MOMENTO LINEAL, IMPULSO Y CHOQUES

8

?¿Qué podría causar una lesión más grave: ser tacleado por un jugador ligero que corre rápidamente, o ser tacleado por un jugador con el doble de masa, pero que corre con una rapidez que equivale a la mitad de la del primero?

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- El significado de momento lineal de una partícula y cómo el impulso de la fuerza neta que actúa sobre una partícula hace que su momento lineal varíe.
- Las condiciones en las que el momento lineal total de un sistema de partículas es constante (es decir, se conserva).
- A resolver problemas en los que dos cuerpos chocan entre sí.
- La importante distinción entre choques elásticos, inelásticos y totalmente inelásticos.
- La definición del centro de masa de un sistema y qué determina la forma en que se mueve el centro de masa.
- A analizar situaciones, como la propulsión de un cohete, en las que la masa de un cuerpo cambia conforme se mueve.

Hay muchas preguntas relacionadas con fuerzas que no pueden contestarse aplicando directamente la segunda ley de Newton, $\sum\vec{F} = m\vec{a}$. Por ejemplo, si un camión de 18 ruedas choca de frente con un auto compacto, ¿qué determina hacia dónde se mueven los restos después del choque? Cuando usted juega billar, ¿cómo decide la dirección que debe dar a la bola blanca para meter la bola 8 en una buchaca? Y cuando un meteorito choca contra la Tierra, ¿qué tanta de la energía cinética del meteorito se libera en el impacto?

Algo que tienen en común todas estas preguntas es que implican fuerzas acerca de las que sabemos muy poco: las fuerzas que actúan entre el auto y el camión, entre las dos bolas de billar o entre el meteorito y la Tierra. Lo curioso es que en este capítulo veremos que ¡no necesitamos saber *nada* acerca de esas fuerzas para contestar preguntas de este tipo!

Nuestro enfoque utiliza dos conceptos nuevos, *momento lineal* e *impulso*, y una nueva ley de conservación, la de *conservación del momento lineal*, tan importante como la de conservación de la energía. La ley de conservación del momento lineal es válida aun en situaciones en las que las leyes de Newton son inadecuadas, tales como cuerpos que se mueven con una rapidez muy alta (cercana a la de la luz) u objetos muy pequeños (como las partículas que constituyen los átomos). En el ámbito de la mecánica newtoniana, la conservación del momento lineal nos permite analizar muchas situaciones que serían muy difíciles si tratáramos de aplicar las leyes de Newton directamente. Entre ellas están los *choques*, en los que dos cuerpos ejercen, uno sobre el otro, fuerzas muy grandes durante un lapso muy breve.

8.1 Momento lineal e impulso

En el capítulo 6 reexpresamos la segunda ley de Newton para una partícula, $\sum\vec{F} = m\vec{a}$, en términos del teorema del trabajo y la energía, el cual nos ayudó a resolver muchos problemas y nos llevó a la ley de conservación de la energía. Volvamos a $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ y veamos otra forma útil de replantear esta ley fundamental.

Segunda ley de Newton en términos del momento lineal

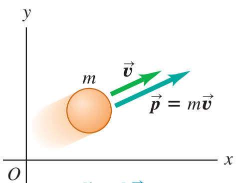
Consideremos una partícula de masa constante m. (Más adelante, en este mismo capítulo, veremos cómo manejar situaciones en las que la masa de un cuerpo cambia.) Puesto que $\vec{a} = d\vec{v}/dt$, podemos escribir la segunda ley de Newton para esta partícula así:

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \tag{8.1}$$

Podemos introducir m en la derivada porque es constante. Así, la segunda ley de Newton dice que la fuerza neta $\sum \vec{F}$ que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio de la combinación $m\vec{v}$, el producto de la masa y la velocidad de la partícula. Llamamos a esta combinación **momento lineal** de la partícula. Si usamos el símbolo $\vec{p}$ para el momento lineal, tenemos

$$\vec{p} = m\vec{v} \qquad \text{(definición de momento lineal)} \tag{8.2}$$

8.1 Los vectores de velocidad y de momento lineal de una partícula.



El momento lineal $\vec{p}$ es una cantidad vectorial; el momento lineal de una partícula tiene el mismo sentido que su velocidad $\vec{v}$.

Cuanto mayor es la masa m y la rapidez v de una partícula, mayor es la magnitud de su momento lineal mv. Sin embargo, tenga en mente que el momento lineal es una cantidad vectorial con la misma dirección que la velocidad de la partícula (figura 8.1). De esta forma, un automóvil que viaja al norte a 20 m/s y un automóvil idéntico que viaja al este a 20 m/s tienen la misma *magnitud* de momento lineal (mv), pero diferentes *vectores* de momento lineal $(m\vec{v})$ porque sus direcciones son distintas.

A menudo expresamos el momento lineal de una partícula en términos de sus componentes. Si la partícula tiene componentes de velocidad v_x, v_y y v_z, entonces sus componentes de momento lineal p_x, p_y y p_z (a las que también llamamos *momento lineal x*, *momento lineal y* y *momento lineal z*) están dadas por

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z \tag{8.3}$$

Estas tres ecuaciones de componentes son equivalentes a la ecuación (8.2).

Las unidades de la magnitud del momento lineal son las de masa por rapidez; las unidades del SI para momento lineal son kg · m/s.

Si sustituimos la ecuación (8.2), la definición de momento lineal, en la ecuación (8.1), tenemos

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \text{(segunda ley de Newton en términos de momento lineal)} \tag{8.4}$$

8.2 Si un automóvil que se desplaza con gran rapidez se detiene súbitamente, el momento lineal del conductor (masa por velocidad) se reduce de un valor alto a cero en un breve lapso. Una bolsa de aire hace que el conductor pierda momento lineal más gradualmente que si se impactara en forma abrupta contra el volante; de esta forma, la fuerza ejercida sobre el conductor y, por lo tanto, la posibilidad de resultar lesionado, se reducen.

La fuerza neta (la suma vectorial de todas las fuerzas) que actúa sobre una partícula es igual a la rapidez de cambio del momento lineal de la partícula. Ésta, y no $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, es la forma en que Newton planteó originalmente su segunda ley (aunque él llamó *momentum* al momento lineal), y sólo es válida en marcos de referencia inerciales.

Según la ecuación (8.4), un cambio rápido de momento lineal requiere una fuerza neta grande, mientras que un cambio gradual de momento lineal requiere una fuerza neta menor. Este principio se usa en el diseño de dispositivos de seguridad para automóviles como las bolsas de aire (figura 8.2).

Teorema del impulso y el momento lineal

El momento lineal de una partícula $\vec{p} = m\vec{v}$ y su energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$ dependen de la masa y la velocidad de la partícula. ¿Qué diferencia fundamental hay entre estas cantidades? Una respuesta puramente matemática es que el momento lineal es un vector cuya magnitud es proporcional a la rapidez, mientras que la energía cinética es un escalar proporcional al cuadrado de la rapidez. Sin embargo, para ver la diferencia *física* entre momento lineal y energía cinética, necesitamos definir una cantidad íntimamente relacionada con el momento lineal: el *impulso*.

Consideremos primero una partícula sobre la que actúa una fuerza neta *constante* $\sum \vec{F}$ durante un tiempo Δt, de t_1 a t_2. (Veremos el caso de fuerzas variables dentro de poco.) El **impulso** de la fuerza neta, denotado con $\vec{J}$, se define como el producto de la fuerza neta y el intervalo de tiempo:

$$\vec{J} = \Sigma\vec{F}(t_2 - t_1) = \Sigma\vec{F}\,\Delta t \quad \text{(suponiendo una fuerza neta contante)} \qquad (8.5)$$

El impulso es una cantidad vectorial; su dirección es la de la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ y su magnitud es el producto de la magnitud de la fuerza neta y el tiempo en que ésta actúa. Las unidades de impulso en el SI son newton-segundo $(\mathrm{N \cdot s})$. Dado que $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}$, las unidades también son $\mathrm{kg \cdot m/s}$, idénticas a las del momento lineal.

Para ver para qué nos sirve el impulso, volvamos a la segunda ley de Newton planteada en términos de momento lineal, la ecuación 8.4. Si la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ es constante, $d\vec{p}/dt$ también es constante. En tal caso, $d\vec{p}/dt$ es igual al cambio *total* de momento lineal $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ durante el lapso $t_2 - t_1$, dividido entre el lapso:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{t_2 - t_1}$$

Si multiplicamos esta ecuación por $(t_2 - t_1)$, tenemos

$$\Sigma\vec{F}(t_2 - t_1) = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Al comparar esto con la ecuación (8.5) obtenemos un resultado conocido como **teorema del impulso y el momento lineal**:

$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \qquad \text{(teorema del impulso y el momento lineal)} \qquad (8.6)$$

El cambio del momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre la partícula durante ese intervalo.

El teorema del impulso y el momento lineal también se cumple si las fuerzas no son constantes. Para comprobarlo, integramos los dos miembros de la segunda ley de Newton $\Sigma\vec{F} = d\vec{p}/dt$ con respecto al tiempo entre los límites t_1 y t_2:

$$\int_{t_1}^{t_2} \Sigma\vec{F}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

La integral de la izquierda es, por definición, el impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ durante este intervalo:

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma\vec{F}\,dt \qquad \text{(definición general de impulso)} \qquad (8.7)$$

Con esta definición, el teorema del impulso y el momento lineal $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, ecuación (8.6), es válido aun si la fuerza neta $\Sigma\vec{F}$ varía con el tiempo.

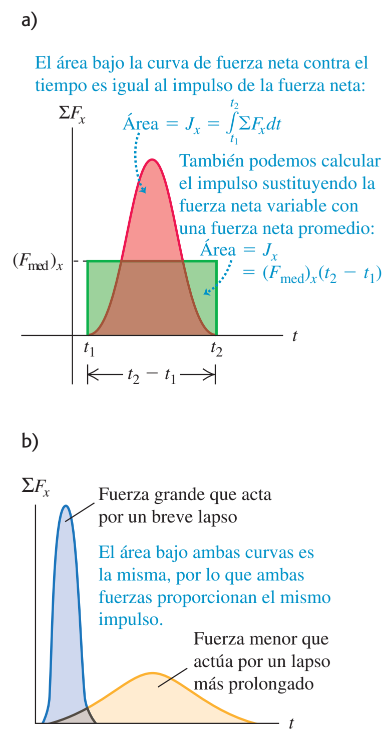
Podemos definir una fuerza neta *media* $\vec{F}_{\mathrm{med}}$ tal que, aun si $\Sigma\vec{F}$ no es constante, el impulso $\vec{J}$ esté dado por

$$\vec{J} = \vec{F}_{\mathrm{med}}(t_2 - t_1) \qquad (8.8)$$

Si $\Sigma\vec{F}$ es constante, $\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\mathrm{med}}$ y la ecuación (8.8) se reduce a la ecuación (8.5).

La figura 8.3a muestra una gráfica de la componente x de la fuerza neta ΣF_x en función del tiempo durante un choque. Esto podría representar la fuerza sobre un balón que está en contacto con el pie de un futbolista entre los tiempos t_1, y t_2. La componente x del impulso durante ese intervalo está representada por el área roja bajo la curva entre t_1 y t_2, que es igual al área rectangular delimitada por t_1, t_2, y $(F_{\mathrm{med}})_x$, así que $(F_{\mathrm{med}})_x(t_2 - t_1)$ es igual al impulso de la fuerza variable real durante el mismo

8.3 El significado del área roja bajo una gráfica de ΣF_x contra t.



intervalo. Observe que una fuerza grande que actúa durante un breve tiempo puede tener el mismo impulso que una fuerza menor que actúa por un tiempo más prolongado si las áreas bajo las curvas fuerza-tiempo son iguales (figura 8.3b). En esos términos, una bolsa de aire de un automóvil (figura 8.2) provee el mismo impulso al conductor que el volante o el tablero pero aplicando una fuerza menos intensa y menos dañina durante un tiempo más prolongado.

Tanto el impulso como el momento lineal son vectores, y las ecuaciones (8.5) a (8.8) son vectoriales. En problemas específicos suele ser más fácil usarlas en su forma de componentes:

$$\begin{aligned} J_x &= \int_{t_1}^{t_2} \Sigma F_x \, dt = (F_{\text{med}})_x(t_2 - t_1) = p_{2x} - p_{1x} = mv_{2x} - mv_{1x} \\ J_y &= \int_{t_1}^{t_2} \Sigma F_y \, dt = (F_{\text{med}})_y(t_2 - t_1) = p_{2y} - p_{1y} = mv_{2y} - mv_{1y} \end{aligned} \qquad (8.9)$$

y lo mismo para la componente z.

Comparación de momento lineal y energía cinética

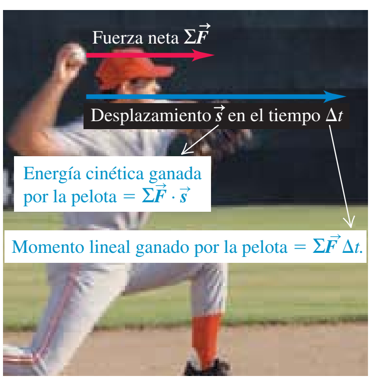
6.1 Momento lineal y cambio de energía

Ahora podemos ver la diferencia fundamental entre momento lineal y energía cinética. El teorema del impulso y el momento lineal $\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ dice que los cambios en el momento lineal de una partícula se deben al impulso, que depende del *tiempo* durante el que actúa la fuerza neta. En cambio, el teorema del trabajo y la energía $W_{\text{tot}} = K_2 - K_1$ nos dice que la energía cinética cambia cuando se realiza trabajo sobre una partícula; el trabajo total depende de la *distancia* en la que actúa la fuerza neta. Considere una partícula que parte del reposo en t_1, de manera que $\vec{v}_1 = \mathbf{0}$. Su momento lineal inicial es $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1 = \mathbf{0}$, y su energía cinética inicial es $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = 0$. Ahora, una fuerza neta constante igual a $\vec{F}$ actúa sobre el cuerpo del tiempo t_1 al tiempo t_2. En este intervalo, la partícula se mueve una distancia s en la dirección de la fuerza. Por la ecuación (8.6), el momento lineal del cuerpo en el instante t_2 es

$$\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \vec{J} = \vec{J}$$

donde $\vec{J} = \vec{F}(t_2 - t_1)$ es el impulso que actúa sobre la partícula. Así, *el momento lineal de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual*; el impulso es el producto de la fuerza neta que aceleró el cuerpo y el *tiempo* requerido para la aceleración. En cambio, la energía cinética del cuerpo en t_2 es $K_2 = W_{\text{tot}} = Fs$, el *trabajo* total efectuado sobre el cuerpo para acelerarlo desde el reposo. El trabajo total es igual al producto de la fuerza neta y la *distancia* necesaria para acelerar la partícula (figura 8.4).

8.4 La *energía cinética* de una pelota de béisbol lanzada es igual al trabajo que realiza el pitcher sobre ella (la fuerza multiplicada por la distancia que recorre la pelota durante el lanzamiento).
El *momento lineal* de la pelota es igual al impulso que le imparte el pitcher (la fuerza multiplicada por el tiempo que le llevó hacer que la pelota alcanzara su rapidez).



Apliquemos la distinción entre momento lineal y energía cinética. Suponga que puede elegir entre atrapar una pelota de 0.50 kg que se mueve a 4.0 m/s o una de 0.10 kg que se mueve a 20 m/s. ¿Cuál es más fácil de atrapar? Ambas tienen la misma magnitud de momento lineal, $p = mv = (0.50 \text{ kg})(4.0 \text{ m/s}) = (0.10 \text{ kg})(20 \text{ m/s}) = 2.0 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, pero valores muy diferentes de energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$; la bola grande y lenta tiene $K = 4.0$ J, mientras que la pequeña y rápida tiene $K = 20$ J. Puesto que el momento lineal es igual para ambas bolas, las dos requieren el mismo *impulso* para detenerse. Pero detener la bola de 0.10 kg con la mano requiere cinco veces más *trabajo* que detener la de 0.50 kg, porque la primera tiene cinco veces más energía cinética. Por lo tanto, para una fuerza dada que ejerzamos con la mano, tardaremos el mismo tiempo en detener cualquiera de las bolas, pero nuestra mano será empujada cinco veces más hacia atrás si decidimos atrapar la bola pequeña y rápida. Para minimizar el esfuerzo, debemos optar por atrapar la bola de 0.50 kg con su menor energía cinética.

Los teoremas del impulso y el momento lineal y del trabajo y la energía son relaciones entre fuerza y movimiento, y ambos se basan en las leyes de Newton; son principios *integrales* que relacionan el movimiento en dos instantes separados por un intervalo finito. En cambio, la segunda ley de Newton misma (en cualquiera las formas $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ o $\Sigma\vec{F} = d\vec{p}/dt$) es un principio *diferencial* que relaciona las fuerzas con la rapidez del cambio de velocidad o momento lineal en cada instante.

Ejemplo conceptual 8.1 Momento lineal contra energía cinética

Considere otra vez la carrera descrita en el ejemplo conceptual 6.5 (sección 6.2) entre dos veleros en un lago helado sin fricción. Los botes tienen masas m y $2m$, y el viento ejerce la misma fuerza horizontal constante $\vec{F}$ sobre cada uno (véase la figura 6.14). Los dos botes parten del reposo y cruzan la meta que está a una distancia s. ¿Cuál bote llega a la meta con mayor momento lineal?

SOLUCIÓN

En el ejemplo conceptual 6.5 pedimos comparar las *energías cinéticas* de los veleros al cruzar la meta. La forma de hacerlo no fue usando la fórmula $K = \frac{1}{2}mv^2$, sino recordando que la energía cinética de un cuerpo es igual al trabajo total efectuado para acelerarlo desde el reposo. Los dos veleros partieron del reposo, y el trabajo total efectuado entre la salida y la meta fue el mismo para ambos (porque la fuerza neta y el desplazamiento fueron iguales). Por lo tanto, los dos veleros cruzan la meta con la misma energía cinética.

De manera similar, la mejor forma de comparar los *momentos lineales* de los veleros *no* es usar la fórmula $\vec{p} = m\vec{v}$. pues ésta no basta para decidir cuál velero tiene mayor momento lineal en la meta. El velero de masa $2m$ tiene mayor masa, lo que sugiere mayor momento lineal, pero cruza la meta más lentamente que el otro, lo que sugiere menor momento lineal.

Más bien, usamos la idea de que el momento lineal de cada velero es igual al impulso que lo aceleró desde el reposo. Para cada velero, la fuerza de la gravedad hacia abajo y la fuerza normal hacia arriba suman cero, así que la fuerza neta es la fuerza horizontal constante del viento, $\vec{F}$. Sea Δt el tiempo en que un velero tarda en llegar a la meta, de manera que el impulso sobre el velero en ese tiempo es $\vec{J} = \vec{F}\,\Delta t$. El velero parte del reposo, así que esto es el momento lineal $\vec{p}$ del velero en la meta:

$$\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$$

Ambos veleros están sujetos a la misma $\vec{F}$, pero *no* tardan lo mismo en llegar a la meta. El bote de masa $2m$ acelera más lentamente y tarda más tiempo en recorrer la distancia s; por lo tanto, hay mayor impulso sobre este velero entre la salida y la meta. Así que el velero de masa $2m$ cruza la meta con mayor magnitud de momento lineal que el de masa m (pero con la misma energía cinética). ¿Puede el lector demostrar que el velero de masa $2m$ tiene $\sqrt{2}$ veces más momento lineal en la meta que el de masa m?

Ejemplo 8.2 Una pelota golpea una pared

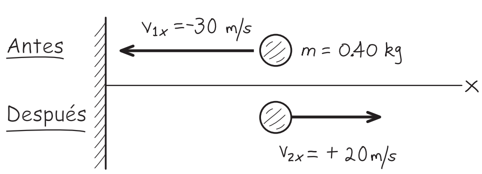
Suponga que lanza una pelota de 0.40 kg contra una pared, a la cual golpea moviéndose horizontalmente hacia la izquierda a 30 m/s y rebotando horizontalmente a la derecha con rapidez de 20 m/s. *a*) Calcule el impulso de la fuerza neta sobre la pelota durante el choque. *b*) Si la pelota está en contacto con la pared durante 0.010 s, calcule la fuerza horizontal media que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Nos dan suficiente información para determinar los valores inicial y final del momento lineal de la pelota, así que podemos usar el teorema del impulso y el momento lineal para calcular el impulso. Luego, usaremos la definición de impulso para determinar la fuerza media.

PLANTEAR: La figura 8.5 ilustra la situación. El movimiento es puramente horizontal, así que sólo necesitamos un eje. Tomaremos la horizontal como el eje x, con la dirección positiva a la derecha. La incógnita en el inciso *a*) es la componente x del impulso, J_x, que obtendremos de las componentes x del momento lineal antes y después del impacto, empleando las ecuaciones (8.9). En el inciso *b*), la incógnita es la componente x media de la fuerza, $(F_{\text{med}})_x$; una vez que conozcamos J_x, podremos obtener esa fuerza utilizando las ecuaciones (8.9).

8.5 Bosquejo para este problema.



EJECUTAR: *a*) Con el eje x que elegimos, las componentes x inicial y final del momento lineal de la pelota son

$$p_{1x} = mv_{1x} = (0.40\text{ kg})(-30\text{ m/s}) = -12\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$p_{2x} = mv_{2x} = (0.40\text{ kg})(+20\text{ m/s}) = +8.0\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

De acuerdo con la ecuación para x de las ecuaciones (8.9), la componente x del impulso es igual al *cambio* en la componente x del momento lineal:

$$\begin{aligned} J_x &= p_{2x} - p_{1x} \\ &= 8.0\text{ kg}\cdot\text{m/s} - (-12\text{ kg}\cdot\text{m/s}) = 20\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 20\text{ N}\cdot\text{s} \end{aligned}$$

b) El choque dura $t_2 - t_1 = \Delta t = 0.010$ s. De acuerdo con la ecuación para x de las ecuaciones (8.9), $J_x = (F_{\text{med}})_x(t_2 - t_1) = (F_{\text{med}})_x\,\Delta t$, así que

$$(F_{\text{med}})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = \frac{20\text{ N}\cdot\text{s}}{0.010\text{ s}} = 2000\text{ N}$$

EVALUAR: La componente x del impulso es positiva; es decir, hacia la derecha en la figura 8.5. Tal como debe ser: el impulso representa el "empujón" que la pared da a la pelota, y es obvio que tal "empujón" es hacia la derecha.

CUIDADO **El momento lineal es un vector** Puesto que el momento lineal es un vector, tuvimos que incluir el signo negativo en p_{1x}. Si por descuido lo hubiéramos omitido, habríamos obtenido $8.0\text{ kg}\cdot\text{m/s} - (12\text{ kg}\cdot\text{m/s}) = -4\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, para el impulso. Esta respuesta es a todas luces absurda, pues dice que la pared le habría dado a la pelota un empujón a la *izquierda*. Asegúrese de considerar la *dirección* del momento lineal al efectuar sus cálculos.

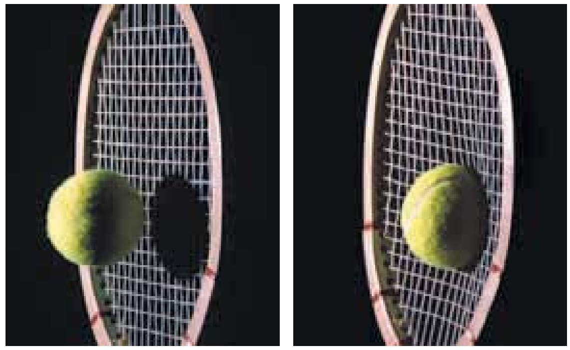
La fuerza media que la pared ejerce sobre la pelota es considerable, 2000 N (aproximadamente el peso de un objeto de 200 kg). La magnitud

continúa

de esta fuerza debe ser grande para cambiar el momento lineal de la pelota en un lapso de tiempo tan corto. Las otras fuerzas que actúan sobre la pelota durante el choque son muy débiles en comparación; por ejemplo, la fuerza gravitacional es de sólo 3.9 N. Así, durante el breve lapso que dura el choque, podemos ignorar las demás fuerzas sobre la pelota y obtener una aproximación muy buena. La figura 8.6 es una fotografía que muestra el choque de una pelota de tenis y una raqueta.

Observe que el valor de 2000 N que calculamos es sólo la fuerza horizontal *media* que la pared ejerce sobre la pelota durante el impacto, y corresponde a la línea horizontal $(F_{med})_x$ de la figura 8.3a. La fuerza horizontal es cero antes del impacto, sube hasta un máximo y luego disminuye hasta cero cuando la pelota deja de estar en contacto con la pared. Si la pelota es relativamente rígida, como una de béisbol o de golf, el choque dura poco tiempo y la fuerza máxima es grande, como en la curva azul de la figura 8.3b. Si la pelota es más blanda, como una de tenis, el choque dura más tiempo y la fuerza máxima es menor, como en la curva anaranjada en la figura 8.3b.

8.6 Por lo regular, una pelota de tenis está en contacto con la raqueta cerca de 0.01 s, y se aplana perceptiblemente por la tremenda fuerza que sobre ella ejerce la raqueta.



Ejemplo 8.3 Pateo de un balón

Un balón de soccer tiene una masa de 0.40 kg e inicialmente se mueve hacia la izquierda a 20 m/s, pero luego es pateado de manera que adquiere una velocidad con magnitud de 30 m/s y dirección de 45° hacia arriba y a la derecha (figura 8.7a). Calcule el impulso de la fuerza neta y la fuerza neta media, suponiendo que el choque dura $\Delta t = 0.010$ s.

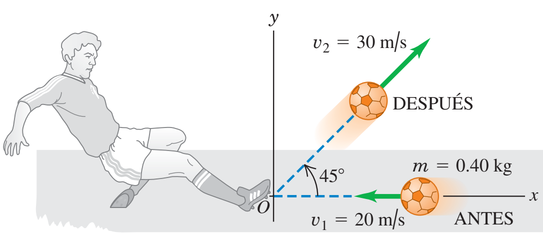
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este ejemplo utiliza los mismos principios que el ejemplo 8.2. La diferencia clave es que las velocidades inicial y final no están alineadas, así que debemos tener cuidado de tratar el momento lineal y el impulso como cantidades vectoriales, usando sus componentes x y y.

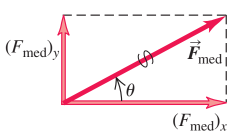
PLANTEAR: Tomamos el eje x horizontal hacia la derecha, y el y, vertical hacia arriba. Las incógnitas son las componentes del impulso neto sobre el balón, J_x y J_y, y las componentes de la fuerza neta media sobre el balón, $(F_{med})_x$ y $(F_{med})_y$. Las obtendremos usando las componentes x y y de las ecuaciones (8.9).

8.7 a) Pateo de un balón de fútbol. b) Cálculo de la fuerza media a partir de sus componentes.

a) Diagrama antes y después



b) Fuerza media sobre el balón



EJECUTAR: Con los ejes que elegimos, obtenemos las siguientes componentes de velocidad para antes (subíndice 1) y después (subíndice 2) de patear el balón:

$$v_{1x} = -20 \text{ m/s} \qquad v_{1y} = 0$$
$$v_{2x} = v_{2y} = (30 \text{ m/s})(0.707) = 21.2 \text{ m/s}$$
$$(\text{dado que } \cos 45° = \text{sen } 45° = 0.707)$$

La componente x del impulso es igual a la componente x del cambio de el momento lineal, y lo mismo para las componentes y:

$$J_x = p_{2x} - p_{1x} = m(v_{2x} - v_{1x})$$
$$= (0.40 \text{ kg})[21.2 \text{ m/s} - (-20 \text{ m/s})] = 16.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$
$$J_y = p_{2y} - p_{1y} = m(v_{2y} - v_{1y})$$
$$= (0.40 \text{ kg})(21.2 \text{ m/s} - 0) = 8.5 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Las componentes de la fuerza neta media sobre el balón son

$$(F_{med})_x = \frac{J_x}{\Delta t} = 1650 \text{ N} \qquad (F_{med})_y = \frac{J_y}{\Delta t} = 850 \text{ N}$$

La magnitud y dirección de la fuerza media son

$$F_{med} = \sqrt{(1650 \text{ N})^2 + (850 \text{ N})^2} = 1.9 \times 10^3 \text{ N}$$
$$\theta = \arctan \frac{850 \text{ N}}{1650 \text{ N}} = 27°$$

donde θ se mide hacia arriba desde el eje $+x$ (figura 8.7b). Observe que, como el balón no estaba inicialmente en reposo, su velocidad final *no* tiene la misma dirección que la fuerza media que actúa sobre él.

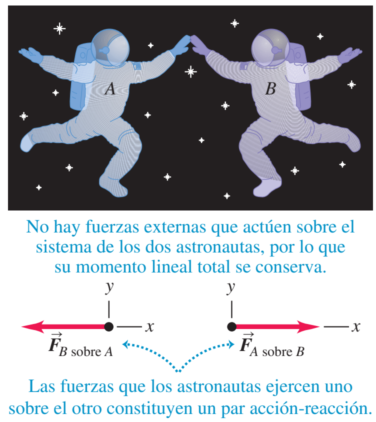
EVALUAR: La fuerza neta media $\vec{F}_{med}$ incluye los efectos de la gravedad, aunque sean pequeños; el peso del balón es de sólo 3.9 N. Al igual que en el ejemplo 8.2, la fuerza media que actúa durante el choque es ejercida casi totalmente por el objeto que el balón golpea (en este caso el pie del futbolista).

Evalúe su comprensión de la sección 8.1 Clasifique las siguientes situaciones de acuerdo con la magnitud del impulso de la fuerza neta, en orden decreciente. En cada situación un automóvil de 1000 kg se desplaza a lo largo de una carretera recta de este a oeste. i) El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se detiene en 10 s. ii) El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se detiene en 5 s. iii) El automóvil está inicialmente en reposo, y se le aplica una fuerza neta de 2000 N con dirección al este durante 10 s. iv) El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s y se le aplica una fuerza neta de 2000 N con dirección al oeste durante 10 s. v) El automóvil se desplaza inicialmente hacia el este a 25 m/s. Durante un lapso de 30 s, el automóvil invierte su sentido y termina desplazándose hacia el oeste a 25 m/s.

8.2 Conservación del momento lineal

El concepto de momento lineal tiene especial importancia en situaciones en las que dos o más cuerpos *interactúan*. Para ver por qué, consideremos primero un sistema idealizado de dos cuerpos que interactúan entre sí, y con nada más; por ejemplo, dos astronautas que se tocan mientras flotan libremente en el espacio exterior en un ambiente de gravedad cero (figura 8.8). Consideremos a los astronautas como partículas. Cada partícula ejerce una fuerza sobre la otra; según la tercera ley de Newton, las dos fuerzas siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Por lo tanto, los *impulsos* que actúan sobre las dos partículas son iguales y opuestos, y los cambios de momento lineal de las dos partículas serán iguales y opuestos.

8.8 Dos astronautas se empujan mutuamente mientras flotan libres en el entorno de gravedad cero del espacio exterior.



Repasemos esto a la luz de ciertos términos nuevos. En cualquier sistema, las fuerzas que las partículas del sistema ejercen entre sí se denominan **fuerzas internas**; las ejercidas sobre cualquier parte del sistema por algún objeto externo son **fuerzas externas**. En el sistema de la figura 8.8, las fuerzas internas son $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$, ejercida por la partícula B sobre la A, y $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$ ejercida por la partícula A sobre la B. *No hay* fuerzas externas, así que tenemos un **sistema aislado**.

La fuerza neta sobre la partícula A es $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$ y sobre la partícula B, $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$, así que, por la ecuación (8.3), las razones de cambio del momento lineal de ambas partículas son

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} \qquad \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_B}{dt} \tag{8.10}$$

El momento lineal de cada partícula cambia, pero estos cambios están relacionados entre sí por la tercera ley de Newton: las dos fuerzas, $\vec{F}_{B \text{ sobre } A}$ y $\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$ siempre son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Es decir, $\vec{F}_{B \text{ sobre } A} = -\vec{F}_{A \text{ sobre } B}$, así que $\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \mathbf{0}$. Sumando las dos ecuaciones de la ecuación (8.10), tenemos

$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt} = \mathbf{0} \tag{8.11}$$

Las razones de cambio de los dos momentos lineales son iguales y opuestas, así que la razón de cambio de la suma vectorial $\vec{p}_A + \vec{p}_B$ es cero. Ahora definimos el **momento lineal total** $\vec{P}$ del sistema de dos partículas como la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales. Esto es,

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B \tag{8.12}$$

Así, la ecuación (8.11) se convierte finalmente en

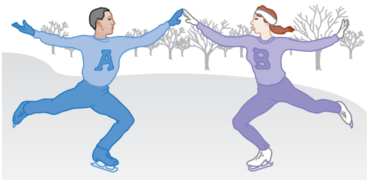
$$\vec{F}_{B \text{ sobre } A} + \vec{F}_{A \text{ sobre } B} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \mathbf{0} \tag{8.13}$$

La razón de cambio del momento lineal *total* $\vec{P}$ es cero. Por lo tanto, el momento lineal total del sistema es constante, aunque los momentos lineales individuales de las partículas que constituyen el sistema pueden cambiar.

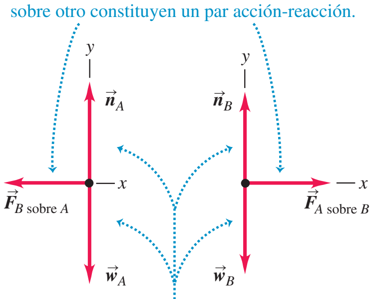
ActivPhysics ONLINE

- 6.3 Conservación del momento lineal y choques
- 6.7 Problemas de explosión
- 6.10 Péndulo persona-proyectil, boliche

8.9 Dos patinadores se tocan mientras patinan en una superficie horizontal sin fricción. (Compare con la figura 8.8.)



Las fuerzas que los patinadores ejercen uno sobre otro constituyen un par acción-reacción.



Aunque las fuerzas normales y gravitacionales son fuerzas externas, su suma vectorial es cero, por lo que el momento lineal total se conserva.

Si también hay fuerzas externas, deben incluirse en el lado izquierdo de la ecuación (8.13), junto con las internas. En general, el momento lineal total no será constante, pero si la suma vectorial de las fuerzas externas es cero, como en la figura 8.9, éstas no contribuirán a la suma, y $d\vec{P}/dt$ será otra vez cero. Así, tenemos el resultado general:

Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre un sistema es cero, el momento lineal total del sistema es constante.

Ésta es la forma más sencilla del **principio de conservación del momento lineal**, el cual es una consecuencia directa de la tercera ley de Newton. La utilidad de este principio radica en que no depende de la naturaleza detallada de las fuerzas internas que actúan entre miembros del sistema, así que podemos aplicarlo incluso si (como suele suceder) sabemos muy poco acerca de las fuerzas internas. Usamos la segunda ley de Newton para deducir este principio, así que debemos tener cuidado de usarlo sólo en marcos de referencia inerciales.

Podemos generalizar este principio para un sistema con cualquier número de partículas A, B, C, … que sólo interactúan entre sí. El momento lineal total del sistema es

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots = m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots \quad \text{(momento lineal total de un sistema de partículas)} \tag{8.14}$$

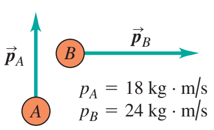
Nuestro argumento es el mismo: la razón total de cambio del momento lineal del sistema debido a cada par acción-reacción de fuerzas internas es cero. Así, la razón total de cambio del momento lineal del sistema entero es cero siempre que la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre él es cero. Las fuerzas internas pueden cambiar los momentos lineales de las partículas individuales del sistema, pero no el momento lineal *total* del sistema.

CUIDADO **Conservación del momento lineal significa conservación de sus componentes** Al aplicar la conservación del momento lineal a un sistema, es indispensable recordar que el momento lineal es una cantidad *vectorial*. Por lo tanto, *debemos* efectuar una suma vectorial para calcular el momento lineal total de un sistema (figura 8.10). Por lo regular, el empleo de componentes es el método más sencillo. Si p_{Ax}, p_{Ay} y p_{Az} son las componentes del momento lineal de la partícula A, y de manera similar para las demás partículas, la ecuación (8.14) equivale a las ecuaciones de componentes

$$\begin{aligned} P_x &= p_{Ax} + p_{Bx} + \cdots \\ P_y &= p_{Ay} + p_{By} + \cdots \\ P_z &= p_{Az} + p_{Bz} + \cdots \end{aligned} \tag{8.15}$$

Si la suma vectorial de las fuerzas externas sobre el sistema es cero, entonces P_x, P_y y P_z son constantes.

8.10 Cuando se aplica la conservación del momento lineal, recuerde que ¡ésta es una cantidad vectorial!

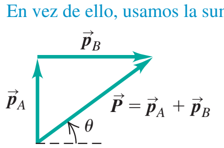


Un sistema de dos partículas con momentos lineales en diferentes direcciones.

NO podemos calcular la magnitud del momento lineal total sumando las magnitudes de los momentos lineales individuales.

$P = p_A + \cancel{p_B} = 42 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ ◀ INCORRECTO

En vez de ello, usamos la suma vectorial:



$P = |\vec{p}_A + \vec{p}_B|$
$= 30 \text{ kg} \cdot \text{m/s en } \theta = 37°$

En ciertos aspectos, el principio de conservación del momento lineal es más general que el de conservación de la energía mecánica. Por ejemplo, la energía mecánica se conserva sólo si las fuerzas internas son *conservativas* —es decir, si permiten la conversión bidireccional entre energía cinética y energía potencial—, pero la conservación del momento lineal es válida aun si las fuerzas internas *no* son conservativas. En este capítulo analizaremos situaciones en las que se conservan tanto el momento lineal como la energía mecánica, y otras en que sólo el momento lineal se conserva. Estos dos principios desempeñan un papel fundamental en todas las áreas de la física, y los encontraremos durante todo nuestro estudio.

Estrategia para resolver problemas 8.1 Conservación del momento lineal

IDENTIFICAR *los conceptos pertinentes:* Antes de aplicar la conservación del momento lineal a un problema, debemos decidir si el momento lineal *se conserva*. Esto sólo es cierto si la suma vectorial de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema de partículas es cero. Si no es así, no podemos usar la conservación del momento lineal.

PLANTEAR *el problema siguiendo estos pasos:*

1. Defina un sistema de coordenadas y muéstrelo en un dibujo, indicando la dirección positiva de cada eje. A menudo es más fácil elegir el eje x en la dirección de una de las velocidades iniciales. Asegúrese de usar un marco de referencia inercial. Casi todos los problemas del capítulo tratan situaciones bidimensionales, donde los vectores sólo tienen componentes x y y, pero esta estrategia puede generalizarse para incluir componentes z si es necesario.
2. Trate cada cuerpo como partícula. Haga dibujos de "antes" y "después", incluyendo vectores para representar todas las velocidades conocidas. Rotule los vectores con magnitudes, ángulos, componentes y demás información dada, asignando símbolos algebraicos a las magnitudes, los ángulos o las componentes desconocidas. Es conveniente usar los subíndices 1 y 2 para las velocidades antes y después de la interacción, respectivamente; utilice letras (no números) para designar las partículas.
3. Como siempre, identifique la(s) variable(s) buscada(s) entre las incógnitas.

EJECUTAR *la solución como sigue:*

1. Escriba una ecuación en términos de símbolos, igualando la componente x total *inicial* del momento lineal (es decir, antes de la interacción) con la componente x total *final* (después de la interacción), usando $p_x = mv_x$ para cada partícula. Escriba otra ecuación para las componentes y, usando $p_y = mv_y$ para cada partícula. (*Nunca* sume las componentes x y y de velocidad y el momento lineal en la misma ecuación.) Incluso si todas las velocidades están alineadas (digamos, sobre el eje x), las componentes de velocidad en esta línea pueden ser positivas o negativas; ¡cuidado con los signos!
2. Resuelva estas ecuaciones para determinar los resultados requeridos. En algunos problemas, tendrá que convertir las componentes de una velocidad a su magnitud y dirección, o viceversa.
3. En algunos problemas, las consideraciones de energía dan relaciones adicionales entre las diversas velocidades, como veremos más adelante.

EVALUAR *la respuesta:* ¿Es lógica la respuesta desde el punto de vista de la física? Si la incógnita es el momento lineal de un cuerpo dado, verifique que la dirección del momento lineal sea razonable.

Ejemplo 8.4 Retroceso de un rifle

Un tirador sostiene holgadamente un rifle de masa $m_R = 3.00$ kg, de manera que pueda retroceder libremente al hacer un disparo. Dispara una bala de masa $m_B = 5.00$ g con una velocidad horizontal relativa al suelo de $v_{Bx} = 300$ m/s. ¿Qué velocidad de retroceso v_{Rx} tiene el rifle? ¿Qué momento lineal y energía cinética finales tiene la bala? ¿Y el rifle?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Consideramos un modelo idealizado en el que las fuerzas horizontales que el tirador ejerce sobre el rifle son insignificantes, así que no hay fuerza horizontal neta sobre el sistema (bala y rifle) durante el disparo, y el momento lineal horizontal total del sistema es el mismo antes y después del disparo (es decir, se conserva).

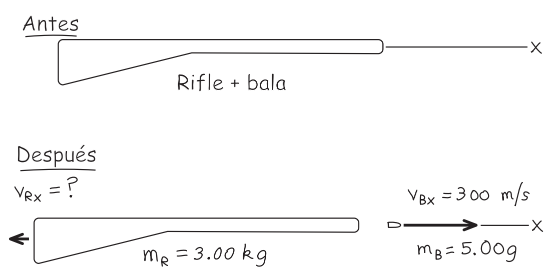
PLANTEAR: La figura 8.11 ilustra el caso. Sea el eje $+x$ la dirección en que apunta el rifle. Inicialmente, el rifle y la bala están en reposo, así que la componente x inicial del momento lineal total es cero. Una vez disparada la bala, su componente x de momento lineal es $p_{Bx} = m_B v_{Bx}$, y la del rifle, $p_{Rx} = m_R v_{Rx}$. Las incógnitas son v_{Rx}, p_{Bx}, p_{Rx}, $K_B = \frac{1}{2}m_B v_{Bx}^2$ y $K_R = \frac{1}{2}m_R v_{Rx}^2$ (las energías cinéticas finales de la bala y el rifle, respectivamente).

EJECUTAR: La conservación de la componente x del momento lineal total da

$$P_x = 0 = m_B v_{Bx} + m_R v_{Rx}$$

$$v_{Rx} = -\frac{m_B}{m_R}v_{Bx} = -\left(\frac{0.00500\text{ kg}}{3.00\text{ kg}}\right)(300\text{ m/s}) = -0.500\text{ m/s}$$

8.11 Bosquejo para este problema..



El signo negativo implica que el retroceso es en la dirección opuesta a la de la bala. Si una culata con esta rapidez golpeara el hombro, usted lo sentiría. Es más cómodo apoyar bien el rifle en el hombro al dispararlo; así, m_R es sustituida por la suma de la masa del tirador y la del rifle, y la rapidez de retroceso es mucho menor.

El momento lineal y la energía cinética de la bala al final son

$$p_{Bx} = m_B v_{Bx} = (0.00500\text{ kg})(300\text{ m/s}) = 1.50\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$K_B = \tfrac{1}{2}m_B v_{Bx}^2 = \tfrac{1}{2}(0.00500\text{ kg})(300\text{ m/s})^2 = 225\text{ J}$$

Para el rifle, el momento lineal y la energía cinética finales son

$$p_{Rx} = m_R v_{Rx} = (3.00\text{ kg})(-0.500\text{ m/s}) = -1.50\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$
$$K_R = \tfrac{1}{2}m_R v_{Rx}^2 = \tfrac{1}{2}(3.00\text{ kg})(-0.500\text{ m/s})^2 = 0.375\text{ J}$$

continúa

EVALUAR: La bala y el rifle tienen *momentos lineales* iguales y opuestas después de la interacción porque se sometieron a fuerzas iguales y opuestas durante el mismo *tiempo* (es decir, impulsos iguales y opuestos). La bala adquiere una *energía cinética* mucho mayor porque viaja una *distancia* mucho más grande que el rifle durante la interacción. Por ello, la fuerza que actúa sobre la bala realiza mucho más trabajo que la fuerza que actúa sobre el rifle. La razón de las dos energías cinéticas, 600:1, es igual al inverso de la razón de las masas; de hecho, puede demostrarse que esto siempre sucede en situaciones de retroceso. Dejamos la demostración como problema (ejercicio 8.22).

Observe que el cálculo no depende de los detalles del funcionamiento del rifle. En un rifle real, la bala es impulsada por una carga explosiva; si en vez de ello se usara un resorte muy rígido para impartirle la misma velocidad, las respuestas serían idénticas.

Ejemplo 8.5 Choque en línea recta

Dos deslizadores se acercan uno al otro sobre un riel de aire sin fricción (figura 8.12a). Después de chocar (figura 8.12b), el deslizador *B* se aleja con velocidad final de $+2.0 \text{ m/s}$ (figura 8.12c). ¿Qué velocidad final tiene el deslizador *A*? Compare los cambios del momento lineal y velocidad de los dos deslizadores.

SOLUCIÓN

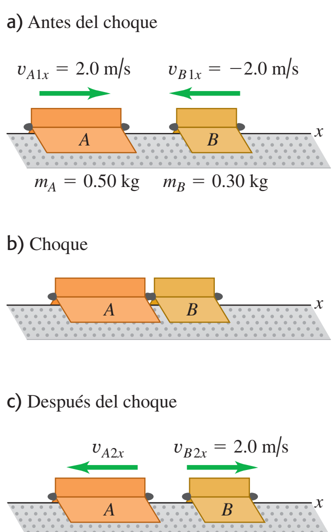
IDENTIFICAR: La fuerza vertical total sobre los deslizadores es cero; la fuerza neta sobre cada uno es la fuerza horizontal que cada deslizador ejerce sobre el otro. La fuerza *externa* neta sobre los dos deslizadores juntos es cero, así que el momento lineal total se conserva. (Compare la figura 8.9.)

PLANTEAR: Tomamos el eje *x* sobre el riel, con la dirección positiva a la derecha. Nos dan las masas y las velocidades iniciales de los dos deslizadores, así como la velocidad final del deslizador *B*. Las incógnitas son v_{A2x}, la componente *x* final de la velocidad del deslizador *A*, y los cambios en el momento lineal y la velocidad de los dos deslizadores (es decir, el valor después del choque menos el valor antes del choque).

EJECUTAR: La componente *x* del momento lineal total antes del choque es

$$\begin{aligned} P_x &= m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} \\ &= (0.50 \text{ kg})(2.0 \text{ m/s}) + (0.30 \text{ kg})(-2.0 \text{ m/s}) \\ &= 0.40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

8.12 Dos deslizadores chocan en un riel de aire.



Ésta es positiva (a la derecha en la figura 8.12) porque el deslizador *A* tiene mayor magnitud de momento lineal que el *B* antes del choque. La componente *x* del momento lineal total vale lo mismo después del choque, así que

$$P_x = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Despejando v_{A2x}, la componente *x* final de la velocidad de *A*, tenemos

$$\begin{aligned} v_{A2x} &= \frac{P_x - m_B v_{B2x}}{m_A} = \frac{0.40 \text{ kg} \cdot \text{m/s} - (0.30 \text{ kg})(2.0 \text{ m/s})}{0.50 \text{ kg}} \\ &= -0.40 \text{ m/s} \end{aligned}$$

El cambio en la componente *x* del momento lineal del deslizador *A* es

$$\begin{aligned} m_A v_{A2x} - m_A v_{A1x} &= (0.50 \text{ kg})(-0.40 \text{ m/s}) \\ &\quad - (0.50 \text{ kg})(2.0 \text{ m/s}) = -1.2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

y el cambio en la componente *x* del momento lineal del deslizador *B* es

$$\begin{aligned} m_B v_{B2x} - m_B v_{B1x} &= (0.30 \text{ kg})(2.0 \text{ m/s}) \\ &\quad - (0.30 \text{ kg})(-2.0 \text{ m/s}) = +1.2 \text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

Los dos deslizadores en interacción sufren cambios de momento lineal, que son iguales en magnitud y opuestos en dirección, pero los cambios de velocidad *no* son iguales y opuestos. Para *A*, $v_{A2x} - v_{A1x} = (-0.40 \text{ m/s}) - 2.0 \text{ m/s} = -2.4 \text{ m/s}$; para *B*, $v_{B2x} - v_{B1x} = 2.0 \text{ m/s} - (-2.0 \text{ m/s}) = +4.0 \text{ m/s}$.

EVALUAR: ¿Por qué los cambios del momento lineal tienen la misma magnitud para los dos deslizadores, no así los cambios de velocidad? Por la tercera ley de Newton, sobre ambos deslizadores actuó una fuerza de interacción de la misma magnitud durante el mismo tiempo; por lo tanto, ambos deslizadores experimentaron impulsos de la misma magnitud, así como cambios de la misma magnitud en el momento lineal. Sin embargo, por la segunda ley de Newton, el deslizador con menos masa (*B*) tuvo mayor magnitud de aceleración y, por consiguiente, un mayor cambio de velocidad.

He aquí una aplicación de estas ideas. Cuando una vagoneta choca con un automóvil de tamaño normal, ambos vehículos sufren el mismo cambio en su momento lineal. Sin embargo, los ocupantes del automóvil se someten a una aceleración considerablemente mayor (y una probabilidad considerablemente mayor de sufrir lesiones) que los de la vagoneta. Un ejemplo aún más extremo es lo que sucede cuando una vagoneta choca con un insecto; el conductor no notará la aceleración resultante, ¡pero el insecto sí!

Ejemplo 8.6 Choque en un plano horizontal

La figura 8.13a muestra dos robots combatientes que se deslizan sobre una superficie sin fricción. El robot A, con masa de 20 kg, se mueve inicialmente a 2.0 m/s paralelo al eje x. Choca con el robot B, cuya masa es de 12 kg y está inicialmente en reposo. Después del choque, el robot A se mueve a 1.0 m/s en una dirección que forma un ángulo $\alpha = 30°$ con su dirección inicial (figura 8.13b). ¿Qué velocidad final tiene el robot B?

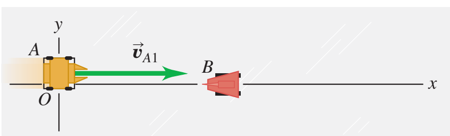
SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: No hay fuerzas externas horizontales (x o y), así que ambas componentes, x y y, del momento lineal total del sistema se conservan en el choque.

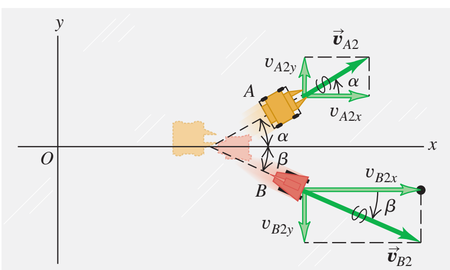
PLANTEAR: Los ejes de coordenadas se muestran en la figura 8.13. Las velocidades no están alineadas, así que debemos tratar el momento lineal como vector. La conservación del momento lineal exige que la suma de las componentes x *antes* del choque (subíndice 1) sea igual a la suma *después* del choque (subíndice 2), y lo mismo con las componentes y. Escribimos una ecuación para cada componente. La incógnita es $\vec{v}_{B2}$, la velocidad final del robot B.

8.13 Vista superior de las velocidades a) antes b) después del choque.

a) Antes del choque



b) Después del choque



EJECUTAR: La conservación de la componente x del momento lineal total indica que

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$v_{B2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} - m_A v_{A2x}}{m_B}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix}(20\text{ kg})(2.0\text{ m/s}) + (12\text{ kg})(0) \\ -(20\text{ kg})(1.0\text{ m/s})(\cos 30°)\end{bmatrix}}{12\text{ kg}}$$

$$= 1.89\text{ m/s}$$

De manera similar, para la conservación de la componente y del momento lineal total tenemos

$$m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$v_{B2y} = \frac{m_A v_{A1y} + m_B v_{B1y} - m_A v_{A2y}}{m_B}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix}(20\text{ kg})(0) + (12\text{ kg})(0) \\ -(20\text{ kg})(1.0\text{ m/s})(\text{sen}\, 30°)\end{bmatrix}}{12\text{ kg}}$$

$$= -0.83\text{ m/s}$$

Después del choque, el robot B se mueve en las direcciones $+x$ y $-y$ (figura 8.13b). La magnitud de $\vec{v}_{B2}$ es

$$v_{B2} = \sqrt{(1.89\text{ m/s})^2 + (-0.83\text{ m/s})^2} = 2.1\text{ m/s}$$

y el ángulo de su dirección con respecto al eje $+x$ es

$$\beta = \arctan \frac{-0.83\text{ m/s}}{1.89\text{ m/s}} = -24°$$

EVALUAR: Una forma de comprobar la respuesta es examinar los valores de las componentes de momento lineal antes y después del choque. En un principio, todo el momento lineal está en el robot A, la componente x es $m_A v_{A1x}$ = (20 kg) (2.0 m/s) = 40 kg · m/s y la componente y es cero. Después del choque, el momento lineal en x del robot A es $m_A v_{A2x}$ = (20 kg) (1.0 m/s) (cos 30°) = 17 kg · m/s, mientras que el momento lineal en x del robot B es $m_B v_{B2x}$ = (12 kg) (1.89 m/s) = 23 kg · m/s; el momento lineal total en x es de 40 kg · m/s, igual que antes del choque (como debe ser). En la dirección y, el momento lineal del robot A después del choque es $m_A v_{A2y}$ = (20 kg) (1.0 m/s) (sen 30°) = 10 kg · m/s, mientras que la del robot B tiene la misma magnitud, pero dirección opuesta: $m_B v_{B2y}$ = (12 kg)(−0.83 m/s) = −10 kg · m/s. Así, la componente y *total* del momento lineal después del choque tiene el mismo valor (cero) que antes del choque.

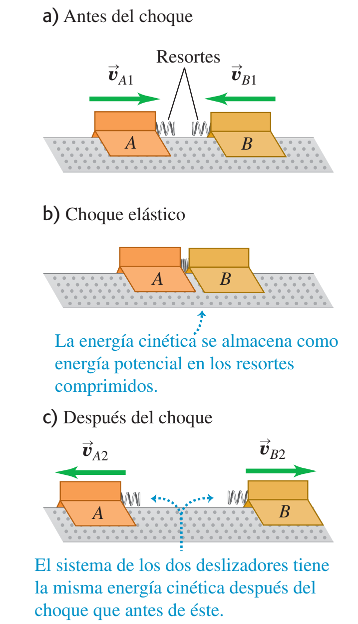
Evalúe su comprensión de la sección 8.2 Un juguete accionado por un resorte está en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción. Cuando se suelta el resorte, el juguete se divide en tres piezas con masas iguales, A, B y C, que se deslizan por la superficie. La pieza A se aleja en la dirección $-x$, mientras que la B se aleja en la dirección $-y$. *a*) ¿Cuáles son los signos de las componentes de velocidad de la pieza C? *b*) ¿Cuál de las tres piezas se mueve más rápido?

8.3 Conservación del momento lineal y choques

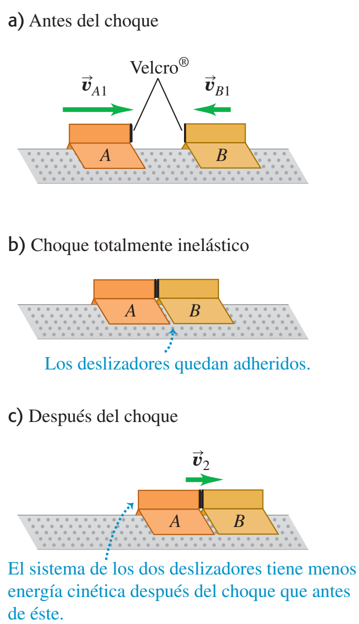
El término *choque* hace que una persona común piense en un percance de tráfico. Usaremos el término en ese sentido, pero además ampliaremos su significado para incluir cualquier interacción vigorosa entre cuerpos con duración relativamente corta.

ActivPhysics Online
6.4 Problemas de choques
6.8 Deslizador y carrito

8.14 Dos deslizadores experimentan un choque elástico sobre una superficie sin fricción. Cada deslizador tiene un protector de resorte de acero que ejerce una fuerza conservativa sobre el otro deslizador.



8.15 Dos deslizadores experimentan un choque totalmente inelástico. Los protectores de resorte de los deslizadores se sustituyeron por cintas Velcro®, de manera que los deslizadores quedan pegados después del choque.



Así que no sólo incluimos accidentes automovilísticos, sino también bolas que chocan en una mesa de billar, neutrones que inciden sobre núcleos en un reactor atómico y el impacto de un meteorito sobre el desierto de Arizona.

Si las fuerzas entre los cuerpos son mucho mayores que las externas, como suele suceder en los choques, podemos ignorar las fuerzas externas y tratar los cuerpos como un sistema *aislado*. Entonces, el momento lineal se conserva y el momento lineal total del sistema tendrá el mismo valor antes y después del choque. Dos autos que chocan en un cruce cubierto de hielo son un buen ejemplo. Incluso dos autos que chocan en pavimento seco se pueden tratar como sistema aislado durante el choque si, como es frecuente, las fuerzas entre los autos son mucho mayores que las fuerzas de fricción del pavimento contra los neumáticos.

Choques elásticos e inelásticos

Si las fuerzas entre los cuerpos son *conservativas*, de manera que no se pierde ni gana energía mecánica en el choque, la energía *cinética* total del sistema es la misma antes y después. Esto se denomina **choque elástico**. Un choque entre dos canicas o dos bolas de billar es casi totalmente elástico. La figura 8.14 muestra un modelo de choque elástico. Al chocar los deslizadores, los resortes se comprimen momentáneamente y parte de la energía cinética original se convierte por un momento en energía potencial elástica. Luego los deslizadores rebotan, los resortes se expanden y la energía potencial se convierte en cinética.

Un choque en el que la energía cinética total final es *menor* que la inicial es un **choque inelástico**. Una albóndiga que cae en un plato de espagueti y una bala que se incrusta en un bloque de madera son ejemplos de choques inelásticos. Un choque inelástico en el que los cuerpos se pegan y se mueven como uno solo después del choque es un **choque totalmente inelástico**. En la figura 8.15 se presenta un ejemplo; reemplazamos los protectores de resorte de la figura 8.14 por una cinta Velcro® que hace que los dos cuerpos se adhieran.

CUIDADO **Un choque inelástico no tiene que ser *totalmente* inelástico** Es un error común pensar que los *únicos* choques inelásticos son aquellos en que los cuerpos quedan pegados. En realidad, los choques inelásticos incluyen muchas situaciones en que los cuerpos *no* se pegan. Si dos autos chocan violentamente y rebotan, el trabajo efectuado para deformar las defensas no puede recuperarse como energía cinética de los autos, de manera que el choque es inelástico (figura 8.16).

Recuerde esta regla: **En todo choque en el que se pueden ignorar las fuerzas externas, el momento lineal se conserva y el momento lineal total es el mismo antes y después. La energía cinética total *sólo* es igual antes y después si el choque es elástico**.

Choque totalmente inelásticos

Veamos qué sucede con el momento lineal y la energía cinética en un choque *totalmente* inelástico de dos cuerpos A y B, como en la figura 8.15. Dado que los cuerpos quedan pegados después del choque, tienen la misma velocidad final $\vec{v}_2$:

$$\vec{v}_{A2} = \vec{v}_{B2} = \vec{v}_2$$

La conservación del momento lineal da la relación

$$m_A\vec{v}_{A1} + m_B\vec{v}_{B1} = (m_A + m_B)\vec{v}_2 \qquad \text{(choque totalmente inelástico)} \qquad (8.16)$$

Si conocemos las masas y las velocidades iniciales, podremos calcular la velocidad final común $\vec{v}_2$.

Suponga, por ejemplo, que un cuerpo con masa m_A y componente x inicial de velocidad v_{A1x} choca inelásticamente con un cuerpo de masa m_B en reposo ($v_{B1x} = 0$). Por la ecuación (8.16), la componente x de velocidad después del choque v_{2x}, común a ambos cuerpos, es

$$v_{2x} = \frac{m_A}{m_A + m_B} v_{A1x} \qquad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)} \tag{8.17}$$

Verifiquemos que la energía cinética total después de este choque totalmente inelástico es menor que antes. El movimiento es sólo sobre el eje x, por lo que las energías cinéticas K_1 y K_2 antes y después del choque, respectivamente, son

$$K_1 = \tfrac{1}{2} m_A v_{A1x}^{\,2}$$

$$K_2 = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B) v_{2x}^{\,2} = \tfrac{1}{2}(m_A + m_B)\left(\frac{m_A}{m_A + m_B}\right)^2 v_{A1x}^{\,2}$$

El cociente de las energías cinéticas final e inicial es

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \qquad \text{(choque totalmente inelástico, } B \text{ en reposo)} \tag{8.18}$$

El lado derecho siempre es menor que la unidad porque el denominador siempre es mayor que el numerador. Aun si la velocidad inicial de m_B no es cero, no es difícil verificar que la energía cinética después de un choque totalmente inelástico siempre es menor que antes.

Atención: No se recomienda memorizar las ecuaciones (8.17) y (8.18). Sólo se dedujeron para demostrar que siempre se pierde energía cinética en un choque totalmente inelástico.

8.16 Los automóviles se diseñan de tal manera que los choques que sufran sean inelásticos, para que su estructura absorba la mayor cantidad posible de la energía del choque. Esta energía absorbida no puede recuperarse, pues se invierte en deformar de manera permanente el automóvil.

Ejemplo 8.7 Choque totalmente inelástico

Suponga que, en el choque descrito en el ejemplo 8.5 (sección 8.2), los deslizadores no rebotan, sino que quedan pegados después del choque. Las masas y velocidades iniciales son las mismas que en el ejemplo 8.5. Calcule la velocidad final común v_{2x} y compare las energías cinéticas inicial y final del sistema.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: No hay fuerzas externas en la dirección x, así que la componente x del momento lineal se conserva.

PLANTEAR: La figura 8.17 ilustra la situación. Como en el ejemplo 8.5, tomamos el eje x positivo hacia la derecha. Las incógnitas son la velocidad final v_{2x} y las energías cinéticas inicial y final del sistema.

EJECUTAR: Por la conservación de la componente x del momento lineal,

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = (m_A + m_B) v_{2x}$$

$$v_{2x} = \frac{m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x}}{m_A + m_B} = \frac{(0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s})}{0.50\ \text{kg} + 0.30\ \text{kg}} = 0.50\ \text{m/s}$$

Puesto que v_{2x} es positiva, los deslizadores se mueven juntos a la derecha (dirección $+x$) después del choque. Antes del choque, las energías cinéticas de los deslizadores A y B son

$$K_A = \tfrac{1}{2} m_A v_{A1x}^{\,2} = \tfrac{1}{2}(0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s})^2 = 1.0\ \text{J}$$

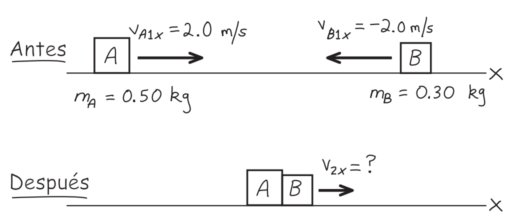
$$K_B = \tfrac{1}{2} m_B v_{B1x}^{\,2} = \tfrac{1}{2}(0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s})^2 = 0.60\ \text{J}$$

(Observe que la energía cinética del deslizador B es positiva, aunque las componentes x de su velocidad v_{B1x} y de su momento lineal $m_B v_{B1x}$ son negativas.) La energía cinética *total* antes del choque es de 1.6 J. La energía cinética después del choque es

$$\tfrac{1}{2}(m_A + m_B) v_{2x}^{\,2} = \tfrac{1}{2}(0.50\ \text{kg} + 0.30\ \text{kg})(0.50\ \text{m/s})^2 = 0.10\ \text{J}$$

EVALUAR: La energía cinética final es sólo $\frac{1}{16}$ de la cantidad original; $\frac{15}{16}$ se convierten de energía mecánica a otras diversas formas. Si hay una bola de goma de mascar entre los deslizadores, se aplasta y se calienta. Si hay un resorte entre los deslizadores que se comprime cuando éstos se enganchan, la energía se almacena como energía potencial del resorte. En ambos casos, la energía *total* del sistema se conserva, aunque la energía *cinética* no lo hace. Sin embargo, en un sistema aislado, el momento lineal *siempre* se conserva, sin importar que el choque sea elástico o no.

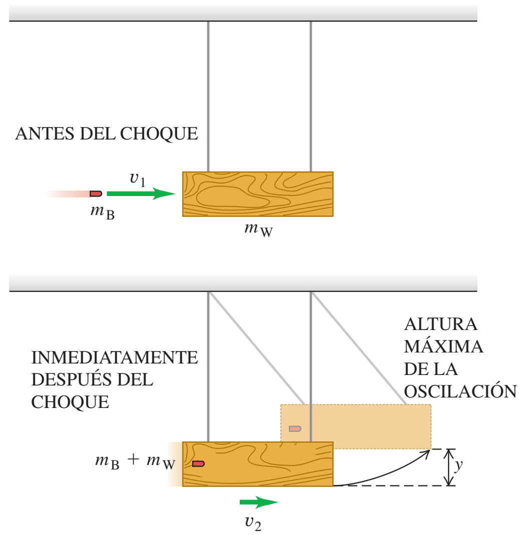
8.17 Bosquejo que ilustra el problema.



Ejemplo 8.8 El péndulo balístico

La figura 8.18 muestra un péndulo balístico, un sistema para medir la rapidez de una bala. La bala, con masa m_B, se dispara contra un bloque de madera de masa m_W que cuelga como péndulo, y tiene un choque totalmente inelástico con él. Después del impacto de la bala, el bloque oscila hasta una altura máxima y. Dados los valores de y, m_B y m_W, ¿qué rapidez inicial v_1 tiene la bala?

8.18 Un péndulo balístico.



SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Analizaremos el suceso en dos etapas: 1) la incrustación de la bala en el bloque y 2) la posterior oscilación del bloque sostenido por los cordeles.

Durante la primera etapa, la bala se incrusta en el bloque con tal rapidez que éste no tiene tiempo de moverse casi respecto a su posición inicial. Durante este impacto de corta duración, los hilos de soporte permanecen casi verticales, así que la fuerza externa horizontal que actúa sobre el sistema formado por la bala más el bloque es insignificante y la *componente horizontal del momento lineal* se conserva. La energía mecánica *no* se conserva en esta etapa porque hay una fuerza no conservativa (la fuerza de fricción entre la bala y el bloque) que realiza trabajo.

En la segunda etapa, después del choque, el bloque y la bala se mueven juntos. Las únicas fuerzas que actúan sobre esta unidad son la gravedad (una fuerza conservativa) y las tensiones de los hilos (que no efectúan trabajo). Por lo tanto, cuando el péndulo oscila hacia arriba y a la derecha, la *energía mecánica* se conserva. El momento lineal *no* se conserva durante esta etapa porque hay una fuerza externa neta (la fuerza de gravedad y las tensiones en los hilos no se cancelan cuando los hilos están inclinados).

PLANTEAR: Tomamos el eje x positivo hacia la derecha y el eje y positivo hacia arriba como en la figura 8.18. Nuestra incógnita es v_1. Otra incógnita es la rapidez v_2 del bloque y la bala juntos inmediatamente después del choque (es decir, al final de la primera etapa). Usaremos la conservación del momento lineal en la primera etapa para relacionar v_1 con v_2, y la conservación de la energía en la segunda etapa para relacionar v_2 con la altura máxima y (que nos dan).

EJECUTAR: En la primera etapa, todas las velocidades tienen la dirección x positiva. La conservación del momento lineal da

$$m_B v_1 = (m_B + m_W)v_2 \qquad v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B}v_2$$

Al principio de la segunda etapa, la energía cinética del sistema bala-bloque es $K = \frac{1}{2}(m_B + m_W)v_2^2$. [Igual que en la ecuación (8.18), ésta es menor que la energía cinética antes del choque porque el choque es inelástico.] La unidad bloque-bala oscila hacia arriba y se detiene momentáneamente a una altura y, donde su energía cinética es cero y su energía potencial es $(m_B + m_W)gy$, y luego baja. La conservación de energía da

$$\frac{1}{2}(m_B + m_W)v_2^2 = (m_B + m_W)gy \qquad v_2 = \sqrt{2gy}$$

Sustituimos esta expresión en la ecuación de momento lineal y obtenemos una expresión para la variable buscada v_1:

$$v_1 = \frac{m_B + m_W}{m_B}\sqrt{2gy}$$

Midiendo m_B, m_W y y podemos calcular la rapidez original de la bala.

EVALUAR: Verifiquemos nuestras respuestas insertando algunas cifras realistas. Si $m_B = 5.00$ g $= 0.00500$ kg, $m_W = 2.00$ kg y $y = 3.00$ cm $= 0.0300$ m, la velocidad inicial de la bala es

$$v_1 = \frac{0.00500\text{ kg} + 2.00\text{ kg}}{0.00500\text{ kg}}\sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(0.0300\text{ m})}$$
$$= 307\text{ m/s}$$

La rapidez v_2 del bloque justo después del impacto es

$$v_2 = \sqrt{2gy} = \sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(0.0300\text{ m})}$$
$$= 0.767\text{ m/s}$$

Justo antes del impacto, la energía cinética de la bala es $\frac{1}{2}(0.00500\text{ kg})(307\text{ m/s})^2 = 236$ J, y la del bloque y la bala justo después del impacto es $\frac{1}{2}(2.005\text{ kg})(0.767\text{ m/s})^2 = 0.589$ J. Casi toda la energía cinética desaparece al astillarse la madera y calentarse la bala y el bloque.

Ejemplo 8.9 Análisis de un choque de autos

Un automóvil compacto de 1000 kg viaja al norte a 15 m/s, y en un cruce choca con una enorme vagoneta de 2000 kg que viaja al este a 10 m/s. Por suerte, todos los ocupantes usan cinturones de seguridad y no hay lesionados, pero los dos autos quedan enganchados y se alejan del punto de impacto como una sola masa. El ajustador de la aseguradora necesita calcular la velocidad de los restos después del impacto. ¿Cómo puede hacerlo?

SOLUCIÓN

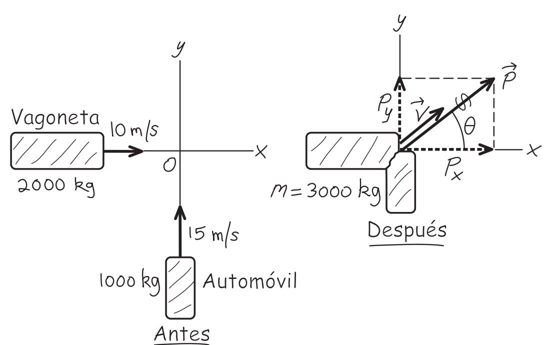
IDENTIFICAR: Supondremos que podemos tratar los autos como sistema aislado durante el choque. Podemos hacerlo porque las fuerzas horizontales que los vehículos ejercen uno sobre el otro durante el choque tienen magnitudes muy grandes, lo suficiente para plegar las carrocerías. En comparación con esas fuerzas, las externas, como la fricción, son insignificantes. (Más adelante justificaremos esta suposición.) Por lo tanto, el momento lineal del sistema de dos vehículos tiene el mismo valor inmediatamente antes e inmediatamente después del choque.

PLANTEAR: La figura 8.19 ilustra la situación. Podemos calcular el momento lineal total antes del choque, $\vec{P}$, con las ecuaciones (8.15) y los ejes coordenados de la figura 8.19. El momento lineal tiene el mismo valor inmediatamente después del choque; por lo tanto, una vez que obtengamos $\vec{P}$, podremos calcular la velocidad $\vec{V}$ justo después del choque (la segunda incógnita) empleando la relación $\vec{P} = M\vec{V}$, donde M es la masa combinada de los vehículos. Usaremos los subíndices C y T para el automóvil y la vagoneta, respectivamente.

EJECUTAR: De acuerdo con las ecuaciones (8.15), las componentes del momento lineal total $\vec{P}$ son

$$
\begin{aligned}
P_x &= p_{Cx} + p_{Tx} = m_C v_{Cx} + m_T v_{Tx} \\
&= (1000\ \text{kg})(0) + (2000\ \text{kg})(10\ \text{m/s}) \\
&= 2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s} \\
P_y &= p_{Cy} + p_{Ty} = m_C v_{Cy} + m_T v_{Ty} \\
&= (1000\ \text{kg})(15\ \text{m/s}) + (2000\ \text{kg})(0) \\
&= 1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}
\end{aligned}
$$

8.19 Bosquejo para este problema.



La magnitud de $\vec{P}$ es

$$
\begin{aligned}
P &= \sqrt{(2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2 + (1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2} \\
&= 2.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}
\end{aligned}
$$

y su dirección está dada por el ángulo θ indicado en la figura 8.19, donde

$$
\tan\theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{1.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{2.0 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} = 0.75 \qquad \theta = 37°
$$

El momento lineal total justo después del choque es el mismo que inmediatamente antes. Si no se desprenden piezas, la masa total de los restos es $M = m_C + m_T = 3000$ kg. Utilizando $\vec{P} = M\vec{V}$, la dirección de la velocidad $\vec{V}$ justo después del choque es la que tiene el momento lineal, y su magnitud es

$$
V = \frac{P}{M} = \frac{2.5 \times 10^4\ \text{kg} \cdot \text{m/s}}{3000\ \text{kg}} = 8.3\ \text{m/s}
$$

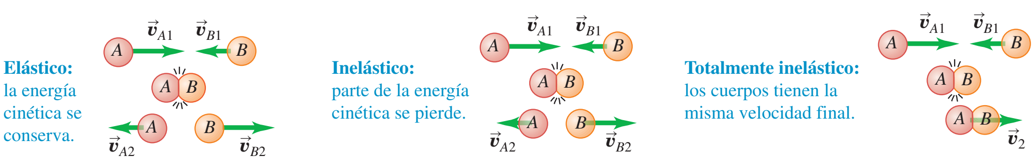
EVALUAR: El choque es inelástico, por lo que cabe esperar que la energía cinética total después del choque sea menor que antes. Realice el cálculo; encontrará que la energía cinética inicial es 2.1×10^5 J, y la final, 1.0×10^5 J. Más de la mitad de la energía cinética inicial se convirtió en otras formas.

Todavía necesitamos justificar nuestra suposición de que podemos despreciar las fuerzas externas que actúan sobre los vehículos durante el choque. Para ello, advierta que la masa de la vagoneta es de 2000 kg, su peso es de unos 20,000 N y, si el coeficiente de fricción cinética es del orden de 0.5, la fuerza de fricción al deslizarse sobre el pavimento es de unos 10,000 N. La energía cinética de la vagoneta justo antes del impacto es $\frac{1}{2}(2000\ \text{kg})(10\ \text{m/s})^2 = 1.0 \times 10^5$ J. Digamos que el vehículo se aplasta 0.2 m; para efectuar el trabajo de -1.0×10^5 J necesario para detener el auto en una distancia de 0.2 m se requiere una fuerza de 5.0×10^5 N, 50 veces mayor que la de fricción. Por lo tanto, es razonable despreciar las fuerzas de fricción externas y sólo ocuparnos de las internas que los vehículos ejercen uno sobre el otro.

Clasificación de los choques

Es importante recordar que los choques se clasifican de acuerdo con consideraciones de energía (figura 8.20). Un choque en el que la energía cinética se conserva se considera *elástico*. (Examinaremos esto con mayor profundidad en la siguiente sección.) Un choque en el que la energía cinética total disminuye se llama *inelástico*. Cuando dos cuerpos tienen una velocidad final común, decimos que el choque es *totalmente inelástico*. También hay casos en los que la energía cinética final es *mayor* que el valor inicial. El retroceso de los rifles o "culatazo", analizado en el ejemplo 8.4 (sección 8.2), es un caso ilustrativo.

8.20 Los choques se clasifican de acuerdo con consideraciones de energía.



Por último, hacemos hincapié una vez más en que, en ocasiones, podemos utilizar la conservación del momento lineal incluso cuando hay fuerzas externas que actúan sobre el sistema, si la fuerza externa neta que actúa sobre los cuerpos que chocan es pequeña en comparación con las fuerzas internas durante el choque (como en el ejemplo 8.9).

Evalúe su comprensión de la sección 8.3 Para cada situación, indique si el choque es elástico o inelástico. Si es inelástico, indique si es totalmente inelástico. *a*) Usted deja caer una pelota de su mano que choca contra el piso, rebota y casi alcanza a regresar a su mano. *b*) Usted deja caer otra pelota de su mano y deja que choque con el suelo. La pelota rebota y llega a la mitad de la altura de la que fue soltada. *c*) Usted deja caer una bola de arcilla de su mano. Cuando choca con el suelo, se detiene.

8.4 Choques elásticos

Como vimos en la sección 8.3, un *choque elástico* en un sistema aislado es uno en el que se conserva la energía cinética (al igual que el momento lineal). Estos choques ocurren cuando las fuerzas entre los cuerpos que chocan son *conservativas*. Si chocan dos bolas de billar, se aplastan un poco cerca del punto de contacto, pero luego rebotan. Parte de la energía cinética se almacena temporalmente como energía potencial elástica, pero al final se convierte una vez más en energía cinética (figura 8.21).

ActivPhysics ONLINE
6.2 Choques y elasticidad
6.7 Choque de autos: dos dimensiones
6.9 Péndulo que golpea una caja

Examinemos un choque elástico entre dos cuerpos A y B. Comencemos con un choque en una dimensión, con todas las velocidades en la misma línea, a la que llamamos eje x. Así, los momentos lineales y velocidades sólo tienen componentes x. Llamamos v_{A1x} y v_{B1x} a las componentes x de velocidad antes del choque, y v_{A2x} y v_{B2x} a las componentes x después del choque. Por la conservación de la energía cinética tenemos

$$\tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A2x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B2x}{}^2$$

y la conservación del momento lineal da

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

Si conocemos las masas m_A y m_B y las velocidades iniciales v_{A1x} y v_{B1x}, podremos resolver las ecuaciones para obtener las velocidades finales v_{A2x} y v_{B2x}.

8.21 Las bolas de billar casi no se deforman al chocar, y pronto recuperan su forma original. Por ello, la fuerza de interacción entre las bolas es casi perfectamente conservativa, y el choque es casi perfectamente elástico.

Choques elásticos, un cuerpo inicialmente en reposo

La solución general de las ecuaciones anteriores es algo complicada, así que nos concentraremos en el caso especial en que el cuerpo B está en reposo antes del choque (es decir, $v_{B1x} = 0$). Piense que el cuerpo B es el blanco que A debe golpear. Las ecuaciones de conservación de energía cinética y el momento lineal son, respectivamente,

$$\tfrac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2 = \tfrac{1}{2}m_A v_{A2x}{}^2 + \tfrac{1}{2}m_B v_{B2x}{}^2 \tag{8.19}$$

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \tag{8.20}$$

Podemos despejar v_{A2x} y v_{B2x} en términos de las masas y la velocidad inicial v_{A1x}. Esto implica operaciones algebraicas algo complicadas, pero vale la pena. El enfoque más sencillo es un tanto indirecto, pero de pasada revela otra característica interesante de los choques elásticos.

Reacomodemos primero las ecuaciones (8.19) y (8.20) así:

$$m_B v_{B2x}{}^2 = m_A\left(v_{A1x}{}^2 - v_{A2x}{}^2\right) = m_A\left(v_{A1x} - v_{A2x}\right)\left(v_{A1x} + v_{A2x}\right) \tag{8.21}$$

$$m_B v_{B2x} = m_A\left(v_{A1x} - v_{A2x}\right) \tag{8.22}$$

Ahora dividimos la ecuación (8.21) entre la (8.22) para obtener

$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \tag{8.23}$$

Sustituimos esto en la ecuación (8.22) para eliminar v_{B2x}, y luego despejamos v_{A2x}:

$$m_B(v_{A1x} + v_{A2x}) = m_A(v_{A1x} - v_{A2x})$$

$$v_{A2x} = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.24}$$

Por último, sustituimos este resultado en la ecuación (8.23) para obtener

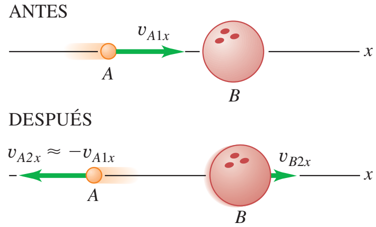
$$v_{B2x} = \frac{2m_A}{m_A + m_B} v_{A1x} \tag{8.25}$$

Ahora podemos interpretar los resultados. Suponga que A es una pelota de ping-pong y B es una bola de boliche. Esperaremos que A rebote después del choque con una velocidad casi igual a la original pero en la dirección opuesta (figura 8.22a), y que la velocidad de B sea mucho menor. Eso es precisamente lo que las ecuaciones predicen. Si m_A es mucho menor que m_B, la fracción de la ecuación (8.24) es aproximadamente igual a -1, y v_{A2x} es casi igual a $-v_{A1x}$. La fracción de la ecuación (8.25) es mucho menor que 1, así que v_{B2x} es mucho menor que v_{A1x}. La figura 8.22b muestra el caso opuesto, en el que A es la bola de boliche y B la de ping-pong, y m_A es mucho mayor que m_B. ¿Qué esperaría el lector que suceda? Verifique sus predicciones con las ecuaciones (8.24) y (8.25).

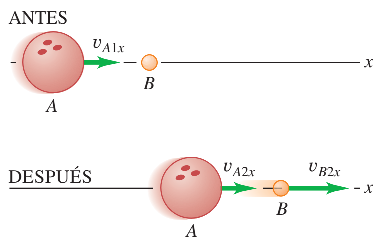
Otro caso interesante se presenta cuando las masas son iguales (figura 8.23). Si $m_A = m_B$, las ecuaciones (8.24) y (8.25) dan $v_{A2x} = 0$ y $v_{B2x} = v_{A1x}$. Es decir, el cuerpo que se movía se para en seco, comunicando todo el momento lineal y energía cinética al cuerpo que estaba en reposo. Este comportamiento es conocido para quienes juegan billar.

8.22 Choque entre **a)** una pelota de ping-pong y una bola de boliche inicialmente en reposo, y **b)** una bola de boliche y una pelota de ping-pong inicialmente estacionaria.

a) La pelota de ping-pong golpea una bola de boliche



b) Una bola de boliche golpea una pelota de ping-pong



Choques elásticos y velocidad relativa

Volvamos ahora al caso general en que A y B tienen diferente masa. La ecuación (8.23) puede reescribirse así:

$$v_{A1x} = v_{B2x} - v_{A2x} \tag{8.26}$$

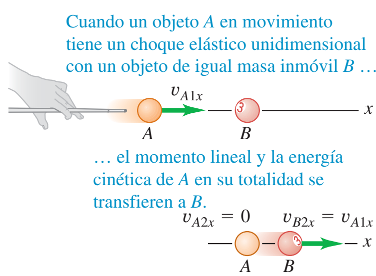
Aquí, $v_{B2x} - v_{A2x}$ es la velocidad de B relativa a A *después* del choque; según la ecuación (8.26), esto es igual a v_{A1x}, el *negativo* de la velocidad de B relativa a A *antes* del choque. (Tratamos las velocidades relativas en la sección 3.5.) La velocidad relativa tiene la misma magnitud, pero signo opuesto, antes y después del choque. El signo cambia porque los cuerpos se están acercando antes del choque y alejándose después. Si vemos el choque desde otro sistema de coordenadas que se mueve con velocidad constante relativa al primero, las velocidades de los cuerpos son diferentes pero las velocidades *relativas* son las mismas. Así, lo que dijimos acerca de las velocidades relativas se cumple en general para *cualquier* choque elástico rectilíneo, aun si ningún cuerpo está en reposo inicialmente. *En un choque rectilíneo elástico de dos cuerpos, las velocidades relativas antes y después del choque tienen la misma magnitud pero signo opuesto*. Esto significa que si B se está moviendo antes del choque, la ecuación (8.26) se convierte en

$$v_{B2x} - v_{A2x} = -(v_{B1x} - v_{A1x}) \tag{8.27}$$

Resulta que una relación *vectorial* similar a la ecuación (8.27) es una propiedad general de *todos* los choques elásticos, aun si ambos cuerpos se mueven inicialmente y las velocidades no están alineadas. Este resultado ofrece una definición alternativa y equivalente de choque elástico: *en un choque elástico, la velocidad relativa de los dos cuerpos tiene la misma magnitud antes y después del choque*. Siempre que se satisface esta condición, se conserva la energía cinética total.

Si un choque elástico de dos cuerpos no es de frente, las velocidades no están alineadas. Si todas están en el mismo plano, cada velocidad final tiene dos componentes desconocidas y hay cuatro incógnitas en total. La conservación de la energía y la conservación de las componentes x y y del momento lineal sólo dan tres ecuaciones. Para determinar las velocidades finales sin ambigüedad, necesitamos información adicional, como la dirección o la magnitud de una de esas velocidades.

8.23 Choque elástico unidimensional entre cuerpos de igual masa.



Ejemplo 8.10 Choque rectilíneo elástico

Repetiremos el experimento del riel de aire del ejemplo 8.5 (sección 8.2), pero agregando defensas de resorte ideal a los deslizadores para que el choque sea elástico. ¿Cuáles son las velocidades de A y B después del choque?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Al igual que en el ejemplo 8.5, la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema de dos deslizadores es cero y el momento lineal del sistema se conserva.

PLANTEAR: La figura 8.24 ilustra la situación. Una vez más, elegimos el eje $+x$ de manera que apunte a la derecha. Obtendremos las incógnitas, v_{A2x} y v_{B2x}, empleando la ecuación (8.27) y la conservación del momento lineal.

EJECUTAR: Por la conservación del momento lineal,

$$m_A v_{A1x} + m_B v_{B1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

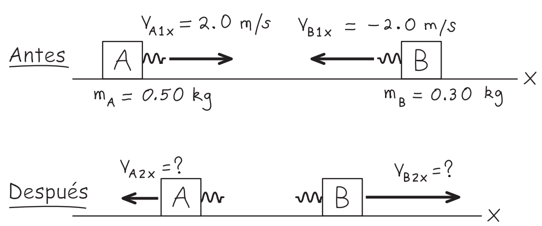
$$(0.50\ \text{kg})(2.0\ \text{m/s}) + (0.30\ \text{kg})(-2.0\ \text{m/s}) = (0.50\ \text{kg})v_{A2x} + (0.30\ \text{kg})v_{B2x}$$

$$0.50v_{A2x} + 0.30v_{B2x} = 0.40\ \text{m/s}$$

(Dividimos la última ecuación entre la unidad "kg".) De acuerdo con la ecuación (8.27), la relación de velocidades relativas para un choque elástico,

$$v_{B2x} - v_{A2x} = -(v_{B1x} - v_{A1x}) = -(-2.0\ \text{m/s} - 2.0\ \text{m/s}) = 4.0\ \text{m/s}$$

8.24 Bosquejo de esta situación.



Antes del choque, la velocidad de B relativa a A es a la izquierda a 4.0 m/s; después del choque, la velocidad de B relativa a A es a la derecha a 4.0 m/s. Resolviendo las ecuaciones simultáneamente, tenemos

$$v_{A2x} = -1.0\ \text{m/s} \qquad v_{B2x} = 3.0\ \text{m/s}$$

EVALUAR: Ambos cuerpos invierten sus direcciones; A se mueve a la izquierda a 1.0 m/s y B lo hace a la derecha a 3.0 m/s. Esto difiere del resultado del ejemplo 8.5 porque ese choque *no* era elástico.

Observe que, a diferencia de las situaciones de la figura 8.22, *los dos* deslizadores se mueven uno hacia el otro antes del choque. Nuestros resultados indican que A (el deslizador con mayor masa) se mueve más lentamente después del choque que antes, así que pierde energía cinética. En contraste, B (el deslizador con menor masa) gana energía cinética, ya que se mueve más rápido después del choque que antes. La energía cinética *total* después del choque elástico es

$$\tfrac{1}{2}(0.50\ \text{kg})(-1.0\ \text{m/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.30\ \text{kg})(3.0\ \text{m/s})^2 = 1.6\ \text{J}$$

Como esperábamos, esto es igual a la energía cinética total *antes* del choque (calculada en el ejemplo 8.7, sección 8.3). Por lo tanto, la energía cinética se transfiere de A a B en el choque, sin que nada de ella se pierda en el proceso. Lo mismo sucede cuando un jugador de béisbol batea una pelota que se aproxima. El choque es casi elástico, y el bate, que tiene mayor masa, transfiere energía cinética a la pelota, cuya masa es menor. La pelota deja el bate con una rapidez mucho mayor, quizá suficiente para anotar un *home run*.

CUIDADO ¡Atención a las ecuaciones de choques elásticos! Tal vez el lector pensó en resolver este problema empleando las ecuaciones (8.24) y (8.25). Estas ecuaciones *sólo* son válidas en situaciones en las que el cuerpo B inicialmente está en reposo, lo cual no sucede aquí. Si tiene dudas, siempre resuelva el problema en cuestión empleando ecuaciones que sean válidas en una amplia variedad de casos.

Ejemplo 8.11 Moderador en un reactor nuclear

En un reactor nuclear se producen neutrones de alta rapidez durante procesos de fisión nuclear del uranio. Para que un neutrón pueda provocar fisiones adicionales, debe ser frenado por choques con núcleos en el *moderador* del reactor. El primer reactor nuclear (construido en 1942 en la Universidad de Chicago) y el reactor implicado en el accidente de Chernobyl en 1986 usaban carbono (grafito) como material moderador. Un neutrón (masa = 1.0 u) que viaja a 2.6×10^7 m/s sufre un choque elástico de frente con un núcleo de carbono (masa = 12 u) que inicialmente está en reposo. Las fuerzas externas durante el choque son despreciables. Calcule las velocidades después del choque. (1 u es la *unidad de masa atómica*, igual a 1.66×10^{-27} kg.)

SOLUCIÓN

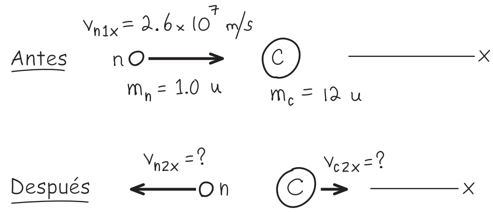
IDENTIFICAR: Nos dicen que las fuerzas externas pueden despreciarse (así que el momento lineal se conserva en el choque) y que el choque es elástico (de manera que también la energía cinética se conserva).

PLANTEAR: La figura 8.25 ilustra la situación. Tomamos el eje x en la dirección en que el neutrón se mueve inicialmente. Puesto que el choque es de frente, tanto el neutrón como el núcleo de carbono se moverán en este mismo eje después del choque. Además, dado que un cuerpo está inicialmente en reposo, podemos usar las ecuaciones (8.24) y (8.25) reemplazando A por n (para el neutrón) y B por C (el núcleo del carbono). Tenemos $m_n = 1.0$ u, $m_C = 12$ u, y $v_{n1x} = 2.6 \times 10^7$ m/s, y necesitamos despejar las incógnitas v_{n2x} y v_{C2x} (las velocidades finales del neutrón y el núcleo de carbono, respectivamente).

EJECUTAR: La figura 8.25 ilustra la situación. Dejaremos que usted realice los cálculos; los resultados son

$$v_{n2x} = -2.2 \times 10^7\ \text{m/s} \qquad v_{C2x} = 0.4 \times 10^7\ \text{m/s}$$

EVALUAR: El neutrón termina con $\frac{11}{13}$ de su rapidez inicial, y la rapidez del núcleo de carbono en retroceso es $\frac{2}{13}$ de la rapidez inicial del neutrón. [Estas razones son los factores $(m_n - m_C)/(m_n + m_C)$ y $2m_n/(m_n + m_C)$ que aparecen en las ecuaciones (8.24) y (8.25) con los subíndices modificados para este problema.] La energía cinética es proporcional a la rapidez al cuadrado, así que la energía cinética final del neutrón es $\left(\frac{11}{13}\right)^2$, esto es, cerca de 0.72 de su valor original. Si el neutrón sufre un segundo choque como éste, su energía cinética será $(0.72)^2$, es decir, cerca de la mitad de su valor original, y así sucesivamente. Después de varios choques, el neutrón se estará moviendo muy lentamente y podrá provocar una reacción de fisión en un núcleo de uranio.



8.25 Bosquejo de esta situación.

Ejemplo 8.12 Choque elástico bidimensional

La figura 8.23 muestra un choque elástico de dos discos de hockey en una mesa sin fricción. El disco A tiene masa $m_A = 0.500$ kg, y el B, $m_B = 0.300$ kg. El disco A tiene velocidad inicial de 4.00 m/s en la dirección $+x$ y velocidad final de 2.00 m/s en dirección desconocida. El disco B está inicialmente en reposo. Calcule la rapidez final v_{B2} del disco B y los ángulos α y β de la figura.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Aunque el choque es elástico, *no* es unidimensional, así que no podemos usar las fórmulas para una dimensión obtenidas en esta sección. En vez de ello, usaremos las ecuaciones de conservación de la energía, conservación del momento lineal en x y conservación del momento lineal en y.

PLANTEAR: Las variables buscadas se indican en el enunciado del problema. Tenemos tres ecuaciones, las cuales bastarán para encontrar las tres incógnitas.

EJECUTAR: Puesto que el choque el elástico, las energías cinéticas inicial y final son iguales:

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2$$

$$v_{B2}^2 = \frac{m_A v_{A1}^2 - m_A v_{A2}^2}{m_B}$$

$$= \frac{(0.500\text{ kg})(4.00\text{ m/s})^2 - (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})^2}{0.300\text{ kg}}$$

$$v_{B2} = 4.47\text{ m/s}$$

Por la conservación de la componente x del momento lineal total:

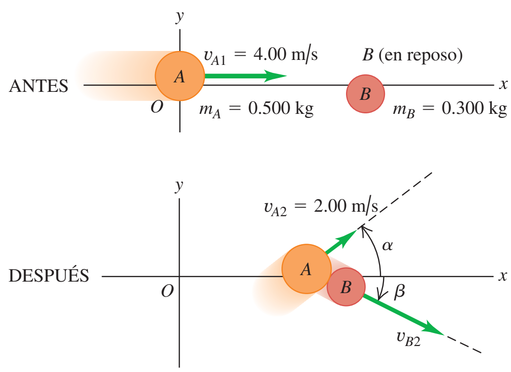
$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x}$$

$$(0.500\text{ kg})(4.00\text{ m/s}) = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\cos\alpha) + (0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\cos\beta)$$

y por la conservación de la componente y:

$$0 = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y}$$

$$0 = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\operatorname{sen}\alpha) - (0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\operatorname{sen}\beta)$$



8.26 Choque elástico que no es de frente.

Tenemos dos ecuaciones simultáneas para α y β. Lo más sencillo es eliminar β así: despejamos $\cos\beta$ de la primera ecuación y $\operatorname{sen}\beta$ de la segunda; luego elevamos al cuadrado las ecuaciones y las sumamos. Como $\operatorname{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1$, esto elimina β y deja una ecuación de la que podemos despejar $\cos\alpha$ y, por lo tanto, α. Luego sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones y despejamos β. Dejamos que el lector resuelva los detalles en el ejercicio 8.44; los resultados son

$$\alpha = 36.9° \qquad \beta = 26.6°$$

EVALUAR: Una forma rápida de comprobar las respuestas es asegurarse de que el momento lineal y, que era cero antes del choque, siga siendo cero después. Los momentos lineales y de los discos son

$$p_{A2y} = (0.500\text{ kg})(2.00\text{ m/s})(\operatorname{sen}36.9°) = +0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

$$p_{B2y} = -(0.300\text{ kg})(4.47\text{ m/s})(\operatorname{sen}26.6°) = -0.600\text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

La suma de estos valores es cero, como debe ser.

Evalúe su comprensión de la sección 8.4 Casi todos los reactores nucleares modernos usan agua como moderador (véase el ejemplo 8.11). ¿Las moléculas de agua (masa $m_w = 18.0$ u) son mejores moderadores que los átomos de carbono? (Una ventaja del agua es que también actúa como refrigerante del centro radiactivo del reactor.)

8.5 Centro de masa

Podemos replantear el principio de conservación del momento lineal en una forma útil usando el concepto de **centro de masa**. Supongamos que tenemos varias partículas con masas m_1, m_2, etcétera. Las coordenadas de m_1 son (x_1, y_1), las de m_2, (x_2, y_2), y así sucesivamente. Definimos el centro de masa del sistema como el punto con coordenadas (x_{cm}, y_{cm}) dadas por

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)} \quad (8.28)$$

El vector de posición $\vec{r}_{cm}$ del centro de masa se puede expresar en términos de los vectores de posición $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ de las partículas como

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \qquad \text{(centro de masa)} \quad (8.29)$$

En la terminología estadística, el centro de masa es una posición *media ponderada por la masa* de las partículas.

Ejemplo 8.13 Centro de masa de una molécula de agua

La figura 8.27 ilustra un modelo simple de la estructura de una molécula de agua. La separación entre los átomos es $d = 9.57 \times 10^{-11}$ m. Cada átomo de hidrógeno tiene masa de 1.0 u, y el de oxígeno, 16.0 u. Determine la posición del centro de masa.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Casi toda la masa de los átomos se concentra en el núcleo, cuyo radio es apenas 10^{-5} veces el radio del átomo, así que podemos representar los átomos como partículas puntuales.

PLANTEAR: El sistema de coordenadas se muestra en la figura 8.27. Usaremos las ecuaciones (8.28) para determinar las coordenadas x_{cm} y y_{cm}.

EJECUTAR: La coordenada x de cada átomo de hidrógeno es $d \cos(105°/2)$; las coordenadas y de los átomos de hidrógeno superior e inferior son $+d \operatorname{sen}(105°/2)$ y $-d \operatorname{sen}(105°/2)$, respectivamente. Las coordenadas del átomo de oxígeno son $x = 0$, $y = 0$. De acuerdo con las ecuaciones (8.28), la coordenada x del centro de masa es

$$x_{cm} = \frac{\begin{bmatrix}(1.0\text{ u})(d\cos 52.5°) + (1.0\text{ u}) \\ \times (d\cos 52.5°) + (16.0\text{ u})(0)\end{bmatrix}}{1.0\text{ u} + 1.0\text{ u} + 16.0\text{ u}}$$
$$= 0.068d$$

y la coordenada y es

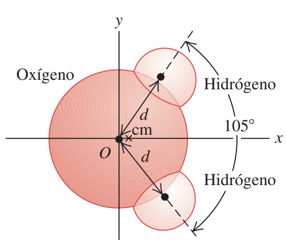
$$y_{cm} = \frac{\begin{bmatrix}(1.0\text{ u})(d\operatorname{sen} 52.5°) + (1.0\text{ u}) \\ \times (-d\operatorname{sen} 52.5°) + (16.0\text{ u})(0)\end{bmatrix}}{1.0\text{ u} + 1.0\text{ u} + 16.0\text{ u}}$$
$$= 0$$

Al sustituir el valor $d = 9.57 \times 10^{-11}$ m, obtenemos

$$x_{cm} = (0.068)(9.57 \times 10^{-11}\text{ m}) = 6.5 \times 10^{-12}\text{ m}$$

EVALUAR: El centro de masa está mucho más cerca del átomo de oxígeno que de cualquiera de los átomos de hidrógeno porque su masa es mucho mayor. Observe que el centro de masa está en el eje x, el *eje de simetría* de la molécula. Si la molécula se gira 180° sobre este eje, se verá exactamente igual que antes. La rotación no puede afectar la posición del centro de masa, así que debe estar en el eje de simetría.

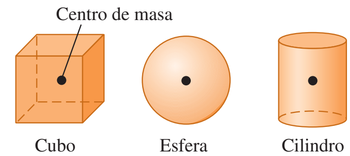
8.27 ¿Dónde está el centro de masa de una molécula de agua?



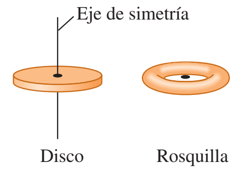
En el caso de cuerpos sólidos, que tienen (al menos en el nivel macroscópico) una distribución continua de materia, las sumas de las ecuaciones (8.28) deben sustituirse por integrales. Los cálculos suelen ser complicados, pero podemos decir algo en general acerca de tales problemas (figura 8.28). Primero, si un cuerpo homogéneo tiene un centro geométrico, como una bola de billar, un terrón de azúcar o una lata de jugo congelado, el centro de masa está en el centro geométrico. Segundo, si un cuerpo tiene un eje de simetría, como una rueda o una polea, el centro de masa está sobre ese eje. Tercero, ninguna ley dice que el centro de masa debe estar dentro del cuerpo. Por ejemplo, el centro de masa de una rosquilla está en el centro del agujero.

Hablaremos un poco más acerca de la localización del centro de masa en el capítulo 11, cuando veamos el concepto relacionado de *centro de gravedad*.

8.28 Localización del centro de masa de un objeto simétrico.



Si un objeto homogéneo tiene un centro geométrico, es ahí donde se localiza el centro de masa.



Si un objeto tiene un eje de simetría, el centro de masa estará a lo largo de éste. El centro de masa no siempre está dentro del objeto, como en el caso de una rosquilla.

Movimiento del centro de masa

Para comprender la importancia del centro de masa de un conjunto de partículas, debemos preguntar qué le sucede cuando las partículas se mueven. Las componentes x y y de velocidad del centro de masa, $v_{\text{cm-}x}$ y $v_{\text{cm-}y}$ son las derivadas de x_{cm} y y_{cm} respecto al tiempo. Asimismo, dx_1/dt es la componente x de velocidad de la partícula 1 (v_{1x}), y así sucesivamente, por lo que $dx_1/dt = v_{1x}$, etcétera. Al derivar las ecuaciones (8.28) respecto al tiempo, obtenemos

$$v_{\text{cm-}x} = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$
$$v_{\text{cm-}y} = \frac{m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \tag{8.30}$$

Estas ecuaciones son equivalentes a la ecuación de un solo vector que se obtiene al derivar la ecuación (8.29) respecto al tiempo:

$$\vec{v}_{\text{cm}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \tag{8.31}$$

Denotamos la masa *total* $m_1 + m_2 + \cdots$ con M. Así, podemos reescribir la ecuación (8.31) como

$$M\vec{v}_{\text{cm}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \cdots = \vec{P} \tag{8.32}$$

El lado derecho es el momento lineal total $\vec{P}$ del sistema. Así, hemos demostrado que *el momento lineal total es igual a la masa total multiplicada por la velocidad del centro de masa*. Al atrapar una pelota, realmente estamos atrapando un conjunto de un gran número de moléculas de masas $m_1, m_2, m_3, \ldots$ El impulso que sentimos se debe al momento lineal total de ese conjunto, pero es el mismo que si estuviéramos atrapando una sola partícula de masa $M = m_1 + m_2 + m_3 \ldots$ que se mueve con velocidad $\vec{v}_{\text{cm}}$, la velocidad del centro de masa del conjunto. Así, la ecuación (8.32) ayuda a justificar la representación de un cuerpo extendido como partícula.

En un sistema de partículas sobre el que la fuerza neta externa que actúa es cero, de manera que el momento lineal total $\vec{P}$ es constante, la velocidad del centro de masa $\vec{v}_{\text{cm}} = \vec{P}/M$ también es constante. Suponga que marcamos el centro de masa de una llave ajustable, que está en algún punto del mango, y deslizamos la masa con cierto giro sobre una mesa lisa horizontal (figura 8.29). El movimiento global parece complicado, pero el centro de masa sigue una línea recta, como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto.

8.29 El centro de masa de esta llave se marca con un punto blanco. La fuerza externa neta que actúa sobre la llave es casi cero. Cuando la llave gira en una superficie horizontal lisa, el centro de masa se mueve en línea recta con velocidad constante.

Ejemplo 8.14 Tira y afloja en el hielo

Santiago y Ramón están de pie, con una separación de 20.0 m, sobre la resbalosa superficie de un estanque helado. Ramón tiene una masa de 60.0 kg, y Santiago, de 90.0 kg. A medio camino entre ellos está un tarro de su bebida favorita. Los dos tiran de los extremos de una cuerda ligera que hay entre ellos. Cuando Santiago se ha movido 6.0 m hacia el tarro, ¿cuánto y en qué dirección se ha movido Ramón?

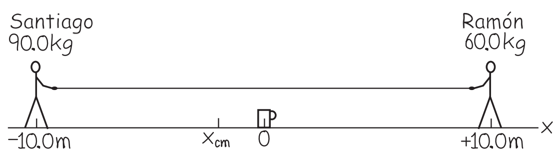
continúa

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: La superficie congelada es horizontal y casi sin fricción, así que la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema de Santiago, Ramón y la cuerda es cero, y se conserva su momento lineal total. Inicialmente, no hay movimiento, así que el momento lineal total es cero y la velocidad del centro de masa es cero, pues está en reposo. Podemos usar esto para relacionar las posiciones de Santiago y Ramón.

PLANTEAR: Tomemos el origen en la posición del tarro, con el eje $+x$ hacia Ramón. Puesto que la cuerda es ligera, podemos despreciar su masa al calcular la posición del centro de masa con la ecuación (8.28).

8.30 Bosquejo para esta situación.



EJECUTAR: Las coordenadas x iniciales de Santiago y Ramón son -10.0 m y $+10.0$ m, respectivamente, así que la coordenada x del centro de masa es

$$x_{cm} = \frac{(90.0\text{ kg})(-10.0\text{ m}) + (60.0\text{ kg})(10.0\text{ m})}{90.0\text{ kg} + 60.0\text{ kg}} = -2.0\text{ m}$$

Al moverse Santiago 6.0 m hacia el tarro, su nueva coordenada x es -4.0 m; llamaremos a la nueva coordenada x de Ramón x_2. El centro de masa no se mueve, así que

$$x_{cm} = \frac{(90.0\text{ kg})(-4.0\text{ m}) + (60.0\text{ kg})x_2}{90.0\text{ kg} + 60.0\text{ kg}} = -2.0\text{ m}$$

$$x_2 = 1.0\text{ m}$$

Santiago se ha movido 6.0 m en la dirección $+x$ y aún está a 4.0 m del tarro, pero Ramón se movió 9.0 m en la dirección $-x$ y está a sólo 1.0 m de él.

EVALUAR: La razón de las distancias que los hombres se mueven, $(6.0\text{ m})/(9.0\text{ m}) = \frac{2}{3}$, es igual a la razón inversa de sus masas. ¿Puede decir por qué? Si los dos hombres siguen moviéndose (y, si la superficie no tiene fricción, así será), Ramón llegará primero al tarro. Este resultado es totalmente independiente de la fuerza con que ellos tiran; si Santiago tira con más fuerza, sólo logrará que Ramón apague su sed antes.

Fuerzas externas y movimiento del centro de masa

Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema de partículas no es cero, el momento lineal total no se conserva y la velocidad del centro de masa cambia. Veamos la relación entre el movimiento del centro de masa y las fuerzas que actúan sobre el sistema.

Las ecuaciones (8.31) y (8. 32) dan la *velocidad* del centro de masa en términos de las velocidades de las partículas individuales. Dando un paso más, derivamos las ecuaciones respecto al tiempo para demostrar que las aceleraciones están relacionadas de la misma forma. Sea $\vec{a}_{cm} = d\vec{v}_{cm}/dt$ la aceleración del centro de masa; entonces,

$$M\vec{a}_{cm} = m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{a}_3 + \cdots \quad (8.33)$$

Ahora, $m_1\vec{a}_1$ es la suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre la primera partícula, y así sucesivamente, por lo que el lado derecho de la ecuación (8.33) es igual a la suma vectorial $\sum\vec{F}$ de *todas* las fuerzas que actúan sobre *todas* las partículas. Igual que en la sección 8.2, podemos clasificar cada fuerza como *interna* o *externa*. La suma de todas las fuerzas que actúan sobre todas las partículas es entonces

$$\sum\vec{F} = \sum\vec{F}_{ext} + \sum\vec{F}_{int} = M\vec{a}_{cm}$$

Por la tercera ley de Newton, todas las fuerzas internas se cancelan en pares, y $\sum\vec{F}_{int} = \mathbf{0}$. Lo que queda en el lado izquierdo es la suma sólo de las fuerzas *externas*:

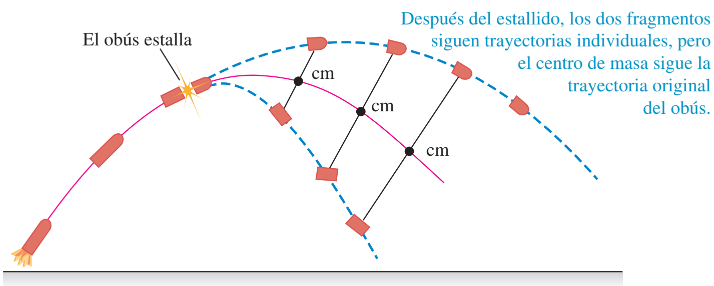
$$\sum\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \quad \text{(cuerpo o conjunto de partículas)} \quad (8.34)$$

Cuando fuerzas externas actúan sobre un cuerpo o un conjunto de partículas, el centro de masa se mueve como si toda la masa estuviera concentrada en ese punto y sobre ella actuara una fuerza neta igual a la suma de las fuerzas externas que actúan sobre el sistema.

Este resultado quizá no suene muy impresionante, pero es básico en mecánica. De hecho, hemos estado usándolo todo el tiempo; sin él, no podríamos representar un cuerpo extendido como una partícula puntual al aplicar las leyes de Newton. Este resultado explica por qué sólo fuerzas *externas* pueden afectar el movimiento de un cuerpo extendido. Si usted tira de su cinturón hacia arriba, éste ejercerá una fuerza igual hacia abajo sobre sus manos; éstas son fuerzas *internas* que se cancelan y no afectan el movimiento global del cuerpo.

8.31 a) Un obús estalla en vuelo produciendo dos fragmentos. Si la resistencia del aire es despreciable, el centro de masa sigue la misma trayectoria que tenía el obús antes de estallar. b) El mismo efecto se da cuando estallan juegos pirotécnicos.

a)



b)

Suponga que un obús con una trayectoria parabólica (ignorando la resistencia del aire) estalla en vuelo dividiéndose en dos fragmentos de igual masa (figura 8.31a). Los fragmentos siguen nuevas trayectorias parabólicas, pero el centro de masa sigue la trayectoria parabólica original, igual que si la masa aún estuviera concentrada ahí. Un cohete que estalla (figura 8.31b) es un ejemplo espectacular de este efecto.

Esta propiedad del centro de masa es importante al analizar el movimiento de cuerpos rígidos. Describimos el movimiento de un cuerpo extendido como una combinación de traslación del centro de masa y rotación alrededor de un eje que pasa por ese centro. Volveremos a este tema en el capítulo 10. Esta propiedad también es importante en el movimiento de objetos astronómicos. No es correcto decir que la Luna está en órbita alrededor de la Tierra; más bien, ambos cuerpos se mueven en órbitas alrededor de su centro de masa.

Hay otra forma útil de describir el movimiento de un sistema de partículas. Usando $\vec{a}_{cm} = d\vec{v}_{cm}/dt$, podemos reescribir la ecuación (8.33) como

$$M\vec{a}_{cm} = M\frac{d\vec{v}_{cm}}{dt} = \frac{d(M\vec{v}_{cm})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (8.35)$$

La masa total del sistema M es constante, así que podemos incluirla en la derivada. Sustituyendo la ecuación (8.35) en la (8.34) tenemos

$$\sum\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad \text{(cuerpo extendido o sistema de partículas)} \qquad (8.36)$$

Ésta se parece a la ecuación (8.4). La diferencia es que la ecuación (8.36) describe un *sistema* de partículas, como un cuerpo extendido, y la ecuación (8.4) describe una sola partícula. Las interacciones entre las partículas del sistema pueden alterar los momentos lineales individuales de las partículas, pero el momento lineal *total* $\vec{P}$ del sistema sólo puede cambiar si fuerzas externas actúan sobre el sistema.

Por último, observamos que, si la fuerza externa neta es cero, la ecuación (8.34) dice que la aceleración $\vec{a}_{cm}$ del centro de masa es cero. Así que la velocidad del centro de masa $\vec{v}_{cm}$ es constante, como en el caso de la llave de la figura 8.29. Por la ecuación (8.36), el momento lineal total $\vec{P}$ también es constante. Esto reafirma nuestro planteamiento del principio de conservación del momento lineal que hicimos en la sección 8.3.

Evalúe su comprensión de la sección 8.5 ¿El centro de masa en la figura 8.31a continuará en la misma trayectoria parabólica incluso después de que uno de los fragmentos golpee el suelo? ¿Por qué?

*8.6 Propulsión a reacción

ActivPhysics Online
6.6 Rescate de un astronauta

Las consideraciones de momento lineal son especialmente útiles para analizar un sistema en el que las masas de partes del sistema cambian con el tiempo. No es posible usar la segunda ley de Newton $\sum\vec{F} = m\vec{a}$ directamente porque m cambia. La propulsión de un cohete es un ejemplo típico e interesante de este tipo de análisis. Un cohete es impulsado hacia delante por la expulsión hacia atrás de combustible quemado que inicialmente estaba en la nave (por esa razón el combustible del cohete también se llama *propelente*). La fuerza hacia delante que actúa sobre el cohete es la reacción a la fuerza hacia atrás que actúa sobre el material expulsado. La masa total del sistema es constante, pero la del cohete disminuye al expulsarse material.

Como ejemplo sencillo, consideremos un cohete encendido en el espacio, donde no hay fuerza gravitacional ni resistencia del aire. Denotamos con m la masa del cohete, que cambiará al irse consumiendo el combustible. Elegimos el eje x en la dirección de movimiento del cohete. La figura 8.32a muestra el cohete en el instante t, cuando su masa es m y la componente x de su velocidad relativa a nuestro sistema de coordenadas es v. (Por sencillez, omitiremos el subíndice x en este análisis.) La componente x del momento lineal total en este instante es $P_1 = mv$. En un lapso corto dt, la masa del cohete cambia en dm. Esta cantidad es inherentemente negativa porque m *disminuye* con el tiempo. Durante dt, se expulsa una masa *positiva* $-dm$ de combustible quemado. Sea v_{esc} la *rapidez* de escape de este material *relativa al cohete*; el combustible quemado se expulsa en dirección opuesta al movimiento, así que su componente x de *velocidad* relativa al cohete es $-v_{esc}$. La componente x de velocidad v_{cq} del combustible quemado con respecto a nuestro sistema de coordenadas es entonces

$$v_{cq} = v + (-v_{esc}) = v - v_{esc}$$

y la componente x del momento lineal de la masa expulsada $(-dm)$ es

$$(-dm)v_{cq} = (-dm)(v - v_{esc})$$

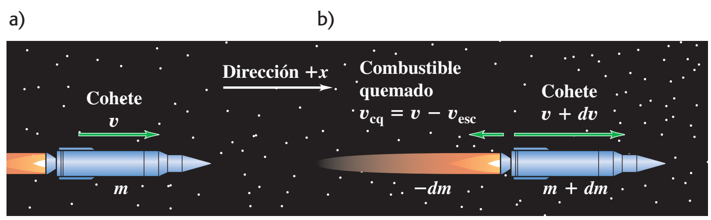
Como se indica en la figura 8.32b, al término del intervalo de tiempo dt, la componente x de velocidad del cohete y el combustible no quemado ha aumentado a $v + dv$, y su masa ha disminuido a $m + dm$ (recuerde que dm es negativo). El momento lineal del cohete ahora es

$$(m + dm)(v + dv)$$

Por lo tanto, la componente x total de momento lineal P_2 del cohete más el combustible quemado en el instante $t + dt$ es

$$P_2 = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v_{esc})$$

8.32 Un cohete se mueve en el espacio exterior sin gravedad a) en el instante t y b) en el instante $t + dt$.



En el tiempo t, el cohete tiene masa m y una componente x de velocidad v.

En el tiempo $t + dt$, el cohete tiene masa $m + dm$ (donde dm es inherentemente *negativo*) y la componente x de la velocidad $v + dv$. El combustible quemado tiene componente x de velocidad $v_{cq} = v - v_{esc}$ y masa $-dm$. (Se necesita el signo menos para hacer $-dm$ *positivo* porque dm es negativo.)

De acuerdo con nuestra suposición inicial, el cohete y el combustible son un sistema aislado, así que el momento lineal se conserva y la componente x del momento lineal del sistema debe ser el mismo en t y en $t + dt$: $P_1 = P_2$. Por lo tanto,

$$mv = (m + dm)(v + dv) + (-dm)(v - v_{\text{esc}})$$

Esto puede simplificarse a

$$m\,dv = -dm\,v_{\text{esc}} - dm\,dv$$

Podemos despreciar el término $(-dm\,dv)$ porque es el producto de dos cantidades pequeñas y, por lo tanto, mucho menor que los otros términos. Al desechar este término, dividiendo el resto entre dt y reordenando, obtenemos

$$m\frac{dv}{dt} = -v_{\text{esc}}\frac{dm}{dt} \tag{8.37}$$

Ahora dv/dt es la aceleración del cohete, así que el primer miembro de la ecuación (masa por aceleración) es igual a la fuerza neta F, o *empuje*, que actúa sobre el cohete,

$$F = -v_{\text{esc}}\frac{dm}{dt} \tag{8.38}$$

El empuje es proporcional tanto a la rapidez relativa v_{esc} del combustible expulsado como a la masa de combustible expulsado por unidad de tiempo, $-dm/dt$. (Recuerde que dm/dt es negativo porque es la tasa de cambio de la masa del cohete, así que F es positiva.)

La componente x de la aceleración del cohete es

$$a = \frac{dv}{dt} = -\frac{v_{\text{esc}}}{m}\frac{dm}{dt} \tag{8.39}$$

Ésta es positiva porque v_{esc} es positiva (recuerde, es la *rapidez* de escape) y dm/dt es negativo. La masa del cohete m disminuye continuamente al consumirse el combustible. Si v_{esc} y dm/dt son constantes, la aceleración aumenta hasta agotarse el combustible.

La ecuación (8.38) nos dice que un cohete eficaz quema combustible rápidamente ($-dm/dt$ grande) y lo expulsa con rapidez relativa alta (v_{esc} grande), como en la figura 8.33. En los albores de la propulsión a reacción, quienes no entendían la conservación del momento lineal pensaban que un cohete no funcionaría en el espacio porque "no tendría contra qué empujar". Al contrario, los cohetes funcionan de manera *óptima* en el espacio ¡porque no hay resistencia del aire! El cohete de la figura 8.33 no está "empujando contra el suelo" para elevarse.

Si la rapidez de escape v_{esc} es constante, podemos integrar la ecuación (8.39) para obtener una relación entre la velocidad v en cualquier instante y la masa restante m. En el tiempo $t = 0$, sea la masa m_0 y la velocidad v_0. Reescribimos la ecuación (8.39) como

$$dv = -v_{\text{esc}}\frac{dm}{m}$$

Cambiamos las variables de integración a v' y m', para poder usar v y m como límites superiores (rapidez y masa finales). Integramos ambos lados usando los límites v_0 a v y m_0 a m, y sacamos la constante v_{esc} de la integral:

$$\int_{v_0}^{v} dv' = -\int_{m_0}^{m} v_{\text{esc}}\frac{dm'}{m'} = -v_{\text{esc}}\int_{m_0}^{m}\frac{dm'}{m'}$$

$$v - v_0 = -v_{\text{esc}}\ln\frac{m}{m_0} = v_{\text{esc}}\ln\frac{m_0}{m} \tag{8.40}$$

La razón m_0/m es la masa original dividida entre la masa al agotarse el combustible. En naves espaciales prácticas, esta razón se hace lo más grande posible para tener una ganancia máxima de rapidez. Esto implica que la masa inicial del cohete es casi puro

8.33 Con la finalidad de proveer suficiente empuje para elevar su carga en el espacio, el vehículo de lanzamiento Atlas V expele más de 1000 kg de combustible quemado por segundo con una rapidez de casi 4000 m/s.

combustible. La rapidez final del cohete será mayor (a menudo *mucho* mayor) que la rapidez relativa v_{esc} si $\ln(m_0/m) > 1$, es decir, $m_0/m > e = 2.11828\ldots$.

Hemos supuesto en todo este análisis que el cohete está en el espacio exterior, sin gravedad. Sin embargo, la gravedad debe tenerse en cuenta si el cohete se lanza desde la superficie de un planeta, como en la figura 8.33 (véase el problema 8.110).

Ejemplo 8.15 Aceleración de un cohete

Un cohete está en el espacio exterior, lejos de cualquier planeta, cuando enciende su motor. En el primer segundo de encendido, el cohete expulsa $\frac{1}{120}$ de su masa con rapidez relativa de 2400 m/s. ¿Cuál es la aceleración inicial del cohete?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Conocemos la rapidez de escape del cohete, v_{esc}, pero no conocemos su masa m ni la tasa de cambio de su masa dm/dt. Sin embargo, nos dicen qué fracción de la masa inicial se pierde durante un intervalo dado de tiempo, lo que es suficiente información.

PLANTEAR: Emplearemos la ecuación (8.39) para calcular la aceleración del cohete.

EJECUTAR: Inicialmente, la tasa de cambio de la masa es

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{m_0/120}{1\text{ s}} = -\frac{m_0}{120\text{ s}}$$

donde m_0 es la masa inicial ($t = 0$) del cohete. De acuerdo con la ecuación (8.39), la aceleración inicial es

$$a = -\frac{v_{esc}}{m_0}\frac{dm}{dt} = -\frac{2400\text{ m/s}}{m_0}\left(-\frac{m_0}{120\text{ s}}\right) = 20\text{ m/s}^2$$

EVALUAR: Observe que la respuesta no depende del valor de m_0. Si v_{esc} es la misma, la aceleración es la misma para una nave de 120,000 kg que expulsa 1000 kg/s y para un astronauta de 60 kg equipado con un cohete pequeño que expulsa 0.5 kg/s.

Ejemplo 8.16 Rapidez de un cohete

Suponga que $\frac{3}{4}$ de la masa inicial m_0 del cohete del ejemplo 8.15 es combustible, de manera que la masa final es $m = m_0/4$, y el combustible se consume totalmente a ritmo constante en un tiempo $t = 90$ s. Si el cohete parte del reposo en nuestro sistema de coordenadas, calcule su rapidez final al cabo de ese tiempo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Nos dan la velocidad inicial v_0 (igual a cero), la velocidad de escape v_{esc} y la masa final m en términos de la masa inicial m_0.

PLANTEAR: Podemos usar la ecuación (8.40) directamente para obtener la rapidez final v.

EJECUTAR: Tenemos $m_0/m = 4$, así que por la ecuación (8.40),

$$v = v_0 + v_{esc}\ln\frac{m_0}{m} = 0 + (2400\text{ m/s})(\ln 4) = 3327\text{ m/s}$$

EVALUAR: Veamos qué sucede a medida que el cohete adquiere rapidez. Al principio, cuando la velocidad del cohete es cero, el combustible expulsado se mueve a la izquierda, relativo a nuestro sistema de coordenadas, a 2400 m/s. Al término del primer segundo ($t = 1$ s), el cohete se mueve a 20 m/s y la rapidez del combustible relativa a nuestro sistema es de 2380 m/s. Durante el siguiente segundo, la aceleración, dada por la ecuación (8.39), es un poco mayor. En $t = 2$ s, el cohete se mueve a un poco más de 40 m/s, y el combustible, a poco menos de 2360 m/s. Un cálculo detallado indica que en $t = 75.6$ s la velocidad del cohete v en nuestro sistema de coordenadas es de 2400 m/s. El combustible expulsado posteriormente se mueve *hacia delante*, no hacia atrás, en nuestro sistema. Como la velocidad final del cohete es de 3327 m/s y la velocidad relativa es de 2400 m/s, lo último del combustible expulsado tiene una velocidad hacia delante (relativa a nuestro marco de referencia) de $(3327 - 2400)$ m/s $= 927$ m/s. (Hemos usado más cifras de las significativas para ilustrar el asunto.)

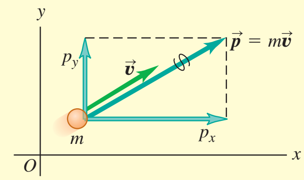
Evalúe su comprensión de la sección 8.6 *a*) Si un cohete en el espacio exterior, sin gravedad, tiene el mismo empuje en todo momento, ¿su aceleración es constante, creciente o decreciente? Si el cohete tiene la misma aceleración en todo momento, ¿el empuje es constante, creciente o decreciente?

CAPÍTULO 8 RESUMEN

El momento lineal de una partícula: El momento lineal $\vec{p}$ de una partícula es una cantidad vectorial igual al producto de la masa m de la partícula y su velocidad $\vec{v}$. La segunda ley de Newton dice que la fuerza neta que actúa sobre una partícula es igual a la tasa de cambio del momento lineal de la partícula.

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{8.2}$$

$$\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{8.4}$$

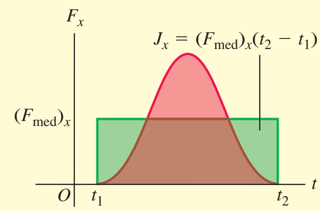


Impulso y momento lineal: Si una fuerza neta constante $\Sigma\vec{F}$ actúa sobre una partícula durante un intervalo de tiempo Δt de t_1 a t_2, el impulso $\vec{J}$ de la fuerza neta es el producto de la fuerza neta y el intervalo de tiempo. Si $\Sigma\vec{F}$ varía con el tiempo, $\vec{J}$ es la integral de la fuerza neta en el intervalo de tiempo. En cualquier caso, el cambio en el momento lineal de una partícula durante un intervalo de tiempo es igual al impulso de la fuerza neta que actúa sobre tal partícula durante ese intervalo. El momento lineal de una partícula es igual al impulso que la aceleró desde el reposo hasta su rapidez actual. (Véanse los ejemplos 8.1 a 8.3.)

$$\vec{J} = \Sigma\vec{F}(t_2 - t_1) = \Sigma\vec{F}\,\Delta t \tag{8.5}$$

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \Sigma\vec{F}\,dt \tag{8.7}$$

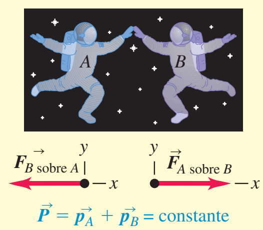
$$\vec{J} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \tag{8.6}$$



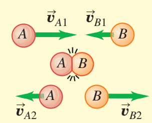
Conservación del momento lineal: Una fuerza interna es una fuerza ejercida por una parte de un sistema sobre otra. Una fuerza externa es una fuerza ejercida sobre cualquier parte del sistema por algún elemento externo al sistema. Si la fuerza externa neta que actúa sobre un sistema es cero, el momento lineal total $\vec{P}$ (la suma vectorial de los momentos lineales de las partículas individuales que constituyen el sistema) es constante, esto es, se conserva. Cada componente del momento lineal total se conserva individualmente. (Véanse los ejemplos 8.4 a 8.6.)

$$\vec{P} = \vec{p}_A + \vec{p}_B + \cdots$$
$$= m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B + \cdots \tag{8.14}$$

Si $\Sigma\vec{F} = \mathbf{0}$, entonces $\vec{P} =$ constante.



Choques: En todo tipo de choques, los momentos lineales totales inicial y final son iguales. En un choque elástico entre dos cuerpos, las energías cinéticas totales inicial y final también son iguales y las velocidades relativas inicial y final tienen la misma magnitud. En un choque inelástico entre dos cuerpos, la energía cinética total final es menor que la inicial. Si los dos cuerpos tienen la misma velocidad final, el choque es totalmente inelástico. (Véanse los ejemplos 8.7 a 8.12.)

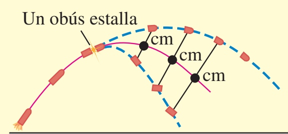


Centro de masa: El vector de posición del centro de masa de un sistema de partículas, $\vec{r}_{cm}$, es un promedio ponderado de las posiciones $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots$ de las partículas. El momento lineal total $\vec{P}$ de un sistema es igual a su masa total M multiplicada por la velocidad $\vec{v}_{cm}$ de su centro de masa. El centro de masa de un sistema se mueve como si toda la masa M estuviera concentrada en ese punto. Si la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema es cero, la velocidad del centro de masa $\vec{v}_{cm}$ es constante. Si la fuerza externa neta no es cero, el centro de masa se acelera como si fuera una partícula de masa M sobre la que actúa la misma fuerza externa neta. (Véanse los ejemplos 8.13 y 8.14.)

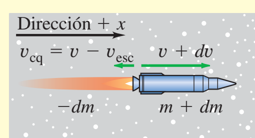
$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots}$$
$$= \frac{\Sigma_i m_i\vec{r}_i}{\Sigma_i m_i} \tag{8.29}$$

$$\vec{P} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots$$
$$= M\vec{v}_{cm} \tag{8.32}$$

$$\Sigma\vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{cm} \tag{8.34}$$



Propulsión de un cohete: En la propulsión de cohetes, la masa de un cohete cambia al quemarse el combustible y ser expulsado de la nave. El análisis del movimiento del cohete debe incluir el momento lineal que se lleva el combustible quemado, así como la del cohete mismo. (Véanse los ejemplos 8.15 y 8.16.)



Términos clave

momento lineal (momentum), *248*
impulso, *249*
teorema del impulso y el momento lineal, *249*
fuerza interna, *253*
fuerza externa, *253*
sistema aislado, *253*
momento lineal total, *253*
principio de conservación del momento lineal, *254*
choque elástico, *258*
choque inelástico, *258*
choque totalmente inelástico, *258*
centro de masa, *266*

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Los dos jugadores tienen la misma magnitud de momento lineal $p = mv$ (el producto de la masa y la rapidez), pero el jugador ligero tiene dos veces más energía cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$. Por lo tanto, el jugador ligero puede efectuar dos veces más trabajo sobre usted (y causar dos veces más daños) en el proceso de detenerse (véase la sección 8.1).

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

8.1 Respuesta: v), i) y ii) (empate en segundo lugar), iii) y iv) (empate en tercer lugar) Usamos dos interpretaciones del impulso de la fuerza neta: 1) la fuerza neta multiplicada por el tiempo durante el que actúa la fuerza neta, y 2) el cambio en el momento lineal de la partícula sobre el que actúa la fuerza neta. Nuestra elección de la interpretación depende de qué información se nos dé. Tomamos la dirección $+x$ hacia el este. i) La fuerza no se conoce, así que usamos la interpretación 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\text{ kg})(0) - (1000\text{ kg})(25\text{ m/s}) = -25{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, por lo que la magnitud del impulso es $25{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 25{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$. ii) Por la misma razón que en i), usamos la interpretación 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\text{ kg})(0) - (1000\text{ kg})(25\text{ m/s}) = -25{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, y la magnitud del impulso, una vez más, es $25{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 25{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$. iii) La velocidad final no se conoce, así que usamos la interpretación 1: $J_x = (\sum F_x)_{\text{med}}(t_2 - t_1) = (2000\text{ N})(10\text{ s}) = 20{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$, por lo que la magnitud del impulso es $20{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$. iv) Por la misma razón que en iii), empleamos la interpretación 1: $J_x = (\sum F_x)_{\text{med}}(t_2 - t_1) = (-2000\text{ N})(10\text{ s}) = -20{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$, por lo que la magnitud del impulso es $20{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$. v. La fuerza no se conoce, así que usamos la interpretación 2: $J_x = mv_{2x} - mv_{1x} = (1000\text{ kg})(-25\text{ m/s}) - (1000\text{ kg})(25\text{ m/s}) = -50{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s}$, y la magnitud del impulso es $50{,}000\text{ kg}\cdot\text{m/s} = 50{,}000\text{ N}\cdot\text{s}$.

8.2 Respuestas: *a*) $v_{C2x} > 0$, $v_{C2y} > 0$, *b*) pieza *C* No hay fuerzas horizontales externas, así que las componentes *x* y *y* del momento lineal total del sistema se conservan. Las dos componentes son cero antes de soltarse el resorte, así que también después deberán ser cero. Por lo tanto,

$$P_x = 0 = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} + m_C v_{C2x}$$
$$P_y = 0 = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y} + m_C v_{C2y}$$

Nos dicen que $m_A = m_B = m_C$, $v_{A2x} < 0$, $v_{A2y} = 0$, $v_{B2x} = 0$, y $v_{B2y} < 0$. Podemos resolver las ecuaciones anteriores para demostrar que $v_{C2x} = -v_{A2x} > 0$ y $v_{C2y} = -v_{B2y} > 0$, por lo que las componentes de velocidad de la pieza *C* son positivas. La pieza *C* tiene una rapidez $\sqrt{v_{C2x}^2 + v_{C2y}^2} = \sqrt{v_{A2x}^2 + v_{B2y}^2}$, que es mayor que la rapidez de cualquiera de las piezas *A* o *B*.

8.3 Respuestas: *a*) inelástico, *b*) elástico, *c*) totalmente inelástico En cada caso, la energía potencial gravitacional se convierte en energía cinética conforme la pelota cae, y el choque es entre la pelota y el suelo. En *a*) toda la energía inicial se convierte a energía potencial gravitacional, así que no se pierde energía cinética en el rebote y el choque es elástico. En *b*) hay menos energía potencial gravitacional al final que al principio, por lo que algo de energía cinética se pierde en el rebote. Por lo tanto, el choque es inelástico. En *c*) la pelota pierde toda la energía cinética que tiene para dar, la pelota queda pegada al suelo, y el choque es totalmente inelástico.

8.4 Respuesta: peores Después del choque con una molécula de agua inicialmente en reposo, la rapidez del neutrón es $|(m_n - m_w)/(m_n + m_w)| = |(1.0\text{ u} - 18\text{ u})/(1.0\text{ u} + 18\text{ u})| = \frac{17}{19}$ de su rapidez inicial, y su energía cinética es $(\frac{17}{19})^2 = 0.80$ del valor inicial. Por lo tanto, una molécula de agua no es tan buen moderador como un átomo de carbono, cuyos valores son $\frac{11}{13}$ y $(\frac{11}{13})^2 = 0.72$.

8.5 Respuesta: no Si la gravedad es la única fuerza que actúa sobre el sistema de dos fragmentos, el centro de masa seguirá la trayectoria parabólica de un objeto que cae libremente. Sin embargo, una vez que el fragmento toca tierra, el suelo ejerce una fuerza normal sobre ese fragmento. Por lo tanto, la fuerza neta sobre el sistema cambia, y la trayectoria del centro de masa cambia en respuesta a ello.

8.6 Respuestas: *a*) creciente, *b*) decreciente Por las ecuaciones (8.37) y (8.38), el empuje *F* es igual a $m\,dv/dt$, donde *m* es la masa del cohete y dv/dt es su aceleración. Como *m* disminuye con el tiempo, si el empuje *F* es constante, la aceleración deberá aumentar con el tiempo (la misma fuerza actúa sobre una masa menor); si la aceleración dv/dt es constante, el empuje deberá disminuir con el tiempo (se requiere una fuerza menor para acelerar una masa más pequeña).

PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite **www.masteringphysics.com** MP

Preguntas para discusión

P8.1. Al partir leños con martillo y cuña, ¿es más efectivo un martillo pesado que uno ligero? ¿Por qué?

P8.2. Suponga que usted atrapa una pelota de béisbol y después alguien le ofrece la opción de atrapar una bola de boliche con el mismo momento lineal o bien con la misma energía cinética que la pelota. ¿Qué elegiría? ¿Por qué?

P8.3. Al caer la lluvia, ¿qué pasa con su momento lineal al golpear el suelo? ¿Es válida su respuesta para la famosa manzana de Newton?

P8.4. Un auto tiene la misma energía cinética si viaja al sur a 30 m/s que si lo hace al noroeste a 30 m/s. ¿Su momento lineal es el mismo en ambos casos? Explique.

P8.5. Un camión acelera en una autopista. Un marco de referencia inercial está fijo al suelo con su origen en un poste. Otro marco está fijo a un auto de policía que viaja en la autopista con velocidad constante. ¿El momento lineal del camión es el mismo en ambos marcos? Explique. ¿La tasa de cambio del momento lineal del camión es el mismo en los dos marcos? Explique.

P8.6. Si un camión grande y pesado choca con un auto, es más probable que se lesionen los ocupantes del auto que el conductor del camión. ¿Por qué?

P8.7. Una mujer parada en una capa de hielo horizontal sin fricción lanza una roca grande con rapidez v_0 y ángulo α sobre la horizontal. Considere el sistema formado por ella y la roca. ¿Se conserva el momento lineal del sistema? ¿Por qué? ¿Se conserva cualquier componente del momento lineal del sistema? ¿Por qué?

P8.8. En el ejemplo 8.7 (sección 8.3), donde los deslizadores de la figura 8.15 quedan pegados después de chocar, el choque es inelástico, ya que $K_2 < K_1$. En el ejemplo 8.5 (sección 8.2), ¿es inelástico el choque? Explique.

P8.9. En un choque totalmente inelástico entre dos objetos que se pegan después del choque, ¿es posible que la energía cinética final del sistema sea cero? De ser así, cite un ejemplo. En tal caso, ¿qué momento lineal inicial debe tener el sistema? ¿Es cero la energía cinética inicial del sistema? Explique.

P8.10. Puesto que la energía cinética de una partícula está dada por $K = \frac{1}{2}mv^2$ y su momento lineal por $\vec{p} = m\vec{v}$, es fácil demostrar que $K = p^2/2m$. ¿Cómo es posible entonces tener un suceso durante el cual el momento lineal total del sistema sea constante pero la energía ciné-tica total cambie?

P8.11. En los ejemplos 8.10 a 8.12 (sección 8.4), verifique que el vector de velocidad relativa de los dos cuerpos tiene la misma magnitud antes y después del choque. En cada caso, ¿qué sucede con la *dirección* de ese vector?

P8.12. Si un vidrio cae al piso, es más probable que se rompa si el piso es de concreto que si es de madera. ¿Por qué? (Remítase a la figura 8.3b.)

P8.13. En la figura 8.22b, la energía cinética de la pelota de ping-pong es mayor después de su interacción con la bola de boliche que antes. ¿De dónde proviene la energía adicional? Describa el suceso en términos de la conservación de energía.

P8.14. Se dispara una ametralladora hacia una placa de acero. ¿La fuerza media que actúa sobre la placa por los impactos es mayor si las balas rebotan o si se aplastan y pegan a la placa? Explique.

P8.15. Una fuerza neta de 4 N actúa durante 0.25 s sobre un objeto en reposo y le imprime una rapidez final de 5 m/s. ¿Cómo podría una fuerza de 2 N producir esa rapidez final?

P8.16. Una fuerza neta cuya componente x es $\sum F_x$ actúa sobre un objeto desde el tiempo t_1 hasta el tiempo t_2. La componente x del momento lineal del objeto es el mismo en ambos instantes, pero $\sum F_x$ no siempre es cero en ese lapso. ¿Qué puede decir usted acerca de la gráfica de $\sum F_x$ contra t?

P8.17. Un tenista golpea la pelota con la raqueta. Considere el sistema de la bola y la raqueta. ¿El momento lineal total del sistema es el mismo justo antes y justo después del golpe? ¿El momento lineal total justo después del golpe es el mismo que 2 s después, cuando la bola está en el punto más alto de su trayectoria? Explique cualquier diferencia entre ambos casos.

P8.18. En el ejemplo 8.4 (sección 8.2), considere el sistema del rifle y la bala. ¿Qué rapidez tiene el centro de masa del sistema después del disparo? Explique.

P8.19. Se deja caer un huevo desde una azotea hasta la acera. Al caer el huevo, ¿qué pasa con el momento lineal del sistema formado por el huevo y la Tierra?

P8.20. Una mujer está parada en el centro de un lago congelado perfectamente liso y sin fricción. Puede ponerse en movimiento aventando cosas, pero suponga que no tiene nada que lanzar. ¿Puede llegar a la orilla *sin* lanzar nada?

P8.21. En un entorno con gravedad cero, ¿puede una nave impulsada por cohetes alcanzar una rapidez mayor que la rapidez relativa con que se expulsa el combustible quemado?

P8.22. Cuando un objeto se rompe en dos (por ejemplo, mediante explosión o desintegración radiactiva), el fragmento más ligero adquiere más energía cinética que el más pesado. Esto es una consecuencia de la conservación del momento lineal, pero, ¿puede explicarla también empleando las leyes de Newton del movimiento?

P8.23. Una manzana cae de un árbol sin experimentar resistencia del aire. Conforme cae, ¿cuál de los siguientes enunciados acerca de ella es verdadero? *a*) Sólo su momento lineal se conserva; *b*) sólo su energía mecánica se conserva; *c*) tanto su momento lineal como su energía mecánica se conservan; *d*) su energía cinética se conserva.

P8.24. Dos trozos de arcilla chocan y quedan pegados. Durante el choque, ¿cuál de los siguientes enunciados es verdadero? *a*) Sólo el momento lineal de la arcilla se conserva; *b*) sólo la energía mecánica de la arcilla se conserva; *c*) tanto el momento lineal como la energía mecánica de la arcilla se conservan; *d*) la energía cinética de la arcilla se conserva.

P8.25. Dos canicas se presionan entre sí mediante un ligero resorte ideal entre ellas, sin que estén unidas al resorte de ninguna forma. Luego se les libera sobre una mesa horizontal sin fricción y pronto se mueven libremente del resorte. Conforme las canicas se alejan entre sí, ¿cuál de los siguientes enunciados acerca de ellas es verdadero? *a*) Sólo el momento lineal de las canicas se conserva; *b*) sólo la energía mecánica de las canicas se conserva; *c*) tanto el momento lineal como la energía mecánica de las canicas se conservan; *d*) la energía cinética de las canicas se conserva.

P8.26. Una vagoneta muy pesada choca de frente con un auto compacto muy ligero. ¿Cuál de los siguientes enunciados acerca del choque es correcto? *a*) La cantidad de energía cinética que pierde la vagoneta es igual a la cantidad de energía cinética que gana el auto compacto; *b*) el momento lineal que pierde la vagoneta es igual al momento lineal que gana el auto compacto; *c*) el auto compacto experimenta una fuerza considerablemente mayor durante el choque que la vagoneta; *d*) ambos vehículos pierden la misma cantidad de energía cinética.

Ejercicios

Sección 8.1 Momento lineal e impulso

8.1. *a*) ¿Qué magnitud tiene el momento lineal de un camión de 10,000 kg que viaja con rapidez de 12.0 m/s? *b*) ¿Con qué rapidez tendría que viajar una vagoneta de 2000 kg para tener i) el mismo momento lineal? ii) ¿la misma energía cinética?

8.2. En el ejemplo conceptual 8.1 (sección 8.1), demuestre que el velero de hielo con masa $2m$ tiene $\sqrt{2}$ veces más momento lineal en la meta que el de masa m.

8.3. *a*) Demuestre que la energía cinética K y la magnitud del momento lineal p de una partícula de masa m están relacionadas por la expresión $K = p^2/2m$. *b*) Un cardenal (*Richmondena cardinalis*) de 0.040 kg y una pelota de béisbol de 0.145 kg tienen la misma energía cinética. ¿Cuál tiene mayor magnitud de momento lineal? ¿Cuál es la razón entre las magnitudes del momento lineal del cardenal y de la pelota? *c*) Un hombre de 700 N y una mujer de 450 N tienen el mismo momento lineal. ¿Quién tiene mayor energía cinética? ¿Cuál es la razón entre las energías cinéticas del hombre y de la mujer?

8.4. En una competencia varonil de pista y campo, la bala tiene una masa de 7.30 kg y se lanza con una rapidez de 15.0 m/s a 40.0° por encima de la horizontal ubicada sobre la pierna izquierda extendida de un hombre. ¿Cuáles son las componentes iniciales horizontal y vertical del momento lineal de esa bala?

8.5. Un defensor de línea de fútbol americano de 110 kg va corriendo hacia la derecha a 2.75 m/s, mientras otro defensor de línea de 125 kg corre directamente hacia el primero a 2.60 m/s. ¿Cuáles son *a*) la magnitud y dirección del momento lineal neto de estos dos deportistas, y *b*) su energía cinética total?

8.6. Dos vehículos se aproximan a una intersección. Uno es una camioneta *pickup* que viaja a 14.0 m/s con dirección este-oeste (la dirección $-x$), y el otro es un auto sedan de 1500 kg que va de sur a norte (la dirección $+y$ a 23.0 m/s). *a*) Determine las componentes x y y del momento lineal neto de este sistema. *b*) ¿Cuáles son la magnitud y dirección del momento lineal neto?

8.7. Fuerza de un golpe de golf. Una pelota de golf de 0.0450 kg en reposo adquiere una rapidez de 25.0 m/s al ser golpeada por un palo. Si el tiempo de contacto es de 2.00 ms, ¿qué fuerza media actúa sobre la pelota? ¿Es significativo el efecto del peso de la pelota durante el tiempo de contacto? ¿Por qué?

8.8. Fuerza de un batazo. Una pelota de béisbol tiene masa de 0.145 kg. *a*) Si se lanza con una velocidad de 45.0 m/s y después de batearla su velocidad es de 55.0 m/s en la dirección opuesta, ¿qué magnitud tienen el cambio de momento lineal de la bola y el impulso aplicado a ella con el bate? *b*) Si la pelota está en contacto con el bate durante 2.00 ms, calcule la magnitud de la fuerza media aplicada por el bate.

8.9. Un disco de hockey de 0.160 kg se mueve en una superficie cubierta de hielo horizontal y sin fricción. En $t = 0$, su velocidad es de 3.00 m/s a la derecha. *a*) Calcule la velocidad (magnitud y dirección) del disco después de que se aplica una fuerza de 25.0 N hacia la derecha durante 0.050 s. *b*) Si, en vez de ello, se aplica una fuerza de 12.0 N dirigida a la izquierda, entre $t = 0$ y $t = 0.050$ s, ¿cuál es la velocidad final del disco?

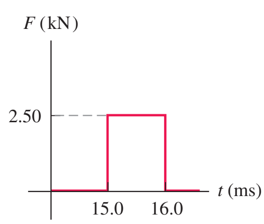
8.10. Un motor del sistema de maniobras orbitales (OMS) del transbordador espacial ejerce una fuerza de $(26{,}700\ \text{N})\hat{\jmath}$ durante 3.90 s, expulsando una masa insignificante de combustible en comparación con la masa de 95,000 kg de la nave. *a*) ¿Qué impulso tiene la fuerza en el lapso de 3.90 s? *b*) ¿Cómo cambia el momento lineal de la nave por este impulso? *c*) ¿Y su velocidad? *d*) ¿Por qué no podemos calcular el cambio resultante de la energía cinética del transbordador?

8.11. En el tiempo $t = 0$, un cohete de 2150 kg en el espacio exterior enciende un motor que ejerce una fuerza creciente sobre él en la dirección $+x$. Esta fuerza obedece la ecuación $F_x = At^2$ (donde t es el tiempo) y tiene una magnitud de 781.25 N cuando $t = 1.25$ s. *a*) Calcule el valor en el SI de la constante A, incluyendo sus unidades. *b*) ¿Qué impulso ejerce el motor sobre el cohete durante el lapso de 1.50 s que comienza 2.00 s después de encender el motor? *c*) ¿Cuánto cambia la velocidad del cohete durante ese lapso?

8.12. Un bate golpea una pelota de 0.145 kg. Justo antes del impacto, la bola viaja horizontalmente hacia la derecha a 50.0 m/s, y pierde contacto con el bate viajando hacia la izquierda a 65.0 m/s con un ángulo de 30° por arriba de la horizontal. Si la pelota y el bate están en contacto durante 1.75 ms, calcule las componentes horizontal y vertical de la fuerza media que actúa sobre la pelota.

8.13. Una piedra de 2.00 kg se desliza hacia la derecha por una superficie horizontal sin fricción a 5.00 m/s, cuando de repente es golpeada por un objeto que ejerce una gran fuerza horizontal sobre ella por un breve lapso. La gráfica en la figura 8.34 indica la magnitud de esa fuerza como función del tiempo. *a*) ¿Qué impulso ejerce esa fuerza sobre la piedra? *b*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de la piedra inmediatamente después de que la fuerza deja de actuar si esa fuerza actúa i) hacia la derecha o ii) hacia la izquierda.

Figura 8.34 Ejercicio 8.13.



Sección 8.2 Conservación del momento lineal

8.14. Un astronauta de 68.5 kg está haciendo una reparación en el espacio en la estación espacial en órbita. El astronauta tira una herramienta de 2.25 kg con una rapidez de 3.20 m/s en relación con la estación espacial. ¿Con qué rapidez y dirección comenzará el astronauta a moverse?

8.15. Propulsión animal. Los calamares y pulpos se impulsan a sí mismos expeliendo agua. Para hacer esto, guardan agua en una cavidad y luego contraen repentinamente esa cavidad para forzar la salida del agua a través de una abertura. Un calamar de 6.50 kg (incluyendo el agua en la cavidad) está en reposo, cuando de pronto ve un peligroso depredador. *a*) Si el calamar tiene 1.75 kg de agua en su cavidad, ¿con qué rapidez debe expeler esa agua para alcanzar una rapidez de 2.50 m/s y escapar así del depredador? Desprecie cualquier efecto de arrastre del agua circundante. *b*) ¿Cuánta energía cinética genera el calamar con esta maniobra?

8.16. Suponga que usted está de pie en una plancha de hielo que cubre el estacionamiento del estadio de fútbol americano de Buffalo; la fricción entre sus pies y el hielo es insignificante. Un amigo le lanza un balón de fútbol americano de 0.400 kg que viaja horizontalmente a 10.0 m/s. La masa de usted es de 70.0 kg. *a*) Si atrapa el balón, ¿con qué rapidez se moverán usted y el balón después? *b*) Si el balón lo golpea en el pecho y rebota moviéndose horizontalmente a 8.0 m/s en la dirección opuesta, ¿qué rapidez tendrá usted después del choque?

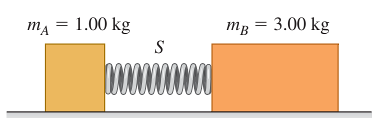
8.17. En una mesa de aire horizontal sin fricción, el disco A (con masa de 0.250 kg) se mueve hacia el B (con masa de 0.350 kg) que está en reposo. Después del choque, A se mueve a 0.120 m/s a la izquierda, y B lo hace a 0.650 m/s a la derecha. *a*) ¿Qué rapidez tenía A antes del choque? *b*) Calcule el cambio de energía cinética total del sistema durante el choque.

8.18. Cuando los automóviles están equipados con parachoques flexibles, rebotan durante los choques a baja rapidez, provocando daños menores. En un accidente de este tipo, un auto de 1750 kg viaja hacia la derecha a 1.50 m/s y choca con un auto de 1450 kg que va hacia la izquierda a 1.10 m/s. Las mediciones indican que la rapidez del auto más pesado inmediatamente después del choque era de 0.250 m/s en su dirección original. Podemos ignorar la fricción de la carretera durante el choque. *a*) ¿Cuál era la rapidez del auto más ligero inmediatamente después del choque? *b*) Calcule el cambio en la energía cinética combinada del sistema de los dos vehículos durante este choque.

8.19. Los gases en expansión que salen por el cañón de un rifle también contribuyen al retroceso. Una bala de calibre .30 tiene una masa de 0.00720 kg y una rapidez de 601 m/s relativa al cañón del rifle, cuya masa es de 2.80 kg. El rifle, sostenido sin firmeza, retrocede a 1.85 m/s en relación con el suelo. Calcule el momento lineal de los gases al salir del cañón, en un sistema de coordenadas fijo al suelo.

8.20. El bloque A de la figura 8.35 tiene una masa de 1.00 kg, y el B, de 3.00 kg. A y B se juntan a la fuerza, comprimiendo un resorte S entre ellos; luego, el sistema se suelta del reposo en una superficie plana sin fricción. El resorte, de masa despreciable, está suelto y cae a la superficie después de extenderse. El bloque B adquiere una rapidez de 1.20 m/s. *a*) ¿Qué rapidez final tiene A? *b*) ¿Cuánta energía potencial se almacenó en el resorte comprimido?

Figura 8.35 Ejercicio 8.20.



8.21. Un cazador que se encuentra sobre un estanque congelado y sin fricción utiliza un rifle que dispara balas de 4.20 g a 965 m/s. La masa del cazador (incluyendo su rifle) es de 72.5 kg; el hombre sostiene con fuerza el arma después de disparar. Calcule la velocidad de retroceso del cazador si dispara el rifle *a*) horizontalmente y *b*) a 56.0° por encima de la horizontal.

8.22. Un núcleo atómico súbitamente se fisiona (se divide) en dos. El fragmento A, de masa m_A, viaja hacia la izquierda con una rapidez v_A. El fragmento B, de masa m_B, viaja hacia la derecha con una rapidez v_B. *a*) Con base en la conservación del momento lineal, despeje v_B en términos de m_A, m_B y v_A. *b*) Utilice los resultados del inciso *a*) para demostrar que $K_A/K_B = m_B/m_A$, donde K_A y K_B son las energías cinéticas de los dos fragmentos.

8.23. El núcleo de ^{214}Po decae radiactivamente emitiendo una partícula alfa (masa 6.65×10^{-27} kg) con una energía cinética 1.23×10^{-12} J, medida en el marco de referencia del laboratorio. Suponiendo que el núcleo estaba inicialmente en reposo en este marco, calcule la velocidad de retroceso del núcleo que queda después del decaimiento.

8.24. Usted está de pie sobre una gran plancha de hielo sin fricción, sosteniendo una gran roca. Para salir del hielo, usted avienta la roca de manera que ésta adquiere una velocidad relativa a la Tierra de 12.0 m/s, a 35.0° por arriba de la horizontal. Si su masa es de 70.0 kg y la masa de la roca es de 15.0 kg, ¿qué rapidez tiene usted después de lanzar la roca? (Véase la pregunta para análisis P8.7.)

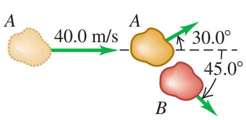
8.25. Dos patinadores, Daniel (65.0 kg) y Rebeca (45.0 kg) están practicando. Daniel se detiene para atar su agujeta y es golpeado por Rebeca, quien se desplazaba a 13.0 m/s antes de chocar con él. Después del choque, Rebeca se mueve a 8.00 m/s con un ángulo de 53.1° respecto a su dirección original. La superficie de patinaje es horizontal y no tiene fricción. *a*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de Daniel después del choque. *b*) ¿Cuál es el cambio en la energía cinética total de los dos patinadores como resultado del choque?

8.26. Un astronauta en el espacio no puede utilizar una báscula o balanza para pesar los objetos porque no hay gravedad. Pero cuenta con dispositivos para medir la distancia y el tiempo de manera exacta. El astronauta sabe que su masa es de 78.4 kg, pero no está seguro de la masa de un enorme tanque de gas en el interior del cohete sin aire. Cuando el tanque se aproxima a él a 3.50 m/s, empuja su cuerpo contra éste, lo que disminuye la rapidez del tanque a 1.20 m/s (pero no invierte su dirección) y le da al astronauta una rapidez de 2.40 m/. ¿Cuál es la masa del tanque?

8.27. Masa cambiante. Un vagón abierto de 24,000 kg viaja sin fricción ni impulso sobre una vía horizontal. Está lloviendo muy fuerte, y la lluvia cae verticalmente. El vagón originalmente está vacío y tiene una rapidez de 4.00 m/s. ¿Qué rapidez tiene después de acumular 3000 kg de agua de lluvia?

8.28. Choque de asteroides. Dos asteroides de igual masa pertenecientes al cinturón de asteroides entre Marte y Júpiter chocan de refilón. El asteroide A, que inicialmente viajaba a 40.0 m/s, se desvía 30.0° con respecto a su dirección original, mientras que el asteroide B viaja a 45.0° con respecto a la dirección original de A (figura 8.36). *a*) Calcule la rapidez de cada asteroide después del choque. *b*) ¿Qué fracción de la energía cinética original del asteroide A se disipa durante el choque?

Figura 8.36 Ejercicio 8.28.



Sección 8.3 Conservación del momento lineal y choques

8.29. Un pez de 15.0 kg, que nada a 1.10 m/s, de repente engulle un pez de 4.50 kg que estaba estacionario. Desprecie los efectos de arrastre del agua. *a*) Calcule la rapidez del pez grande inmediatamente después de haberse comido al pequeño. *b*) ¿Cuánta energía mecánica se disipó durante esta comida?

8.30. Dos amorosas nutrias se acercan una a la otra deslizándose por una superficie horizontal lodosa (y sin fricción). Una de ellas, con masa de 7.50 kg, se desliza hacia la izquierda a 5.00 m/s, mientras que la otra, con masa de 5.75 kg se desliza hacia la derecha a 6.00 m/s. Las nutrias quedan unidas después de chocar. *a*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de estas nutrias después del choque. *b*) ¿Cuánta energía mecánica se disipa durante este juego?

8.31. Misión de profundo impacto. En julio de 2005, en la misión "Impacto Profundo" de la NASA, una sonda de 372 kg, que se desplazaba a 37,000 km/h, chocó directamente contra la superficie del cometa Tempel 1. La rapidez original del cometa en ese momento era de 40,000 km/h y su masa se estimó en el intervalo de (0.10-2.5) $\times 10^{14}$ kg. Utilice el menor valor de la masa estimada. *a*) ¿Qué cambio en la velocidad del cometa produjo el choque? ¿Será perceptible ese cambio? *b*) Suponga que este cometa fuera a chocar contra la Tierra para fusionarse con ella. ¿En cuánto cambiaría la velocidad de nuestro planeta? ¿Sería apreciable ese cambio? (La masa de la Tierra es de 5.97×10^{24} kg.)

8.32. Un auto deportivo de 1050 kg se desplaza hacia el oeste a 15.0 m/s por una carretera horizontal cuando choca con un camión de 6320 kg, que viaja hacia el este por el mismo camino a 10.0 m/s. Los dos vehículos quedan pegados después del choque. *a*) ¿Qué velocidad (magnitud y dirección) tendrán los dos vehículos inmediatamente después del choque? *b*) ¿Qué rapidez debe llevar el camión para que ambos vehículos se detengan por el choque? *c*) Encuentre el cambio de energía cinética del sistema de los dos vehículos en las situaciones del inciso *a*) y *b*). ¿En cuál situación tiene mayor magnitud el cambio de energía cinética?

8.33. En un campo de fútbol americano muy lodoso, un apoyador de 110 kg taclea a un corredor de 85 kg. Justo antes del choque, el apoyador resbala con una velocidad de 8.8 m/s hacia el norte, y el corredor lo hace con una velocidad de 7.2 m/s hacia el este. ¿Con qué velocidad (magnitud y dirección) se mueven juntos los dos jugadores inmediatamente después del choque?

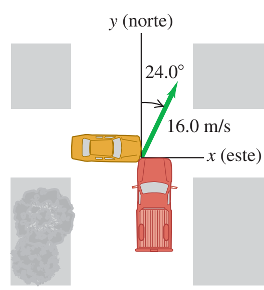
8.34. Dos patinadores chocan y quedan agarrados sobre una pista de hielo sin fricción. Uno de ellos, cuya masa es de 70.0 kg, se movía hacia la derecha a 2.00 m/s, mientras que el otro, cuya masa es de 65.0 kg, se movía hacia la izquierda a 2.50 m/s. ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la velocidad de estos patinadores inmediatamente después de que chocan?

8.35. Dos automóviles, uno compacto con masa de 1200 kg y otro un "devorador de gasolina" de 3000 kg, chocan de frente a velocidades típicas de autopista. *a*) ¿Cuál experimenta un cambio de mayor magnitud en su momento lineal? ¿Cuál experimenta un mayor cambio de velocidad? *b*) Si el auto más grande cambia su velocidad en Δv, calcule el cambio en la velocidad del auto pequeño en términos de Δv. *c*) ¿Los ocupantes de cuál auto esperaría usted que sufran lesiones más graves? Explique.

8.36. Defensa de las aves. Para proteger a sus crías en el nido, los halcones peregrinos vuelan tras las aves de rapiña (como los cuervos) con gran rapidez. En uno de tales episodios, un halcón de 600 g que vuela a 20.0 m/s choca con un cuervo de 1.50 kg que vuela a 9.0 m/s. El halcón choca con el cuervo en ángulo recto con respecto a su trayectoria original y rebota a 5.0 m/s. (Estas cifras son estimaciones del autor, quien presenció este ataque en el norte de Nuevo México.) *a*) ¿En qué ángulo cambió el halcón la dirección del vuelo del cuervo? *b*) ¿Cuál era la rapidez del cuervo inmediatamente después del choque?

8.37. En el cruce de la Avenida Texas y el Paseo Universitario, un auto subcompacto amarillo de 950 kg que viaja al este por el Paseo choca con una camioneta *pickup* color rojo de 1900 kg que viaja al norte por la Avenida Texas y se pasó el alto de un semáforo (figura 8.37). Los dos vehículos quedan pegados después del choque, y se deslizan a 16.0 m/s en dirección 24.0° al este del norte. Calcule la rapidez de cada vehícu-

Figura 8.37 Ejercicio 8.37.



lo antes del choque. El choque tiene lugar durante una tormenta; las fuerzas de fricción entre los vehículos y el pavimento húmedo son despreciables.

8.38. Una bala de 5.00 g se dispara horizontalmente a un bloque de madera de 1.20 kg que descansa en una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie es de 0.20. La bala queda incrustada en el bloque, que se desliza 0.230 m por la superficie antes de detenerse. ¿Qué rapidez tenía inicialmente la bala?

8.39. Péndulo balístico. Una bala de rifle de 12.0 g se dispara a 380 m/s contra un péndulo balístico de 6.00 kg suspendido de un cordón de 70.0 cm de longitud (véase el ejemplo 8.8, sección 8.3). Calcule *a*) la distancia vertical que sube el péndulo, *b*) la energía cinética inicial de la bala y *c*) la energía cinética de la bala y el péndulo inmediatamente después de que la bala se incrusta en el péndulo.

8.40. Usted y sus amigos efectúan experimentos de física en un estanque helado que sirve como superficie horizontal sin fricción. Samuel, de 80.0 kg, recibe un empujón y se desliza hacia el este. Abigail, de 50.0 kg, recibe también un empujón y se desliza hacia el norte. Los dos chocan. Después del choque, Samuel se mueve a 37.0° al norte del este con rapidez de 6.00 m/s, y Abigail, a 23.0° al sur del este con rapidez de 9.00 m/s. *a*) ¿Qué rapidez tenía cada uno antes del choque? *b*) ¿Cuánto disminuyó la energía cinética total de las dos personas durante el choque?

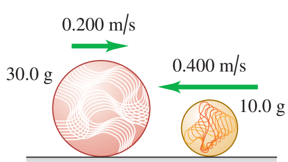
Sección 8.4 Choques elásticos

8.41. Los bloques *A* (masa 2.00 kg) y *B* (masa 10.00 kg) se mueven en una superficie horizontal sin fricción. En un principio, el bloque *B* está en reposo y el *A* se mueve hacia él a 2.00 m/s. Los bloques están equipados con protectores de resorte ideal, como en el ejemplo 8.10. El choque es de frente, así que todos los movimientos antes y después del choque están en una línea recta. *a*) Calcule la energía máxima almacenada en los protectores de resorte y la velocidad de cada bloque en ese momento. *b*) Calcule la velocidad de cada bloque una vez que se han separado.

8.42. Un deslizador de 0.150 kg se mueve a la derecha a 0.80 m/s en un riel de aire horizontal sin fricción y choca de frente con un deslizador de 0.300 kg que se mueve a la izquierda a 2.20 m/s. Calcule la velocidad final (magnitud y dirección) de cada deslizador si el choque es elástico.

8.43. Una canica de 10.0 g se desliza a la izquierda a 0.400 m/s sobre una acera horizontal de Nueva York cubierta de hielo y sin fricción, y tiene un choque elástico de frente con una canica de 30.0 g que se desliza a la derecha a 0.200 m/s (figura 8.38). *a*) Determine la velocidad (magnitud y dirección) de cada canica después del choque. (Puesto que el choque es de frente, los movimientos son en una línea.) *b*) Calcule el *cambio en el momento lineal* (es decir, el momento lineal después del choque menos el momento lineal antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos. *c*) Calcule el *cambio de energía* cinética (es decir, la energía cinética después del choque menos la energía cinética antes del choque) para cada canica. Compare los valores obtenidos.

Figura 8.38 Ejercicio 8.43.



8.44. Detalle el cálculo de α y β en el ejemplo 8.12 (sección 8.4).

8.45. Moderadores. Los reactores nucleares canadienses usan moderadores de *agua pesada* en los que se dan choques elásticos entre neutrones y deuterones de masa 2.0 u (véase el ejemplo 8.11 en la sección 8.4). *a*) ¿Qué rapidez tiene un neutrón, expresada como fracción de su rapidez original, después de un choque elástico de frente con un deuterón inicialmente en reposo? *b*) ¿Qué energía cinética tiene, expresada como fracción de su energía cinética original? *c*) ¿Cuántos choques sucesivos como éste reducirán la rapidez de un neutrón a 1/59,000 de su valor original?

8.46. Imagine que controla un acelerador de partículas que envía un haz de protones (masa *m*) a 1.50×10^7 m/s contra un objetivo gaseoso de un elemento desconocido. El detector indica que algunos protones rebotan en la misma línea después de chocar con uno de los núcleos del elemento desconocido. Todos esos protones tienen una rapidez de 1.20×10^7 m/s. Suponga que la rapidez inicial del núcleo objetivo es despreciable y que el choque es elástico. *a*) Calcule la masa del núcleo del elemento desconocido. Exprese su respuesta en términos de la masa *m* del protón. *b*) ¿Qué rapidez tiene el núcleo desconocido inmediatamente después de semejante choque?

Sección 8.5 Centro de masa

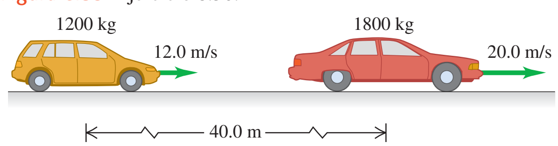
8.47. Tres bloques de chocolate de forma rara tienen las siguientes masas y coordenadas del centro de masa: 1) 0.300 kg (0.200 m, 0.300 m); 2) 0.400 kg (0.100 m, −0.400 m); 3) 0.200 kg (−0.300 m, 0.600 m). Determine las coordenadas del centro de masa del sistema formado por los tres bloques.

8.48. Calcule la posición del centro de masa del sistema formado por el Sol y Júpiter. (Como Júpiter tiene mayor masa que el resto de los planetas juntos, se obtendrá básicamente la posición del centro de masa del Sistema Solar.) ¿El centro de masa está dentro o fuera del Sol? Use los datos del Apéndice F.

8.49. Plutón y Caronte. El diámetro de Plutón mide aproximadamente 2370 km, y el diámetro de su satélite Caronte mide 1250 km. Aunque la distancia varía, sus centros a menudo están separados unos 19,700 km. Suponiendo que tanto Plutón como Caronte tienen la misma composición y, por consiguiente, la misma densidad media, determine la ubicación del centro de masa de este sistema en relación con el centro de Plutón.

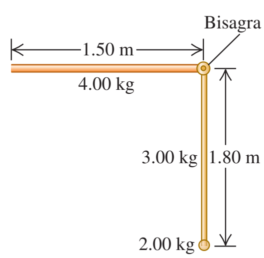
8.50. Una camioneta de 1200 kg avanza en una autopista recta a 12.0 m/s. Otro auto, de masa 1800 kg y rapidez 20.0 m/s, tiene su centro de masa 40.0 m adelante del centro de masa de la camioneta (figura 8.39). *a*) Determine la posición del centro de masa del sistema formado por los dos vehículos. *b*) Calcule la magnitud del momento lineal total del sistema, a partir de los datos anteriores. *c*) Calcule la rapidez del centro de masa del sistema. *d*) Calcule el momento lineal total del sistema, usando la rapidez del centro de masa. Compare su resultado con el del inciso *b*).

Figura 8.39 Ejercicio 8.50.



8.51. Una parte de una máquina consiste en una barra delgada y uniforme de 4.00 kg y 1.50 m de longitud, unida en forma perpendicular mediante una bisagra a una barra vertical similar cuya masa es de 3.00 kg y que mide 1.80 m de longitud. La barra más larga tiene una bola pequeña pero densa de 2.00 kg unida a uno de sus extremos (figura 8.40). ¿Qué distancia se mueve horizontal y verticalmente el centro de masa de la primera parte si la barra vertical se mueve alrededor del pivote en sentido antihorario 90° para formar una parte completa horizontal?

Figura 8.40 Ejercicio 8.51.



8.52. En un instante dado, el centro de masa de un sistema de dos partículas está sobre el eje x en $x = 2.0$ m y tiene una velocidad de $(5.0\text{ m/s})\hat{\imath}$. Una partícula está en el origen. La otra tiene masa de 0.10 kg y está en reposo en el eje x en $x = 8.0$ m. *a*) ¿Qué masa tiene la partícula que está en el origen? *b*) Calcule el momento lineal total del sistema. *c*) ¿Qué velocidad tiene la partícula que está en el origen?

8.53. En el ejemplo 8.14 (sección 8.5), Ramón tira de la cuerda para adquirir una rapidez de 0.70 m/s. ¿Qué rapidez adquiere Santiago?

8.54. Un sistema consta de dos partículas. En $t = 0$ una partícula está en el origen; la otra, cuya masa es de 0.50 kg, está en el eje y en $y = 6.0$ m. En $t = 0$ el centro de masa del sistema está en el eje y en $y = 2.4$ m. La velocidad del centro de la masa está dada por $(0.75\text{ m/s}^3)t^2\hat{\imath}$. *a*) Calcule la masa total del sistema. *b*) Calcule la aceleración del centro de la masa en cualquier instante t. *c*) Calcule la fuerza externa neta que actúa sobre el sistema en $t = 3.0$ s.

8.55. El momento lineal de un modelo de avión controlado por radio está dada por $[(-0.75\text{ kg}\cdot\text{m/s}^3)t^2 + (3.0\text{ kg}\cdot\text{m/s})]\ \hat{\imath} + (0.25\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2)t\hat{\jmath}$. Determine las componentes x, y y z de la fuerza neta que actúa sobre el avión.

*Sección 8.6 Propulsión a reacción

***8.56.** Un cohete pequeño quema 0.0500 kg de combustible cada segundo, expulsándolo como gas con una velocidad de 1600 m/s relativa al cohete. *a*) ¿Qué empuje tiene el cohete? *b*) ¿Funcionaría el cohete en el espacio exterior donde no hay atmósfera? En tal caso, ¿cómo se podría guiar? ¿Se le podría frenar?

***8.57.** Un astronauta de 70 kg flota en el espacio en una unidad de maniobras tripulada (MMU, por las siglas de *manned maneuvering unit*) de 110 kg y sufre una aceleración de 0.029 m/s^2 al disparar uno de sus impulsores. *a*) Si la rapidez del gas N_2 que escapa, relativa al astronauta, es de 490 m/s, ¿cuánto gas se gasta en 5.0 s? *b*) ¿Qué empuje tiene el impulsor?

***8.58.** Un cohete se enciende en el espacio profundo, donde la gravedad es despreciable. Si su masa inicial es de 6000 kg y expulsa gas con velocidad relativa de 2000 m/s, ¿cuánto gas deberá expulsar en el primer segundo para adquirir una aceleración inicial de 25.0 m/s^2?

***8.59.** Un cohete se enciende en el espacio profundo, donde la gravedad es despreciable, y en el primer segundo expulsa $\frac{1}{160}$ de su masa como gas de escape, adquiriendo una aceleración de 15.0 m/s^2. ¿Qué rapidez relativa al cohete tiene el gas?

***8.60.** Un modelo de motor a reacción C6-5 tiene un impulso de $10.0\text{ N}\cdot\text{s}$ durante 1.70 s mientras quema 0.0125 kg de combustible. El empuje máximo es de 13.3 N. La masa inicial del motor más combustible es de 0.0258 kg. *a*) ¿Qué fracción del empuje máximo es el empuje medio? *b*) Calcule la rapidez relativa de los gases de escape, suponiéndola constante. *c*) Suponiendo que la rapidez relativa de los gases de escape es constante, calcule la rapidez final del motor si está sujeto a una armazón muy ligera y se enciende estando en reposo en el espacio exterior, sin gravedad.

***8.61.** Un cohete de una etapa se enciende desde el reposo en una plataforma espacial donde la gravedad es despreciable. Si el combustible se quema en 50.0 s y la rapidez relativa de los gases de escape es $v_{esc} = 2100$ m/s, ¿cuál debe ser la razón de masas m_0/m para adquirir una rapidez final v de 8.00 km/s (similar a la rapidez orbital de un satélite terrestre)?

***8.62.** Obviamente, los cohetes pueden alcanzar gran rapidez, pero ¿qué rapidez máxima es razonable? Suponga que un cohete se enciende desde el reposo en una estación espacial donde la gravedad es despreciable. *a*) Si el cohete expulsa gas con rapidez relativa de 2000 m/s y se desea que el cohete alcance una rapidez final de $1.00 \times 10^{-3}c$, donde c es la rapidez de la luz, ¿qué fracción de la masa total inicial del cohete *no* es combustible? *b*) ¿Cuál es está fracción si se desea alcanzar una rapidez final de 3000 m/s?

Problemas

8.63. Una esfera de acero de 40.0 kg se deja caer desde una altura de 2.00 m sobre una plancha de acero horizontal, rebotando a una altura de 1.60 m. *a*) Calcule el impulso que se da a la esfera en el impacto. *b*) Si el contacto dura 2.00 ms, calcule la fuerza media que actúa sobre la esfera durante el impacto.

8.64. En una erupción volcánica, una roca de 2400 kg es lanzada verticalmente hacia arriba. Al alcanzar su altura máxima, estalla súbitamente (a causa de los gases atrapados) y se divide en dos fragmentos, uno de los cuales tiene una masa tres veces mayor que el otro. El fragmento más liviano comenzó con una velocidad horizontal y tocó tierra 274 m directamente al norte del punto del estallido. ¿Dónde caerá el otro fragmento? Desprecie la resistencia del aire.

8.65. Una pelota de tenis de 0.560 N tiene una velocidad de (20.0m/s) $(20.0\text{ m/s})\hat{\imath} - (4.0\text{ m/s})\hat{\jmath}$. Justo antes de ser golpeada por una raqueta. Durante los 3.00 ms que la raqueta y la pelota están en contacto, la fuerza neta que actúa sobre la pelota es constante e igual a $-(380\text{ N})\hat{\imath} + (110\text{ N})\hat{\jmath}$. *a*) ¿Qué componentes x y y tiene el impulso de la fuerza neta aplicada a la pelota? *b*) ¿Qué componentes x y y tiene la velocidad final de la pelota?

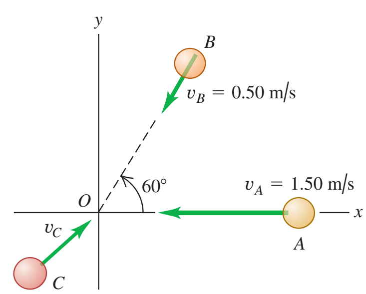
8.66. Tres vagones de ferrocarril en movimiento se acoplan con un cuarto vagón que está en reposo. Los cuatro continúan en movimiento y se acoplan con un quinto vagón en reposo. El proceso continúa hasta que la rapidez del tren formado es la quinta parte de la rapidez de los tres vagones iniciales. Los vagones son idénticos. Sin tomar en cuenta la fricción, ¿cuántos vagones tiene el tren final?

8.67. Un convertible azul de 1500 kg viaja al sur, y una vagoneta roja de 2000 kg viaja al oeste. Si el momento lineal total del sistema formado por los dos vehículos es de $800\text{ kg}\cdot\text{m/s}$ dirigida 60.0° al oeste del sur, ¿qué rapidez tiene cada vehículo?

8.68. Tres discos idénticos en una mesa horizontal de hockey de aire tienen imanes repelentes. Se les junta y luego se les suelta simultáneamente. Todos tienen la misma rapidez en cualquier instante. Un disco se mueve al oeste. ¿Qué dirección tienen los otros dos discos?

8.69. Las esferas A, de 0.020 kg, B, de 0.030 kg y C, de 0.050 kg, se acercan al origen deslizándose sobre una mesa de aire sin fricción (figura 8.41). Las velocidades iniciales de A y B se indican en la figura. Las tres esferas llegan al origen simultáneamente y se pegan. *a*) ¿Qué componentes x y y debe tener la velocidad inicial de C si después del choque los tres objetos tienen una velocidad de 0.50 m/s en la dirección $+x$? *b*) Si C tiene la velocidad obtenida en el inciso *a*), ¿cuál es el cambio de la energía cinética del sistema de las tres esferas como resultado del choque?

Figura 8.41 Problema 8.69.



8.70. Un vagón de ferrocarril se mueve sobre vías rectas sin fricción con resistencia despreciable del aire. En los casos que siguen, el vagón tiene inicialmente una masa total (vehículo y contenido) de 200 kg y viaja hacia el este a 5.00 m/s. Suponiendo que no se sale de la vía, calcule su *velocidad final* si: *a*) una masa de 25.0 kg se lanza lateralmente desde el vagón con velocidad de 2.00 m/s relativa a la velocidad inicial del vagón; *b*) una masa de 25.0 kg se lanza hacia atrás con velocidad de 5.00 m/s relativa al movimiento inicial del vagón; *c*) una masa de 25.0 kg se avienta al interior del vagón con velocidad de 6.00 m/s relativa al suelo y opuesta en dirección a la velocidad inicial del armón.

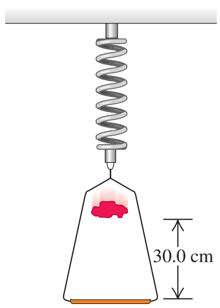
8.71. Masa cambiante. Un vagón tolva lleno de arena rueda con rapidez inicial de 15.0 m/s sobre vías horizontales rectas. Ignore las fuerzas de fricción que actúan sobre el vagón. La masa total del vagón y la arena es de 85,000 kg. La puerta de la tolva no cierra bien, por lo que se fuga arena por el fondo. Después de 20 minutos, se han perdido 13,000 kg de arena. ¿Qué rapidez tiene entonces el vagón? (Compare su análisis con el que usó para resolver el ejercicio 8.27.)

8.72. En una exhibición de autos antiguos, un Nash Metropolitan modelo 1955 de 840 kg avanza a 9.0 m/s seguido de un Packard Clipper modelo 1957 de 1620 kg que avanza a 5.0 m/s. *a*) ¿Qué auto tiene mayor energía cinética? ¿Cuál es la razón entre las energías cinéticas del Nash y el Packard? *b*) ¿Qué auto tiene mayor magnitud del momento lineal? ¿Cuál es la razón entre las magnitudes de momento lineal del Nash y el Packard? *c*) Sean F_N y F_P las fuerzas netas requeridas para detener en un tiempo t el Nash y el Packard, respectivamente. ¿Cuál fuerza es mayor: F_N o F_P? ¿Cuánto vale la razón F_N/F_P? *d*) Sean ahora F_N y F_P las fuerzas netas requeridas para detener en una distancia d el Nash y el Packard, respectivamente. ¿Cuál fuerza es mayor: F_N o F_P? ¿Cuánto vale la razón F_N/F_P?

8.73. Un soldado en un campo de tiro dispara una ráfaga de 8 tiros con un rifle de asalto a razón de 1000 balas por minuto. Cada bala tiene masa de 7.45 g y rapidez de 293 m/s relativa al suelo al salir del cañón del arma. Calcule la fuerza de retroceso media ejercida sobre el arma durante la ráfaga.

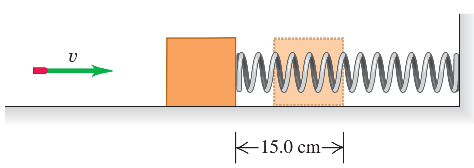
8.74. Un marco de 0.150 kg, suspendido de un resorte, lo estira 0.050 m. Un trozo de masilla de 0.200 kg en reposo se deja caer sobre el marco desde una altura de 30.0 cm (figura 8.42). ¿Qué distancia máxima baja el marco con respecto a su posición inicial?

Figura 8.42 Problema 8.74.



8.75. Una bala de rifle de 8.00 g se incrusta en un bloque de 0.992 kg que descansa en una superficie horizontal sin fricción sujeto a un resorte (figura 8.43). El impacto comprime el resorte 15.0 cm. La calibración del resorte indica que se requiere una fuerza de 0.750 N para comprimirlo 0.250 cm. *a*) Calcule la velocidad del bloque inmediatamente después del impacto. *b*) ¿Qué rapidez tenía inicialmente la bala?

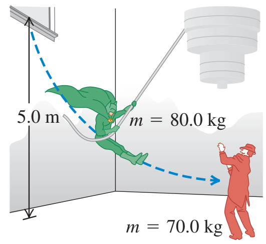
Figura 8.43 Problema 8.75.



8.76. Rebote de bala. Una piedra de 0.100 kg descansa en una superficie horizontal sin fricción. Una bala de 6.00 g que viaja horizontalmente a 350 m/s golpea la piedra y rebota horizontalmente a 90° de su dirección original, con rapidez de 250 m/s. *a*) Calcule la magnitud y dirección de la velocidad de la piedra después del golpe. *b*) ¿Es perfectamente elástico el choque?

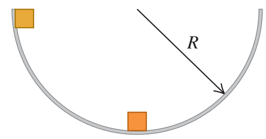
8.77. Un doble de cine de 80.0 kg se para en un alféizar 5.0 m sobre el piso (figura 8.44). Sujetando una cuerda atada a un candelabro, oscila hacia abajo para pelear con el villano de 70.0 kg, quien está de pie exactamente abajo del candelabro. (Suponga que el centro de masa del doble baja 5.0 m, y él suelta la cuerda justo al chocar con el villano.) *a*) ¿Con qué rapidez comienzan a deslizarse los contrincantes entrelazados sobre el piso? *b*) Si el coeficiente de fricción cinética entre sus cuerpos y el piso es $\mu_k = 0.250$, ¿qué distancia se deslizan?

Figura 8.44 Problema 8.77.



8.78. Dos masas idénticas se sueltan del reposo en un tazón hemisférico liso de radio R, desde las posiciones que se muestran en la figura 8.45. Se puede despreciar la fricción entre las masas y la superficie del tazón. Si se pegan cuando chocan, ¿qué altura arriba del fondo del tazón alcanzarán las masas después de chocar?

Figura 8.45 Problema 8.78.



8.79. Una pelota con masa M, que se mueve horizontalmente a 5.00 m/s, choca elásticamente con un bloque de masa $3M$ que inicialmente está en reposo y cuelga del techo por medio de un alambre de 50.0 cm. Determine el ángulo máximo de oscilación del bloque después del impacto.

8.80. Una esfera de plomo de 20.00 kg cuelga de un gancho atado a un alambre delgado de 3.50 m de longitud, y puede oscilar en un círculo completo. De repente, un dardo de acero de 5.00 kg la golpea horizontalmente, incrustándose en ella. ¿Qué rapidez inicial mínima debe tener el dardo para que la combinación describa un círculo completo después del choque?

8.81. Una pelota de 8.00 kg, que cuelga del techo atada a un alambre de 135 cm de longitud, sufre un choque elástico con una pelota de 2.00 kg que se mueve horizontalmente con rapidez de 5.00 m/s justo antes del choque. Calcule la tensión en el alambre inmediatamente después del choque.

8.82. Una pelota de goma con masa m se libera desde el reposo a una altura h por encima del piso. Después de su primer rebote, se eleva al 90% de su altura original. ¿Qué impulso (magnitud y dirección) ejerce el piso sobre esta pelota durante su primer rebote? Exprese su respuesta en términos de las variables m y h.

8.83. Una bala de 4.00 g viaja horizontalmente con velocidad de 400 m/s y choca con un bloque de madera de 0.800 kg que estaba en reposo en una superficie plana. La bala atraviesa el bloque y sale con su rapidez reducida a 120 m/s. El bloque se desliza una distancia de 45.0 m sobre la superficie con respecto a su posición inicial. *a*) ¿Qué coeficiente de fricción cinética hay entre el bloque y la superficie? *b*) ¿En cuánto se reduce la energía cinética de la bala? *c*) ¿Qué energía cinética tiene el bloque en el instante en que la bala sale de él?

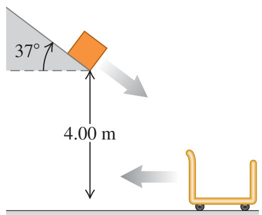
8.84. Una bala de 5.00 g se dispara *contra* un bloque de madera de 1.00 kg suspendido de un hilo de 2.00 m de longitud, atravesándolo. El centro de masa del bloque se eleva 0.45 cm. Calcule la rapidez de la bala al salir del bloque si su rapidez inicial es de 450 m/s.

8.85. Un neutrón de masa m sufre un choque elástico de frente con un núcleo de masa M en reposo. *a*) Demuestre que si la energía cinética inicial del neutrón es K_0, la energía cinética que pierde durante el choque es $4mMK_0/(M + m)^2$. *b*) ¿Con qué valor de M pierde más energía el neutrón incidente? *c*) Si M tiene el valor calculado en el inciso *b*), ¿qué rapidez tiene el neutrón después del choque?

8.86. División de energía en choques elásticos. Un objeto estacionario con masa m_B es golpeado de frente por un objeto con masa m_A que se mueve con rapidez inicial v_0. *a*) Si el choque es elástico, ¿qué porcentaje de la energía original tendrá cada objeto después del choque? *b*) Aplique el resultado del inciso *a*) a los siguientes casos especiales: i) $m_A = m_B$, ii) $m_A = 5m_B$. *c*) ¿Con qué valores, si existen, de la razón de masas m_A/m_B la energía cinética original se divide equitativamente entre los dos objetos después del choque?

8.87. En el centro de distribución de una compañía de embarques, un carrito abierto de 50.0 kg está rodando hacia la izquierda con rapidez de 5.00 m/s (figura 8.46). La fricción entre el carrito y el piso es despreciable. Un paquete de 15.0 kg baja deslizándose por una rampa inclinada 37.0° sobre la horizontal y sale proyectado con una rapidez de 3.00 m/s. El paquete cae en el carrito y siguen avanzando juntos. Si el extremo inferior de la rampa está a una altura de 4.00 m sobre el fondo del carrito, *a*) ¿qué rapidez tendrá el paquete inmediatamente antes de caer en el carrito? *b*) ¿Qué rapidez final tendrá el carrito?

Figura 8.46 Problema 8.87.



8.88. Un disco azul con masa de 0.0400 kg, que se desliza con rapidez de 0.200 m/s sobre una mesa de aire horizontal sin fricción, sufre un choque perfectamente elástico de frente con un disco rojo de masa m, inicialmente en reposo. Después del choque, la velocidad del disco azul es de 0.050 m/s en la misma dirección que su velocidad inicial. Calcule *a*) la velocidad (magnitud y dirección) del disco rojo después del choque; *b*) la masa m del disco rojo.

8.89. Dos asteroides con masas m_A y m_B se mueven con velocidades $\vec{v}_A$ y $\vec{v}_B$ con respecto a un astrónomo en una nave espacial. *a*) Demuestre que la energía cinética total medida por el astrónomo es

$$K = \tfrac{1}{2}Mv_{\mathrm{cm}}^{\;2} + \tfrac{1}{2}\left(m_A v_A'^2 + m_B v_B'^2\right)$$

donde $\vec{v}_{\mathrm{cm}}$ y M están definidos como en la sección 8.5, $\vec{v}'_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{\mathrm{cm}}$, y $\vec{v}'_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{\mathrm{cm}}$. En esta expresión, la energía cinética total de los dos asteroides es la energía asociada a su centro de masa mas la asociada al movimiento interno relativo al centro de masa. *b*) Si los asteroides chocan, ¿qué energía cinética *mínima* pueden tener después del choque, según las mediciones del astrónomo? Explique.

8.90. Imagine que sostiene una pelota pequeña en contacto con y directamente arriba del centro de una pelota grande. Si deja caer la pelota pequeña un tiempo corto después de dejar caer la grande, la pelota pequeña rebotará con rapidez sorprendente. Para ver el caso extremo, ignore la resistencia del aire y suponga que la pelota grande choca elásticamente con el piso y luego rebota para chocar elásticamente con la pelota pequeña en descenso. Justo antes del choque entre las dos pelotas, la grande se mueve hacia arriba con velocidad $\vec{v}$, y la pequeña tiene velocidad $-\vec{v}$. (¿Entiende por qué?) Suponga que la masa de la pelota grande es mucho mayor que la de la pequeña. *a*) ¿Qué velocidad tiene la pelota pequeña justo después del choque con la grande? *b*) Use la respuesta al inciso *a*) para calcular la razón entre la distancia de rebote de la pelota pequeña y la distancia que cayó antes del choque.

8.91. Juan y Gilberto están parados en una caja en reposo en la superficie horizontal sin fricción de un estanque congelado. La masa de Juan es de 75.0 kg, la de Gilberto es de 45.0 kg y la de la caja es de 15.0 kg. De repente, se acuerdan de que deben ir por un cubo de agua, así que los dos saltan horizontalmente desde encima de la caja. Inmediatamente después de saltar, cada uno se aleja de la caja con rapidez de 4.00 m/s relativa a la caja. *a*) ¿Qué rapidez final tiene la caja si Juan y Gilberto saltan simultáneamente y en la misma dirección? (*Sugerencia*: use un sistema de coordenadas inercial fijo al suelo.) *b*) ¿Cuál es la rapidez final de la caja si Juan salta primero y Gilberto lo hace unos segundos después, en la misma dirección? *c*) ¿Qué rapidez final tiene la caja si Gilberto salta primero y luego Juan, en la misma dirección?

8.92. División de energía. Un objeto con masa m, que inicialmente está en reposo, hace explosión y produce dos fragmentos, uno con masa m_A y otro con masa m_B, donde $m_A + m_B = m$. *a*) Si se libera una energía Q en la explosión, ¿cuánta energía cinética tendrá cada fragmento inmediatamente después de la explosión? *b*) ¿Qué porcentaje de la energía total liberada recibirá cada fragmento si la masa de uno es cuatro veces la del otro?

8.93. Desintegración de neutrones. Un neutrón en reposo se desintegra (se rompe) para producir un protón y un electrón. En el decaimiento se libera energía, la cual aparece como energía cinética del protón y del electrón. La masa de un protón es 1836 veces la de un electrón. ¿Qué fracción de la energía total liberada se convertirá en energía cinética del protón?

8.94. Un núcleo de ^{232}Th (torio) en reposo se desintegra para producir un núcleo de ^{228}Ra (radio) y una partícula alfa. La energía cinética total de los productos de la desintegración es de 6.54×10^{-13} J. La masa de una partícula alfa es el 1.76% de la masa de un núcleo de ^{228}Ra. Calcule la energía cinética de: *a*) el núcleo de ^{228}Ra en retroceso y *b*) la partícula alfa emitida.

8.95. Antineutrino. En la desintegración beta, un núcleo emite un electrón. Un núcleo de ^{210}Bi (bismuto) en reposo sufre desintegración beta para producir ^{210}Po (polonio). Suponga que el electrón emitido se mueve hacia la derecha con un momento lineal de 5.60×10^{-22} kg · m/s. El núcleo de ^{210}Po, cuya masa es de 3.50×10^{-25} kg, retrocede hacia la izquierda con rapidez de 1.14×10^{-3} m/s. La conservación del momento lineal requiere la emisión de una segunda partícula, llamada antineutrino. Calcule la magnitud y dirección del momento lineal del antineutrino emitido en esta desintegración.

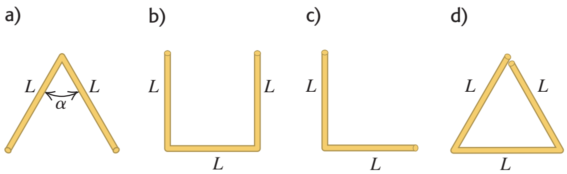
8.96. Un protón que se mueve con rapidez v_{A1} en la dirección $+x$ choca elásticamente pero no de frente con un protón idéntico que está en reposo. Después del impacto, el primer protón se mueve con rapidez v_{A2} en el primer cuadrante, con un ángulo α con respecto al eje x, y el segundo se mueve con rapidez v_{B2} en el cuarto cuadrante, con un ángulo β con respecto al eje x (figura 8.13). *a*) Escriba las ecuaciones de conservación del momento lineal lineal en las direcciones x y y. *b*) Eleve al cuadrado las ecuaciones del inciso *a*) y súmelas. *c*) Introduzca ahora el hecho de que el choque es elástico. *d*) Demuestre que $\alpha + \beta = \pi/2$. (Habrá demostrado que esta ecuación se obedece en cualquier choque elástico descentrado entre objetos de igual masa, cuando uno de ellos estaba inicialmente en reposo.)

8.97. El disco de hockey B descansa sobre una superficie de hielo liso y es golpeado por otro disco A de la misma masa. A viaja inicialmente a 15.0 m/s y es desviado 25.0° con respecto a su dirección original. Suponga un choque perfectamente elástico. Calcule la rapidez final de cada disco y la dirección de la velocidad de B después del choque. (*Sugerencia*: use la relación que dedujo en el inciso *d*) del problema 8.96.)

8.98. Jonathan y Julia están sentados en un trineo en reposo sobre hielo sin fricción. Jonathan pesa 800 N, Julia pesa 600 N y el trineo pesa 1000 N. Las dos personas ven una araña venenosa en el piso del trineo y saltan hacia fuera. Jonathan salta a la izquierda con velocidad (relativa al hielo) de 5.00 m/s a 30.0° por arriba de la horizontal, y Julia salta a la derecha a 7.00 m/s (relativa al hielo) a 36.9° por arriba de la horizontal. Calcule la velocidad horizontal (magnitud y dirección) del trineo después del salto.

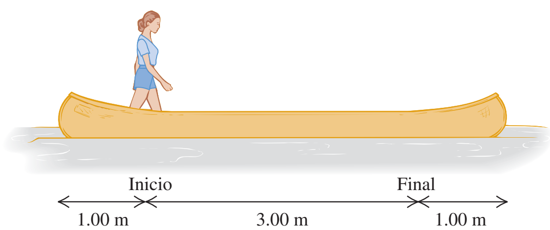
8.99. Los objetos de la figura 8.47 están hechos de alambre uniforme doblado. Encuentre la posición del centro de masa de cada uno.

Figura 8.47 Problema 8.99.



8.100. Una mujer de 45.0 kg está de pie en una canoa de 60.0 kg y 5.00 m de longitud, y comienza a caminar desde un punto a 1.00 m de un extremo hacia un punto a 1.00 m del otro extremo (figura 8.48). Si se desprecia la resistencia al movimiento de la canoa en el agua, ¿qué distancia se mueve la canoa durante este proceso?

Figura 8.48 Problema 8.100.



8.101. Imagine que está de pie en una plancha de concreto que descansa sobre un lago congelado. Suponga que no hay fricción entre la plancha y el hielo. La plancha pesa cinco veces más que usted. Si usted comienza a caminar a 2.00 m/s en relación con el hielo, ¿con qué rapidez relativa al hielo se moverá la plancha?

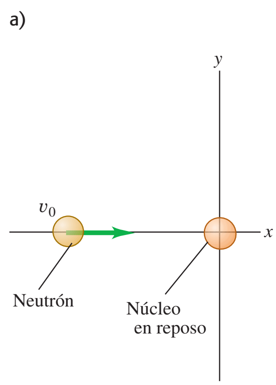
8.102. Un proyectil de 20.0 kg se dispara con un ángulo de 60.0° sobre la horizontal y rapidez de 80.0 m/s. En el punto más alto de la trayectoria el proyectil estalla en dos fragmentos de igual masa; uno cae verticalmente con rapidez inicial cero. Ignore la resistencia del aire. *a*) ¿A qué distancia del punto de disparo cae el otro fragmento si el terreno es plano? *b*) ¿Cuánta energía se libera en la explosión?

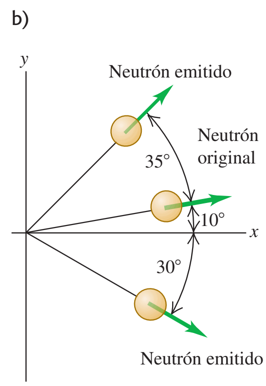
8.103. Un cohete de fuegos artificiales se dispara verticalmente hacia arriba. En su altura máxima de 80.0 m, estalla y se divide en dos fragmentos, uno con masa de 1.40 kg y otro con masa de 0.28 kg. En la explosión, 860 J de energía química se convierte en energía cinética de los dos fragmentos. *a*) ¿Qué rapidez tiene cada fragmento inmediatamente después de la explosión? *b*) Se observa que los dos fragmentos caen al suelo al mismo tiempo. ¿Qué distancia hay entre los puntos en los que caen? Suponga que el suelo es horizontal y que la resistencia del aire es despreciable.

8.104. Un obús de 12.0 kg es disparado con un ángulo de 55.0° sobre la horizontal con una rapidez inicial de 150 m/s. En el punto más alto de la trayectoria, el obús estalla en dos fragmentos, uno con tres veces más masa que el otro. Los dos fragmentos llegan al suelo al mismo tiempo. Suponga que la resistencia del aire es despreciable. Si el fragmento más pesado cae en el punto desde el cual se lanzó el obús, ¿dónde caerá el fragmento más ligero y cuánta energía se habrá liberado en la explosión?

8.105. Reacción nuclear. La fisión, el proceso que suministra la energía en las plantas nucleares, ocurre cuando un núcleo pesado se divide en dos núcleos medianos. Una reacción así ocurre cuando un neutrón choca con un núcleo de ^{235}U (uranio) y lo divide en un núcleo de ^{141}Ba (bario) y uno de ^{92}Kr (kriptón). Además, salen despedidos dos neutrones del ^{235}U original. Antes del choque tenemos la situación de la figura 8.49a; después, el ^{141}Ba se mueve en la dirección $+z$, y el ^{92}Kr, en la dirección $-z$. Los tres neutrones se mueven en el plano xy como se ilustra en la figura 8.49b. Si el neutrón incidente tiene velocidad inicial de magnitud 3.0×103 m/s y velocidad final de 2.0×10^3 m/s en las direcciones indicadas, ¿qué rapidez tienen los otros dos neutrones, y qué puede decirse de la rapidez de los núcleos de ^{141}Ba y ^{92}Kr? (La masa aproximada del núcleo de ^{141}Ba es 2.3×10^{-25} kg, y la del ^{92}Kr es de 1.5×10^{-25} kg.)

Figura 8.49 Problema 8.105.





8.106. Sistema de coordenadas del centro de masa. El disco A (masa m_A) se desplaza sobre una mesa de aire horizontal sin fricción con velocidad $\vec{v}_{A1}$ en la dirección $+x$ y choca de frente elásticamente con el disco B (masa m_B) en reposo. Después del choque, ambos discos se mueven a lo largo del eje $+x$. *a*) Calcule la velocidad del centro de masa del sistema de los dos discos antes del choque. *b*) Considere un sistema de coordenadas con origen en el centro de masa y que se mueve con él. ¿Es inercial este marco de referencia inercial? *c*) ¿Qué velocidades iniciales $\vec{u}_{A1}$ y $\vec{u}_{B1}$ tienen los discos en este marco de referencia? ¿Cuál es el momento lineal total en este marco? *d*) Use la conservación del momento lineal y de la energía, aplicadas en el marco de referencia en cuestión, para relacionar el momento lineal final de cada disco con el momento lineal inicial y, por consiguiente, la velocidad final de cada disco con la velocidad inicial. Sus resultados deberán mostrar que un choque elástico unidimensional tiene una descripción muy simple en el marco de referencia del centro de masa. *e*) Sean $m_A = 0.400$ kg, $m_B = 0.200$ kg y $v_{A1} = 6.00$ m/s. Calcule las velocidades $\vec{u}_{A1}$ y $\vec{u}_{B1}$, aplique el resultado del inciso *d*), y transfórmelas en velocidades en un marco estacionario para obtener las velocidades finales de los discos. ¿Concuerda su resultado con las ecuaciones (8.24) y (8.25)?

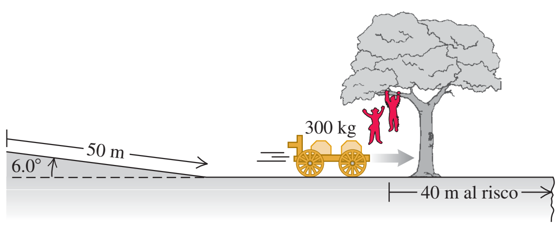
8.107. El *coeficiente de restitución* ϵ en un choque de frente se define como la razón entre las rapideces relativas después y antes del choque.

a) ¿Cuánto vale ϵ en un choque totalmente inelástico? *b*) ¿Y en un choque elástico? *c*) Una pelota se deja caer desde una altura h sobre una superficie estacionaria y rebota a una altura H_1. Demuestre que $\epsilon = \sqrt{H_1/h}$. *d*) Un balón de baloncesto bien inflado debe tener un coeficiente de restitución de 0.85. Si se le deja caer desde 1.2 m sobre un piso de madera sólida, ¿a qué altura debe rebotar? *e*) La altura del primer rebote es H_1. Demuestre que, si ϵ es constante, la altura del n-ésimo rebote es $H_n = \epsilon^{2n}h$. *f*) Si ϵ es constante, ¿qué altura tiene el octavo rebote del balón bien inflado que se soltó desde una altura de 1.2 m?

8.108. Energía de enlace de la molécula de hidrógeno. Al combinarse dos átomos de hidrógeno de masa m para formar una molécula diatómica (H_2), la energía potencial final del sistema es $-\Delta$, donde Δ es una cantidad positiva llamada *energía de enlace* de la molécula. *a*) Demuestre que, en un choque en el que sólo intervienen dos átomos de H, es *imposible* formar una molécula de H_2 porque no se pueden conservar simultáneamente el momento lineal y la energía. (*Sugerencia*: si puede demostrar que esto se cumple en un marco de referencia, será verdad en todos los marcos de referencia. ¿Comprende por qué?) *b*) Una molécula de H_2 puede formarse en un choque en el que intervienen *tres* átomos de hidrógeno. Suponga que, antes del choque, cada átomo tiene rapidez de 1.00×10^3 m/s y que los tres se acercan con ángulos de 120°, de manera que en todo momento están en los vértices de un triángulo equilátero. Calcule la rapidez de la molécula de H_2 y del átomo de H restante después del choque. La energía de enlace del H_2 es $\Delta = 7.23 \times 10^{-19}$ J, y la masa del átomo de H es de 1.67×10^{-27} kg.

8.109. Un bandido suelta una carreta con dos cajas de oro (masa total = 300 kg) que estaba en reposo 50 m cuesta arriba de una pendiente de 6.0° (figura 8.50). El plan es que la carreta baje la cuesta, ruede por terreno plano y luego caiga en un cañón donde sus cómplices esperan. Sin embargo, en un árbol a 40 m del borde del cañón están el Llanero Solitario (masa 75.0 kg) y Toro (masa 60.0 kg), quienes se dejan caer verticalmente sobre la carreta al pasar ésta. *a*) Si nuestros héroes necesitan 5.0 s para tomar el oro y saltar, ¿lo lograrán antes de que la carreta llegue al borde del risco? La carreta rueda con fricción despreciable. *b*) Cuando los héroes caen en la carreta, ¿se conserva la energía cinética del sistema de los héroes más la carreta? Si no, ¿aumenta o disminuye, y por cuánto?

Figura **8.50** Problema 8.109.



***8.110.** En la sección 8.6 consideramos un cohete que se dispara en el espacio exterior donde no hay resistencia del aire y la gravedad es despreciable. Suponga ahora que el cohete acelera verticalmente desde el reposo en la superficie terrestre. Siga ignorando la resistencia del aire y considere sólo la parte del movimiento en la que la altura del cohete es pequeña y g puede suponerse constante. *a*) ¿Cómo se modifica la ecuación (8.37) cuando se toma en cuenta la fuerza de gravedad? *b*) Deduzca una expresión para la aceleración a del cohete, análoga a la ecuación (8.39). *c*) ¿Qué aceleración tiene el cohete del ejemplo 8.15 (sección 8.6) si está cerca de la superficie terrestre en vez de en el espacio? Ignore la resistencia del aire. *d*) Calcule la rapidez del cohete del ejemplo 8.16 (sección 8.6) después de 90 s si parte de la superficie terrestre y no del espacio exterior. Puede despreciar la resistencia del aire. Compare su respuesta con la rapidez calculada en el ejemplo 8.16.

***8.111. Cohete de múltiples etapas.** Suponga que la primera etapa de un cohete de dos etapas tiene masa total de 12,000 kg, de los cuales 9000 kg son de combustible. La masa total de la segunda etapa es 1000 kg, de los cuales 700 kg corresponden al combustible. Suponga que la rapidez relativa v_{esc} del material expulsado es constante, e ignore los efectos gravitacionales (que son pequeños durante el periodo de encendido si la tasa de consumo de combustible es alta). *a*) Suponga que todo el combustible de este cohete de dos etapas se utiliza en un cohete de una sola etapa con la misma masa total de 13,000 kg. En términos de v_{esc}, ¿qué rapidez tendría el cohete, partiendo del reposo, al agotarse el combustible? *b*) En cuanto al cohete de dos etapas, ¿qué rapidez tiene al agotarse el combustible de la primera etapa si ésta transporta la segunda etapa hasta este punto? Esta rapidez es ahora la rapidez inicial de la segunda etapa, que en este punto se separa de la primera. *c*) ¿Qué rapidez final tiene la segunda etapa? *d*) ¿Qué valor de v_{esc} se requiere para impartir a la segunda etapa del cohete una rapidez de 7.00 km/s?

***8.112.** Para el cohete descrito en los ejemplos 8.15 y 8.16 (sección 8.6), la masa del cohete en función del tiempo es

$$m(t) = \begin{cases} m_0 & \text{para } t < 0 \\ m_0\left(1 - \dfrac{t}{120\ \text{s}}\right) & \text{para } 0 \le t \le 90\ \text{s} \\ m_0/4 & \text{para } t \ge 90\ \text{s} \end{cases}$$

a) Calcule y grafique la velocidad del cohete en función del tiempo desde $t = 0$ a $t = 100$ s. *b*) Calcule y grafique la aceleración del cohete en función del tiempo desde $t = 0$ a $t = 100$ s. *c*) Una astronauta de 75 kg yace en una silla reclinada durante el lanzamiento del cohete. ¿Qué fuerza neta máxima ejerce la silla sobre la astronauta? Compare su respuesta con el peso de la astronauta en la Tierra.

Problemas de desafío

8.113. En la sección 8.5, calculamos el centro de masa considerando objetos constituidos por un número *finito* de masas puntuales u objetos que, por simetría, pueden representarse con un número finito de masas puntuales. Si la distribución de masa de un objeto sólido no permite una determinación simple del centro de masa por simetría, las sumas de las ecuaciones (8.28) deben generalizarse a integrales:

$$x_{cm} = \frac{1}{M}\int x\,dm \qquad y_{cm} = \frac{1}{M}\int y\,dm$$

donde x y y son las coordenadas de un fragmento pequeño del objeto con masa dm. Se integra sobre todo el objeto. Considere una varilla delgada de longitud L, masa M y área transversal A dispuesta sobre el eje $+x$, con el origen de coordenadas en el extremo izquierdo de la varilla. *a*) Si la densidad $\rho = M/V$ del objeto es uniforme, realice la integración anterior para demostrar que la coordenada x del centro de masa está en el centro geométrico de la varilla. *b*) Si la densidad del objeto varía linealmente con x según $\rho = \alpha x$ (donde α es una constante positiva), calcule la coordenada x del centro de masa.

8.114. Use los métodos del problema de desafío 8.113 para calcular las coordenadas x y y del centro de masa de una placa metálica semicircular con densidad uniforme ρ, espesor t y radio a. La masa de la placa es entonces $M = \frac{1}{2}\rho\pi a^2 t$. Use el sistema de coordenadas de la figura 8.51.

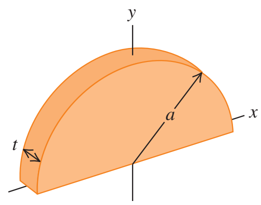


Figura 8.51 Problema de desafío 8.114.

8.115. Una cuarta parte de una cuerda de longitud l cuelga del borde de una mesa sin fricción. La cuerda tiene densidad lineal (masa por unidad de longitud) uniforme λ, y el extremo que está sobre la mesa es sostenido por una persona. ¿Cuánto trabajo realiza esa persona si tira de la cuerda para subir lentamente a la mesa el resto de la cuerda? Resuelva el problema de dos maneras: *a*) Calcule la fuerza que debe ejercer la persona para subir la cuerda, y con esto calcule el trabajo efectuado. La fuerza es variable porque en cada instante el tramo de cuerda que cuelga es diferente. *b*) Suponga que el segmento de cuerda que originalmente cuelga tiene toda su masa concentrada en su centro de masa. Calcule el trabajo necesario para elevar éste a la altura de la mesa. Quizá este enfoque le parezca más sencillo que el del inciso *a*). ¿Hay diferencias en sus respuestas? ¿Por qué?

***8.116 Gota de lluvia de masa variable.** En un problema de propulsión de cohetes, la masa es variable. Un problema similar es una gota de lluvia que cae a través de una nube de gotitas de agua, algunas de las cuales se adhieren a la gota *aumentando* su masa al caer. La fuerza sobre la gota es

$$F_{\text{ext}} = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

Suponga que la masa de la gota depende de la distancia x que ha caído. Entonces, $m = kx$, donde k es constante, y $dm/dt = kv$. Puesto que $F_{\text{ext}} = mg$, esto da

$$mg = m\frac{dv}{dt} + v(kv)$$

O bien, dividiendo entre k,

$$xg = x\frac{dv}{dt} + v^2$$

Ésta es una ecuación diferencial con solución de la forma $v = at$, donde a es la aceleración constante. Suponga que la velocidad inicial de la gota es cero. *a*) Usando la solución propuesta para v, calcule la aceleración a. *b*) Calcule la distancia que la gota cae en $t = 3.00$ s. *c*) Con $k = 2.00$ g/m, calcule la masa de la gota en $t = 3.00$ s. Otros aspectos interesantes del problema pueden consultarse en K. S. Krane, *Amer. Jour. Phys*., vol. 49 (1981), pp. 113-117.