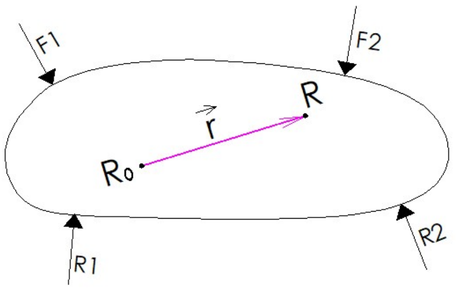
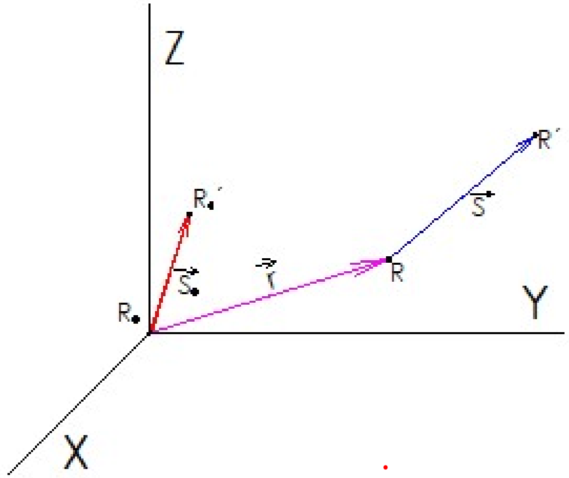
DESPLAZAMIENTO

Supongamos tener un solido deformable sometido a un sistema de fuerzas exteriores en equilibrio
Por estar en equilibrio no se mueve pero experimenta deformaciones





Dos puntos **R₀** y **R** experimentan los desplazamientos **S₀** y **S**

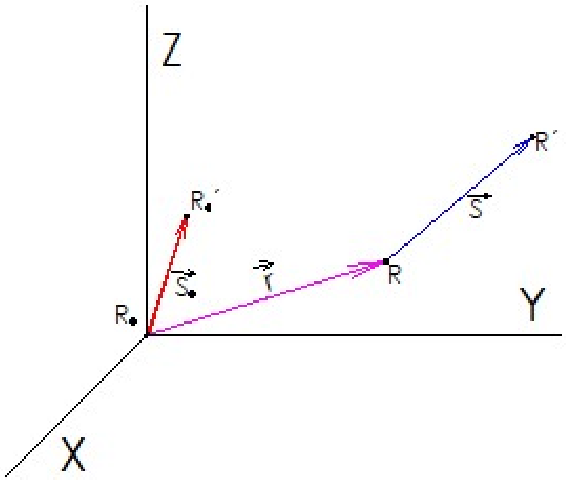
r es el vector posición de **R** respecto de **R₀**

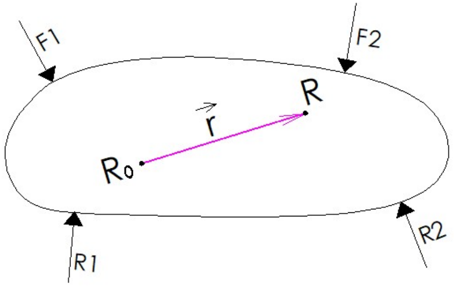
El desplazamiento **S** de cada punto es un vector función del punto (función vectorial del punto)
Su expresión vectorial en el sistema cartesiano es: $\vec{S} = u\,\hat{i} + v\,\hat{j} + w\,\hat{k}$

Donde ***u, v, w*** son las componentes de **S** y son funciones escalares del punto

$$u(x, y, z)$$
$$v(x, y, z)$$
$$w(x, y, z)$$

DESPLAZAMIENTO





Desarrollando las funciones escalares sobre los ejes en serie de Taylor tomando como origen el punto **R**o de coordenadas ***u***o, ***v***o, ***w***o:

$$u = u_o + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_0 y + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_0 z$$

$$u = v_o + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_0 y + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_0 z$$

$$u = w_o + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_0 x + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_0 y + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_0 z$$

En forma de notación matricial: $[u_i] = [u_{oi}] + \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right].[x_j]$

Donde: $[u_i],[u_{oi}],[x_j]$ Representan los vectores: $\vec{S}, \vec{S}o, \vec{r}$

DESPLAZAMIENTO

Donde la matriz:

$$\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial u}{\partial y} & \dfrac{\partial u}{\partial z}\\[2mm] \dfrac{\partial v}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial y} & \dfrac{\partial v}{\partial z}\\[2mm] \dfrac{\partial w}{\partial x} & \dfrac{\partial w}{\partial y} & \dfrac{\partial w}{\partial z}\end{bmatrix}$$

Es un tensor y es el llamado Jacobiano de la función vectorial: $\vec{S}$

Según las propiedades de las matrices cuadradas este tensor representado en su forma matricial podemos escribirlo:

$$[T]=\underbrace{\frac{1}{2}\left[[T]^T+[T]\right]}_{\text{T simétrico}}+\underbrace{\frac{1}{2}\left[[T]-[T]^T\right]}_{\text{T anti-simétrico}}$$

$$[T_{sim}]=[T_S]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial x} & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)\\[2mm] \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) & \dfrac{\partial v}{\partial y} & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)\\[2mm] \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right) & \dfrac{\partial w}{\partial z}\end{bmatrix}$$

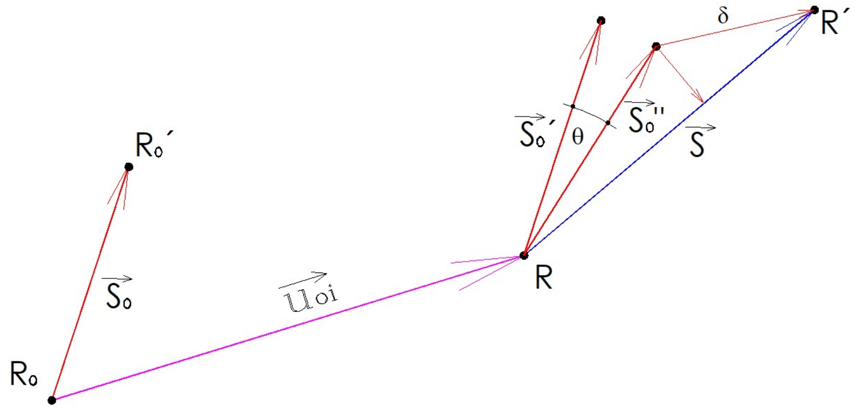
$$[T_{anti}]=[T_a]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial x} & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}-\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}-\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)\\[2mm] \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial v}{\partial x}\right) & \dfrac{\partial v}{\partial y} & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}-\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)\\[2mm] \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right) & \dfrac{\partial w}{\partial z}\end{bmatrix}$$

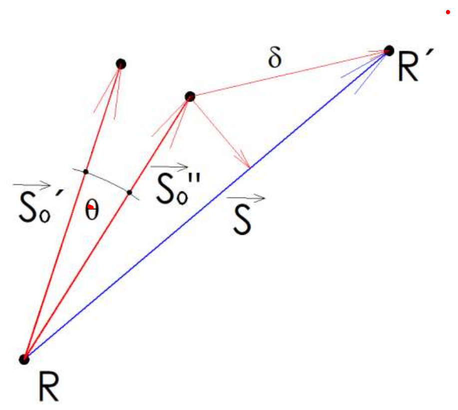
ECUACIÓN DE DESPLAZAMIENTO

La ecuación de desplazamiento en función de los tensores simétrico y anti simétrico

$$[u_i] = \underbrace{[u_{oi}]}_{(1)} + \underbrace{[Ta].[x_j]}_{(2)} + \underbrace{[Ts].[x_j]}_{(3)}$$

(1) Representa una traslación rígida del desplazamiento $\overrightarrow{S_o}$ a $\overrightarrow{S_o}'$





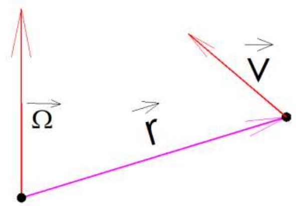
(2) Representa una rotación rígida del desplazamiento $\overrightarrow{S_o}'$ a $\overrightarrow{S_o}''$

En un movimiento de rotación la velocidad de un punto es:

$$\vec{v} = \vec{\Omega} \times \vec{r} = (\omega_y z - \omega_z y)\,\hat{i} + (\omega_z x - \omega_x z)\,\hat{j} + (\omega_x y - \omega_y x)\,\hat{k}$$

$$\vec{v} = v_x\,\hat{i} + v_y\,\hat{j} + v_z\,\hat{k}$$

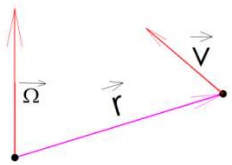
$$v_x = \omega_y z - \omega_z y$$
$$v_y = \omega_z x - \omega_x z$$
$$v_z = \omega_x y - \omega_y x$$



ROTACIÓN RÍGIDA

El rotacional del campo vectorial de las velocidades es:

$$rot\ \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\hat{k} \qquad (1)$$



Como las componentes del vector velocidad son:

$$v_x = \omega_y z - \omega_z y$$
$$v_y = \omega_z x - \omega_x z$$
$$v_z = \omega_x y - \omega_y x$$

Derivando estas componentes según (1) nos queda: $\mathrm{rot}\ \vec{v} = 2\omega_x\ \hat{i} + 2\omega_y\ \hat{j} + 2\omega_z\ \hat{k} = 2\vec{\Omega}$

El desplazamiento en un tiempo Δt $\quad S_r = \vec{v}.\Delta t = \Omega \times \vec{r}.\Delta t = \tfrac{1}{2} rot(\vec{v}.\Delta t) \times r = \tfrac{1}{2} rot(S) \times r$

El vector posición es: $\quad r = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}$

Y el rotacional de el campo de desplazamientos **S**

$$rot\ \vec{S} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\hat{k}$$

ROTACIÓN RÍGIDA

Entonces: $$rot\ \vec{S} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)\hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right)\hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\hat{k}$$

$$r = x\,\hat{i} + y\,\hat{j} + z\,\hat{k}$$

El producto vectorial : $$S_r = \tfrac{1}{2}\,rot(S)\times r$$

Es:

$$\tfrac{1}{2}\,rot(S)\times r = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) & \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \\ x & y & z \end{vmatrix}$$

Resuelto y expresado en forma matricial queda:

$$\begin{bmatrix} S_{rx} \\ S_{ry} \\ S_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \\ \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & 0 & \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right) \\ \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) & \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

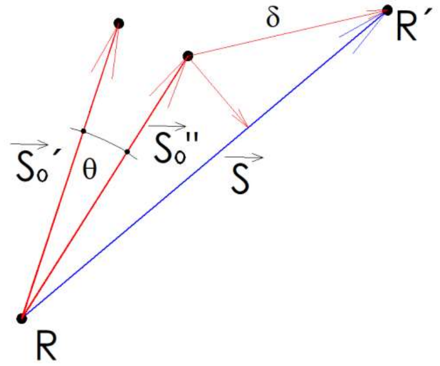
En forma sub indicada resulta: $$[S_{ri}] = [T_a].[x_j]$$

Este es el término (2) de la ecuación de desplazamiento por lo tanto se concluye que este término (2) es una rotación rígida

DEFORMACIÓN EN EL PUNTO

En nuestra ecuación:

$$[u_i] = \underbrace{[u_{oi}]}_{(1)} + \underbrace{[Ta].[x_j]}_{(2)} + \underbrace{[Ts].[x_j]}_{(3)}$$



Consideraremos la traslación y la rotación rígida ya analizadas iguales a cero

O sea: $[u_{oi}] + [Ta].[x_j] = 0$

El término (3) lo llamaremos δi deformación del punto: $[\delta_i] = [T_s].[x_j]$

Es la aplicación de un tensor simétrico sobre un vector posición.

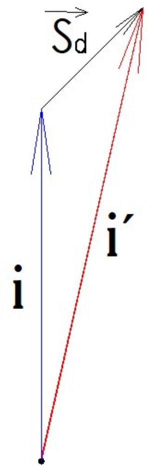
La aplicación del tensor simétrico [Ts] sobre un vector posición nos da el vector deformado

Aplicando [Ts] en particular sobre los versores de los ejes cartesianos:

Para el versor **i** (1,0,0) sobre el eje X

$$[i'] = [i] + [T_s].[i]$$

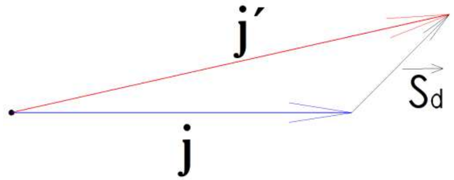
$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + [T_s].\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ 1/2\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \\ 1/2\left(\dfrac{\partial u}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\right) \end{bmatrix}$$



Para el versor **j** (0,1,0) sobre el eje Y

$$[j'] = [j] + [T_s].\, j$$

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + [T_s].\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) \\ 1 + \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ 1/2\left(\dfrac{\partial v}{\partial z} + \dfrac{\partial w}{\partial y}\right) \end{bmatrix}$$



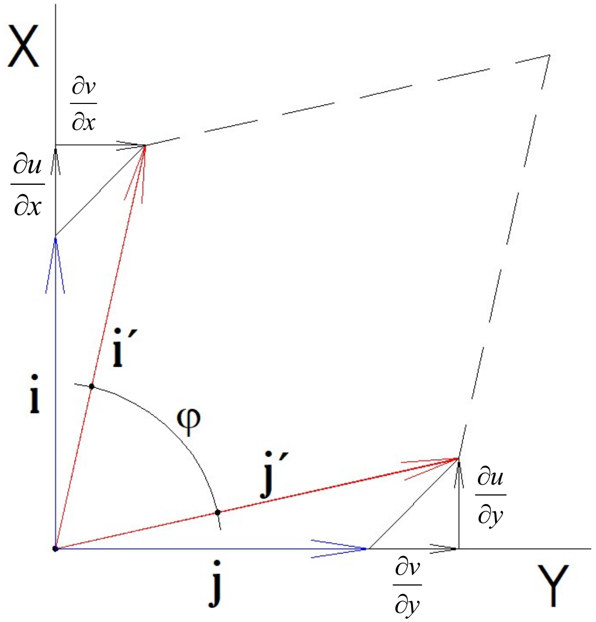
Para el versor **k** (0,0,0) sobre el eje Z

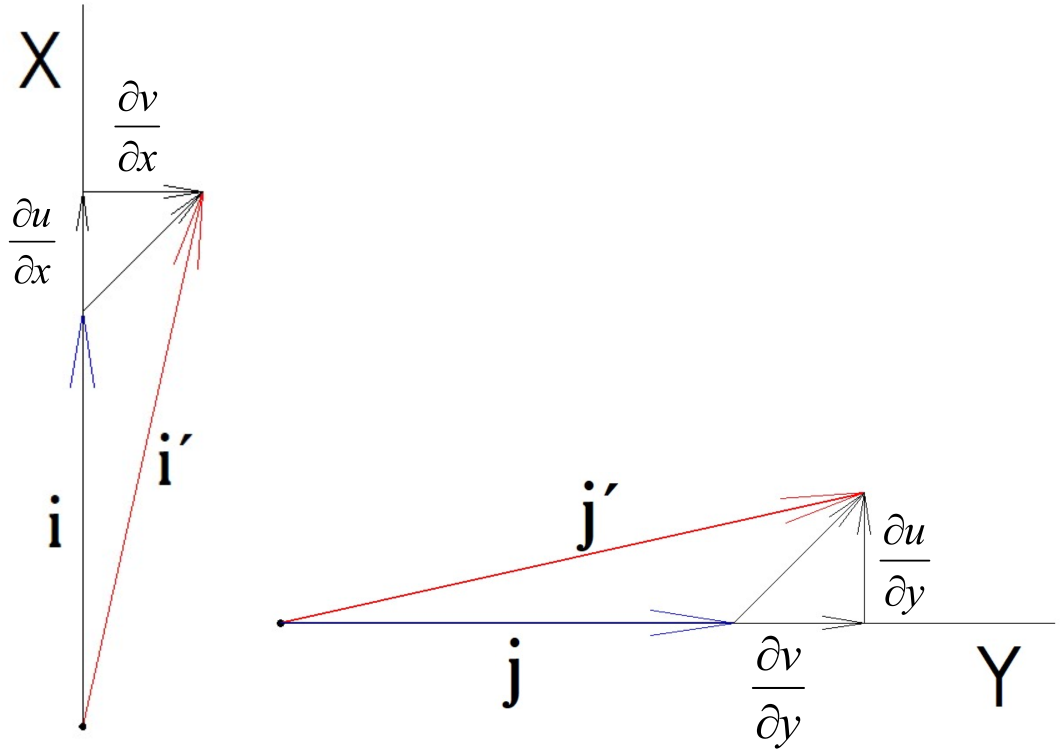
$$[k'] = [k] + [T_s].\, k$$

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + [T_s].\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2\left(\dfrac{\partial w}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial z}\right) \\ 1/2\left(\dfrac{\partial w}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial z}\right) \\ 1 + \dfrac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$$

DISTORSIÓN ANGULAR

El ángulo inicial entre versores ortogonales es 90 grados.
Al deformarse como hemos visto el ángulo entre ellos varía, a esta variación angular la llamaremos distorsión angular del punto.





La distorsión angular entre los dos versores se mide a través del coseno del ángulo comprendido entre ellos:

$$\cos(\varphi) = \frac{i'.j'}{|i'|.|j'|} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

DISTORSIÓN ANGULAR

De la misma manera se deduce la distorsión entre los otros ejes

$$\cos(\beta) = \frac{j'.k'}{|j'|.|k'|} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{i'.k'}{|i'|.|k'|} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

La deformación volumétrica

$$\vec{v}' = \hat{i}\,.\,\hat{j}\,.\,\hat{k} = Det[\delta] = Det[T_s]$$

$$\vec{v}' = 1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Relacionando con el valor inicial:

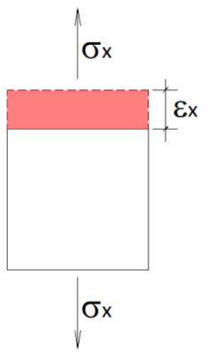
$$\frac{v' - v}{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = div(S)$$

Divergencia del campo vectorial
de desplazamientos (escalar)

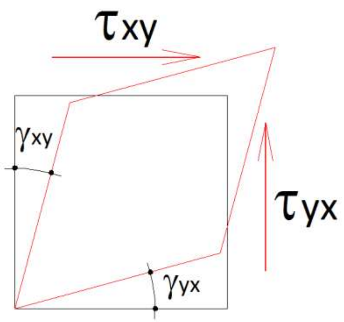
DISTORSIÓN ANGULAR

Resumiendo:
Todo punto de un sólido deformable sometido a un estado tensional, esta sujeto a deformación.

El cubo elemental (dx,dy,dz), representativo de un punto dentro del sólido deformable sufre deformaciones longitudinales de las aristas y distorsiones angulares entre ellas.



DEFORMACIÓN LONGITUDINAL



DISTORSIÓN ANGULAR

El estado de deformación viene expresado por el tensor simétrico de deformación:

$$[\delta]=[T_s].\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

$$[T_{sim}]=[T_S]=$$

Con:

$$\varepsilon_i=\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

$$\gamma_{ij}=\frac{1}{2}.\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad i\neq j$$

El tensor de deformación principal:

$$[\delta_p]=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

En las direcciones principales solo existen deformaciones longitudinales no existen distorsiones.

RELACIÓN ENTRE TENSIÓN Y DEFORMACIÓN

Hemos visto que el estado de tensión y deformación están representados por magnitudes tensoriales
Se representa por 6 magnitudes escalares

Existe relación entre el tensor de deformación $[\delta]$ y el tensor de tensiones $[\sigma]$

El estado de deformación esta originado por el estado de tensión

Cada una de las componentes del estado de deformación es función de las componentes del estado de tensión
Para un material isótropo las direcciones principales de las deformaciones expresadas por $[\delta]$ coincide con las direcciones principales del estado tensional dado por $[\sigma]$

Sea:

$$[\sigma]=\begin{bmatrix}\sigma_1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_3\end{bmatrix} \qquad [\delta]=\begin{bmatrix}\delta_1 & 0 & 0\\ 0 & \delta_2 & 0\\ 0 & 0 & \delta_3\end{bmatrix}$$

Se puede poner que: $[\delta]=F[\sigma]$ F es una función que vincula ambos estados

Para la representación en las direcciones principales es:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= F_1(\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3)\\ \varepsilon_2 &= F_2(\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3)\\ \varepsilon_3 &= F_3(\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3)\end{aligned}$$

Donde las Fi son funciones independientes de la base donde se representa y solo depende del material y del esquema de fuerzas

LEY DE HOOKE

Las funciones que conectan las tensiones y deformaciones proviene de leyes experimentales observables .

La ley de Hooke establece un relación lineal entre tensión y deformación. Esta ley se cumple en lo que definiremos como periodo de comportamiento elástico lineal del material.

Si σ es una tensión

Y ε es la deformación específica debida a esa tensión

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Deformación especifica

Relación entre la deformación en una dirección y su longitud antes de la deformación

Adimensional

Se establece la siguiente relación: $\varepsilon = \alpha.\sigma$

Donde α es un coeficiente de proporcionalidad

Como en la práctica α es muy pequeño se toma su inversa $\frac{1}{\alpha} = E$

E: módulo de deformación longitudinal
Unidad: ej Kg/cm2 (fuerza sobre superficie)

Entonces la relación entre tensión y deformación viene expresada por La siguiente expresión denominada ley de Hooke:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

De la misma manera se establece una relación de proporcionalidad entre las deformaciones transversales (distorsiones angulares) y las tensiones tangenciales que las originan:

$$\boxed{\gamma = \frac{\tau}{G}}$$

G: módulo de deformación transversal
Unidad: ej Kg/cm2 (fuerza sobre superficie)

DILATACIÓN TRANSVERSAL

Otro fenómeno observable y medible es la dilatación transversal

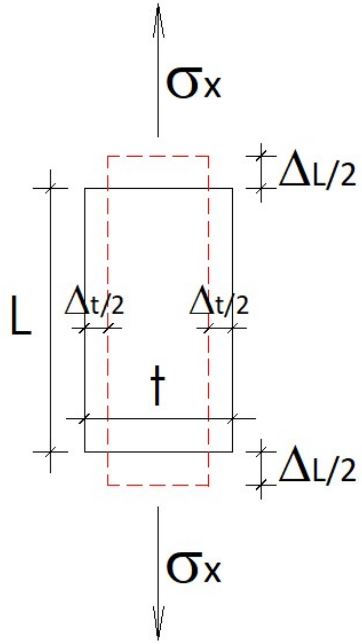
Toda tensión en una dirección provoca una deformación en esa dirección pero además una deformación en una dirección ortogonal a la de la tensión dada.

Llamando εL a la deformación específica longitudinal ocurrida en la dirección de la tensión actuante
Y εt a la deformación específica en la dirección ortogonal a la tensión actuante

Se establece la siguiente relación: $\boxed{\mu = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l}}$

Siendo: $\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l}$

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{t}$$

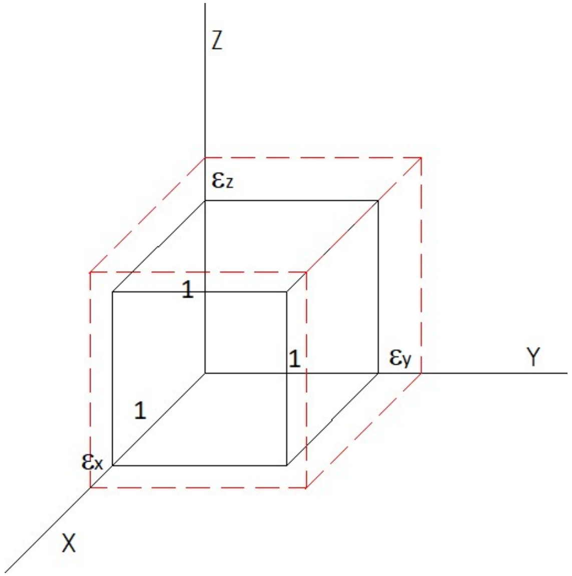


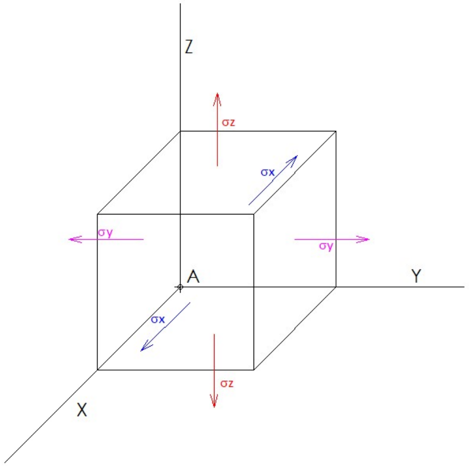
Donde μ es el coeficiente de Poisson que relaciona la deformación transversal con la deformación longitudinal
Es un coeficiente adimensional que depende del material
Se puede utilizar su inversa:

$$m = \frac{1}{\mu}$$

DEFORMACIÓN VOLUMÉTRICA

Si sobre un punto hay actuando un estado de tensiones axiles únicamente, y representando el punto a través de un cubo unitario tenemos:





Siendo el volumen inicial **Vi=1**:

$$Vf = (1+\varepsilon_x).(1+\varepsilon_y).(1+\varepsilon_z) = 1+\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$$

$$\Delta V = Vf - Vi = 1+\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z - 1 = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$$

$$\frac{\Delta V}{1} = \varepsilon_v = \varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$$

Si el punto esta sometido a un sistema de tensión esférico (presión hidrostática): $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -p$

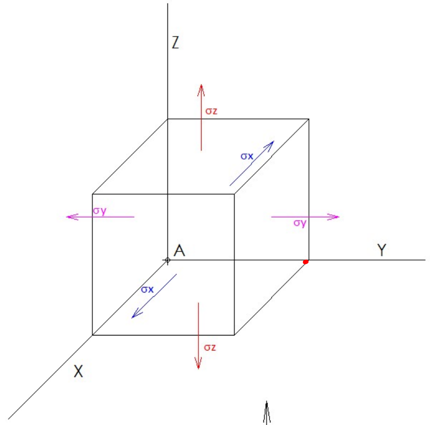
Entonces: $K\varepsilon_v = -p_z$

K: módulo de deformación volumétrica
Unidad: ej Kg/cm2

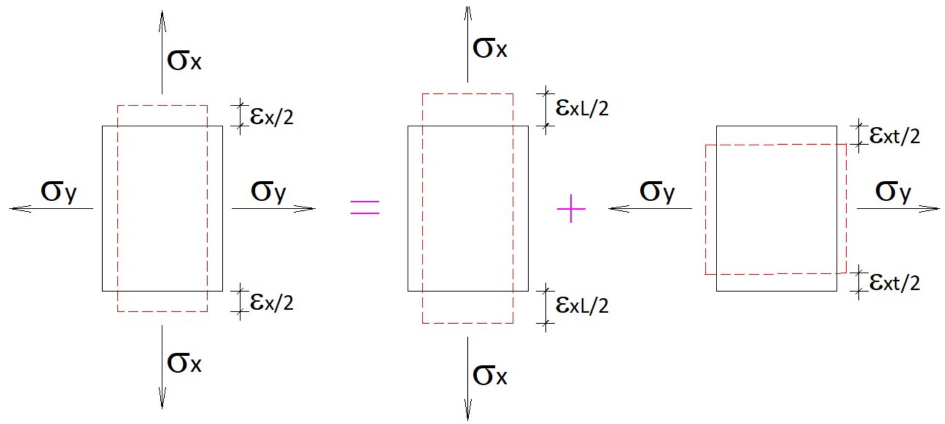
LEY DE HOOKE GENERALIZADA

Las deformación longitudinal en euna dirección, no es solo función de la tensión en esa dirección, sino tambien es función de las tensiones actuantes en la dirección transversal en función de la ley de dilatación transversal a través del coeficiente de de Poisson μ

Sea un estado triple de tensiones axile



Observando el esquema:



Se deduce: $\varepsilon_x = \varepsilon_{xL} - \varepsilon_{xT}$

O sea que la deformación especifica total en una dirección se compone de la propia en esa dirección menos la producida por la acción transversal en la otra dirección

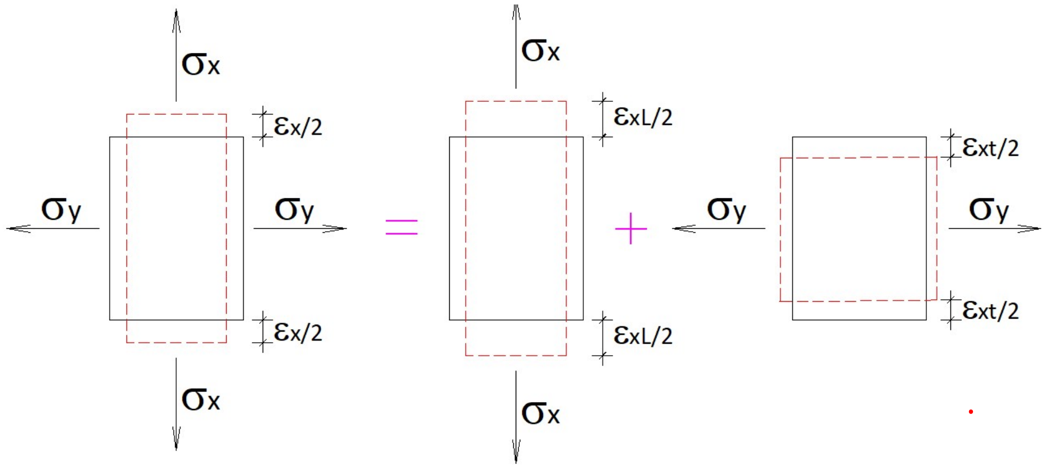
LEY DE HOOKE GENERALIZADA

Utilizando la ley de Hooke ya vista y tenien
presente lo ocurrente en las tres direccion
sistema

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{xL} - \varepsilon_{xT}$$

$$\varepsilon_{x^L} = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_{x^t} = \mu.\left(\frac{\sigma_y + \sigma_z}{E}\right)$$



$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu\frac{\sigma_y}{E} - \mu\frac{\sigma_z}{E} = \frac{\sigma_x}{E} - \mu.\left(\frac{\sigma_y + \sigma_z}{E}\right)$$

Análogamente:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \mu\left(\frac{\sigma_x + \sigma_z}{E}\right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \mu\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{E}\right)$$

Sacando factor común nos quedan la ley de **Hooke generalizada** para sistemas triaxiales de tensiones:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \mu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left(\sigma_z - \mu\left(\sigma_y + \sigma_x\right)\right)$$

Sistema plano de tensiones:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \mu.\sigma_y\right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \mu.\sigma_x\right)$$

RELACIONES ENTRE LAS CONSTANTES ELÁSTICAS

Basándose en relaciones funcionales entre tensiones normales y tangenciales , podemos establecer las siguientes formulas que ligan las constantes elásticas
Conociendo dos de ellas se pueden determinar las restantes:

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

EJEMPLOS DE CONSTANTES ELÁSTICAS DE MATERIALES

Material	**Módulo Elástico Longitudinal: E** kg/cm^2	**Módulo Elástico Transversal: G** kg/cm^2	Coeficiente de Poisson	**Módulo Elástico Volumétrico: K** kg/cm^2
Acero (Promedio)	$2.10x10^6$	$0.81x10^6$	0.30	$1.00x10^6$
Aluminio	$0.76x10^6$	$0.28x10^6$	0.36	$0.40x10^6$
Bronce	$1.10x10^6$	$0.45x10^6$	0.22	$0.47x10^6$
Hormigón	$0.20x10^6$	$0.08x10^6$	0.20	$0.08x10^6$