Procesamiento Digital de Señales

Unidad 1: Introducción al Procesamiento de Señales

IC 512 -Procesamiento Digital de Señales

Profesor responsable: Dr. Ing. Javier Ernesto Kolodziej

Responsable de trabajos prácticos: Dr. Ing. Sergio Eduardo Moya

¿Qué es el procesamiento digital de señales?

El procesamiento digital de señales es una disciplina que tiene que ver con la representación digital de señales y el uso de procesadores digitales para analizar, modificar o extraer información de señales

¿Cómo se viabiliza el procesamiento digital de señales?

Principalmente por el poder de cálculo y versatilidad de las computadoras (en sus diversas formas)

¿Qué entendemos por señales?

- cualquier variable o magnitud que acarree o contenga algún tipo de información
- https://www.youtube.com/watch?v=mIcftPhESWg

Ejemplos de señales de particular interés…

Clasificación de Señales por su Naturaleza

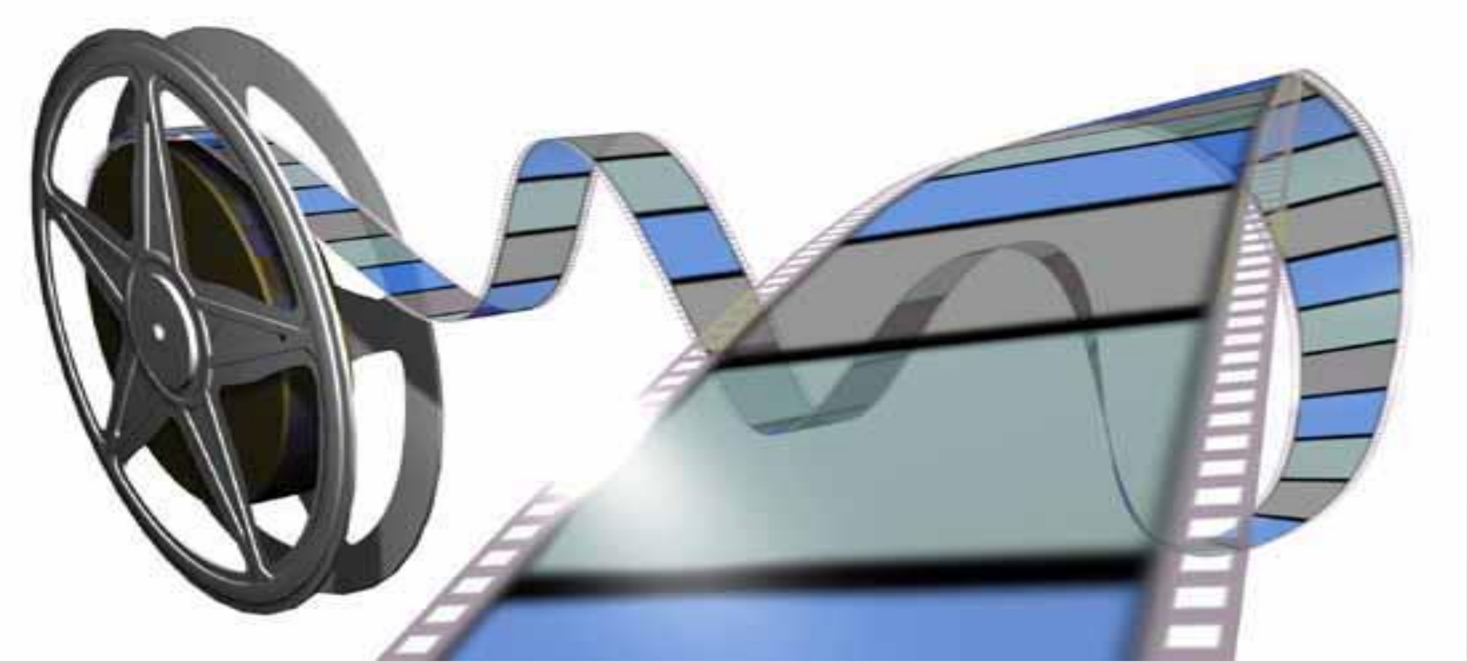
- Señales mecánicas:
  - Sonido
  - Vibraciones
- Señales electromagnéticas:
  - Ondas electromagnéticas (Telecomunicaciones y Radar)
- Señales biomédicas (ECG, EEG)
- Imágenes y videos

Señales de Voz

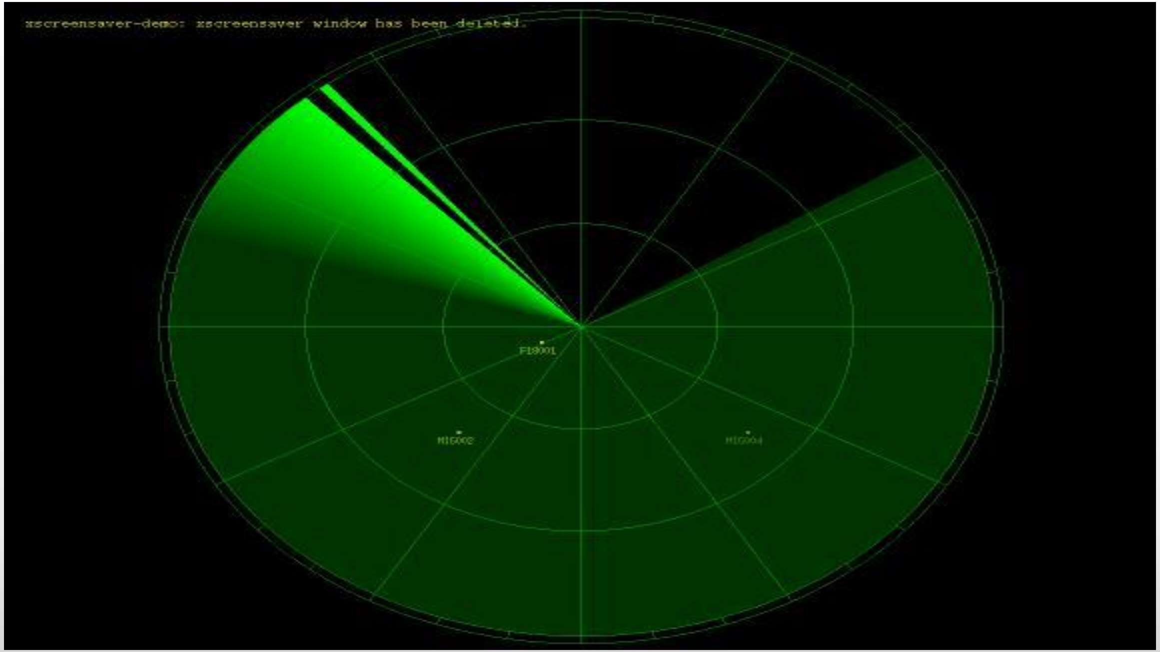
- Oscilaciones de la presión del aire, que son convertidas en ondas mecánicas en el oído humano y percibidas por el cerebro

Señales biomédicas: Electrocardiograma fetal

- Imagen y video



• Radar y sonar



Clasificación de señales

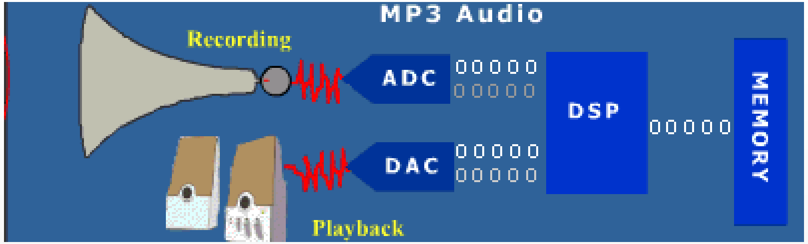
- Podemos clasificar las señales según sus atributos:
  - Señales de tiempo continuo
  - Señales de tiempo discreto
  - Señales digitales
- Según su modelo matemático:
  - Señales determinísticas
  - Señales aleatorias

  Señales del mundo real?

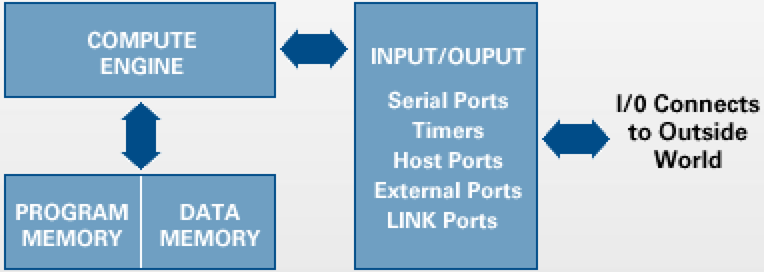
Sistemas de Procesamiento Digital de Señales

- Partes que componen un sistema de DSP
  - Sensores
  - Filtro antialiasing
  - Conversor A/D
  - Procesador Digital de Señales: DSP, microcontrolador,
  - Conversor D/A (optional)

Sistemas de Procesamiento Digital de Señales



Inside the DSP



Source: analog.com

Procesadores Digitales de Señal

- DSPs son procesadores o microcomputadoras cuyo hardware, software, y set de instrucciones están optimizados aplicaciones de procesamiento numérico de alta velocidad (especialmente el procesamiento digital de señales analógicas en tiempo real)

Secuencias

- Las señales de tiempo discreto son representadas por medio de secuencias de valores (muestras)

- Señales básicas:
  - Impulso unitario
  - Escalón unitario
  - Secuencia exponencial

Procesamiento digital de señales

Razones específicas para el procesamiento digital de señales:

-Remover interferencia o ruido de una señal

-Obtener el espectro de datos

-Transformar la señal en una forma más apropiada

Actualmente, es utilizado en muchas áreas donde métodos analógicos eran utilizados y en áreas completamente nuevas, donde métodos analógicos eran difíciles o imposibles de ser aplicados

Procesamiento digital de señales

La atracción por DSP viene de ventajas claras como:

- Precisión garantizada (determinada por el número de bits utilizados)
- Reproducibilidad perfecta: es obtenido un comportamiento idéntico en diferentes unidades porque no existen variaciones debido a tolerancia de componentes. Por ejemplo: una grabación digital puede ser copiada o reproducida varias veces sin degradación en la calidad.
- No existen desvíos con la temperatura o edad

Procesamiento digital de señales

La atracción por DSP viene de ventajas claras como:

- Nuevas tecnologías mejoran constantemente la capacidad de los procesadores, el tamaño, costo consumo y velocidad
- Gran flexibilidad: los sistemas de DSP pueden ser programados y reprogramados
- Permite realizar operaciones no posibles con el procesamiento analógico. Por ejemplo: filtrado con fase lineal y algoritmos de filtrado adaptativo

Procesamiento digital de señales

Desventajas:

- Los costos son muy altos cuando se requiere un gran ancho de banda. Esto es debido a la tecnología de conversores AD y DA disponible
- Problema de precisión por longitud finita de palabra

Señales

- Definición: Se puede definir señal como siendo el soporte físico de una información

Ejemplo:

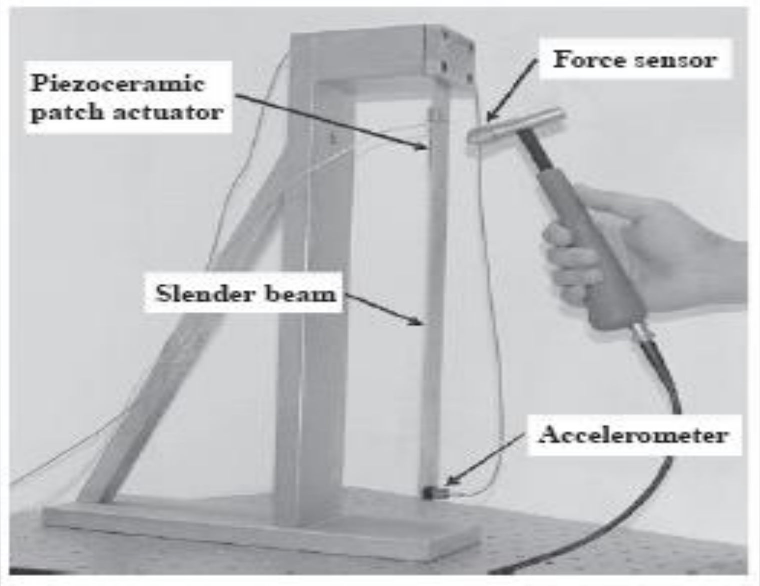
- Señal de audio: fluctuaciones de presión de aire transportando un mensaje a nuestro oido.

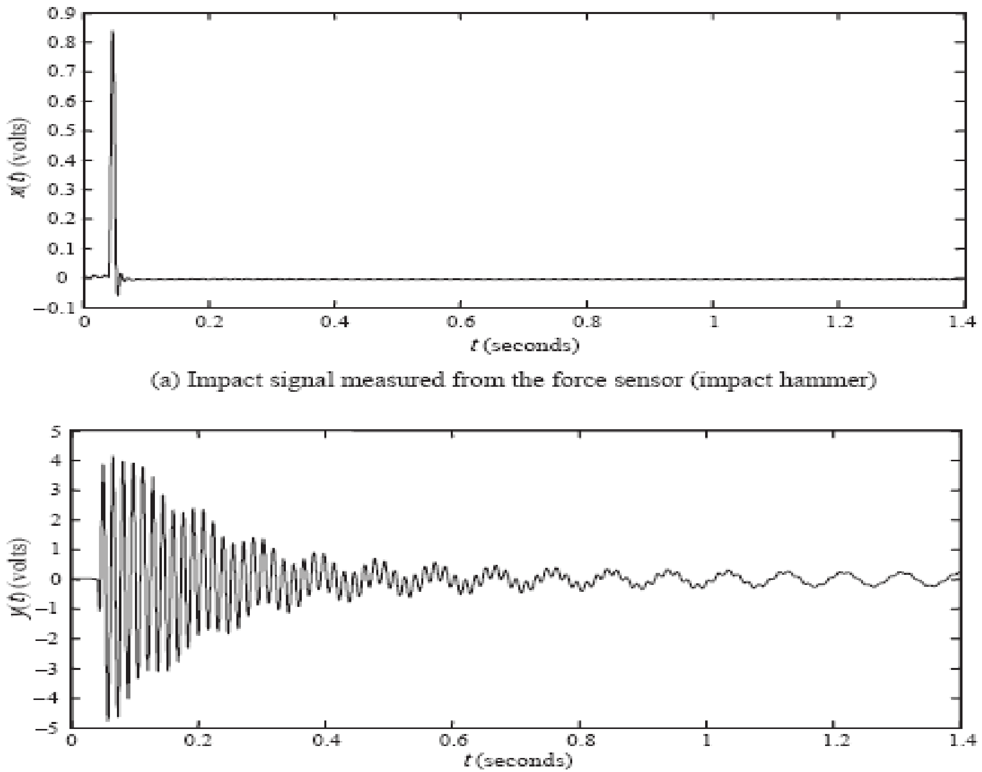
- Señales visibles: ondas de luz transportando una información a nuestros ojos

- Matematicamente, son representados por una función de una o más variables
- Una gran cantidad de señales son funciones de una sola variable, el tiempo

Señales: Ejemplos “reales”

- Ensayo de vibraciones

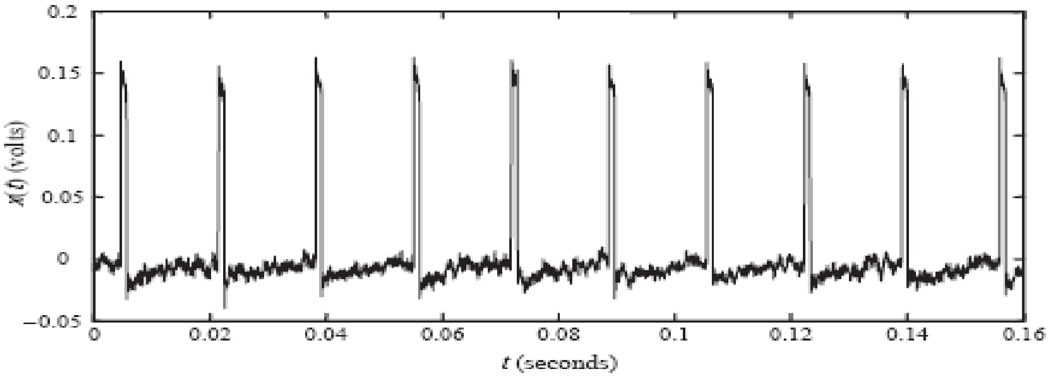




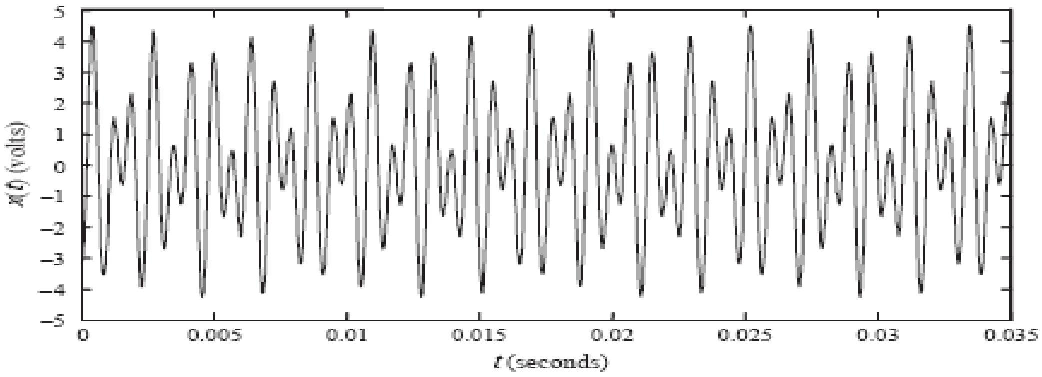
(a) Impact signal measured from the force sensor (impact hammer)

(b) Response signal to the impact measured from the accelerometer

Señales: Ejemplos “reales”



(a) Tachometer signal from a rotating machine



(b) Telephone tone (No. 8) signal

Clasificación de señales

- La variable independiente puede ser: continua o discreta,

  Las señales correspondientes son llamadas señal analógica (o de tiempo continuo) y señal discreta (o señal muestrada, o de tiempo discreto);

- La amplitud de la función puede ser:

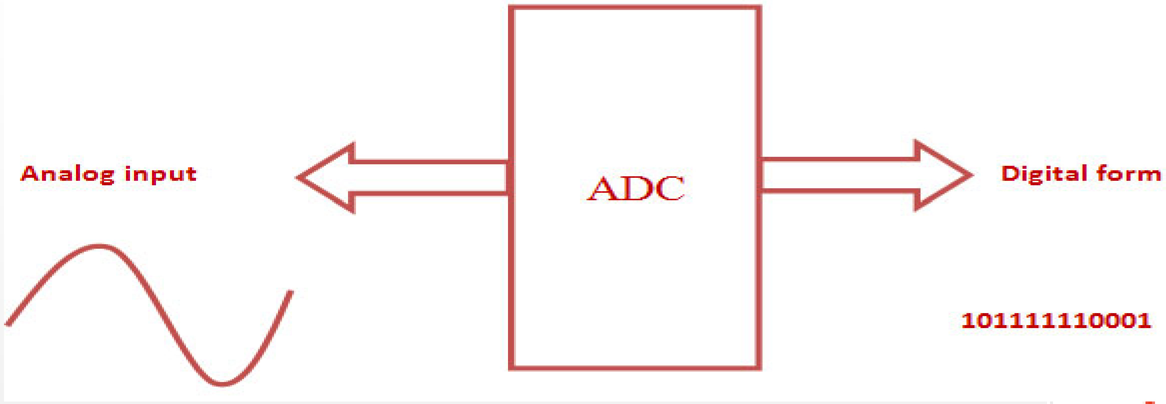
  a) Continua

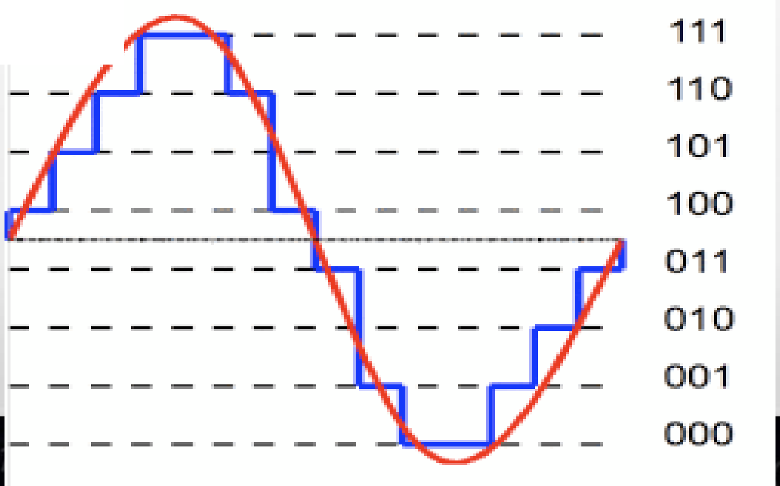
  b) Discreta

  Combinando 1 y b tenemos una señal analógica cuya amplitud es discreta (señal cuantizada)

  Combinando 2 y b tenemos una señal discreta, cuya amplitud es también discreta (señal digital)

Conversor analógico/digital (ADC)





Clasificación sistemas de procesamiento

- Sistemas analógicos: sistemas que operan sobre señales analógicas y producen señales analógicas (el tiempo es continuo)
- Sistemas muestreados: señales de entrada y salida muestreadas (Ejemplo: capacitor conmutado)
- Sistemas digitales: señales de entrada y salida digitales o numéricas.

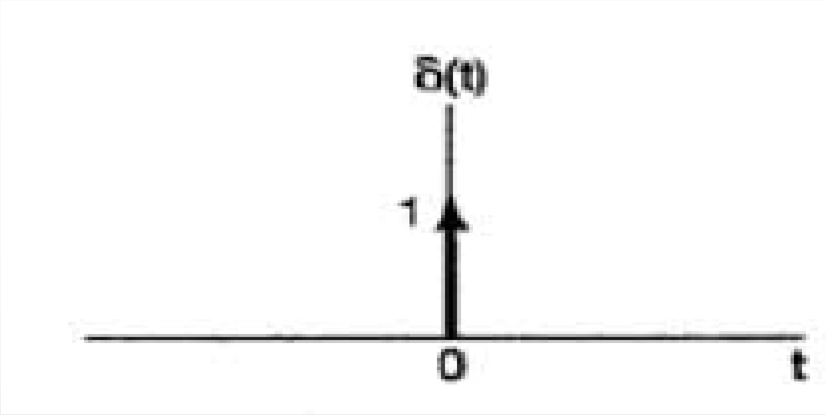
Señales analógicas

- Son comunmente modeladas por funciones matemáticas y principalmente la variable independiente es el tiempo

- A continuación se ven las más utilizadas…

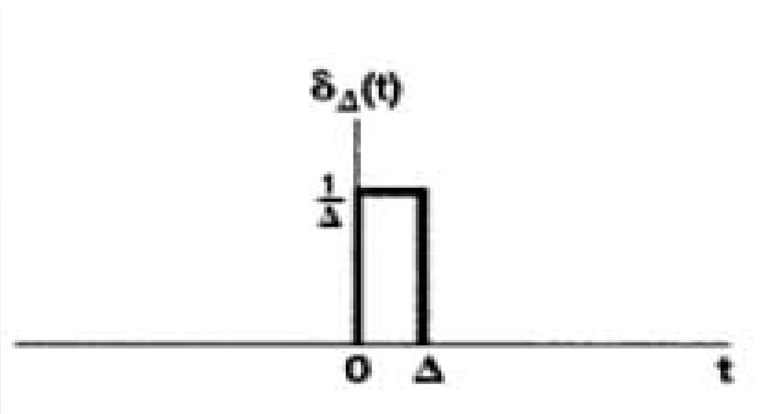
Funciones especiales: Impulso unitario

Función de utilidad conceptual, definida como siendo una señal de amplitud infinita, pero área unitaria

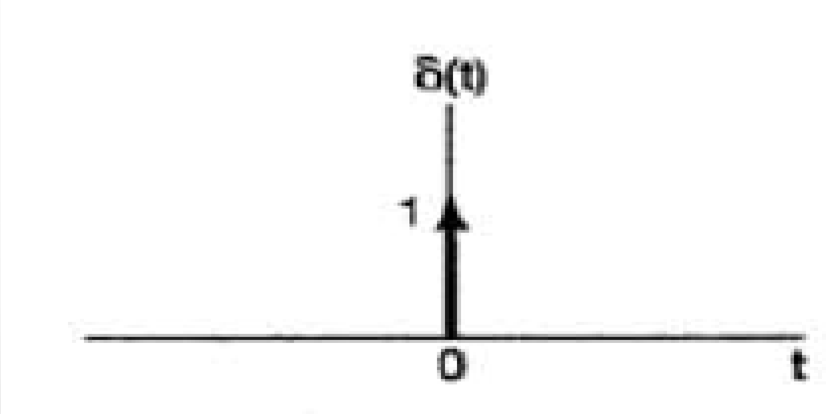


Funciones especiales: Impulso unitario

Se puede interpretar como un pulso donde la amplitud tiende a infinito en la medida que la duración tiende a cero

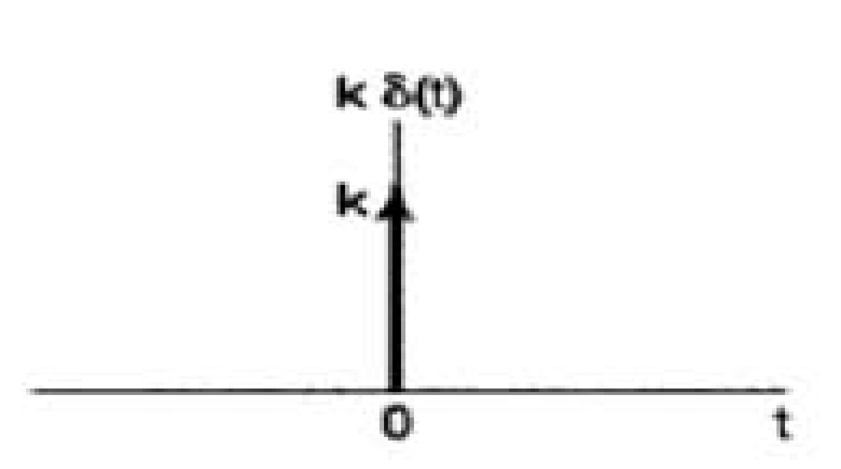


$\Delta \rightarrow 0$



Funciones especiales: Impulso unitario

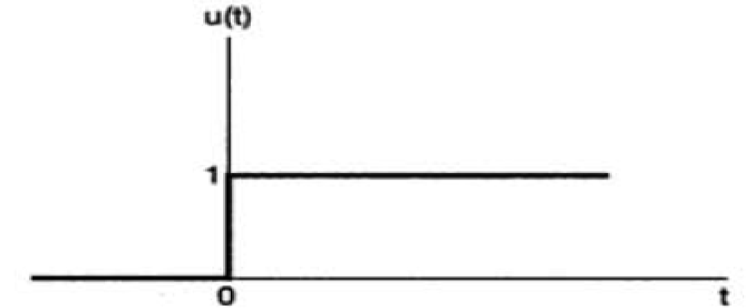
Impulso escalado: cambia el área (no la amplitud)



Funciones especiales: Escalón unitario

- Escalón de tiempo continuo $u(t)$:

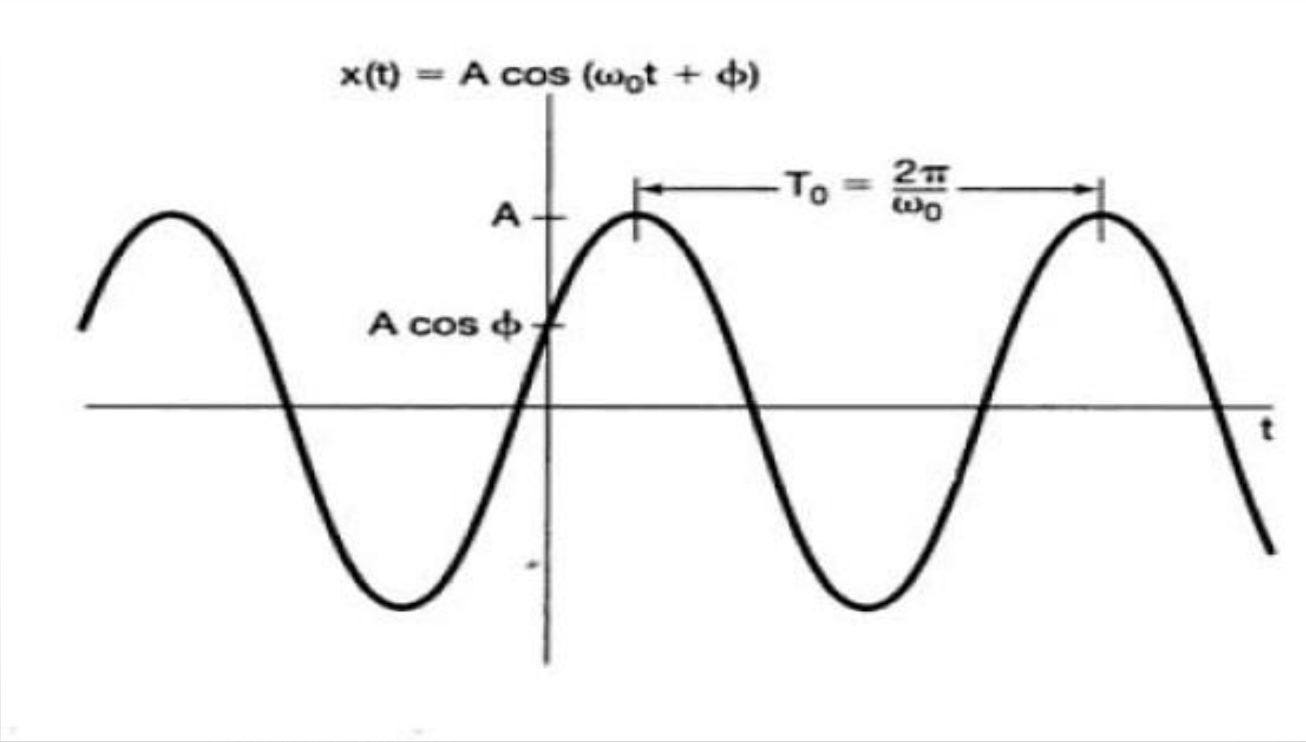
$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases},$$



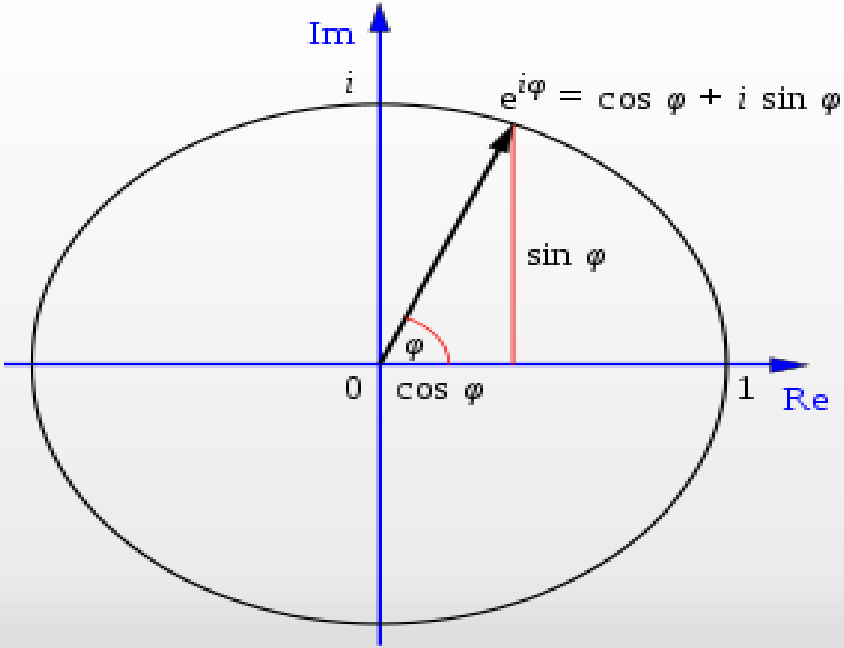
- Escalón de tiempo discreto $u[n]$:

Existe una relación entre el impulso unitario y el escalón…

Señales seniodales continuas



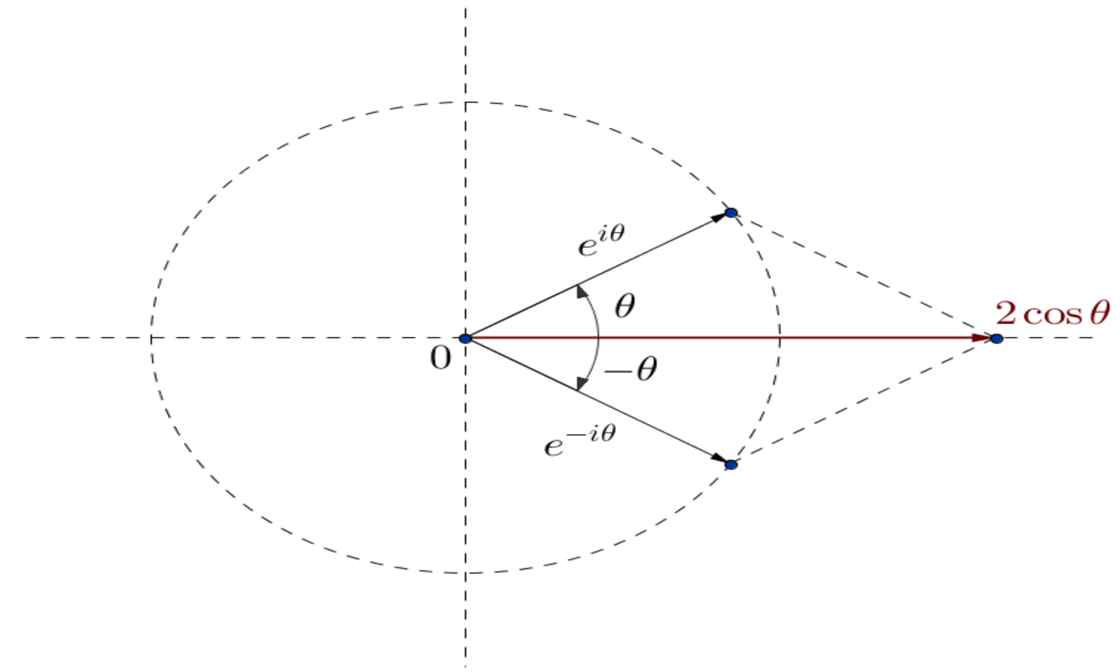
Señales exponencial compleja



$$\varphi = \omega_0 t$$

$$e^{j\omega_0 t}$$

Fórmula de Euler



Señales digitales

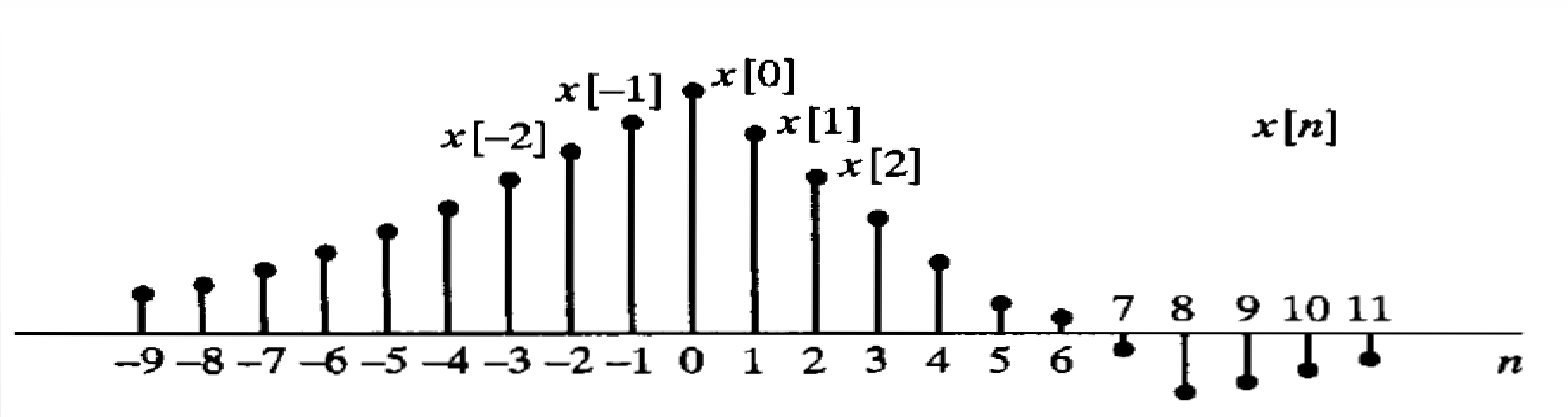
- Una señal digital es una señal discreta cuya amplitud es cuantizada

La figura matemática que los representa es la de sucesión numérica

(Sucesión numérica: secuencia de números que guardan un cierto orden)

Modernamente, los vectores son más utilizados para representar adecuadamente a señales digitales

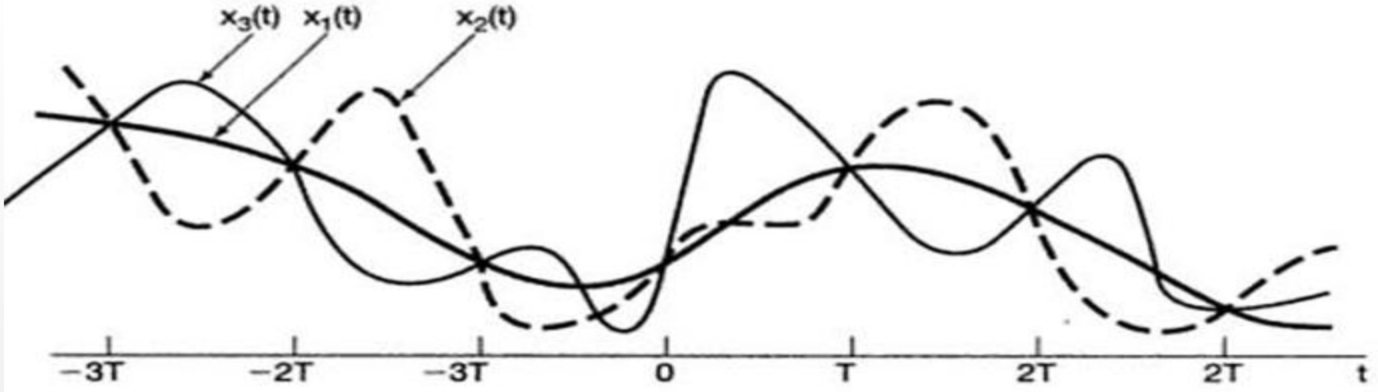
Representación gráfica de señales discretas



Es importantes notar que $x(n)$ es definido solamente para valores enteros de n. Para valores no enteros, no se puede considerar la señal nula, simplemente no está definido para esos valores

Ejemplo

Señales indefinidas fuera de las muestras



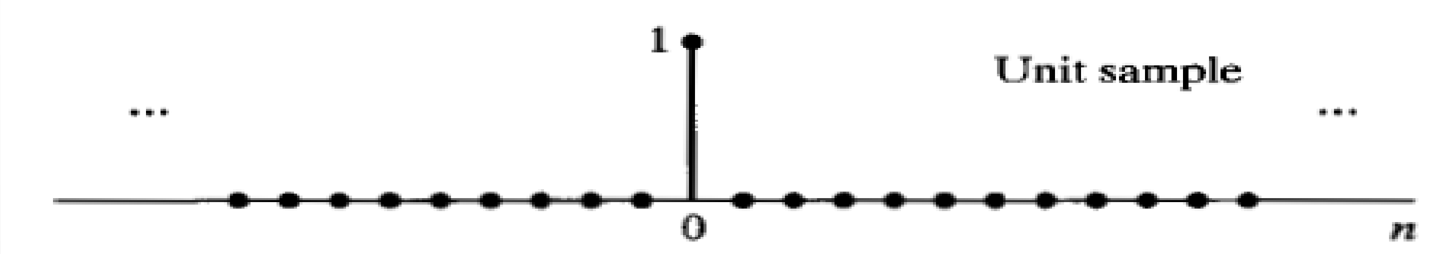
Tres señales continuas con valores idénticos en múltiplos enteros de T.

El intervalo que cubre todos los valores posibles de amplitud es llamado faja dinámica

Definición de algunas señales elementales

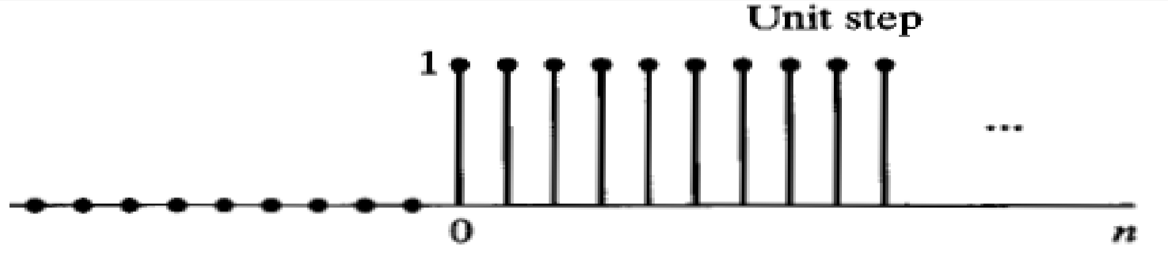
- Impulso unitario

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$



- Escalón unitario

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$



Ejemplo:

Graficar las siguientes señales:

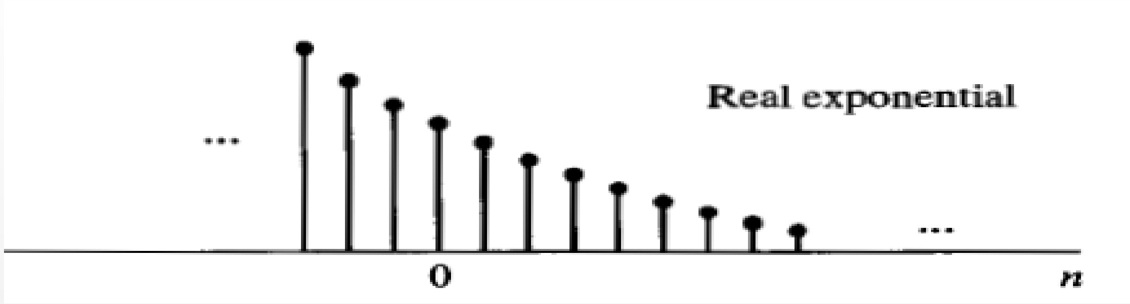
a) $x[n] = \delta[n+1] + 0{,}5\delta[n-1] + 2\delta[n-2]$

b) $x[n] = u[n+1] + 0{,}5u[-n-1] + 2\delta[n-2]$

Señales elementales

- Exponencial real

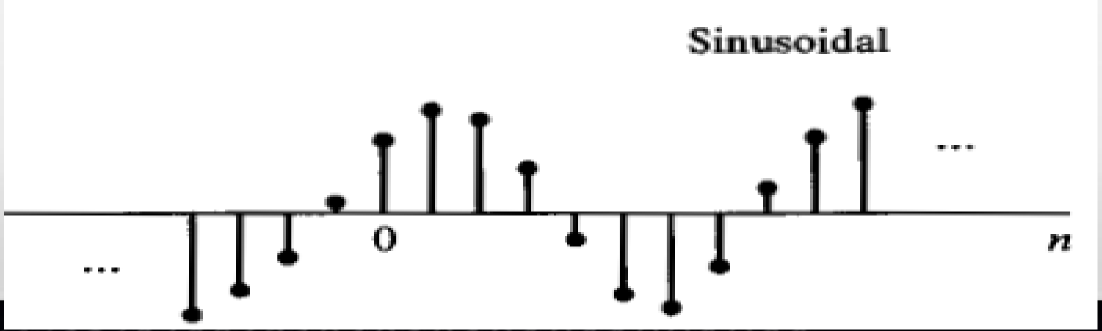
$$x[n] = A\alpha^n$$



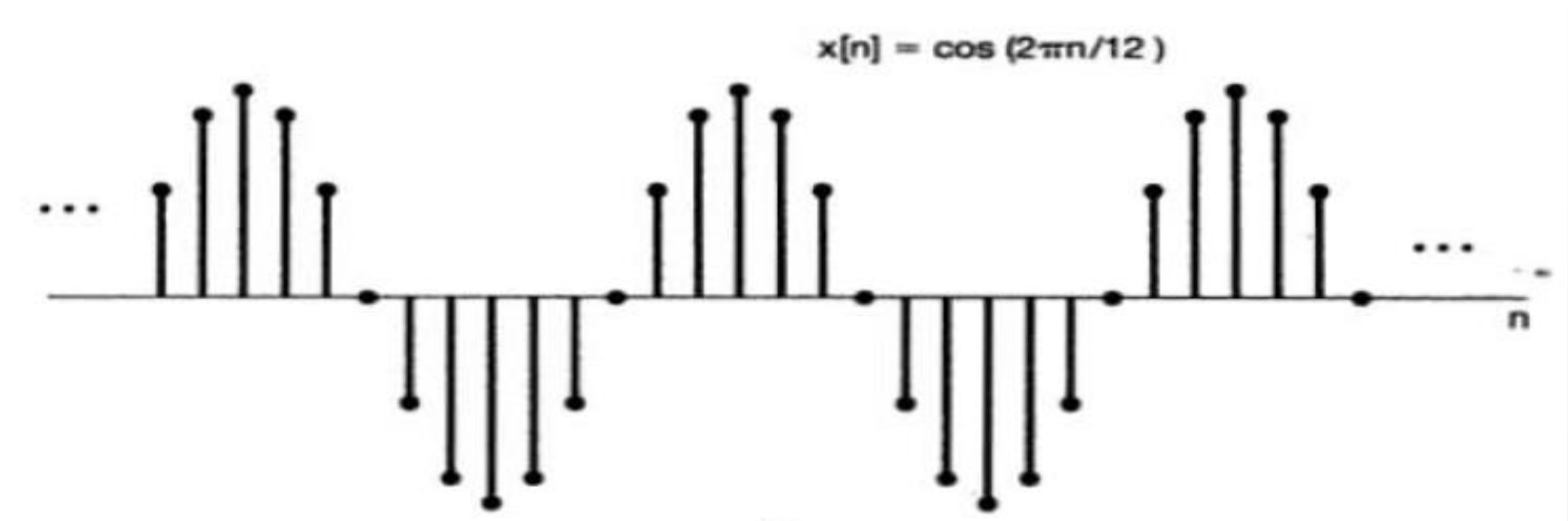
- Secuencia senoidal

$$x[n] = A\cos(\omega_0 n + \phi),$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} m$$

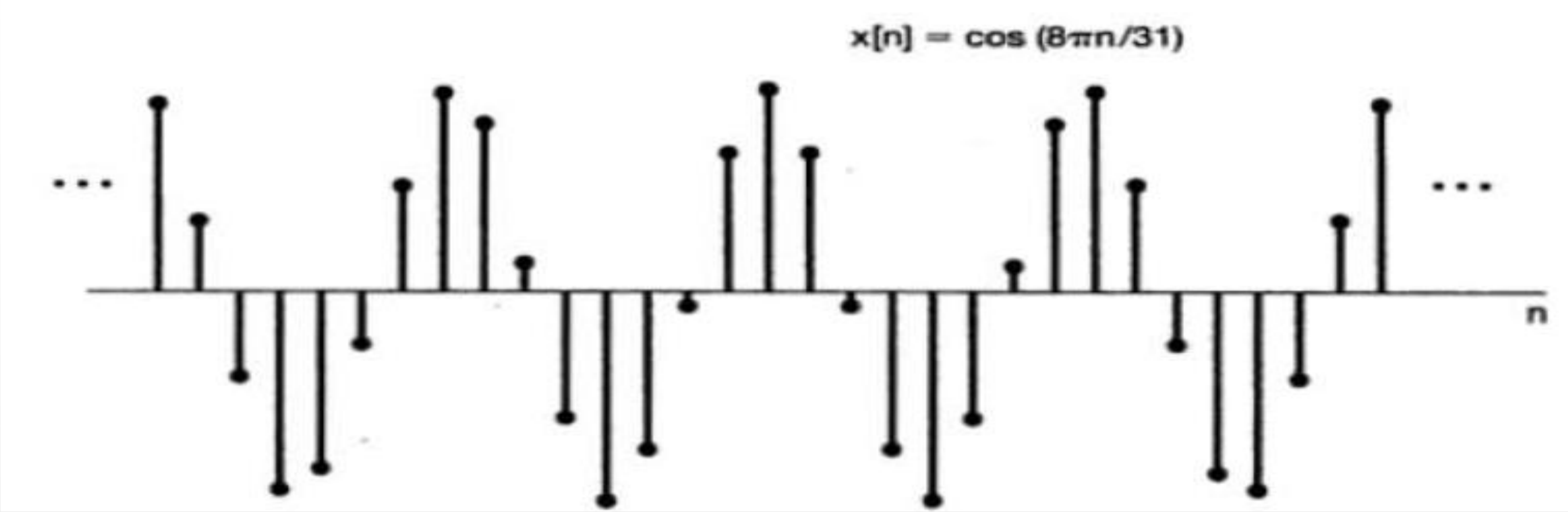


Señales seniodales discretas



Señales seniodales discretas

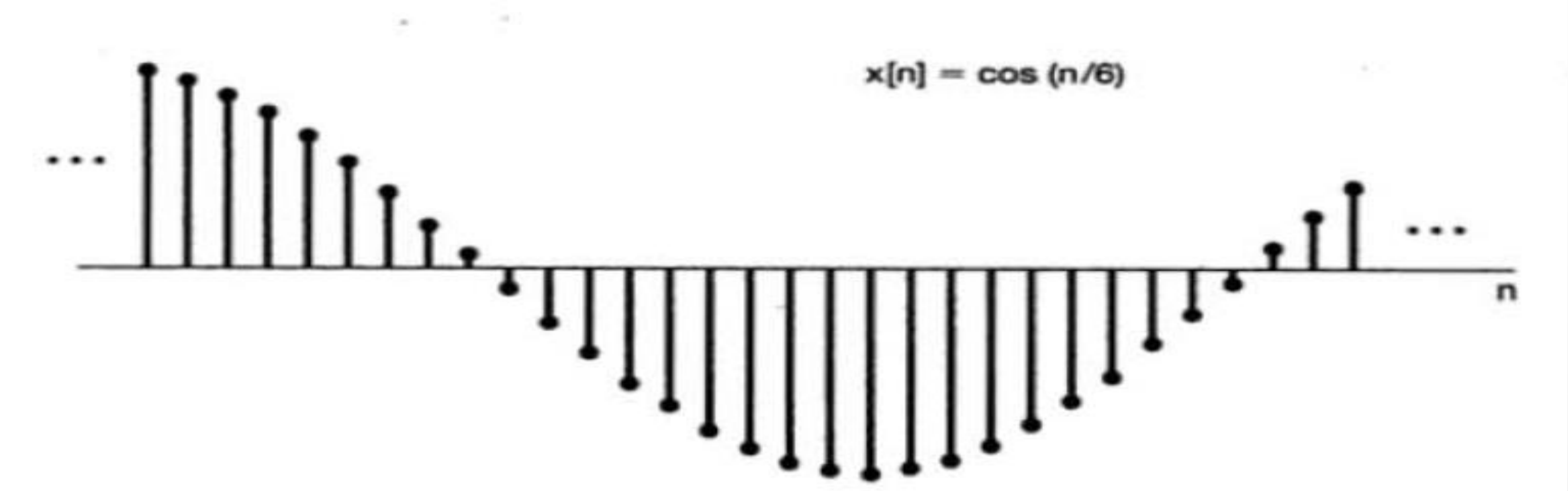
El periodo no siempre es $N = \omega/2\pi$



Se debe aplicar $\omega = m2\pi/N$

Señales senoidales discretas

Ni siempre son periódicas



Formalizando señales periódicas…

- Una señal es periódica si:

$$x(t) = x(t+T), \text{ para todo } t$$

$$x[n] = x[n+N], \qquad \text{for all } n,$$

$$x(t) = \cos(70t - \pi / 3)$$

- Ejemplos…

$$x[n] = \cos(n / 7)$$

Relaciones entre señales elementales

- $$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k];$$

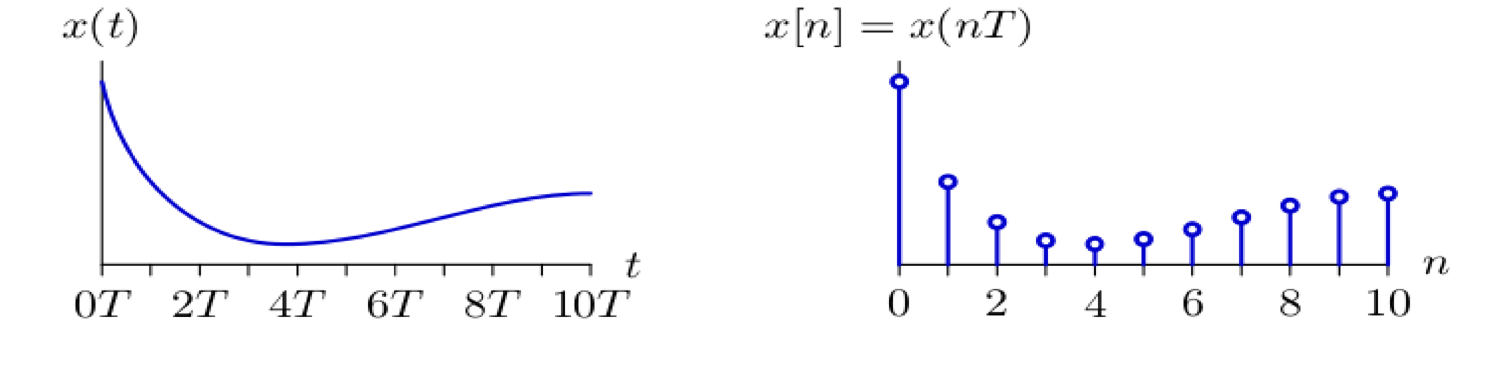
$$u[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \cdots$$

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k].$$

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1].$$

Señales Continuas y Discretas

- Convirtiendo señales de tiempo continuo a tiempo discreto: ***muestreo***



- Es importante para la manipulación computacional de los datos físicos: representacion digital de señales de audio (mp3),
- Se debe definir el período de muestreo

Ejemplo

Asumiendo un sistema de procesamiento digital de señales con un intervalo de muestreo de 125 μs, determine la expresión matemática de las siguientes señales una vez muestreadas y grafique las primeras cinco muestras.

a) $x(t) = 10e^{-5.000t}u(t)$

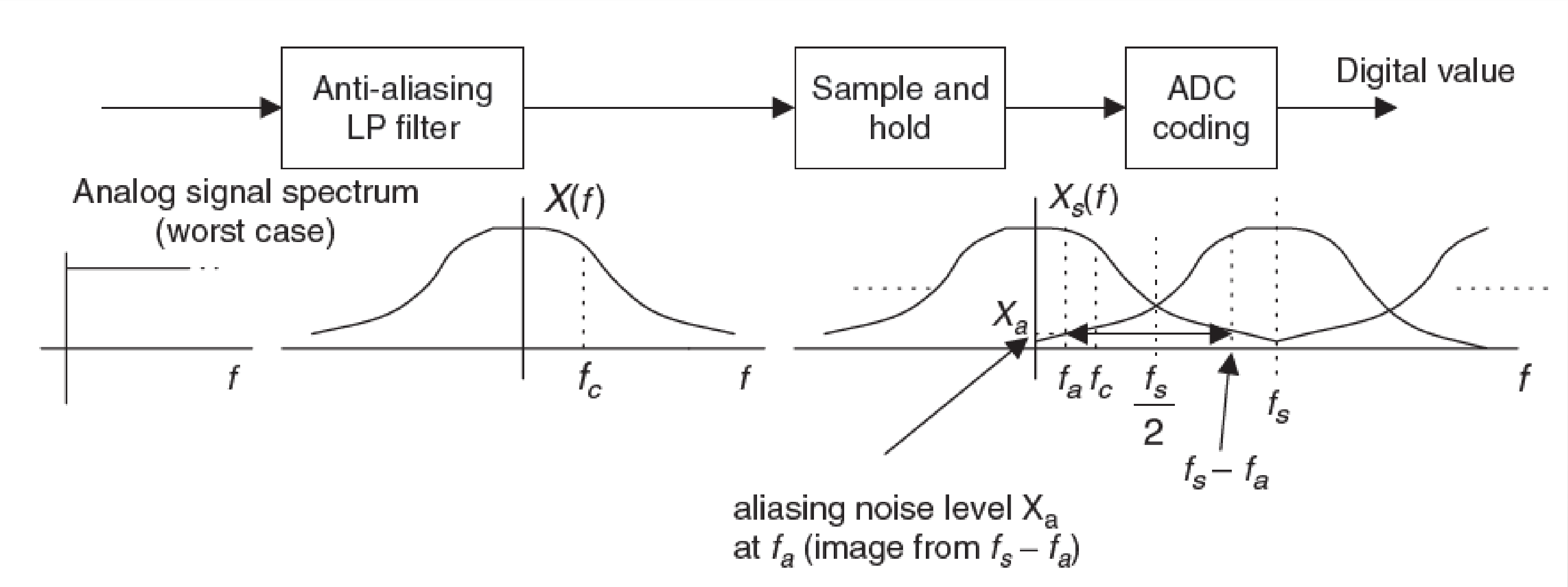
b) $x(t) = 10\, sen\,(1.000\pi t)u(t)$

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- El filtro antialiasing es utilizado para evitar componentes de frecuencia mayores a la mitad de la frecuencia de muestreo
- Para lograr esto con éxitos, es necesario aplicar una serie de consideraciones prácticas
- Consideremos el peor caso, una señal analógica de espectro plano. En este caso, el espectro de la señal filtrada es una réplica escalada del espectro del filtro antialiansing

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- En la señal reconstruida puede apreciarse el ruido de aliansing



Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Debido a la atenuación no infinita, porciones de las réplicas adyacentes aparecen (reducidas) en la banda base
- Se puede controlar el nivel de ruido de aliasing de dos formas:
  - Modificando el orden del filtro pasa bajos
  - Aumentando la frecuencia de muestreo

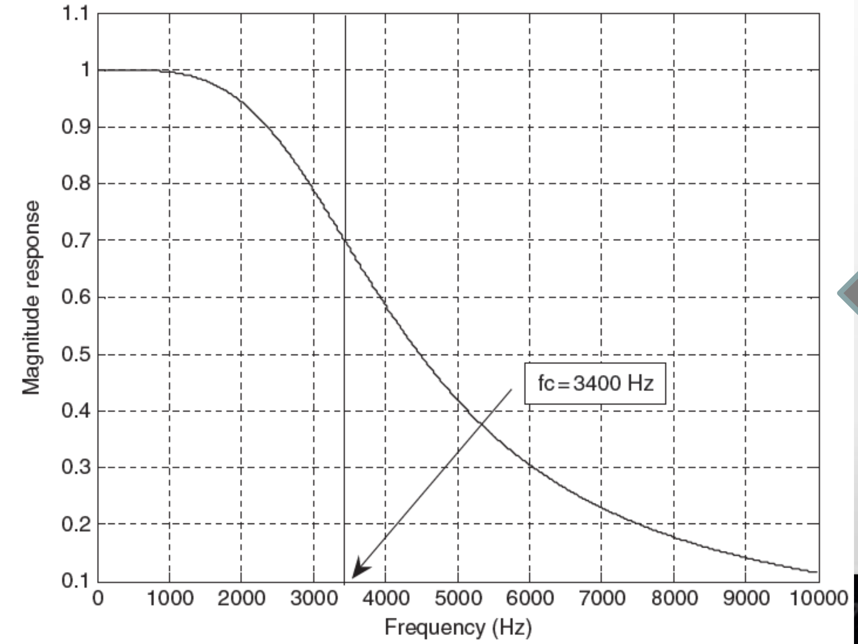
- Ejemplo con filtro de Butterworth…

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Ejemplo con filtro de Butterworth: La magnitud de la respuesta en frecuencia está dada por:

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

Ejemplo para filtro de 2do orden y 3.400 Hz de frecuencia de corte



Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Ejemplo con filtro de Butterworth: Se puede calcular el nivel de ruido de aliasing a una frecuencia determinada, f_a, como:

$$\text{Aliasing noise level }\% = \frac{\left|H(f)\right|_{f=f_s-f_a}}{\left|H(f)\right|_{f=f_a}} = \frac{\sqrt{1+\left(\dfrac{f_a}{f_c}\right)^{2n}}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{f_s-f_a}{f_c}\right)^{2n}}}, \text{ para } 0 \le f \le f_c.$$

- Con esta fórmula se estima el nivel de ruido de aliasing o se selecciona el orden del filtro para satisfacer un requerimiento de ruido

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Ejemplo con numérico: Dado un sistema de DSP con una frecuencia de muestreo de 8KHz y un filtro antialiasing Butterworth de segundo orden con frecuencia de corte de 3,4 KHz, determinar:
    1) El porcentaje de ruido de aliasing a la frecuencia de corte.
    2) El porcentaje de ruido de aliasing a 1KHz.

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Ejemplo con numérico: Dado un sistema de DSP con una frecuencia de muestreo de 8KHz y un filtro antialiasing Butterworth de segundo orden con frecuencia de corte de 3,4 KHz, determinar:

  1) El porcentaje de ruido de aliasing a la frecuencia de corte.

  Solución:

$$f_s = 8000,\ f_c = 3400, \text{ and } n = 2.$$

Since $f_a = f_c = 3400\,\text{Hz}$, we compute

$$\text{aliasing noise level } \% = \frac{\sqrt{1+\left(\frac{3.4}{3.4}\right)^{2\times 2}}}{\sqrt{1+\left(\frac{8-3.4}{3.4}\right)^{2\times 2}}} = \frac{1.4142}{2.0858} = 67.8\%.$$

Consideraciones Prácticas para el Muestreo de Señales: Filtrado Antialiasing

- Ejemplo con numérico: Dado un sistema de DSP con una frecuencia de muestreo de 8KHz y un filtro antialiasing Butterworth de segundo orden con frecuencia de corte de 3,4 KHz, determinar:

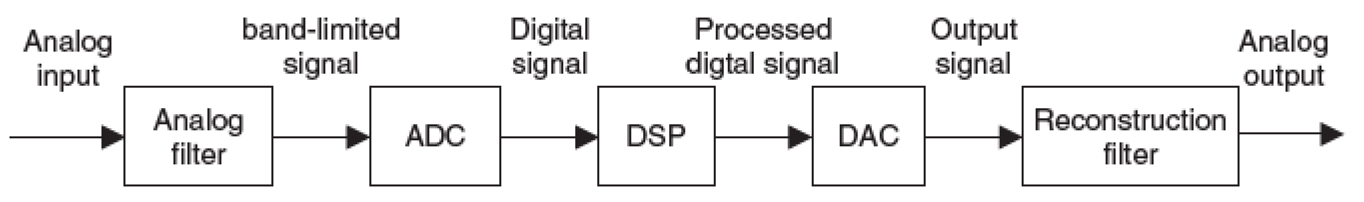
  2) El porcentaje de ruido de aliasing a 1KHz.

With $f_a = 1000\,\text{Hz}$, we have

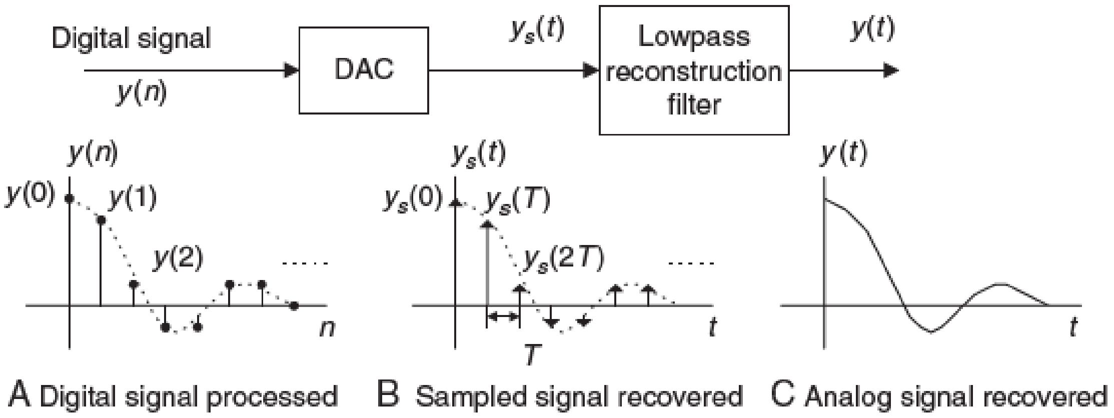
$$\text{aliasing noise level } \% = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{3.4}\right)^{2\times 2}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{8-1}{3.4}\right)^{2\times 2}}} = \frac{1.03007}{4.3551} = 23.05\%.$$

Reconstrucción de señales

- La reconstrucción es la última etapa dentro del esquema general del procesamiento digital de señales:

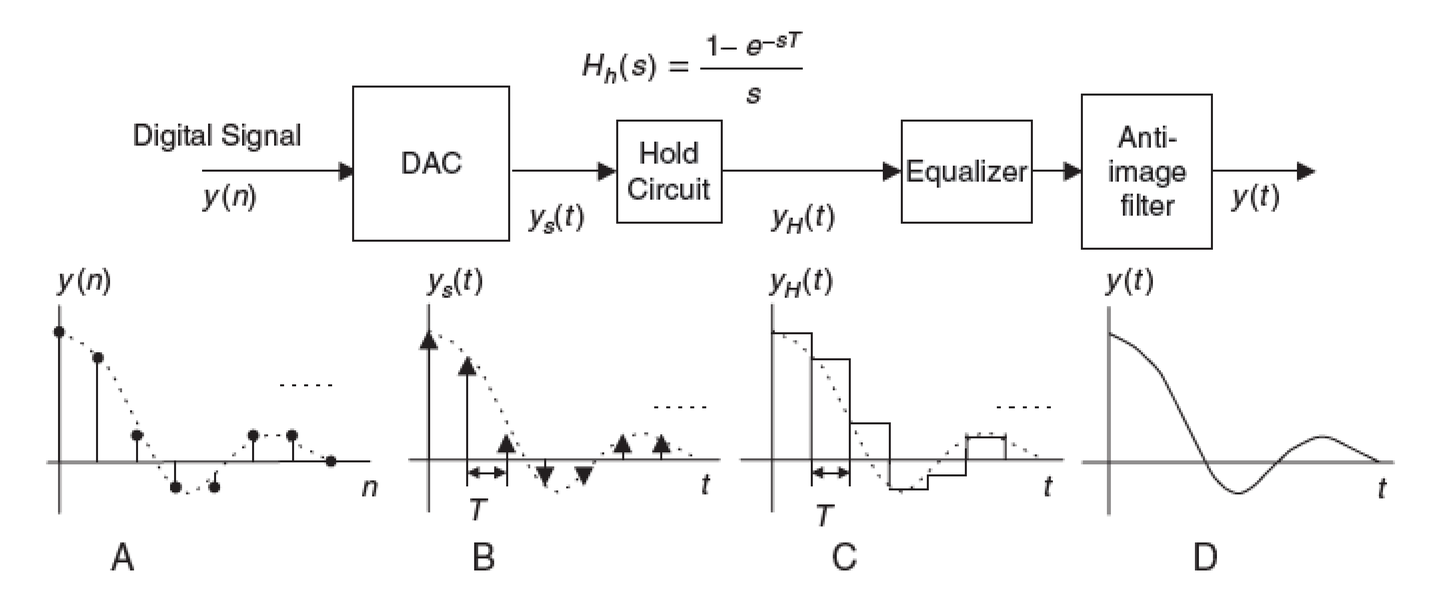


- Cuenta, de forma elemental, con dos pasos:



Reconstrucción de señales

- La implementación práctica requiere de más pasos:



Reconstrucción de señales

- El convertidor digital a analógico, convierte la señal digital procesada, $y[n]$, a una señal muestreada y retenida (mantenida), $y_H(t)$.
- La función de transferencia del circuito retenedor (de orden cero) puede ser determinada como:

$$H_h(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s}$$

- La respuesta en frecuencia asociada (substituyendo $s = j\omega$)

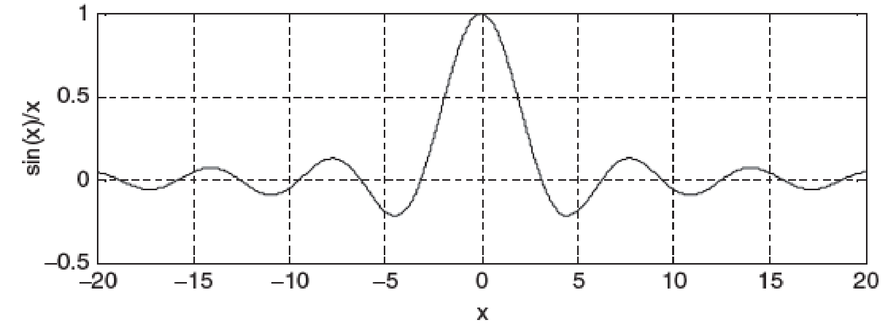
$$H_h(\omega) = e^{-j\omega T/2} \frac{\sin(\omega T / 2)}{\omega T / 2}$$

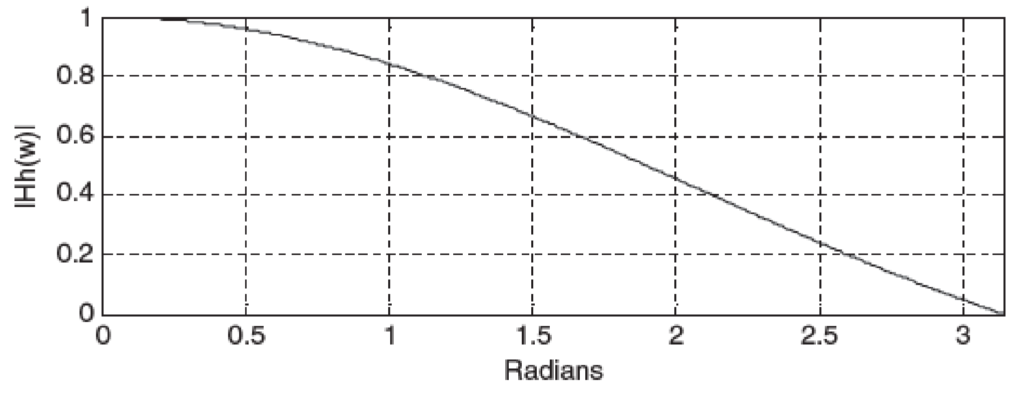
Reconstrucción de señales

- Así, la respuesta en magnitud y fase están dadas por:

$$\left|H_h(\omega)\right| = \left|\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2}\right| \rightarrow \left|H_h(f)\right| = \left|\frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT}\right|$$

$$\measuredangle H_h(\omega) = -\omega T/2 \rightarrow \measuredangle H_h(f) = -\pi fT$$



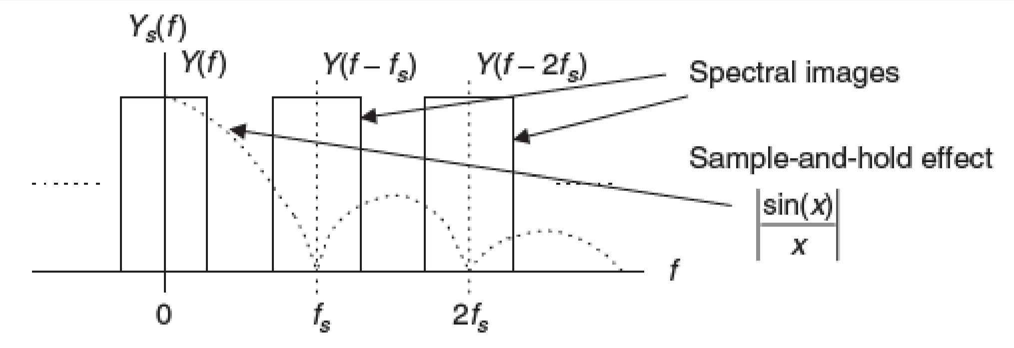


Distorsión del retentor

- La respuesta en frecuencia del retentor actúa como un filtro pasa bajos, esto distorsiona el espectro de la señal muestreada, $Y_s(f)$.
- Por otro lado, las imágenes espectrales son atenuadas debido al efecto pasa bajos
- Porcentaje de distorsión

a la frecuencia deseada:

$$\begin{aligned}\text{distortion } \% &= (1 - H_h(f)) \times 100\% \\ &= \left(1 - \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}\right) \times 100\%\end{aligned}$$

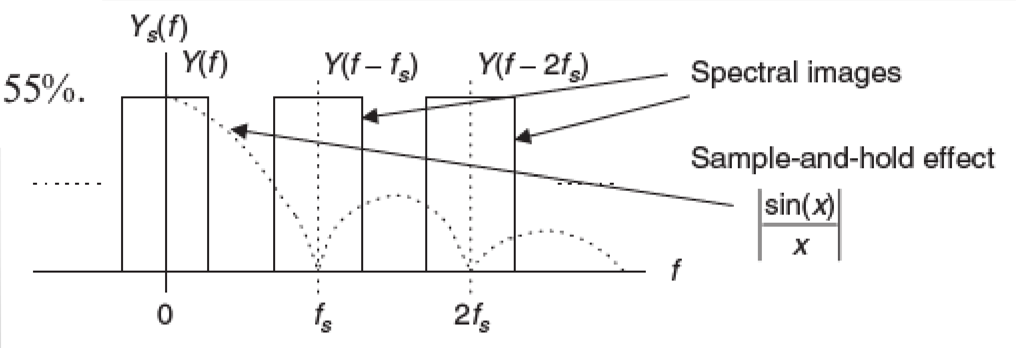


Distorsión del retentor

- Ejemplo: Dado un sistema de DSP con frecuencia de muestreo de 8KHz y un circuito retentor después del DAC:
  - a) Determine el porcentaje de distorsión al a frecuencia 3,4 KHz.
  - b) Determine el porcentaje de distorsión a la frecuencia 1 KHz.

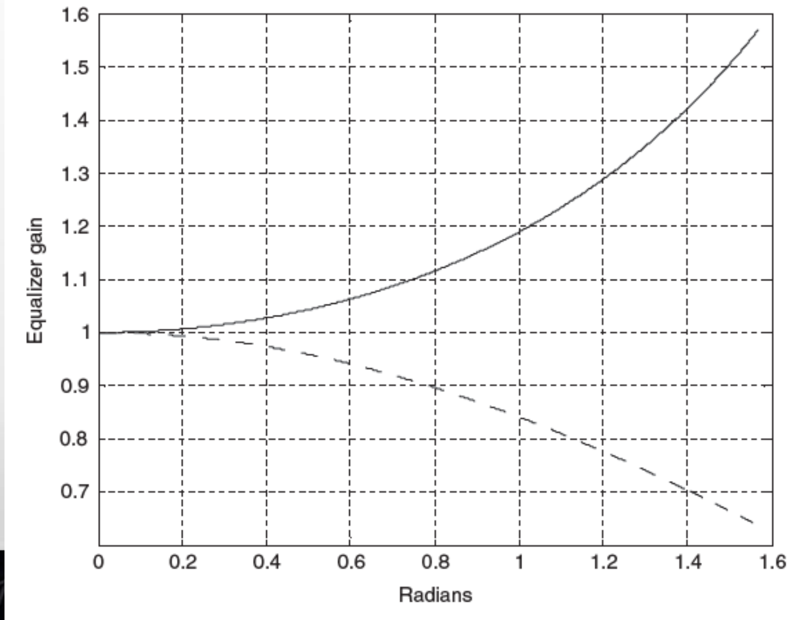
b. Since $fT = 1000 \times 1/8000 = 0.125$,

$$\text{distortion } \% = \left(1 - \frac{\sin(0.125\pi)}{0.125\pi}\right) \times 100\ \% = 2.55\%.$$



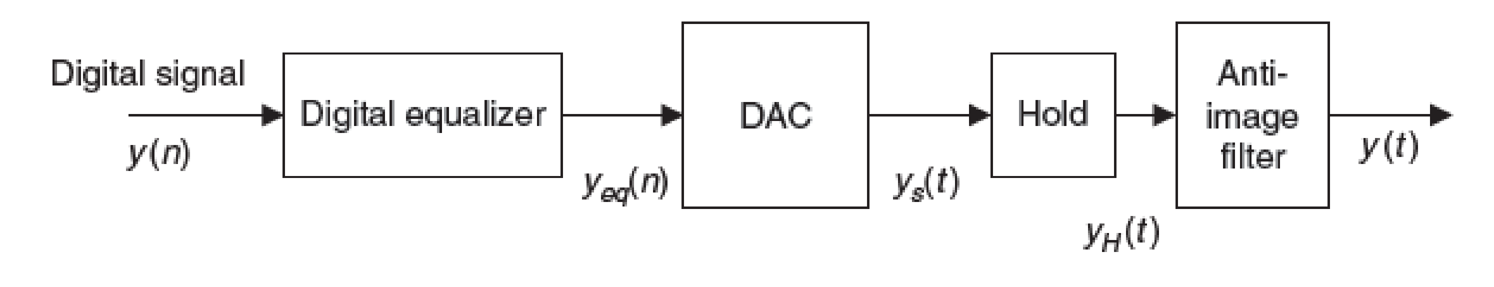
Distorsión del retentor

- Para compensar los efectos de muestreo y retención:
  a) Ecualizar con un filtro analógico con una respuesta en frecuencia opuesta a la forma del retentor (usado también como filtro anti-imagen)
  b) Aumentar la frecuencia de muestreo, trabajando en una porción más plana del la respuesta en frecuencia.
  c) Ecualizar con un filtro digital antes de la reconstrucción



Distorsión del retentor

- Ejemplo: Determine la frecuencia de corte y el orden de un filtro anti-imagen dado un sistema de DSP frecuencia de muestreo de 16 KHz y las siguientes especificaciones:
  - Filtro de Butterworth,
  - Variación máxima de la ganancia de 0 a 3KHz igual a 2dB,
  - 33 dB de atenuación a 13 KHz.



Distorsión del retentor

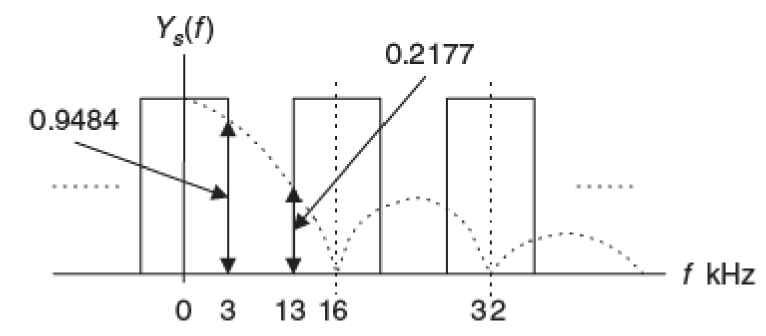
- Ejemplo: Determine la frecuencia de corte y el orden de un filtro anti-imagen dado un sistema de DSP frecuencia de muestreo de 16 KHz
  - Primero se determinan los efectos de distorsión a 3 y 13 KHz:

$$f = 3000\,\text{Hz},\ fT = 3000 \times 1/16000 = 0.1785$$

$$\text{gain} = \frac{\sin(0.1785\pi)}{0.1785\pi} = 0.9484 = -0.46\,\text{dB}$$

$$f = 13000\,\text{Hz},\ fT = 13000 \times 1/16000 = 0.8125$$

$$\text{gain} = \frac{\sin(0.8125\pi)}{0.8125\pi} = 0.2177 \approx -13\,\text{dB}.$$



Distorsión del retentor

- Ejemplo: Determine la frecuencia de corte y el orden de un filtro anti-imagen dado un sistema de DSP frecuencia de muestreo de 16 KHz

  Así, los requerimientos para el filtro anti-imagen quedan:

  – Filtro pasa bajos de Butterworth
  – Máxima variación de ganancia (ripple) de 0 a 3 KHz = (2 – 0,46) = 1,54 dB
  – (33 - 13) = 20 dB de atenuación a 13 KHz.

  El filtro que cumple con estas prestaciones es un filtro de orden 2 con frecuencia de corte de 3.714,23 Hz.

Efectos de Cuantización

- El proceso de convertir tensiones analógicas con precisión infinita a precisión finita es llamado cuantización
- Por ejemplo, si la conversión se hace a 3 bits, las amplitudes pueden ser convertidas a 8 diferentes niveles.
- Los cuantizadores unipolares lidian con señales de 0 a una referencia positiva de tensión.
- Los cuantizadores bipolares tienen un rango de señal desde una referencia negativa a una referencia positiva de tensión