

## Repaso resolución de sistemas por Transformada Z

### Ejercicio 1)

Un sistema de procesamiento digital de señales (DSP) se encuentra descrito por la siguiente ecuación a diferencias, en base a ella, se pide determinar, la respuesta al impulso y la respuesta al escalón.

$$y(n) + 0.1y(n-1) - 0.2y(n-2) = x(n) + x(n-1).$$

Aplicando la TZ a ambos lados de la ecuación resulta:

$$Y(z) + 0.1Y(z)z^{-1} - 0.2Y(z)z^{-2} = X(z) + X(z)z^{-1}.$$

La respuesta al impulso se obtiene cuando a la entrada del sistema  $x(n]$  se tiene un impulso; cuya TZ es unitaria. Conociendo esto, y factorizando  $Y(z)$  obtenemos:

$$Y(z)(1 + 0.1z^{-1} - 0.2z^{-2}) = 1(1 + z^{-1}).$$

Por lo que la salida del sistema, que en este caso resulta igual a la función de transferencia del sistema en el dominio Z, resulta:

$$Y(z) = \frac{1 + z^{-1}}{1 + 0.1z^{-1} - 0.2z^{-2}}.$$

Para obtener la respuesta al impulso temporal, debemos antitransformar  $Y(z)$ , y la forma más simple de hacerlo es utilizando fracciones parciales. Para hacerlo, primero debemos dejar los exponentes de "z" positivos, y lo logramos multiplicando todo por z dos veces.

$$Y(z) = \frac{z^2 + z}{z^2 + 0.1z - 0.2} = \frac{z(z + 1)}{(z - 0.4)(z + 0.5)}.$$

Aplicando fracciones parciales queda:

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{z + 1}{(z - 0.4)(z + 0.5)} = \frac{A}{z - 0.4} + \frac{B}{z + 0.5},$$

Donde:

$$A = (z - 0.4) \frac{Y(z)}{z} \Big|_{z=0.4} = \frac{z + 1}{z + 0.5} \Big|_{z=0.4} = \frac{0.4 + 1}{0.4 + 0.5} = 1.5556$$

$$B = (z + 0.5) \frac{Y(z)}{z} \Big|_{z=-0.5} = \frac{z + 1}{z - 0.4} \Big|_{z=-0.5} = \frac{-0.5 + 1}{-0.5 - 0.4} = -0.5556.$$

Que resulta finalmente en la salida del sistema en el dominio Z:

$$Y(z) = \frac{1.5556z}{(z - 0.4)} + \frac{-0.5556z}{(z + 0.5)},$$

Para obtener la respuesta temporal, o en muestras digitales, hay que antitransformar  $Y(z)$ , que por tabla resulta:

$$y(n) = 1.5556(0.4)^n u(n) - 0.5556(-0.5)^n u(n).$$

**TAREA!**

Demostrar que la respuesta al escalón del sistema es:

$$y(n) = 2.2222u(n) - 1.0370(0.4)^n u(n) - 0.1852(-0.5)^n u(n).$$

### Ejercicio 2)

Dado el siguiente sistema DSP, con condiciones iniciales (CI) no nulas, y entrada  $x(n)$ :

$$y(n) = 2x(n) - 4x(n-1) - 0.5y(n-1) - y(n-2)$$

$$y(-2) = 1, \quad y(-1) = 0, \quad x(-1) = -1$$

$$x(n) = (0.8)^n u(n),$$

Escribir un código de Matlab que permita graficar las primeras 20 salidas del sistema para la entrada especificada.