UNIVERSIDAD NACIONAL DE MISIONES

FACULTAD DE INGENIERÍA UNaM

Señales y Sistemas

Trabajo Práctico N°6 - Transformada de Fourier de Tiempo Discreto

Ejercicios conceptuales:

Antes de avanzar con la resolución de los ejercicios, responda las siguientes preguntas que le permitirán asentar los conceptos vinculados a la importante herramienta de la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto (TFTD)

1. ¿Qué necesita una señal para ser analizada mediante la TFTD?
2. ¿Cuál es la principal diferencia entre el espectro de la TFTD vs. la Transformada de Fourier de Tiempo Continuo? ¿Y cuál es la principal similitud?
3. ¿Entre qué valores se encuentran contenidas las frecuencias en un espectro obtenido mediante la TFTD? ¿Dónde están las altas y bajas frecuencias?

Ejercicios prácticos:

1. Hallar la TF de la señal de tiempo limitado $x[n] = u[n-5] - u[n+6]$.
2. Encontrar la TF y graficar el espectro
   a. $x[n] = e^{-\alpha n}u[n] \quad \alpha > 0$
   b. $x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1]$
3. El análisis espectral de señales periódicas es muy frecuente en la práctica. Sin embargo, los analizadores espectrales digitales no utilizan la Serie de Fourier para realizar dicho análisis, sino que utilizan la Transformada de Fourier, y lo que observamos en dichos equipos son aproximaciones a los coeficientes de las series. Sabiendo esto, determine la TFTD y grafique los espectros entre $-\pi \leq \omega \leq \pi$ de las siguientes señales.
   a. $x_1[n] = sin\left[\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{4}\right]$
   b. $x_2[n] = 2 + cos\left[\frac{\pi}{6}n\right] + \frac{\pi}{8}$
   c. $x_3[n] = e^{j\omega n}$
4. Use la ecuación de síntesis de la TFTD para calcular la trasformada inversa de Fourier de:
   a. $X_1(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\left\{2\pi\delta(\omega - 2\pi k) + \pi\delta\left(\omega - \frac{\pi}{2} - 2\pi k\right) + \pi\delta\left(\omega + \frac{\pi}{2} - 2\pi k\right)\right\}$
   b. $X_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2j & 0 < \omega < \pi \\ -2j & -\pi < \omega < 0 \end{cases}$

5. Determine la respuesta en frecuencia de un sistema cuya respuesta a una entrada impulsiva viene dada por $h[n] = A\alpha^n \cos(\omega_0 n)\, u[n]. \quad |\alpha| < 1$

6. Dado el sistema definido por la ecuación a diferencias acopladas determine la respuesta en frecuencia del sistema:

$$w[n] = x[n] - 0{,}8\, w[n-2]$$
$$y[n] = w[n] + w[n-1]$$

7. Determine la respuesta en frecuencia del siguiente sistema y realice el diagrama de simulación:

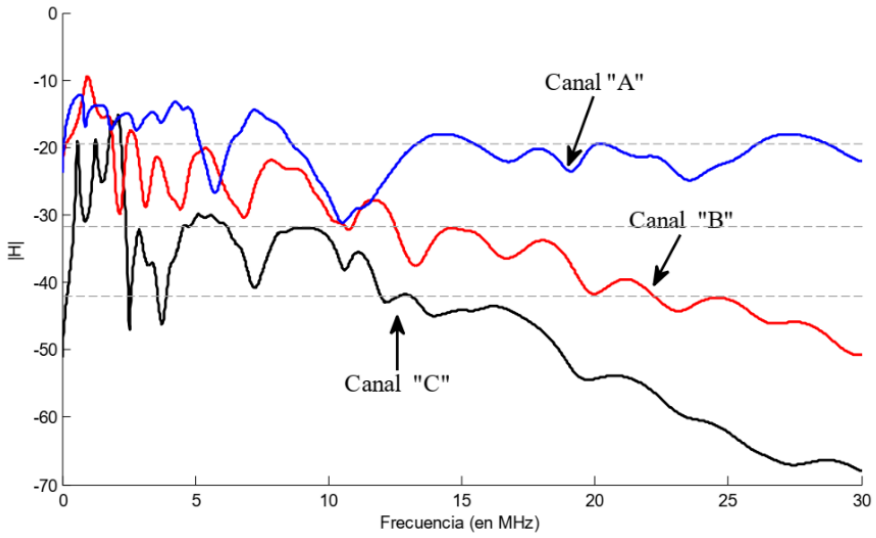
$$y[n] = x[n] + a\, y[n-D]$$

8. Se tiene un filtro digital ideal que presenta la siguiente respuesta en frecuencia:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega D} & |\omega| \leq \pi/2 \\ 0 & otro\ caso \end{cases}$$

   Determine la respuesta al impulso que da lugar a dicha respuesta en frecuencia.

9. Una de las técnicas de modulación espectral más utilizadas en esquemas de comunicación de datos es la conocida como “portadora única”, en la cual, un paquete discreto de datos modula una portadora de frecuencia específica. Esto permite desplazar el espectro original (banda base) de los datos a una zona de frecuencias distintas con la finalidad de poder transmitir la información en zonas espectrales donde el canal de comunicación permita una transmisión con menos atenuación.
   En un sector de la facultad se desea transmitir datos de voz (espectro auditivo humano) por la red eléctrica en frecuencias en torno a los 5-15 MHz. y mediante tecnología conocida como PLC (*power line communication* – comunicación por la red eléctrica). Se relevaron los canales de tres fases distintas del cableado eléctrico del edificio y dichos canales se grafican en la siguiente imagen.

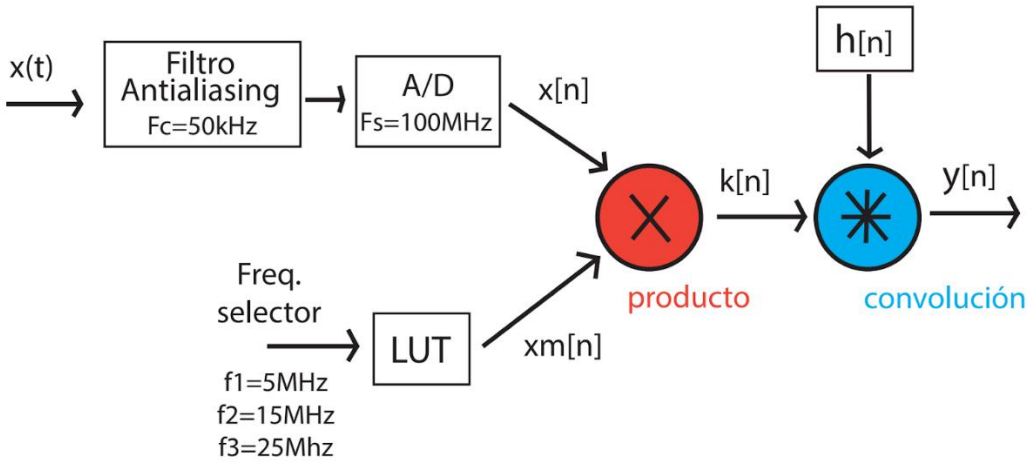


Distintos canales de comunicación PLC

En base al conocimiento de estos canales, se pide:

a) Analice y describa matemáticamente el proceso de modulación por portadora única y describa en qué propiedades de la Transformada de Fourier de Tiempo Discreto está basada dicha modulación, cite al menos 2 propiedades.
b) En base a las propiedades antes citadas, realice gráficas espectrales en donde se muestre el proceso de modulación, mostrando el espectro de banda base y el espectro modulado.
c) Considerando los canales de la Figura y el ancho de banda asignado para la transmisión ¿En qué fase/canal conviene transmitir los datos y a qué frecuencia aproximada deberían modularse los paquetes?

10. Un sistema discreto de modulación por el método de "portadora única" implementado en el dominio del tiempo modula la señal x(t) con portadoras de frecuencia seleccionable. El resultado de la modulación es enviado por un canal cuya respuesta al impulso es h[n] y proviene del "Canal B" del ejercicio anterior. Analice y estudie el funcionamiento del sistema completo, desde la entrada analógica x(t) hasta la salida discreta y[n], y responda:



a) Grafique el espectro de x[n]. Teniendo en cuenta la periodicidad teórica y sabiendo que 2π=Fs.
b) Grafique el espectro de xm[n] para una de las 3 frecuencias posibles de seleccionar.
c) Para la frecuencia elegida, grafique el espectro de k[n] y cite la o las propiedades que describen y le permite obtener este resultado.
d) Grafique el espectro de y[n] para las 3 frecuencias posibles (f1, f2 y f3) analizando las amplitudes resultantes del cruce de la señal por el canal.
e) Teniendo en cuenta que la convolución es un proceso complejo y muy demandante de recursos computacionales, energía y tiempo… ¿Qué alternativa de implementación de este sistema propone?