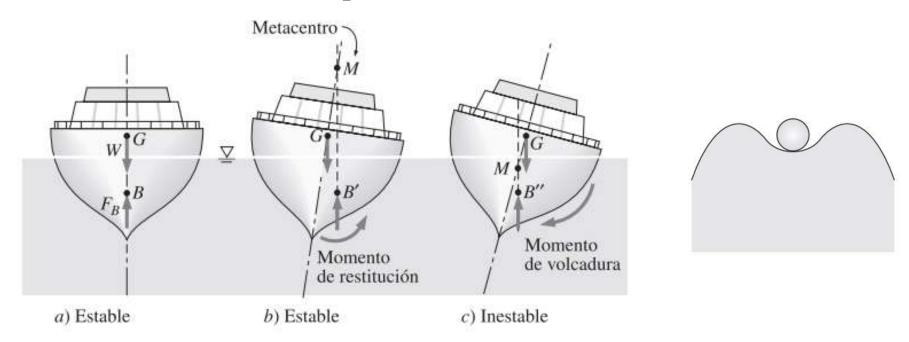
Por lo tanto, un cuerpo flotante posee estabilidad vertical, mientras que uno sumergido neutralmente flotante es neutralmente estable, puesto que no regresa a su posición original después de una perturbación.

Aplicaciones





Aplicaciones



Una medida de la estabilidad para los cuerpos flotantes es la altura metacéntrica GM, la cual es la distancia entre el centro de gravedad G, y el metacentro M (el punto de intersección de las líneas de acción de la fuerza de flotación que pasa por el cuerpo antes y después de la rotación).

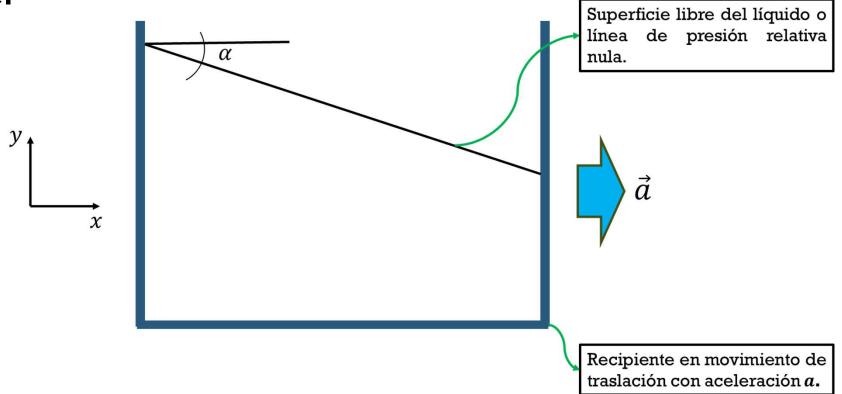
Supongamos un líquido en un recipiente que se mueve; sin embargo, puede suceder que las partículas del líquido no cambien su posición con relación al recipiente. Es decir, que el líquido está en equilibrio relativo con respecto al recipiente.

Consideraciones:

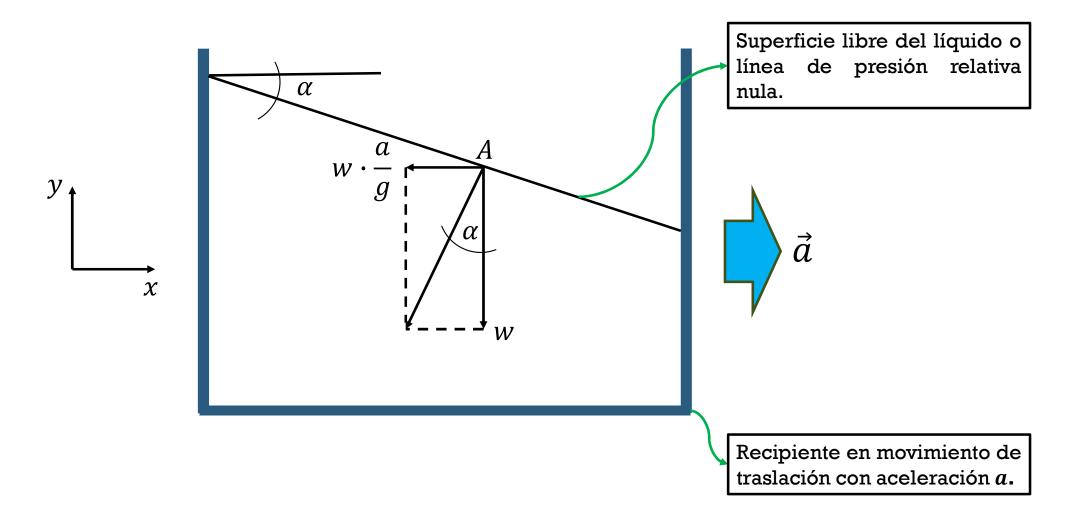
- No hay velocidad relativa entre el fluido y el contorno.
- No hay velocidad relativa entre las capas de fluido (La viscosidad no es real).
- Si se cumplen estas condiciones el rozamiento no existe y el estudio pertenece a la hidrostática.
- En un líquido en equilibrio relativo la superficie libre del líquido ya no es horizontal.

Recipiente con aceleración lineal constante

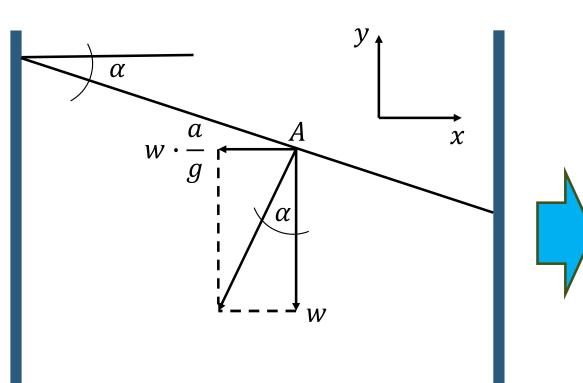
Inicialmente tenemos un sistema en reposo que se mueve con aceleración lineal constante a.



Recipiente con aceleración lineal constante

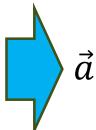


Recipiente con aceleración lineal constante



$$\sum F_{x} = 0 \to F_{px} - W \frac{a}{g} = 0 \to F_{px} = W \frac{a}{g}$$

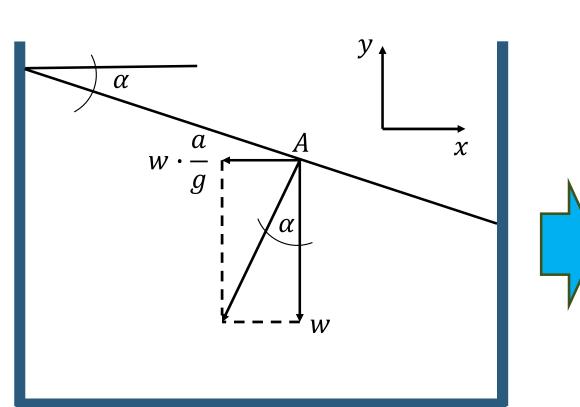
$$\sum F_y = 0 \to F_{py} - W = 0 \to F_{py} = W$$



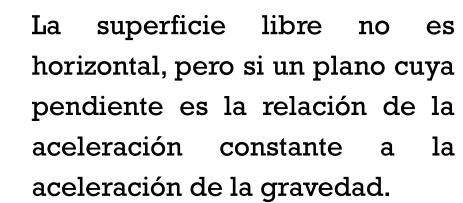
$$\frac{F_{px}}{F_{py}} = tg\alpha = \frac{Wa}{Wg} = \frac{a}{g}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{g}$$

Recipiente con aceleración lineal constante

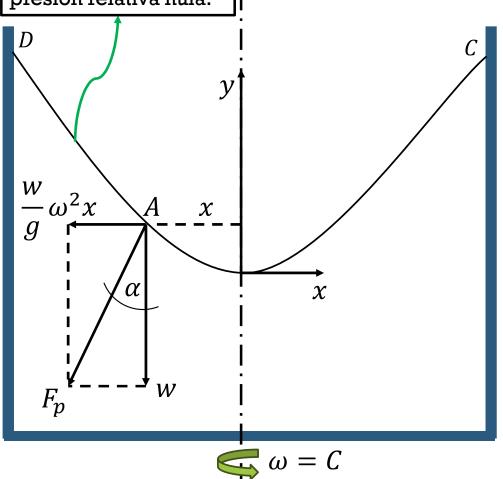


$$tg\alpha = \frac{\alpha}{g}$$



Superficie libre del líquido o línea de presión relativa nula.

Recipiente girando a $\omega = C$



$$\sum F_x = 0 \to F_{px} - \frac{W}{g} \omega^2 x = 0 \to F_{px} = \frac{W}{g} \omega^2 x$$

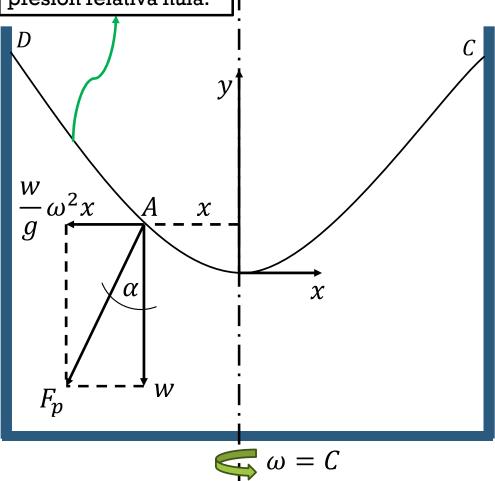
$$\sum F_{y} = 0 \rightarrow F_{py} - W = 0 \rightarrow F_{py} = W$$

$$\frac{F_{px}}{F_{py}} = \frac{W\omega^2 x}{Wg} = tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$tg\alpha = \frac{\omega^2 x^2}{g} = \frac{dy}{dx}$$

Superficie libre del líquido o línea de presión relativa nula.

Recipiente girando a $\omega = C$



$$tg\alpha = \frac{\omega^2 x}{g} = \frac{dy}{dx}$$

$$y = \frac{\omega^2 x^2}{g} + C$$