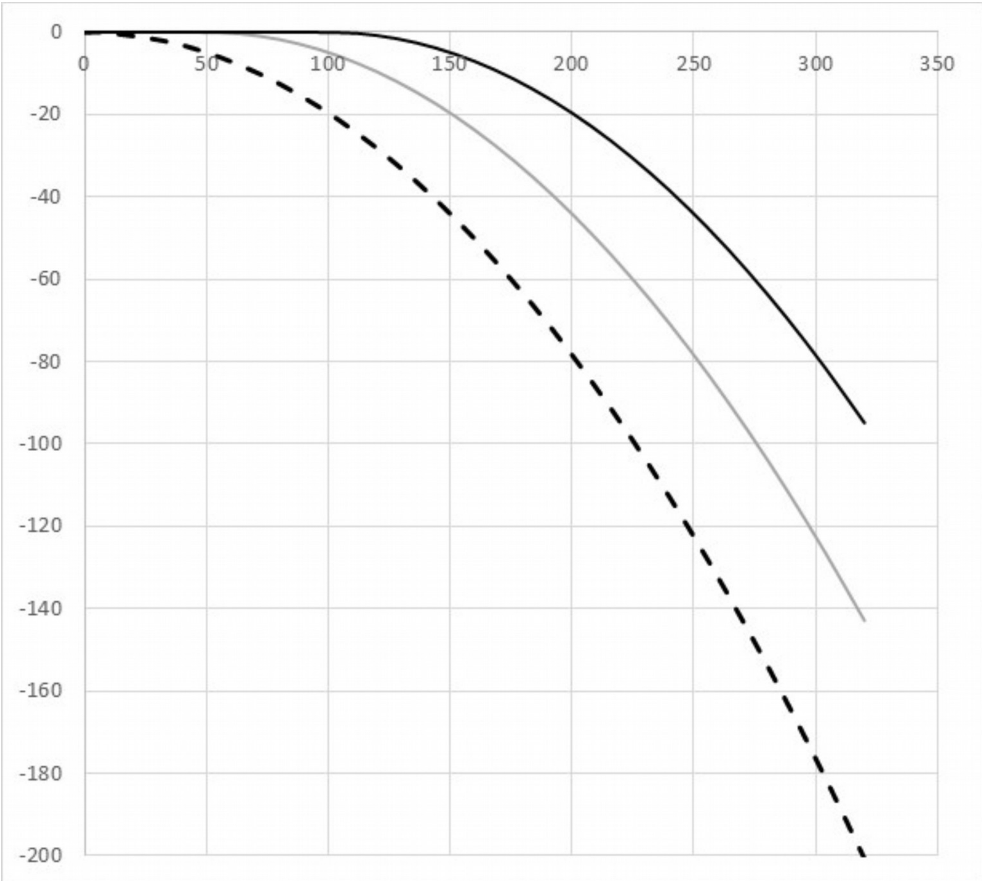
Ejercicio Nº7

Un avión que vuela horizontalmente a 50 m/s abandona 3 objetos con intervalos de 1 segundo.

a) En el instante en que se deja caer el tercero ¿cuál es la distancia vertical entre el primero y el segundo, y entre el segundo y el tercero?

b) Después que el primero ha descendido a 200m ¿cuál es la distancia vertical entre el primero y el segundo, y entre el segundo y el tercero?

Resolución



La expresión del vector posición del objeto 1 es

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} x_0+v_0.t \\ y_0+v_{0y}.t-\frac{1}{2}.g.t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 0+50.t \\ 0+0.t-\frac{1}{2}.9{,}8.t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 50.t \\ -\frac{1}{2}.9{,}8.t^2 \end{pmatrix}$$

Para el segundo objeto, como se libera 1s después la expresión es

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} x_0+v_0.(t-1) \\ y_0+v_{0y}.(t-1)-\frac{1}{2}.g.(t-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50.(t-1) \\ 0+0.t-\frac{1}{2}.9,8.(t-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50.(t-1) \\ -\frac{1}{2}.9,8.(t-1)^2 \end{pmatrix}$$

De igual modo para el tercer objeto la expresión será

$$\vec{r}_3=\begin{pmatrix} x_0+v_0.(t-2) \\ y_0+v_{0y}.(t-2)-\frac{1}{2}.g.(t-2)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_3=\begin{pmatrix} 100+50.(t-2) \\ 100+0.t-\frac{1}{2}.9,8.(t-2)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_3=\begin{pmatrix} 100+50.(t-2) \\ -\frac{1}{2}.9,8.(t-2)^2 \end{pmatrix}$$

Cuando se está a punto de liberar el segundo objeto1s después ya recorrió horizontalmente lo mismo que el avión y que el primer objeto horizontalmente (con MRU mostrado por la componente “x”), es decir los 50m.
Por lo tanto el primer objeto se encuentra cayendo con MRUV y simultaneamente avanzando horizontalmente con MRU. Por lo tanto su vector posición para t = 1s es:

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} x_0+v_0.t \\ y_0+v_{0y}.t-\frac{1}{2}.g.t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 0+50.1 \\ 0+0.1-\frac{1}{2}.9,8.1^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 50\,m \\ -4,9m \end{pmatrix}$$

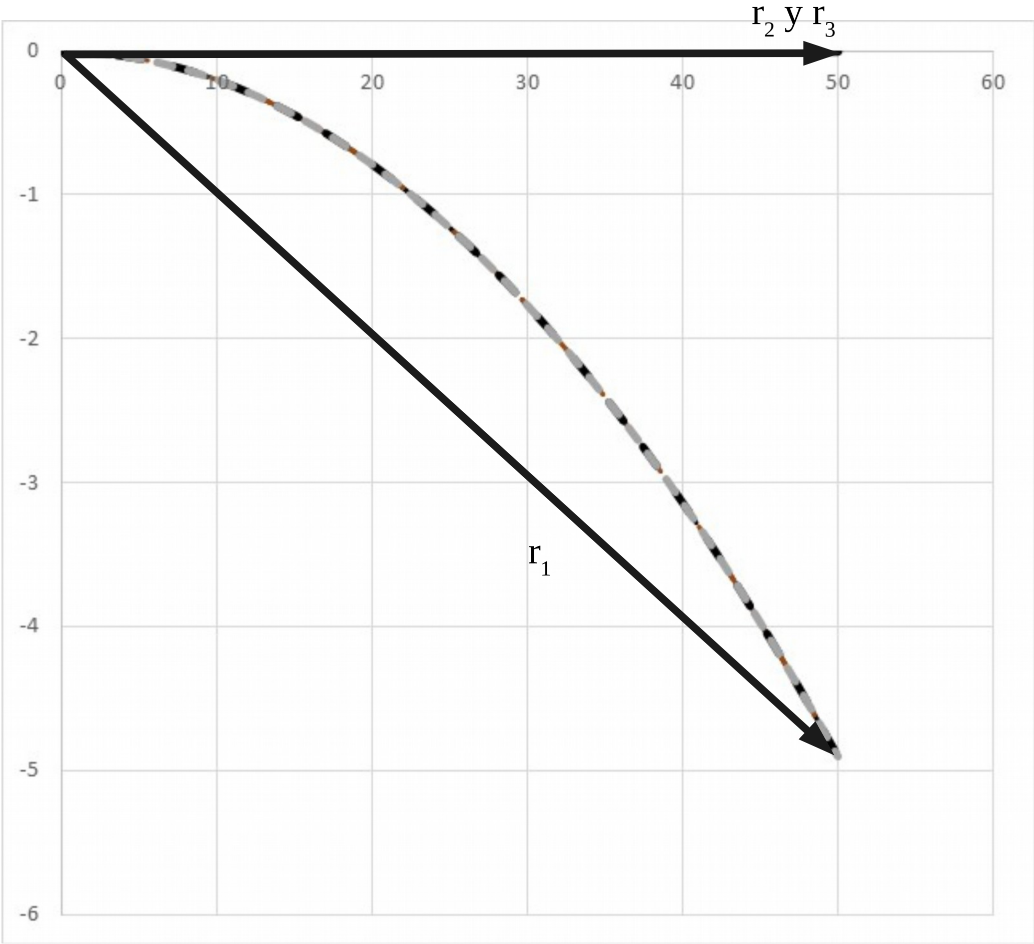
Por lo tanto la posición horizontal inicial del segundo objeto medida siempre desde el mismo origen de coordenadas es 50m en la dirección horizontal y cero en la vertical.
El vector posición del objeto 2 para t = 1s será:

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} x_0+v_0.(t-1) \\ y_0+v_{0y}.(t-1)-\frac{1}{2}.g.(t-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50.(1-1) \\ 0+0.(1-1)-\frac{1}{2}.9{,}8.(1-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50\,m \\ 0\,m \end{pmatrix}$$

Para visualizar mejor la situación se amplían las trayectorias de los tres objetos, donde el segundo y tercero se encuentran dentro del avión mientras que el primero ya descendió -4,9m y se trasladó horizontalmente 50m según se muestra.



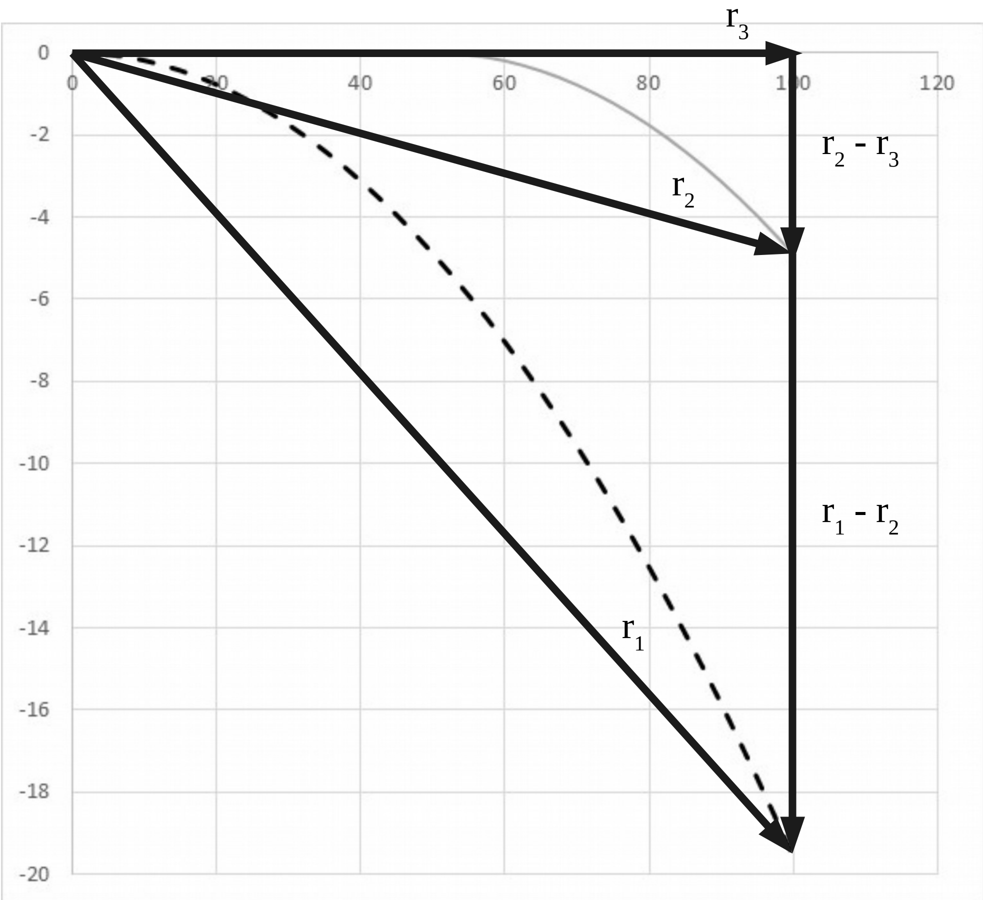
Cuando transcurren 2s el objeto 1 fue liberado hace 2s, el objeto 2 fue liberado un segundo antes mientras que el tercero sigue en el avión y está a punto de soltarse.
Las expresiones vectoriales serán

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} x_0+v_0\,.\,t \\ y_0+v_{0y}.t-\frac{1}{2}.g.t^2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_2=\begin{pmatrix} x_0+v_0\,.(t-1) \\ y_0+v_{0y}.(t-1)-\frac{1}{2}.g.(t-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 0+50\,.\,2 \\ 0+0\,.\,2-\frac{1}{2}.9{,}8\,.\,2^2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50\,.(2-1) \\ 0+0.(2-1)-\frac{1}{2}.9{,}8\,.(2-1)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 100\,m \\ -19{,}6\,m \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_2=\begin{pmatrix} 100\,m \\ -4{,}9\,m \end{pmatrix}$$

a) En el instante en que se deja caer el tercero ¿cuál es la distancia vertical entre el primero y el segundo, y entre el segundo y el tercero?



Para determinar la distancia pedida se restan los vectores como sigue

$$\vec{r}_2-\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 0 \\ -4{,}9\,m \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 0 \\ -19{,}6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -14{,}7\,m \end{pmatrix}$$
$$|\vec{r}_2-\vec{r}_1|=14{,}7\,m$$

b) Después que el primero ha descendido a 200m ¿cuál es la distancia vertical entre el primero y el segundo, y entre el segundo y el tercero?

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 50\,.\,t \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8\,.\,t^2 \end{pmatrix}=\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 50\,t \\ 200\,m \end{pmatrix}$$

$$-\frac{1}{2}\,.9{,}8\,.\,t^2=200$$

$$t=\sqrt{\frac{2\ .\ 200}{9{,}8}}=6{,}38\,s$$

Reemplazando este tiempo en el vector posición quedará

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 50\,.\,6{,}38 \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8\,.\,6{,}38^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_1=\begin{pmatrix} 319\,m \\ -200\,m \end{pmatrix}$$

En este tiempo transcurrido las posiciones de los otros objetos son

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50.(t-1) \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8.(t-1)^2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_3=\begin{pmatrix} 100+50\,.(t-2) \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8\,.(t-2)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 50+50.(6{,}38-1) \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8.(6{,}38-1)^2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{r}_3=\begin{pmatrix} 100+50\,.(6{,}38-2) \\ -\frac{1}{2}\,.\,9{,}8\,.(6{,}38-2)^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 319\,m \\ -141{,}8\,m \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_3=\begin{pmatrix} 319\,m \\ -94{,}0\,m \end{pmatrix}$$

Para calcular la distancia entre objetos se restan los vectores posición respectivos quedando:

$$\vec{r}_1-\vec{r}_2=\begin{pmatrix} 319 \\ -200 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 319 \\ -141{,}8 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -58{,}2\,m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \vec{r}_2-\vec{r}_3=\begin{pmatrix} 319 \\ -141{,}8 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 319 \\ -94{,}0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ -47{,}8\,m \end{pmatrix}$$